МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГООБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского» (ННГУ)

Институт информационных технологий, математики и механики

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

на тему:

«Векторы и матрицы»

Выполнил(а):	студент	группы		
3822Б1ФИ2				
	/ Xox	клов А.Д./		
Подпись		, ,		
Проверил: к.т.н, доцент каф. ВВиСП				
	/ Кустиі	кова В.Д./		
Подпись				

Нижний Новгород 2023

Содержание

Bı	ведение.		3
1	Пост	ановка задачи	4
2	Руко	водство пользователя	5
	2.1 I	Приложение для демонстрации работы векторов	5
	2.2 I	Приложение для демонстрации работы матриц	5
3	Руко	водство программиста	7
	3.1	Описание алгоритмов	7
	3.1.1	Векторы	7
	3.1.2	Матрицы	9
	3.2	Описание программной реализации	11
	3.2.1	Описание класса TVec	11
	3.2.2	Описание класса TMatrix	15
За	ключені	ие	18
Лı	итератур	oa	19
П	риложен	ия	20
	Прилож	кение А. Реализация класса TVec	20
	Прилож	кение Б. Реализация класса TMatrix	22

Введение

В современном мире информационных технологий большую роль играют операции с большими объемами данных. Одной из важных операций является эффективная работа с матрицами. Верхнетреугольные квадратные матрицы играют важную роль в многих областях математики и информатики.

Знание и понимание их структуры и принципов хранения помогают оптимизировать использование памяти и увеличивать эффективность вычислений.

Таким образом, данная лабораторная работа является актуальной и полезной для студентов и специалистов в области информационных технологий, которые имеют необходимость эффективно работать с битами и битовыми множествами.

1 Постановка задачи

Цель: Целью данной лабораторной работы является создание структуры хранения верхнетреугольных квадратных матриц на языке программирования С++. В рамках работы необходимо разработать классы TVec и TMatrix, которые будут предоставлять функциональность для работы с векторами и матрицами. Основной задачей является реализация основных операций с верхнетреугольными квадратными матрицами, таких как сложение, вычитание, умножение, а также копирование, сравнение.

Задачи данной лабораторной работы:

- Разработка класса TVec, который будет предоставлять функциональность для работы с векторами.
- Реализация основных операций с векторами, основные арифметические операции и сравнение.
- Определение класса TMatrix, который будет предоставлять функциональность для работы с матрицами
- Реализация основных операций с матрицами, включая сложение, вычитание, умножение и сравнение.
- Проверка и демонстрация работы разработанных классов с помощью приложений.
- Написание отчета о выполненной лабораторной работе, включая описание алгоритмов, программной реализации и результатов работы.

2 Руководство пользователя

2.1 Приложение для демонстрации работы векторов

1. Запустите приложение с названием sample_tvector.exe. В результате появится окно, показанное ниже (рис. 1).

Рис. 1. Основное окно программы

2. Это окно показывает работу основных функций работы с векторами (прибавление/вычитание константы, умножение на константу, сумма/разность векторов, произведение векторов, сравнение на равенство). Для продолжения введите значение векторов длины 3. В результате будет выведено (рис. 2). Для выхода нажмите любую клавишу.

```
■ C:\Users\user\mp2-practice\KhokhlovAD\02_lab\sln\bin\sample_tvector.exe

TVec
Input int TVec a(size = 3) and b(size = 3)

vec(start ind = 0 size = 3) = 1 2 3

vec(start ind = 0 size = 3) = 4 5 6

|1 2 3|
|4 5 6|
|c = a + 3: |4 5 6|
|d = a - 3: |-2 -1 0|
|e = a * 3: |3 6 9|
|f = a + b: |5 7 9|
|g = a - b: |-3 -3 -3|
|h = a * b: 32
|a = b : 0
|a != b : 1
```

Рис. 2. Основное окно программы

2.2 Приложение для демонстрации работы матриц

1. Запустите приложение с названием sample_tmatrix.exe. В результате появится окно, показанное ниже (рис. 3).

```
C:\Users\user\mp2-practice\KhokhlovAD\02_lab\sln\bin\sample_tmatrix.exe

TMatrix
Input int matrix a(size = 3) and b(size = 3)

vec(start ind = 0 size = 3) = __
```

