

练习一

第一章 流体流动

一、填空题

- 1、连续性假定是指流体质点连续；质量守恒。
- 2、控制体与系统的区别在于考察方法的不同，对系统进行考察的方法是拉格朗日 法， 对控制体进行考察的方法是欧拉 法。

非牛顿流体：牛顿粘性定律，粘度不随剪切速度变化；

- 3、圆管内湍流和层流的区别是：

| 流型 | 层流 | 湍流 |
|---------------------------------|--|---|
| 本质区别 | 液体分层流动, 无径向脉动 | 有径向脉动 |
| Re | <2000 | >4000 |
| 剪应力分布 | $\tau = \frac{\Delta \mathcal{P}}{2l} \cdot r$ | $\tau = \frac{\Delta \mathcal{P}}{2l} \cdot r$ |
| 速度分布 | $u = u_{\max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$ | $u = u_{\max} \left(1 - \frac{r}{R} \right)^n$ |
| u/u_{\max} | 0.5 | 0.8 |
| λ 与Re的关系 | $\lambda = \frac{64}{Re}$ | 高度湍流 $\lambda = f(\frac{\varepsilon}{d})$ |
| | | 一般湍流 $\lambda = f(Re, \frac{\varepsilon}{d})$ |
| λ 与 ε/d 的关系 | 无关 | 有关 |

4、圆形直管内， q_v 一定，设计时若将d增加一倍，则层流时 h_f 是原值的 $1/16$ 倍，高度湍流时， h_f 是原值的 $1/32$ 倍。（忽略 ε/d 的变化）

$$\begin{aligned} \text{层流 } h_f &= \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{u^2}{2} = \frac{64}{\text{Re}} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{u^2}{2} = \frac{64\mu}{du\rho} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{u^2}{2} \\ &= \frac{64\mu}{d\rho} \cdot \frac{1}{d} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{4q_v}{\pi d^2} \propto d^{-4} \end{aligned}$$

高度湍流 $\lambda = c$

$$\begin{aligned} h_f &= \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{u^2}{2} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4q_v}{\pi d^2}\right)^2 \\ &= \frac{8\lambda}{\pi^2} \cdot \frac{l}{d^5} \cdot q_v^2 \propto d^{-5} \end{aligned}$$

5、流体在直管内流动造成阻力损失的根本原因是流体具有粘性，直管阻力损失体现在总势能下降。

$$\mu \neq 0, \tau = \mu \frac{du}{dy}$$

$$\sum h_f = \frac{\Delta \mathcal{P}}{\rho} = \frac{\Delta p}{\rho} + \Delta Z \cdot g$$

6、某孔板流量计用水测得 $C_o=0.64$ ，现用于测
 $\rho=900\text{kg/m}^3$, $\mu=0.8\text{mPa}\cdot\text{s}$ 的液体，问此时 $C_o=\underline{=}$ 0.64。
(>, =, <)

一般工业应用中， C_o 都为常数。

$$R_{ed} = \frac{du_1 \rho}{\mu} \quad R'_{ed} = \frac{\rho'}{\rho} \cdot \frac{\mu}{\mu'} = \frac{0.9}{0.8} > 1$$

7、如图示管线，将支管A的阀门开大，则管内以下参数如何变化？(↑,↓)

q_{VA} 增大, q_{VB} 减小,
 $q_{V\text{总}}$ 增大, p 减小,
 h_{fA} 减小, h_{fMN} 减小

$$h_{fOM} = (\lambda \frac{l}{d})_{OM} \cdot \frac{u_{OM}^2}{2} = (\lambda \frac{l}{d})_{OM} \cdot \frac{\phi^2 \cdot u_{MAN}^2}{2}$$

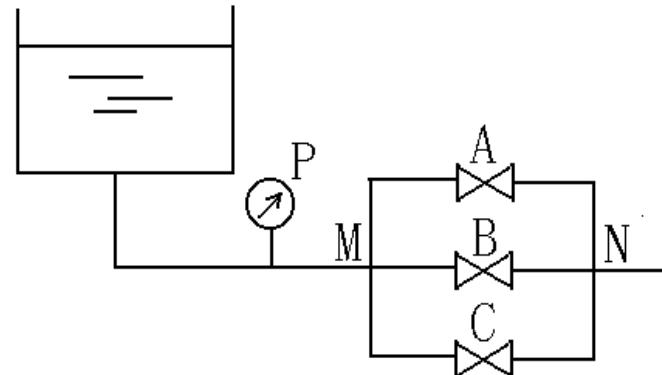
故: $u_{MAN} \uparrow \Rightarrow h_{fOM} \uparrow$

