

Заг 1. Да се намери сума и произв на $\overline{4}$ и $\overline{11}$ в \mathbb{Z}_{12} и \mathbb{Z}_{13}
 макобе сем по модули 12

$$\mathbb{Z}_{12} = \{ \overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \dots, \overline{11} \}$$

$$\overline{4} + \overline{11} = \overline{15} = \overline{3}$$

$$15:12 = 1(3)$$

$$\overline{15} = \overline{3}$$

$$\overline{31} = \overline{7}$$

$$\overline{4} \cdot \overline{11} = \overline{44} = \overline{8}$$

$$\in \mathbb{Z}_{13} = \{ \overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \dots, \overline{12} \}$$

$$\overline{4} + \overline{11} = \overline{15} = \overline{2}$$

$$\overline{4} \cdot \overline{11} = \overline{44} = \overline{5}$$

зад. Да се состави таблица на умножение и деления в \mathbb{Z}_5 и в \mathbb{Z}_8

$\mathbb{Z}_5, +$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
$\overline{1}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{0}$
$\overline{2}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$
$\overline{3}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$
$\overline{4}$	$\overline{4}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$

$$\overline{1} + \overline{4} = \overline{5} = \overline{0}$$

\mathbb{Z}_5, \cdot	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{0}$
$\overline{1}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
$\overline{2}$	$\overline{0}$	$\overline{2}$	$\overline{4}$	$\overline{1}$	$\overline{3}$
$\overline{3}$	$\overline{0}$	$\overline{3}$	$\overline{1}$	$\overline{4}$	$\overline{2}$
$\overline{4}$	$\overline{0}$	$\overline{4}$	$\overline{3}$	$\overline{2}$	$\overline{1}$

$\mathbb{Z}_8, +$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$
$\overline{0}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$
$\overline{1}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$
$\overline{2}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$
$\overline{3}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$
$\overline{4}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$
$\overline{5}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$
$\overline{6}$	$\overline{6}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$
$\overline{7}$	$\overline{7}$	$\overline{0}$	$\overline{1}$	$\overline{2}$	$\overline{3}$	$\overline{4}$	$\overline{5}$	$\overline{6}$

Z_{out}	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$
$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$	$\bar{0}$
$\bar{1}$	$\bar{0}$	$\bar{1}$	$\bar{2}$	$\bar{3}$	$\bar{4}$	$\bar{5}$	$\bar{6}$	$\bar{7}$
$\bar{2}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{2}$	$\bar{4}$	$\bar{6}$
$\bar{3}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$	$\bar{6}$	$\bar{1}$	$\bar{5}$	$\bar{7}$	$\bar{3}$	$\bar{5}$
$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{4}$	$\bar{0}$	$\bar{3}$
$\bar{5}$	$\bar{0}$	$\bar{5}$	$\bar{2}$	$\bar{7}$	$\bar{4}$	$\bar{1}$	$\bar{6}$	$\bar{3}$
$\bar{6}$	$\bar{0}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$	$\bar{6}$	$\bar{6}$	$\bar{4}$	$\bar{2}$
$\bar{7}$	$\bar{0}$	$\bar{7}$	$\bar{6}$	$\bar{5}$	$\bar{7}$	$\bar{3}$	$\bar{2}$	$\bar{1}$

$\bar{1}$ - weight 1

Задача 3 За дадени елементи в \mathbb{Z}_4 определете
 Неволни противоположности

$$\mathbb{Z}_4 = \{ \overline{0}, \overline{1}, \overline{2}, \overline{3} \} \quad m=4 \quad -1 = 4-1 = \overline{3}$$

проверка $\overline{1} + (-\overline{1}) = \overline{1} + \overline{3} = \overline{4} = \overline{0}$

$$\overline{2} = -\overline{2} = \overline{4-2} = \overline{2}$$

$$\overline{2} + (-\overline{2}) = \overline{2} + \overline{2} = \overline{4} = \overline{0}$$

$$\overline{3} = -\overline{3} = \overline{4-3} = \overline{1} = \overline{0}$$

$$\overline{3} + (-\overline{3}) = \overline{3} + \overline{1} = \overline{4} = \overline{0}$$

зад 4 В Z_4 намерете обратните елементи
по относително

Z_4	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	0	1
3	0	3	1	2

$$1 \cdot 1 = 1 \quad 1^{-1} = 1$$

$$3 \cdot 3 = 1 \quad 3^{-1} = 3$$

обратни ел-са 1 и 3
 $m=4 \quad (1,4)=1 \quad (3,4)=1$

$(2,4)=2$ 2 не е обратен

Z_5 : (пр. стр)

$$\begin{array}{l} 1 \cdot 1 = 1 \\ 2 \cdot 3 = 1 \\ 3 \cdot 2 = 1 \\ 4 \cdot 4 = 1 \end{array} \quad \begin{array}{l} 1^{-1} = 1 \\ 2^{-1} = 3 \\ 3^{-1} = 2 \\ 4^{-1} = 4 \end{array}$$

всички ел. имат обратен
 mod е пр. число

$$m=p$$

Всички обратни

m -составно $(a, m) = 1$

зад 5. Оп. обратные ел. в \mathbb{Z}_8

в \mathbb{Z}_8 обратные ел. сг $1, 3, 5, 7$

зада. Опр. гл. на 0 в \mathbb{Z}_{10} .

$\mathbb{Z}_{10} : 2, 4, 5, 6, 8$

зад 7. Да се изчисли от вся полинома в \mathbb{Z}_7
за $x = \overline{3}$

$$F(x) = 3x^4 - x^3 + 2x^2 + x - 1$$

$$F(\overline{3}) = 3 \cdot \overline{3}^4 - \overline{3}^3 + 2 \cdot \overline{3}^2 + \overline{3} - \overline{1}$$

$$\overline{a^k} = \overline{a^k}$$

$$k \overline{a} = \overline{ka}$$

$$3 \cdot \overline{3}^4 = 3 \cdot \overline{81} = 3 \cdot \overline{4} = \overline{12} = \overline{5}$$

$$\overline{3}^3 = \overline{27} = \overline{6}$$

$$2 \cdot \overline{3}^2 = 2 \cdot \overline{9} = 2 \cdot \overline{2} = \overline{4}$$

$$F(\overline{3}) = \overline{5} - \overline{6} + \overline{4} + \overline{3} - \overline{1}$$

$$- \overline{1} = \overline{7-1} = \overline{6}$$

$$= \overline{5} - \overline{6} + \overline{4} + \overline{6} = \overline{12} + \overline{0} = \overline{5}$$