Рис. 3. Основное окно программы

2. Введите значение верхнетреугольных квадратных матриц длины 3. Будет выведено следующее (рис. 4). Это окно показывает работу основных функций работы с матрицами (сложение, вычитание, произведение, сравнение на равенство). Для завершения программы нажмите любую клавишу.

```
    C:\Users\user\mp2-practice\KhokhlovAD\02_lab\sln\bin\sample_tmatrix.exe

vec(start ind = 1 size = 2) = 1 2

vec(start ind = 2 size = 1) = 3

|1 2 3 |
|0 4 5 |
|0 0 6 |
|7 8 9 |
|0 1 2 |
|0 0 3 |
|c = a + b:
|8 10 12 |
|0 5 7 |
|0 0 9 |

d = a - b:
|-6 -6 -6 |
|0 3 3 |
|0 0 3 |
|e = a * b:
|7 10 22 |
|0 4 23 |
|0 6 18 |

d == e: 0
|d == e: 0
```

Рис. 4. Основное окно программы

3 Руководство программиста

3.1 Описание алгоритмов

3.1.1 Векторы

Вектор представляет собой структуру для хранения элементов одного типа данных и предоставляет эффективные операции для работы с матричными операциями. Внутри вектора элементы хранятся в виде массива, а также имеют стартовый индекс и количество элементов в векторе. Эта структура позволяет удобно выполнять операции над матрицами.

Если стартовый индекс не равен нулю, то все элементы от 0 до стартового индекса (не включительно) устанавливаются в нейтральный элемент (ноль).

Пример целочисленного вектора: стартовый индекс 1, размер 4: (0, 1, 2, 6, 12).

Вектор поддерживает операции сложения, вычитания и умножения с элементом того же типа данных, а также операции сложения, вычитания, скалярного произведения с вектором того же типа данных, операции индексации, сравнение на равенство (неравенство).

Операция сложения:

Операция сложения определена для вектора того же типа (элементы с одинаковыми индексами складываются) или для некоторого элемента того же типа (каждый элемент вектора отдельно складывается с элементом).

Пример:

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Сложение с вектором:

$$V1 = \{1, 1, 1, 1, 1\}$$

$$V + V1 = \{2, 3, 4, 5, 6\}$$

Сложение с константой:

$$c = 2$$

$$V + c = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

Операция вычитания:

Операция вычитания определена для вектора того же типа (элементы с одинаковыми индексами вычитаются) или для некоторого элемента того же типа (каждый элемент вектора отдельно вычитается).

Пример:

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Вычитание с вектором:

$$V1 = \{1, 1, 1, 1, 1\}$$

$$V - V1 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

Вычитание с константой:

$$c = 2$$

$$V - c = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$$

Операция умножения:

Операция умножения определена для вектора того же типа (скалярное произведение векторов) или для некоторого элемента того же типа (каждый элемент вектора отдельно умножается с элементом).

Пример:

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

Умножение на вектор:

$$V1 = \{1, 1, 1, 1, 1\}$$

$$V * V1 = 1*1 + 2*1 + 3*1 + 4*1 + 5*1 = 15$$

Умножение на константу:

$$c = 2$$

$$V * c = \{2, 4, 6, 8, 10\}$$

Операция индексации:

Операция индексации предназначена для получения элемента вектора. Если позиция меньше стартового индекса, возникает исключение.

Пример:

$$V = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

Получение элемента с индексом 1:

$$V[1] = 1$$

Операция сравнения на равенство:

Возвращает 1, если векторы равны поэлементно, включая стартовые индексы и размеры, и 0 в противном случае.

Пример:

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}, V1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}, V2 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$
$$(V == V1) = 1$$
$$(V == V2) = 0$$

Операция сравнения на неравенство:

Возвращает 0, если векторы равны поэлементно, включая стартовые индексы и размеры, и 1 в противном случае.

Пример:

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5\}, V1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}, V2 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$(V != V1) = 0$$

$$(V != V2) = 1$$

3.1.2 Матрицы

Матрица представляет собой вектор векторов и является структурой для хранения элементов одного типа данных. Она представляется в виде массива векторов с указанием стартового индекса и количества элементов в матрице (число строк и столбцов, поскольку матрица квадратная и верхнетреугольная).