又 $\because h_{f\text{总}} = \frac{\Delta \mathcal{P}}{\rho} = h_{fOM} + h_{fMAN} = \text{常数}$

\therefore 当 $h_{fOM} \uparrow$ 时 $\Rightarrow h_{fMAN} \downarrow$
 $h_{fMN} = h_{fMAN}$

$$\text{又 } \because h_{fA} = h_{fMAN} \downarrow$$

$$h_{fOM} = \frac{\mathcal{P}_0 - \mathcal{P}_M}{\rho} \uparrow \text{但 } \mathcal{P}_0 \text{ 不变, 故 } \mathcal{P}_M, p_M \downarrow$$

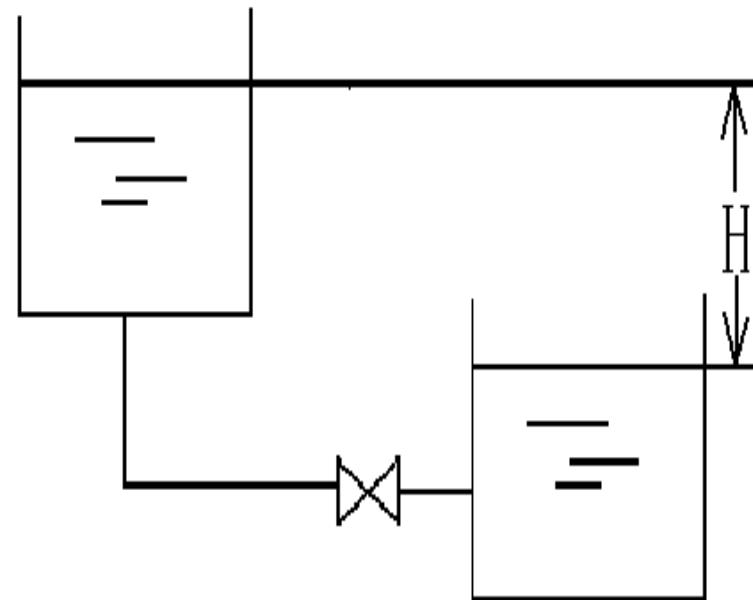


8、图示管路系统中，已知流体流动的总阻 力损失
 $h_f = 56 \text{ J/kg}$, 若关小阀门，则总阻 力损失 $h_f' = \underline{\underline{56}}$
 J/kg , 两槽液面的垂直距离 $H = \underline{\underline{5.7}} \text{ m.}.$

$$\sum h_f = \frac{\Delta \mathcal{P}}{\rho} = Hg$$

H 不变，故 $\sum h_f$ 也不变

$$H = \frac{\sum h_f}{g} = \frac{56}{9.81} = 5.76 \text{ m}$$



9、示管路系统中，已知 $d_{ab} = d_{cd}$, $\varepsilon_{ab} = \varepsilon_{cd}$, $|_{ab} = |_{cd}$, $\mu \neq 0$ 。比较 $u_a = u_c (p_a - p_b) < (p_c - p_d)$, $(\mathcal{P}_a - \mathcal{P}_b) = (\mathcal{P}_c - \mathcal{P}_d)$.

连续方程: $q_v = \frac{\pi}{4} d_{ab}^2 \cdot u_{ab} = \frac{\pi}{4} d_{cd}^2 \cdot u_{cd}$

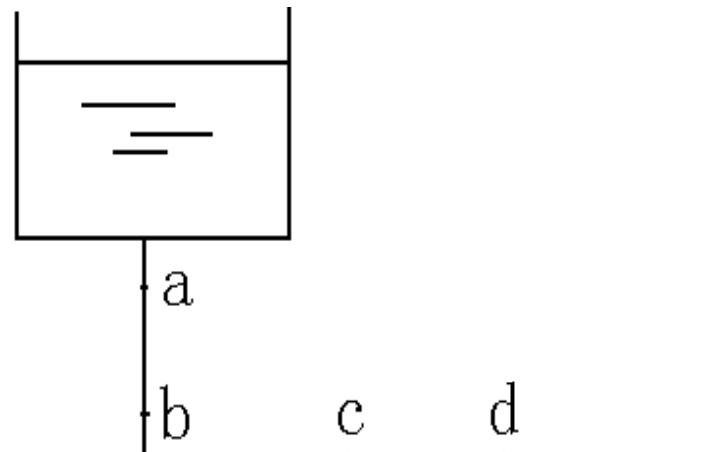
因 $d_{ab} = d_{cd}$, 故 $u_{ab} = u_{cd}$

