### INTEGRANTES DEL EQUIPO

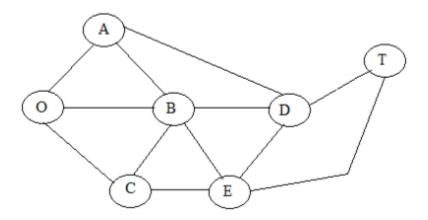
Serrato Guerrero Michael Brandon - Expediente: 258849

Balderas Beltrán Alan - Expediente: 237020

Vargas Aguillón Jesús - Expediente: 258872

### Ejercicio #1

Contestar las preguntas de la siguiente red:



### 1.1. Muestre la matriz de adyacencia:

	Α	В	С	D	Е	0	Т
Α		1		1		1	
В	1		1	1	1	1	
С		1			1	1	
D	1	1			1		1
E		1	1	1			1
0	1	1	1				
Т				1	1		

# 1.2. Aplique el recorrido en profundidad de un grafo para encontrar todos los posibles caminos del vértice "O" al vértice "T".

### 1.3. Mostrar todos los valores que vaya teniendo la variable "ACTUAL".

Variable actual: O	Nivel de profundidad: 1
Variable actual: A	Nivel de profundidad: 2
Variable actual: B	Nivel de profundidad: 3
Variable actual: C	Nivel de profundidad: 4
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 5
Variable actual: D	Nivel de profundidad: 6

Variable actual: T	Nivel de profundidad: 7	Ruta: O A B C E D T
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 6	Ruta: O A B C E T
Variable actual: D	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: C	Nivel de profundidad: 6	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 6	Ruta: O A B D E T
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 5	Ruta: O A B D T
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: C	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: D	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 6	Ruta: O A B E D T
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 5	Ruta: O A B E T
Variable actual: D	Nivel de profundidad: 3	
Variable actual: B	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: C	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 6	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 7	Ruta: O A D B C E T
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: C	Nivel de profundidad: 6	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 6	Ruta: O A D B E T
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: B	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: C	Nivel de profundidad: 6	
Variable actual: C	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: B	Nivel de profundidad: 6	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 5	Ruta: O A D E T
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 4	Ruta: O A D T
Variable actual: B	Nivel de profundidad: 2	
Variable actual: A	Nivel de profundidad: 3	
Variable actual: D	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: C	Nivel de profundidad: 6	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 6	Ruta: O B A D E T
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 5	Ruta: O B A D T
Variable actual: C	Nivel de profundidad: 3	
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: D	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: A	Nivel de profundidad: 6	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 6	Ruta: O B C E D T
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 5	Ruta: O B C E T
Variable actual: D	Nivel de profundidad: 3	
Variable actual: A	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: C	Nivel de profundidad: 5	D 1. O 5 5 5 7
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 5	Ruta: O B D E T
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 4	Ruta: O B D T
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 3	
Variable actual: C	Nivel de profundidad: 4	

Variable actual: D	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: A	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 5	Ruta: O B E D T
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 4	Ruta: O B E T
Variable actual: C	Nivel de profundidad: 2	
Variable actual: B	Nivel de profundidad: 3	
Variable actual: A	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: D	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 6	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 7	Ruta: O C B A D E T
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 6	Ruta: O C B A D T
Variable actual: D	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: A	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 6	Ruta: O C B D E T
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 5	Ruta: O C B D T
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: D	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: A	Nivel de profundidad: 6	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 6	Ruta: O C B E D T
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 5	Ruta: O C B E T
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 3	
Variable actual: B	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: A	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: D	Nivel de profundidad: 6	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 7	Ruta: O C E B A D T
Variable actual: D	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: A	Nivel de profundidad: 6	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 6	Ruta: O C E B D T
Variable actual: D	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: B	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: A	Nivel de profundidad: 6	
Variable actual: A	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: B	Nivel de profundidad: 6	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 5	Ruta: O C E D T
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 4	Ruta: O C E T

### 1.4. Mostrar la tabla de rutas.

#### **Rutas encontradas:**

OABCEDT OABCET OABDET OABDT OABEDT OABET

OADBCET

OADBET

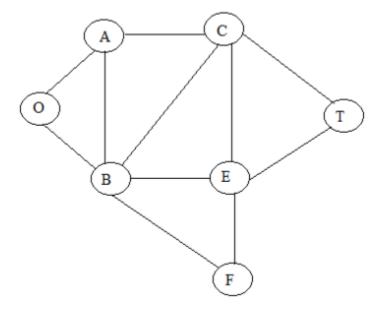
OADET OADTOBADET OBADT OBCEDT OBCET OBDET OBDT OBEDT OBET OCBADET OCBADT OCBDET OCBDT OCBEDT OCBET OCEBADT OCEBDT OCEDT

