

4. Asumsikan X adalah jumlah nasabah yang hendak bertransaksi di *teller* sebuah bank dan X adalah peubah acak diskrit (discrete random variable). Telah disebutkan bahwa X dimodelkan sebagai distribusi Poisson dengan tingkat kedatangan rata - rata yang konstan, $\lambda = 8$ orang/jam.

Karena X adalah peubah acak Poisson (Poisson random variable), maka X merupakan proses Poisson (Poisson process) dan distribusi peluang X adalah distribusi Poisson. Definisi distribusi Poisson adalah

$$p(x; \lambda t) = \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^x}{x!}, \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

dengan λ adalah angka rata-rata dari nilai kemungkinan per satuan waktu, jarak, area, atau volume. Sedangkan jumlah peluang Poisson atau peluang kumulatifnya adalah

$$P(r; \lambda t) = \sum_{x=0}^r p(x; \lambda t) = \sum_{x=0}^r \frac{e^{-\lambda t} (\lambda t)^x}{x!}$$

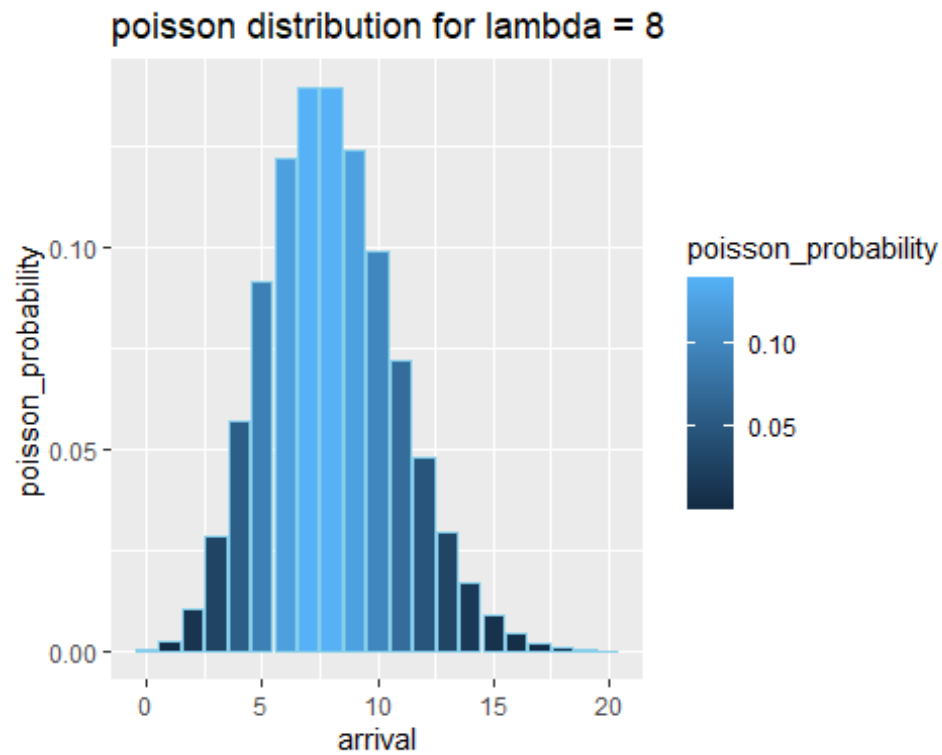
dengan $r \geq 0$.

Definisikan domain X dan distribusi Poisson.