机械能衡算: $\frac{\mathcal{P}_a - \mathcal{P}_b}{\rho} = \sum h_{fab} = (\lambda \frac{l}{d})_{ab} \cdot \frac{u_{ab}^2}{2}$

$$\frac{\mathcal{P}_c - \mathcal{P}_d}{\rho} = \sum h_{fcd} = (\lambda \frac{l}{d})_{cd} \cdot \frac{u_{cd}^2}{2}$$

$$\therefore \mathcal{P}_a - \mathcal{P}_b = \mathcal{P}_c - \mathcal{P}_d$$

将上式展开:



$$p_a + \rho H_{ab} g - p_b = p_c - p_d$$

因 $H_{ab} > 0$, 故:

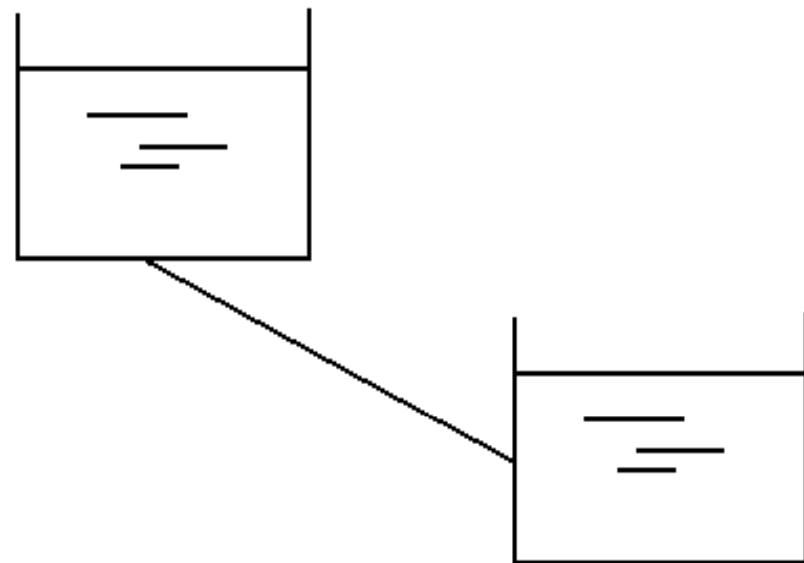
$$p_a - p_b < p_c - p_d$$

10、如图示供水管线。管长L，流量 q_v ，今因检修管子，用若干根直径为 $0.5d$ 、管长相等于 L 的管子并联代替原管，保证输水量 q_v 不变，设 λ 为常数， ε/d 相同，局部阻力均忽略，则并联管数至少需要 6 根。

检修前后， $\frac{\Delta \mathcal{P}}{\rho}$ 不变

$$\text{原: } \frac{\Delta \mathcal{P}}{\rho} = \sum h_f = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{u^2}{2} = \frac{8\lambda l q_v^2}{\pi^2 d^5}$$

$$\text{新: } \frac{\Delta \mathcal{P}}{\rho} = \frac{8\lambda l q_{vi}^2}{\pi^2 (d_i)^5}$$



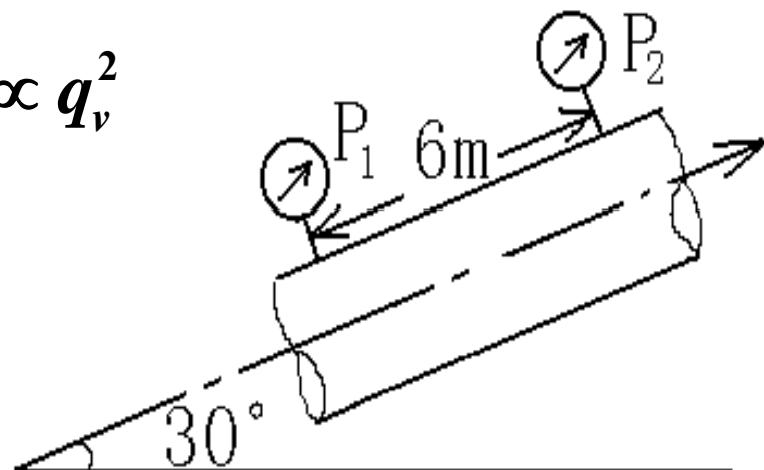
各支管流量相等，故

$$n = \frac{q_v}{q_{vi}} = \sqrt{\left(\frac{d}{d_i}\right)^5} = \sqrt{2^5} = 5.65 \approx 6$$