Пример целочисленной матрицы 3х3:

Данная матрица представляет собой массив трех векторов длины 3-i, со стартовым индексом i, где $i = \{0, 1, 2\}$.

Матрица поддерживает операции сложения, вычитания и умножения с матрицей того же типа данных, операции индексации и сравнение на равенство (неравенство).

Операция сложения:

Операция сложения определена для матриц того же типа. Реализовано сложением векторов вектора поэлементно с одинаковыми индексами. Вызывается операция сложения вектора от вектора векторов.

Пример:

Операция вычитания:

Операция вычитания определена для матрицы того же типа. Реализовано вычитанием векторов вектора поэлементно с одинаковыми индексами. Вызывается операция вычитания вектора от вектора векторов.

Пример:

Операция умножения:

Операция умножения определена для матрицы того же типа. Для получения элемента матрицы с индексом іј (где і — индекс векторов вектора, ј — номер элемента в векторе векторов), нужно сложить результат произведения элементов і-ой строчки первой матрицы и ј-го столба второй матрицы (в первой матрице обход идет последовательно, то есть вход в 1 вектор в 1 элемент, затем 2 элемент и тд., обход во второй матрице выполняется в 1 вектор в 1 элемент, затем 2 вектор 1 элемент и тд.).

Пример:

Операция индексации:

Операция индексации предназначена для получения элемента матрицы. Элемент матрицы представляет собой вектор-строку, и также можно извлекать элемент матрицы по индексу, так как для вектора также перегружена операция индексации.

Пример:

$$A = \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$
$$A[0] = \{1, 2, 3\}$$
$$A[0][1] = 2$$

Операция сравнения на равенство:

Возвращает 1, если матрицы равны поэлементно, включая стартовые индексы и размеры, и 0 в противном случае. Реализовано на перегрузке сравнения на равенство векторов. Сравнивает последовательно вектора.

Пример:

Операция сравнения на неравенство:

Возвращает 0, если матрицы равны поэлементно, включая стартовые индексы и размеры, и 1 в противном случае.

Пример:

3.2 Описание программной реализации

3.2.1 Описание класса TVec

```
class TVec {
protected:
    int size;
    int start_ind;
    T* pMem;
public:
    TVec(int size = 5, int start_ind = 0);
    TVec(const TVec<T>& vec);
    ~TVec();
    int GetSize()const noexcept;
    int GetStartIndex()const noexcept;
    T& operator[](const int index);
    T& operator[](const int index)const;
    bool operator==(const TVec<T>& vec)const;
```

```
bool operator!=(const TVec<T>& vec)const;
      TVec operator*(const T& value);
      T operator*(const TVec<T>& vec);
      TVec operator+(const T& value);
      TVec operator-(const T& value);
      TVec operator+(const TVec<T>& vec);
      TVec operator-(const TVec<T>& vec);
      const TVec& operator=(const TVec<T>& vec);
      friend ostream& operator<<(ostream& ostr, const TVec<T>& vec);
      friend istream& operator>>(istream& istr, TVec<T>& vec);
};
     Назначение: представление битового поля.
     Поля:
     size — длина вектора — максимальное количество элементов.
     Start ind — начальный индекс вектора.
    рмет – память для представления вектора.
     Метолы:
TVec(int size = 5, int start ind = 0);
     Назначение: конструктор с параметром.
     Входные параметры:
     size – длина вектора.
     Start ind — стартовый индекс.
TVec(const TVec<T>& vec);
     Назначение: конструктор копирования.
     Входные параметры:
     vec - вектор.
~TVec();
     Назначение: деструктор.
int GetSize()const noexcept;
     Назначение: длина вектора.
     Выходные параметры:
     Длина вектора.
```

int GetStartIndex()const noexcept;

Назначение: стартовый индекс.

Выходные параметры:

Стартовый индекс.

T& operator[](const int index);

Назначение: перегрузка оператора индексации.

Входные параметры:

index — номер элемента.

Выходные параметры:

Элемент вектора.

bool operator==(const TVec<T>& vec)const;

Назначение: перегрузка оператора сравнения на равенство.

Входные параметры:

vec – вектор.

Выходные параметры:

Результат сравнения.

bool operator!=(const TVec<T>& vec)const;

Назначение: перегрузка оператора сравнения на неравенство.

Входные параметры:

vec – вектор.

Выходные параметры:

Результат сравнения.