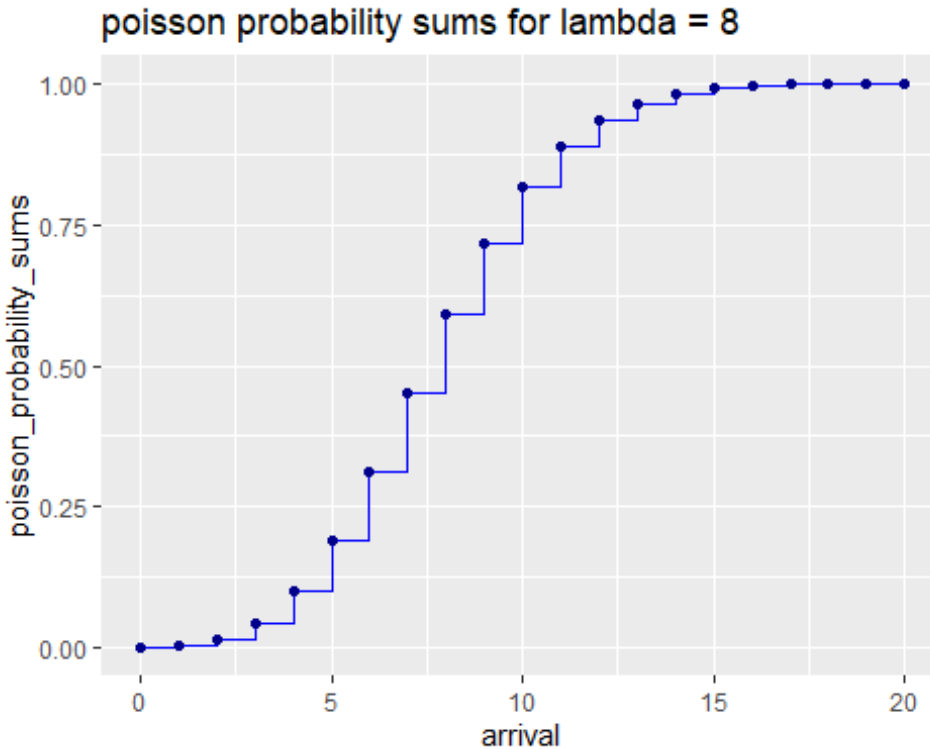
```
#In this case, we let X = 0, 1, ..., 20
#We still being able to compute X > 20 by using define_poisson function
arrival <- seq(0, 20, 1)
define_poisson <- function(X, lambda) {return(exp(-lambda) * (lambda ** X) /
factorial(X))}
define_cmltv_poisson <- function(r, lambda) {return(sum(define_poisson(seq(0,
r, 1), lambda)))}
cmltv_prob_arrival <- c(sum(define_poisson(0:0, lambda = 8)))
for (arrivals in 2:length(arrival)) {
  cmltv_prob_arrival[arrivals] = sum(define_poisson(0:(arrivals-1), lambda
= 8))
}
df_poisson <- data.frame("arrival" = arrival[0:21], "poisson_probability" =
define_poisson(arrival, lambda = 8), "poisson_probability_sums" =
cmltv_prob_arrival[0:21])
#print(df_poisson) Look at appendix
```

Plot untuk distribusi poisson beserta peluang peluang kumulatifnya.

```
library(ggplot2)
plt_poisson <- ggplot(data = df_poisson, mapping = aes(arrival,
poisson_probability)) + geom_bar(stat = "identity", color = "skyblue",
aes(fill = poisson_probability)) + ggtitle("poisson distribution for lambda =
8")
plt_poisson
```



```
plt_poisson_prob_sums <- ggplot(data = df_poisson, mapping = aes(arrival,
poisson_probability_sums)) + geom_step(color = "blue") + geom_point(color =
"darkblue") + ggtitle("poisson probability sums for lambda = 8")
plt_poisson_prob_sums
```



a. Berdasarkan grafik distribusi poisson di atas, dengan nilai $\lambda = 8/\text{jam}$ atau $\lambda \text{ jam} = 8$ atau $\lambda t = 8$. Maka, untuk $X = 11$, diperoleh $P(X = 11) = 0.0723$, dengan perhitungan sebagai berikut

$$p(x = 11; \lambda t = 8) = \frac{e^{-8} \times 8^{11}}{11!} = 0.0723$$

Maka $P(X = 11) = 0.0723$

b. Dengan menggunakan prinsip total peluang untuk semua kemungkinan nilai X adalah sama dengan 1, maka

$$P(X \leq 6) + P(X > 6) = 1$$

Diperoleh

$$\begin{aligned}
 P(X > 6) &= 1 - P(X \leq 6) = 1 - P(r = 6; \lambda t = 8) \\
 &= 1 - \sum_{x=0}^6 \frac{e^{-8} 8^x}{x!} \\
 &= 1 - 0.3134 \\
 \therefore P(X > 6) &= 0.6866
 \end{aligned}$$

Dengan demikian, peluang nasabah yang mengantri akan berjumlah lebih dari 6 orang adalah $P(X > 6) = 0.6866$