11、如图通水管路，当流量为 q_v 时，测得 $(p_1 - p_2) = 5 \text{ mH}_2\text{O}$ ，若流量为 $2 q_v$ 时， $(p_1 - p_2) = \underline{\underline{11}}$ mH_2O (设在阻力平方区)

$$\because \frac{\Delta \mathcal{P}}{\rho g} = \sum h_f = \lambda \frac{l}{d} \cdot \frac{u^2}{2g} \propto q_v^2$$

$$\therefore \frac{\Delta \mathcal{P}'}{\Delta \mathcal{P}} = 2^2 \Rightarrow \Delta \mathcal{P}' = 4 \Delta \mathcal{P}$$



$$\text{原: } \frac{\Delta \mathcal{P}}{\rho g} = \frac{\mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_2}{\rho g} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} + (H_1 - H_2) \sin \alpha = 5 - 3 = 2$$

$$\begin{aligned}\text{新: } & \frac{\Delta \mathcal{P}'}{\rho g} = \frac{(\mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_2)'}{\rho g} = \frac{(p_1 - p_2)'}{\rho g} + (H_1 - H_2) \sin \alpha \\ &= \frac{(p_1 - p_2)'}{\rho g} - 3\end{aligned}$$

$$\text{因: } \frac{\Delta \mathcal{P}'}{\rho g} = 2^2 \cdot \frac{\Delta \mathcal{P}}{\rho g} = 8$$

$$\text{故: } \frac{(p_1 - p_2)'}{\rho g} = 8 + 3 = 11$$

二、选择题

1、倒U型压差计，指示剂为空气，现改指示剂为油
(水的流向不变)，则R (A)

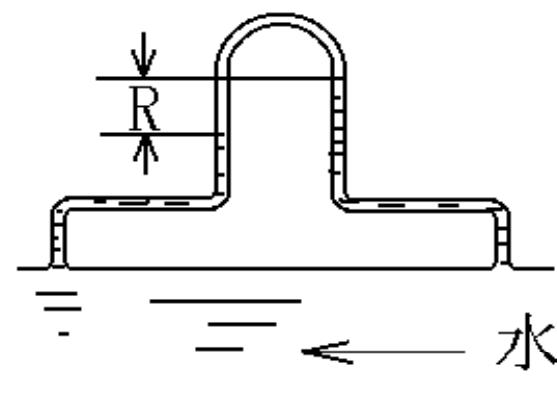
- A) 增大
- B) 变小
- C) 不变
- D) R不变，但倒U型压差计中左侧液位高于右侧。

倒U形压差计： $\Delta\mathcal{P} = Rg(\rho - \rho_i)$

指示剂变化， $\Delta\mathcal{P}$ 不变，但

$$\rho_{\text{水}} - \rho_{\text{油}} < \rho_{\text{水}} - \rho_{\text{空气}}$$

$$\text{即 } (\rho - \rho_i) \downarrow, \therefore R \uparrow$$



2、圆形直管内径d=100mm，一般情况下输水能力为（B）

- A) 3m³/h B) 30m³/h C) 200 m³/h D) 300 m³/h

水的经济流速 $u = 1 \sim 3 \text{m/s}$

从而： $q_v = \frac{\pi}{4} d^2 u = 28 \sim 84 \text{m}^3/\text{h}$

3、某孔板流量计，当水流量为 q_v 时，U型压差计读数

$R=600\text{mm}$ ，($\rho_i=3000\text{kg/m}^3$)，若改用 $\rho_i'=6000\text{kg/m}^3$ 的指示液，水流量不变，则此时读数 R' 为（D）

- A) 150 mm B) 120mm C) 300mm D) 240mm

$$q_v \text{不变} \Rightarrow \frac{\Delta \mathcal{P}}{\rho} \text{不变} \Rightarrow \frac{Rg(\rho_i - \rho)}{\rho} = \frac{R'g(\rho_i' - \rho)}{\rho}$$