TVec operator*(const T& value);

Назначение: перегрузка операции произведения вектора на число.

Входные параметры:

value — константа.

Выходные параметры:

Результирующий вектор

T operator*(const TVec<T>& vec);

Назначение: перегрузка операции произведения векторов.

Входные параметры:

vec – ссылка на вектор.

Выходные параметры:

Результат произведения.

TVec operator+(const T& value);

Назначение: перегрузка операции сложения вектора с числом.

Входные параметры:

value — константа

Выходные параметры:

Результирующий вектор.

TVec operator-(const T& value);

Назначение: перегрузка операции вычитания из вектора числа.

Входные параметры:

value — константа.

Выходные параметры:

Результирующий вектор.

TVec operator+(const TVec<T>& vec);

Назначение: перегрузка операции суммы векторов.

Входные параметры:

vec – ссылка на вектор

Выходные параметры:

Результирующий вектор.

TVec operator-(const TVec<T>& vec);

Назначение: перегрузка операции разности векторов.

Входные параметры:

vec – ссылка на вектор

Выходные параметры:

Результирующий вектор.

const TVec& operator=(const TVec<T>& vec);

Назначение: перегрузка оператора присваивания.

Входные параметры:

vec – ссылка на вектор.

Выходные параметры:

Константная ссылка на результирующий вектор.

```
friend ostream& operator<<(ostream& ostr, const TVec<T>& vec);
     Назначение: перегрузка потокового вывода.
     Выходные параметры:
     ostr — ссылка на поток вѕвода.
     vec – ссылка на константный вектор.
     Выходные параметры:
     Ссылка на поток вывода.
friend istream& operator>>(istream& istr, TVec<T>& vec);
     Назначение: перегрузка потокового ввода.
     Входные параметры:
     wstr - ссылка на поток ввода.
     vec – ссылка на константный вектор.
     Выходные параметры:
     Ссылка на поток ввода.
3.2.2 Описание класса TMatrix
class TMatrix : public TVec<TVec<T>>
public:
      TMatrix(int mn = 10);
      TMatrix(const TMatrix& mtrx);
      TMatrix(const TVec<TVec<T>>& mtrx);
      const TMatrix operator=(const TMatrix& mtrx);
      bool operator==(const TMatrix& mt)const;
      bool operator!=(const TMatrix& mt)const;
      TMatrix operator+(const TMatrix& mt);
      TMatrix operator-(const TMatrix& mt);
      TMatrix operator*(const TMatrix& mt);
      friend istream& operator>>(istream& istr, TMatrix<T>& mt);
      friend ostream& operator<<(ostream& ostr, const TMatrix<T>& mt);
};
     Назначение: представление матриц.
     Методы:
TMatrix(int mn = 10);
     Назначение: конструктор с параметром.
     Входные параметры:
     mn – размер матрицы.
TMatrix(const TMatrix& mtrx);
     Назначение: конструктор копирования.
     Входные параметры:
```

mtrx — ссылка на константную матрицу.

TMatrix(const TVec<TVec<T>>& mtrx);

Назначение: конструктор преобразования типа.

Входные параметры:

mtrx – ссылка на константный вектор векторов.

const TMatrix operator=(const TMatrix& mtrx);

Назначение: перегрузка оператора присваивания.

Входные параметры:

mtrx – ссылка на константную матрицу.

Выходные параметры:

Константная результирующая матрица.

bool operator==(const TMatrix& mt)const;

Назначение: перегрузка оператора сравнения на равенство.

Входные параметры:

mt – ссылка на константную матрицу.

Выходные параметры:

Результат сравнения.

bool operator!=(const TMatrix& mt)const;

Назначение: перегрузка оператора сравнения на неравенство.

Входные параметры:

mt – ссылка на константную матрицу.

Выходные параметры:

Результат сравнения.

TMatrix operator+(const TMatrix& mt);

Назначение: перегрузка оператора суммы.

Входные параметры:

mt – матрица.

Выходные параметры:

Результирующая матрица.