OCET

Total de rutas encontradas: 28

## Ejercicio #2

Contestar las preguntas de la siguiente red:



### 2.1. Muestre la matriz de adyacencia:

	А	В	С	E	F	0	Т
Α		1	1			1	
В	1		1	1	1	1	
С	1	1		1			1
Е		1	1		1		1
F		1		1			
0	1	1					
Т			1	1			

## 2.2. Aplique el recorrido en profundidad de un grafo para encontrar todos los posibles caminos del vértice "O" al vértice "T".

### 2.3. Mostrar todos los valores vaya teniendo la variable "ACTUAL".

Variable actual: O Variable actual: A Variable actual: C Variable actual: B	Nivel de profundidad: 1 Nivel de profundidad: 2 Nivel de profundidad: 3 Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: E Variable actual: T Variable actual: F Variable actual: F Variable actual: E	Nivel de profundidad: 5 Nivel de profundidad: 6 Nivel de profundidad: 6 Nivel de profundidad: 5 Nivel de profundidad: 6	Ruta: O A C B E T
Variable actual: T Variable actual: E Variable actual: B Variable actual: F	Nivel de profundidad: 7 Nivel de profundidad: 4 Nivel de profundidad: 5 Nivel de profundidad: 6	Ruta: O A C B F E T
Variable actual: T Variable actual: F Variable actual: B	Nivel de profundidad: 5 Nivel de profundidad: 5 Nivel de profundidad: 6	Ruta: O A C E T
Variable actual: T Variable actual: B Variable actual: C Variable actual: E	Nivel de profundidad: 4 Nivel de profundidad: 3 Nivel de profundidad: 4 Nivel de profundidad: 5	Ruta: O A C T
Variable actual: T Variable actual: F	Nivel de profundidad: 6 Nivel de profundidad: 6	Ruta: O A B C E T
Variable actual: T Variable actual: E Variable actual: C	Nivel de profundidad: 5 Nivel de profundidad: 4 Nivel de profundidad: 5	Ruta: O A B C T
Variable actual: T Variable actual: T	Nivel de profundidad: 6 Nivel de profundidad: 5	Ruta: O A B E C T Ruta: O A B E T

Variable actual: F	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: F	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: C	Nivel de profundidad: 6	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 7	Ruta: O A B F E C T
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 6	Ruta: O A B F E T
Variable actual: B	Nivel de profundidad: 2	
Variable actual: A	Nivel de profundidad: 3	
Variable actual: C	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 6	Ruta: O B A C E T
Variable actual: F	Nivel de profundidad: 6	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 5	Ruta: O B A C T
Variable actual: C	Nivel de profundidad: 3	
Variable actual: A	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 5	Ruta: O B C E T
Variable actual: F	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 4	Ruta: O B C T
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 3	
Variable actual: C	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: A	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 5	Ruta: O B E C T
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 4	Ruta: O B E T
Variable actual: F	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: F	Nivel de profundidad: 3	
Variable actual: E	Nivel de profundidad: 4	
Variable actual: C	Nivel de profundidad: 5	
Variable actual: A	Nivel de profundidad: 6	
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 6	Ruta: OBFECT
Variable actual: T	Nivel de profundidad: 5	Ruta: OBFET

### 2.4. Mostrar la tabla de rutas.

### **Rutas encontradas:**

OACBET

OACBFET

OACET

OACT

OABCET

OABCT

OABECT

OABET

OABFECT

OABFET

 $\mathsf{O}\,\mathsf{B}\,\mathsf{A}\,\mathsf{C}\,\mathsf{E}\,\mathsf{T}$ 

OBACT

OBCET

ОВСТ

OBECT

OBET

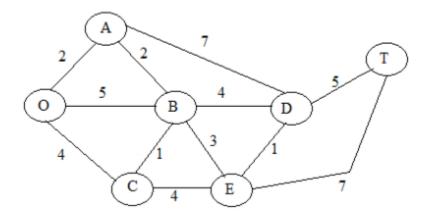
OBFECT

OBFET

Total de rutas encontradas: 18

### Ejercicio #3

Aplicar el algoritmo de Dijkstra para encontrar el camino más corto (de peso mínimo) en la siguiente red:



### 3.1. Muestre la matriz de adyacencia:

	Α	В	С	D	E	0	Т
А		2		7		2	
В	2		1	4	3	5	
С		1			4	4	
D	7	4			1		5
E		3	4	1			7
0	2	5	4				
Т				5	7		

3.2. Aplique el algoritmo de Dijkstra para encontrar el camino más corto (de peso mínimo) del vértice "O" al vértice "T".