$$\therefore R(\rho_i - \rho) = R'(\rho_i' - \rho)$$

$$600(3000 - 1000) = R'(6000 - 1000)$$

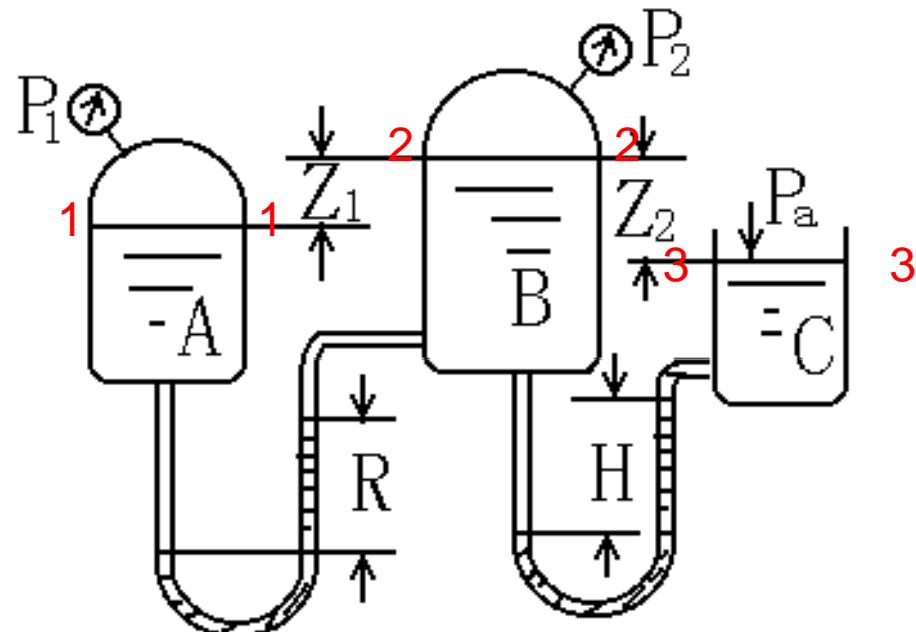
$$\therefore R' = 240\text{mm}$$

三、计算题

1、如图所示三只容器A、B、C均装有水（液面恒定），
已知： $z_1=1\text{m}$, $z_2=2\text{m}$, U型水银压差计读数： $R=0.2\text{m}$,
 $H=0.1\text{m}$ 试求：上方压力表读数

1) 容器A p_1

2) 若 p_1 (表压) 加倍，则 $(R+H)$ 值为多少？



(1) 对1—2截面列静力学方程

$$\mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_2 = Rg(\rho_i - \rho) \dots \text{式1}$$

对1—3截面列静力学方程

$$\mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_3 = Hg(\rho_i - \rho) \dots \text{式2}$$

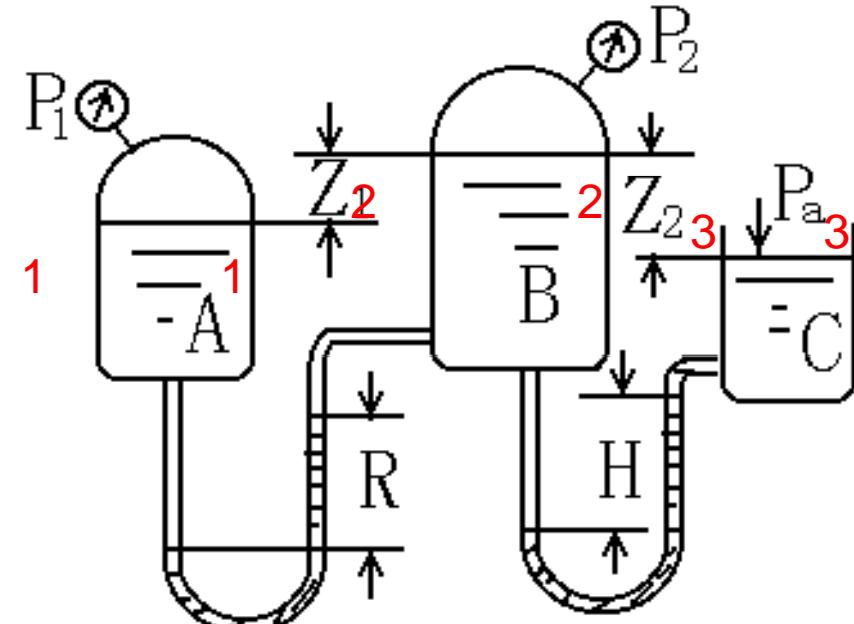
由式1+式2得

$$\mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_3 = (R + H)g(\rho_i - \rho)$$

$$\text{即: } (p_1 + \rho h_1 g) - (p_a + \rho h_3 g) = (R + H)g(\rho_i - \rho)$$

$$\therefore p_1 - p_a = (R + H)g(\rho_i - \rho) - \rho(h_1 - h_3)g$$

$$= (R + H)g(\rho_i - \rho) - \rho(Z_2 - Z_1)g$$



$$= (0.1 + 0.2) \times 9.81 \times (13.6 - 1.0) \times 10^3 - 10^3 \times 9.81 \times (2 - 1)$$
$$= 27.27 \text{ kPa}$$