TMatrix operator-(const TMatrix& mt);

Назначение: перегрузка оператора разности.

```
Входные параметры:
    mt — матрица.
    Выходные параметры:
     Результирующая матрица.
TMatrix operator*(const TMatrix& mt);
    Назначение: перегрузка оператора произведения.
    Входные параметры:
    mt - матрица.
    Выходные параметры:
     Результирующая матрица.
friend istream& operator>>(istream& istr, TMatrix<T>& mt);
    Назначение: перегрузка операции потокового ввода.
    Входные параметры:
     istr — ссылка на поток ввода.
    mt – ссылка на матрицу.
    Выходные параметры:
     Ссылка на поток ввода.
friend ostream& operator<<(ostream& ostr, const TMatrix<T>& mt);
    Назначение: перегрузка операции потокового вывода.
    Входные параметры:
     ostr – ссылка на поток вывода.
    mt – ссылка на константную матрицу.
     Выходные параметры:
    Ссылка на поток вывода.
```

Заключение

В ходе выполнения работы "Векторы и матрицы" были изучены и практически применены концепции верхнетреугольных матриц.

Были достигнуты следующие результаты:

- 1. Были изучены теоретические основы векторов и матриц
- 2. Была разработана программа, реализующая операции над векторами и матрицами. В ходе экспериментов была оценена эффективность работы этих операций и сравнена с другими подходами.
- 3. Были проанализированы полученные результаты и сделаны выводы о преимуществах и ограничениях использования векторов. Оказалось, что эти структуры данных особенно полезны при работе с большими объемами данных, где компактность представления и эффективность операций являются ключевыми факторами.

Литература

1. Сысоев А.В., Алгоритмы и структуры данных, лекция 05, 5 октября.