### Ruta de costo minimo:

**O** -> A -> B -> D -> **T** 

Costo mínimo: 13

#### 3.3. Mostrar todos los valores que vaya teniendo la variable "ACTUAL".

Iteración #1 Variable actual: O
Iteración #2 Variable actual: A
Iteración #3 Variable actual: B
Iteración #4 Variable actual: C
Iteración #5 Variable actual: E
Iteración #6 Variable actual: D
Iteración #7 Variable actual: T

### 3.4. Mostrar todas las posibles rutas de costo mínimo:

Ruta de costo mínimo del vértice "O" al vértice "A":

O -> A Costo: 2

Ruta de costo mínimo del vértice "O" al vértice "B":

O -> A -> B Costo: 4

Ruta de costo mínimo del vértice "O" al vértice "C":

O -> C Costo: 4

Ruta de costo mínimo del vértice "O" al vértice "D":

O -> A -> B -> D

Costo: 8

Ruta de costo mínimo del vértice "O" al vértice "E":

O -> A -> B -> E

Costo: 7

Ruta de costo mínimo del vértice "O" al vértice "O":

0

Costo: 0

Ruta de costo mínimo del vértice "O" al vértice "T":

O -> A -> B -> D -> T

Costo: 13

### Ejercicio #4

Conteste las siguientes preguntas relacionadas con el concepto de árbol de expansión a costo mínimo:

### 4.1. Defina qué es un árbol de expansión mínima.

Para poder definir el concepto de "Árbol de Expansión Mínima" primero es necesario definir el concepto de "Árbol de Expansión".

**Árbol de expansión:** Dado un grafo conexo "G", un árbol de expansión es un árbol compuesto por todos los nodos y algunas (posiblemente todas) de las aristas de "G". Debido a que es un árbol no existirán ciclos y siempre habrá una ruta entre cada par de vértices.

**Árbol de expansión mínima:** Ahora bien, dado un grafo conexo y ponderado (con pesos en las aristas), un árbol de expansión mínima es un árbol compuesto por todos los nodos y cuya suma de aristas es la de menor peso.

### 4.2. Describa el algoritmo para generar un árbol de expansión mínima.

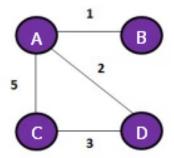
Inicialmente se ordenan las aristas del grafo por su peso de menor a mayor. Mediante el algoritmo Kruskal de tipo greedy (algoritmo voraz) se intenta unir cada arista siempre y cuando no se forme un ciclo, dicha tarea se realizará mediante otro algoritmo llamado "Union-Find".

Debido a que se han ordenado las aristas por peso, se iniciará con la arista de menor peso, si los nodos que contiene dicha arista no están en el mismo componente conexo entonces los uniremos para formar un solo componente, dicho proceso deberá realizarse "E" veces donde "E" es la cantidad de aristas existentes en el grafo.

El resultado final del algoritmo dará la unión de las aristas necesarias que conforman el Árbol de Expansión Mínima (MST por sus siglas en inglés).

## 4.3. Muestre un ejemplo para generar un árbol de expansión mínima a partir de un grafo no dirigido con valor de peso en sus aristas (grafo ponderado).

Ejemplo de Grafo conexo no dirigido y ponderado:



#### 1. Ordenamiento de sus aristas:

Peso	Nodo A	Nodo B
1	Α	В
2	Α	D
3	С	D
5	Α	С

#### 2. Proceso del algoritmo Kruskal:

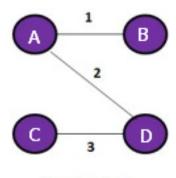
Primera iteración: Se une arista A -> B

Segunda iteración: Se une arista A -> D

Tercera iteración: Se une arista C -> D

**Cuarta iteración:** Se descarta la arista **A -> C** (esto debido a que "**A**" y "**C**" ya forman parte de la misma componente conexa generada a base de las iteraciones anteriores, por lo que agregar esta arista generaría un ciclo, además de no cumplir con la regla del árbol de expansión mínima).

### El **árbol de expansión mínima** para dicho grafo sería el siguiente:



Peso Total = 6