$$\therefore p_1(\text{表}) = 27.27 \text{ kPa}$$

(2) : 由题意知：

$$(p_1 - p_a)' = 2(p_1 - p_a)$$

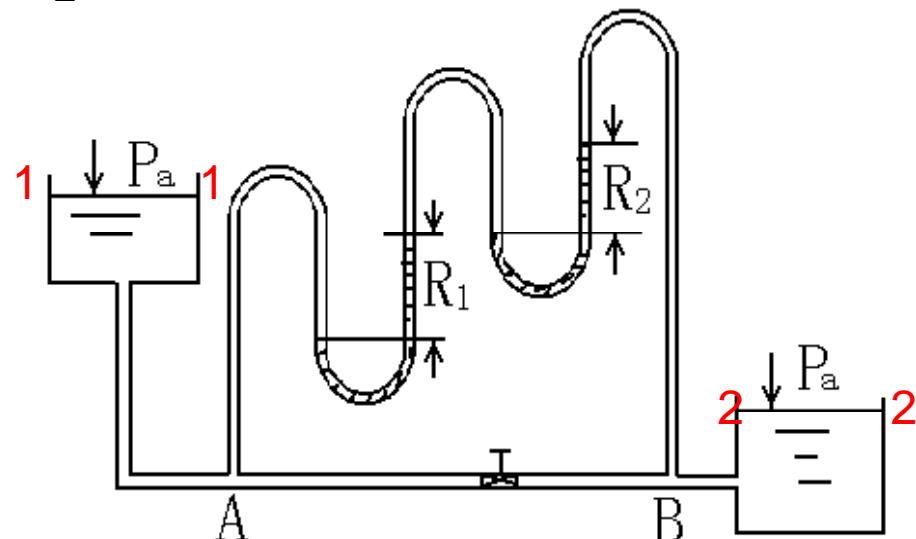
$$(p_1 - p_a)' = (R + H)'g(\rho_i - \rho) - \rho(Z_2 - Z_1)g$$
$$= 27.27 \times 2 \times 10^3$$

$$\therefore (R + H)' = 0.52 \text{ m}$$

2、某输液管路如图所示，已知液体的密度为 900kg/m^3 ，黏度为 $30\text{mPa}\cdot\text{s}$ ，除AB段外，直管总长（包括全部局部阻力的当量长度）， $L=50\text{m}$ ，管径 $d=53\text{mm}$ ，复式U型压差计指示剂为水银，两指示剂中间流体与管内流体相同，指示剂读数 $R_1=7\text{cm}$, $R_2=14\text{cm}$ 。

试求：1) 当两槽液面垂直总距离为4m时，管内流速为多少？

2) 当阀关闭时， R_1 , R_2 读数有何变化（定性判断）？



对1—2截面列柏努利方程

$$\frac{\mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_2}{\rho} = \sum h_{f1-A} + \sum h_{fA-B} + \sum h_{fB-2} = (h_1 - h_2)g \dots\dots(1)$$

对A—B截面,

$$\sum h_{fA-B} = \frac{\Delta \mathcal{P}_{AB}}{\rho} = \frac{(R_1 + R_2)g(\rho_i - \rho)}{\rho} \dots\dots(2)$$

对自流系统，因粘度较大，位差较小（流速小），故假设流体层流流动，对1—A与B—2之间：

$$\sum h_{f1-A} + \sum h_{fB-2} = \frac{32\mu(l_{1-A} + l_{B-2})u}{\rho d^2} \dots\dots(3)$$

将（2），（3）式代入（1）式，得

$$\frac{(R_1 + R_2)g(\rho_i - \rho)}{\rho} + \frac{32\mu lu}{\rho d^2} = (h_1 - h_2)g$$

$$\frac{(7+4) \times 10^{-2} \times 9.81 \times (13.6 - 0.9) \times 10^3}{900} +$$

$$\frac{32 \times 30 \times 10^{-3} \times 50 \times u}{900 \times (0.053)^2} = 4 \times 9.81$$

$$\therefore u = 0.5356 \text{ m/s}$$

验证: $\text{Re} = \frac{du\rho}{\mu} = \frac{0.053 \times 0.5356 \times 900}{30 \times 10^{-3}}$

$$= 851 < 2000$$

假设正确

(2) 当阀门关闭时, 转化为静力学问题

$$\Delta \mathcal{P}_{A-B} = \Delta \mathcal{P}_{1-2} = \rho(h_1 - h_2)g \dots\dots(4)$$

$$\Delta \mathcal{P}_{A-B} = (R_1 + R_2)'(\rho_i - \rho)g \dots\dots(5)$$

综合(4)和(5), 可得

$$(R_1 + R_2)'(\rho_i - \rho)g = \rho(h_1 - h_2)g$$

$$(R_1 + R_2)'(13.6 - 0.9) \times 10^3 \times 9.81 = \\ 0.9 \times 10^3 \times 4 \times 9.81$$