Приложения

Приложение A. Реализация класса TVec

```
template <class T>
TVec<T>::TVec(int size, int start ind) {
      if (size < 0)
            throw "invalid size";
      this->size = size;
      if (start ind < 0)
            throw "invalid start index";
      this->start ind = start ind;
      pMem = new T[size];
}
template <class T>
TVec<T>::TVec(const TVec<T>& vec) {
      size = vec.size;
      start_ind = vec.start_ind;
      pMem = new T[size];
      for (int i = 0; i < size; i++)
            pMem[i] = vec.pMem[i];
}
template <class T>
TVec<T>::~TVec() {
      delete[] pMem;
template <class T>
int TVec<T>::GetSize()const noexcept {
      return size;
}
template <class T>
int TVec<T>::GetStartIndex()const noexcept {
      return start ind;
}
template <class T>
T& TVec<T>::operator[](const int index) {
      return pMem[index];
}
template <class T>
T& TVec<T>::operator[](const int index)const {
      return pMem[index];
}
template <class T>
bool TVec<T>::operator==(const TVec<T>& vec)const {
      if (start_ind != vec.start_ind)
            return false;
      if (size != vec.size)
            return false;
      for (int i = 0; i < size; i++)
            if (pMem[i] != vec.pMem[i])
                  return false;
      return true;
template <class T>
```

```
bool TVec<T>::operator!=(const TVec<T>& vec)const {
      return ! (*this == vec);
template <class T>
TVec<T> TVec<T>::operator*(const T& value) {
      TVec<T> tmp(*this);
      for (int i = 0; i < size; i++) {
            tmp.pMem[i] = pMem[i] * value;
      }
      return tmp;
}
template <class T>
T TVec<T>::operator*(const TVec<T>& vec) {
      if (start ind != vec.start ind)
            throw "invalid size";
      if (size != vec.size)
            throw "invalid start index";
      T res = T();
      for (int i = 0; i < size; i++)
            res += pMem[i] * vec.pMem[i];
      return res;
}
template <class T>
TVec<T> TVec<T>::operator+(const TVec<T>& vec) {
      if (start ind != vec.start ind)
            throw "invalid size";
      if (size != vec.size)
            throw "invalid start index";
      TVec<T> tmp(size, start ind);
      for (int i = 0; i < size; i++)
            tmp.pMem[i] = pMem[i] + vec.pMem[i];
      return tmp;
}
template <class T>
TVec<T> TVec<T>::operator-(const TVec<T>& vec) {
      if (start ind != vec.start ind)
            throw "invalid size";
      if (size != vec.size)
            throw "invalid start index";
      TVec<T> tmp(size, start ind);
      for (int i = 0; i < size; i++)
            tmp.pMem[i] = pMem[i] - vec.pMem[i];
      return tmp;
template <class T>
TVec<T> TVec<T>::operator+(const T& value) {
      TVec<T> tmp(size, start ind);
      for (int i = 0; i < size; i++)
            tmp.pMem[i] = pMem[i] + value;
      return tmp;
}
template <class T>
TVec<T> TVec<T>::operator-(const T& value) {
      TVec<T> tmp(size, start ind);
      for (int i = 0; i < size; i++)
            tmp.pMem[i] = pMem[i] - value;
      return tmp;
```

```
}
template <class T>
const TVec<T>& TVec<T>::operator=(const TVec<T>& vec) {
      if (*this == vec)
            return *this;
     if (size != vec.size)
      {
            size = vec.size;
            delete[] pMem;
            pMem = new T[size];
      start_ind = vec.start_ind;
      for (int i = 0; i < size; i++)
           pMem[i] = vec.pMem[i];
     return *this;
}
friend ostream& operator<<(ostream& ostr, const TVec<T>& vec)
            ostr << "|";
            for (int i = 0; i < vec.start ind; i++) {
                  ostr << "0 ";
            for (int i = 0; i < vec.size - 1; i++) {
                  ostr << vec.pMem[i] << " ";
            ostr << vec.pMem[vec.size-1];</pre>
            ostr << "|" << endl;
            return ostr;
      }
friend istream& operator>>(istream& istr, TVec<T>& vec)
            cout << endl << "vec(start ind = " << vec.GetStartIndex() << "</pre>
size = " << vec.GetSize() << ") = ";
            for (int i = 0; i < vec.size; i++) {</pre>
                  istr >> vec.pMem[i];
            cout << endl;</pre>
            return istr;
    Приложение Б. Реализация класса TMatrix
```

```
template <class T>
TMatrix<T>::TMatrix(int mn) : TVec<TVec<T>>(mn) {
    if (mn < 0)
        throw "invalid size";
    for (int i = 0; i < mn; i++)
        pMem[i] = TVec<T>(mn - i, i);
}

template <class T>
TMatrix<T>::TMatrix(const TMatrix& mtrx) : TVec<TVec<T>>((TVec<TVec<T>>)mtrx)
{}

template <class T>
TMatrix<T>::TMatrix(const TVec<TVec<T>>& mtrx) : TVec<TVec<T>>((mtrx) {}

template <class T>
TMatrix<T>::TMatrix(const TVec<TVec<T>>& mtrx) : TVec<TVec<T>>(mtrx) {}

template <class T>
const TMatrix<T>::operator=(const TMatrix& mtrx) {
    return TVec<TVec<T>>::operator=(mtrx);
```

```
}
template <class T>
bool TMatrix<T>::operator==(const TMatrix& mt)const {
      return TVec<TVec<T>> :: operator == (mt);
}
template <class T>
bool TMatrix<T>::operator!=(const TMatrix& mt)const {
      return TVec<TVec<T>> :: operator != (mt);
template <class T>
TMatrix<T> TMatrix<T>::operator+(const TMatrix& mt) {
      if (size != mt.size)
            throw "invalid size";
      return TVec<TVec<T>> :: operator + (mt);
}
template <class T>
TMatrix<T> TMatrix<T>::operator-(const TMatrix& mt) {
      if (size != mt.size)
            throw "invalid size";
      return TVec<TVec<T>> :: operator - (mt);
}
template <class T>
TMatrix<T> TMatrix<T>::operator*(const TMatrix& mt) {
      if (size != mt.size)
            throw "invalid size";
      TMatrix res(size);
      for (int i = 0; i < size; ++i) {</pre>
            for (int j = i; j < size; ++j) {
                  res[i][j - i] = 0;
      }
      for (int i = 0; i < size; ++i) {</pre>
            for (int j = i; j < size; ++j) {
                  for (int k = i; k \le j; ++k) {
                        res[i][j-i] += (*this)[i][k-i] * mt[k][j-k];
            }
      }
      return res;
friend istream& operator>>(istream& istr, TMatrix<T>& mt)
      {
            for (int i = 0; i < mt.size; i++) {</pre>
                  istr >> mt.pMem[i];
            return istr;
      friend ostream& operator<<(ostream& ostr, const TMatrix<T>& mt)
            for (int i = 0; i < mt.size; i++) {</pre>
                  ostr << mt.pMem[i];</pre>
            return ostr;
      }
```