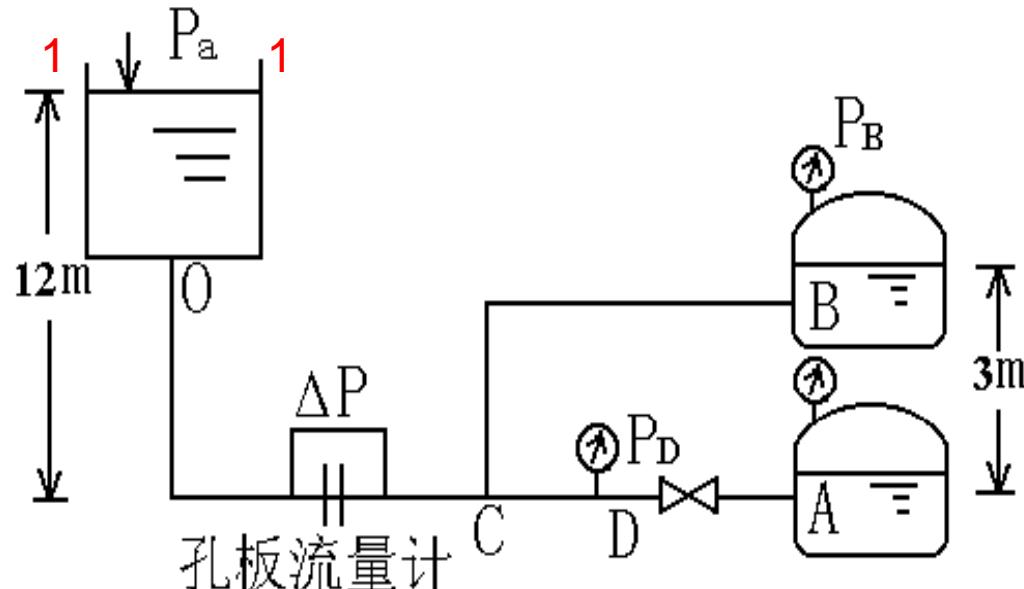
$$\therefore (R_1 + R_2)' = 0.283m = 28.3cm > (7 + 14)cm$$

R_1, R_2 读数将上升

3、某敞口高位槽输送管路（见下图），在管路OC段的水平位置装一孔板流量计，已知孔径 $d_o=25\text{mm}$ ，流量系数 $C_o=0.62$ 。管长 $L_{OC}=45\text{m}$, $L_{CB}=15\text{m}$, $L_{CD}=15\text{m}$ （均包括全部局部阻力的当量长度），管径 $d_{oc}=50\text{mm}$, $d_{CB}=40\text{mm}$, $d_{CA}=40\text{mm}$ ，压力容器B中的压强维持在 9.81kPa （表压）。

试求：1) 阀门D全关时，孔板两侧的压差 ΔP 为多少Pa？

*2) 逐渐打开D阀，直到使得CA、CB管段中的流速相等，此时压力表 P_D 读数为多少？（已知液体密度为 1000kg/m^3 , λ 均取0.03）



(1) 取1—B截面，由机械能衡算有：

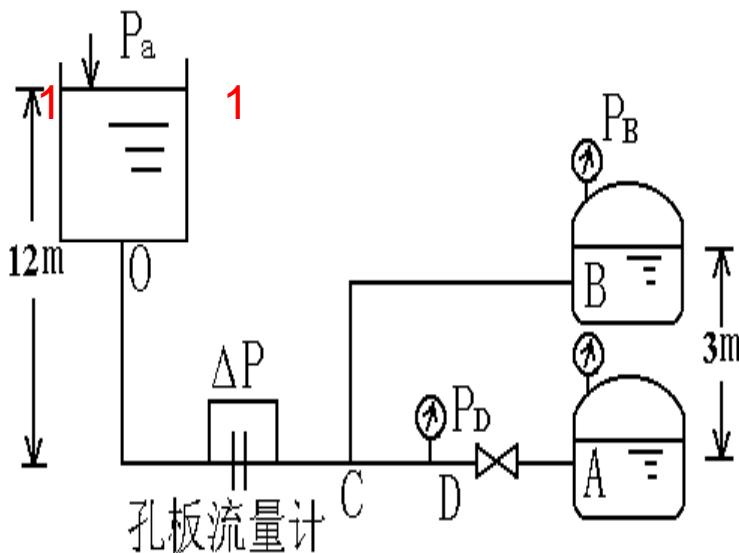
$$\frac{p_a}{\rho} + H_1 g = \frac{p_B}{\rho} + H_B g + \lambda \frac{l_{OC}}{d_{OC}} \cdot \frac{u_{OC}^2}{2} + \lambda \frac{l_{OB}}{d_{OB}} \cdot \frac{u_{OB}^2}{2} \dots\dots(1)$$

由连续性方程

$$\frac{\pi}{4} d_{OC}^2 \cdot u_{OC} = \frac{\pi}{4} d_{CB}^2 \cdot u_{CB} \dots\dots(2)$$

联立 (1) 、 (2) 两式，并整理得

$$u_{OC} = \sqrt{\frac{(p_a - p_B) + \rho g (H_1 - H_B) \cdot 2}{\lambda \frac{l_{OC}}{d_{OC}} + \lambda \frac{l_{CB}}{d_{CB}} \left(\frac{d_{OC}}{d_{CB}}\right)^4}} \cdot \frac{\rho}{\rho}$$



$$= \sqrt{\frac{-9.81 \times 10^3 + 1000 \times 9.81 \times (12 - 3)}{0.03 \frac{45}{0.05} + 0.03 \frac{15}{0.04} \left(\frac{0.05}{0.04}\right)^4}} \cdot \frac{2}{1000} = 1.20 \text{ m/s}$$

$$\begin{aligned} q_v &= \frac{\pi}{4} d_{oc}^2 u_{oc} = \frac{\pi}{4} \times (0.05)^2 \times 1.20 \\ &= 2.356 \times 10^{-3} \text{ m/s} \end{aligned}$$

由孔板流量计公式 $q_v = c_0 \cdot \frac{\pi}{4} d_0^2 \cdot \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho}}$

变形得: $\Delta P = \frac{1}{2} \rho \cdot \left(\frac{4q_v}{c_0 \cdot \pi d_0^2} \right)^2$

$$= \frac{1}{2} \times 1000 \cdot \left(\frac{4 \times 2.356 \times 10^{-3}}{0.62\pi \times 0.025^2} \right)^2 = 29.96 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$\Delta p = \Delta P = 29.96 \times 10^3 \text{ Pa}$$

(2) 取1-B截面，由机械能衡算有：

$$\frac{p_a}{\rho} + H_1 g = \frac{p_B}{\rho} + H_B g + \lambda \frac{l_{OC}}{d_{OC}} \cdot \frac{u_{OC}^2}{2} + \lambda \frac{l_{CB}}{d_{CB}} \cdot \frac{u_{CB}^2}{2} \dots\dots(3)$$

由连续性方程

$$\frac{\pi}{4} d_{OC}^2 \cdot u_{OC} = \frac{\pi}{4} d_{CB}^2 \cdot u_{CB} + \frac{\pi}{4} d_{CD}^2 \cdot u_{CD} \dots\dots(4)$$

由题意有 $u_{CB} = u_{CD} \dots\dots(5)$

联立(3), (4), (5)式，并整理得

$$u_{OC} = \sqrt{\frac{(p_a - p_B) + \rho g(H_1 - H_B)}{\lambda \frac{l_{OC}}{d_{OC}} + \lambda \frac{l_{CB}}{d_{CB}} \left(\frac{d_{OC}^2}{d_{CB}^2 + d_{CD}^2}\right)^2} \cdot \frac{2}{\rho}}$$

$$\begin{aligned}
&= \sqrt{\frac{-9.81 \times 10^3 + 1000 \times 9.81 \times (12 - 3)}{0.03 \frac{45}{0.05} + 0.03 \frac{15}{0.04} \left(\frac{0.05^2}{0.04^2 + 0.04^2} \right)^2}} \cdot \frac{2}{1000} \\
&= 1.336 \text{m/s}
\end{aligned}$$

从而

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_{CD} &= \left(\frac{d_{OC}^2}{d_{CB}^2 + d_{CD}^2} \right) \mathbf{u}_{OC} \\
&= \frac{0.05^2}{0.04^2 + 0.04^2} \times 1.336 = 1.044 \text{m/s}
\end{aligned}$$

由1-D截面，列机械能衡算式，有

$$\frac{p_a}{\rho} + H_1 g = \frac{p_D}{\rho} + \frac{u_{CD}^2}{2} + \lambda \frac{l_{OC}}{d_{OC}} \cdot \frac{u_{OC}^2}{2} + \lambda \frac{l_{CD}}{d_{CD}} \cdot \frac{u_{CD}^2}{2}$$

变形得：

$$\begin{aligned} p_D - p_a &= \rho(H_1 g - \frac{u_{CD}^2}{2} - \lambda \frac{l_{OC}}{d_{OC}} \cdot \frac{u_{OC}^2}{2} - \lambda \frac{l_{CD}}{d_{CD}} \cdot \frac{u_{CD}^2}{2}) \\ &= 1000(12 \times 9.81 - \frac{1.044^2}{2} - 0.03 \frac{45}{0.05} \cdot \frac{1.336^2}{2} \\ &\quad - 0.03 \frac{15}{0.04} \cdot \frac{1.044}{2}) \\ &= 88.90 kPa \end{aligned}$$