

Технически Университет Варна, катедра СИТ
Компютърни мрежи и Интернет - лабораторно упражнение №1
Обща схема на комуникационна система. Основи на информацията и
сигналите

Основни понятия

Информация се нарича съвкупността от сведения за състоянието на някаква физическа система, получаването на които намалява неопределеността в нашите знания за тази система. Според Н. Винер „информацията, това е означението на съдържанието, получено от външния свят в процеса на нашето приспособяване към него... Процесът на получаване и използване на информацията представлява фактически процес на приспособяване на нас и на нашата жизнена дейност към случайностите на околната среда“.

Съобщение се нарича материалната форма на представяне на съвкупността от сведения (на информацията). Съобщения са печатните текстове на телеграмите, изображенията на фототелеграмите, числените данни на изхода на компютърна машина, говорът и др.

В зависимост от броя на възможните символи (азбуката), използвани за описването им, съобщенията се делят на дискретни и непрекъснати (аналогови). *Дискретните* са тези съобщения, които се изграждат чрез набор от краен брой символи. Такива са телеграфните съобщения, цифровите данни и др. *Аналоговите (непрекъснати)* се наричат съобщенията, състоящи се от безбройно много символи и имащи безкрайно дълга азбука. Типични аналогови съобщения са говорните и музикалните.

ОБЩА БЛОКОВА СХЕМА НА КОМУНИКАЦИОННА СИСТЕМА. СИГНАЛИ – ОБЩИ СВЕДЕНИЯ И ВИДОВЕ СИГНАЛИ

Сигналът е изменяща се във времето физическа величина, изобразяваща съобщението в процеса на неговото предаване. Фактически сигналът е материалният носител на информацията, съдържаща се в съобщението.

В процеса на еволюция на човечеството и техниката са били използвани различни видове сигнали като носители на информация, например звукови, светлинни и електрически сигнали. В настоящия курс под сигнал ще се разбира само електрически сигнал, т.е. променящи се във времето напрежение, ток или интензивност на електромагнитно поле. Предпочитанията към електрическите сигнали като носители на информация се дължат на възможността те да бъдат предавани на големи разстояния (по безжичен път те могат да се предават теоретични на всякакви разстояния в рамките на Вселената) и на високите скорости, с които се разпространяват – около $3 \cdot 10^8$ m/s в ефира и не по-малко от 10^8 m/s в друга среда.

Система за връзка (съобщителна система) се нарича съвкупността от източник на съобщението, предавател, приемник, съобщителна линия и получател на съобщението (фиг.1).

Източник (1) и получател (7) на съобщението могат да бъдат хора, установяващи връзка или пък различни уреди, регистриращи, предаващи, съхраняващи и използващи информация.

Предавателното устройство преобразува съобщението $a(t)$ в сигнал $s(t)$, удобен за предаване по съобщителната линия. В най-общия случай предавателят се разглежда като съставен от кодер на източника – 2 (например микрофон), който превръща съобщението $a(t)$ в електрически сигнал $b(t)$ и от канален кодер (модулатор) – 3, който обработва сигнала по такъв начин (променя честотния му обхват, формата и амплитудата), че той най-добре да преодолее разстоянието до приемника. Сигналът $s(t)$, преминавайки по тракта, е подложен на промени, дължащи се на

смущения $\xi(t)$ и на неидеалните характеристики на съобщителната линия (4), така че той пристига на входа на приемника сравнително променен – $s^*(t)$.



Фиг. 1

Приемното устройство, респ. каналният декодер (5) и декодерът на получателя (6), преобразуват приетите сигнали така, че да се възстанови предаденото съобщение за нуждите на получателя. Ясно е, че както сигналът след декодера $b^*(t)$, така и приетото съобщение $a^*(t)$ ще се различават от предадените.

Често в литературата под източник се разбира физическият източник заедно с кодера на източника, т.е. това е източник на сигнал.

Смущения или шумове се наричат всички странични електрически сигнали, пречещи на правилното приемане на полезния сигнал.

Източникът на смущения (8) е обобщен блок, включващ в себе си всички възможни естествени и създавани от човека източници на електрически смущения. Доколкото смущения се наслагват върху полезния сигнал не само в линията, а и във всяка точка от съобщителната система, коректно е действието на източника на шумове да се изобразява така, както е показано на Фиг. 1 с прекъснати линии.

Съобщителен канал се нарича съобщителната система без източника и получателя на съобщението, т.е. това е съвкупността от технически средства, обезпечаващи предаването на съобщението. В по-тесен смисъл на думата често под канал се разбира само физическата среда между предавателя и приемника, напр. кабелна двойка, лазерен лъч или ефирът, което фактически представлява точно съобщителната линия.

В зависимост от характера на съобщенията, които се предават, съобщителните системи биват дискретни, аналогови и смесени. Типична дискретна система е телеграфната, а типично аналогова – системата за предаване на телефонни съобщения чрез честотно разделяне на каналите. В смесените системи аналоговите съобщения се подлагат на дискретизация, превръщат се в дискретни и в такъв вид се предават.



Фиг. 2 Детайлна блокова схема на съвременна комуникационна система [АЦП – аналогово-цифров преобразувател; ЦАП – цифрово-аналогов преобразувател].

Детайлно представяне на комуникационна система е показано на Фиг.2. Ще бъде разгледана само предавателната част на тази система, не е нужно да се разглежда приемната част тъй като тя е огледална на предавателната. В предавателната част на една комуникационна система, се изпълняват следните процеси: (1) аналогово-цифрово преобразуване (АЦП), (2) оптимално кодиране, криптиране, (3) шумоустойчиво кодиране, (4) модулиране. За да се извършат (2-4) е нужно първо информационният сигнал, идващ от източника на информация, да се подложи на (1) тъй като (2-4) са процеси, които се реализират цифрово. Оптималното кодиране (2) е процес на компресия на информацията, т.е. намаляване на разрядите (битовете), чрез които се представя информацията. Извършва се с цел намаляване на времето за пренасяне на информацията през съобщителната линия, което е еквивалентно на увеличаване скоростта на пренос на информация. Криптирането (2) е процес на представяне на информационните символи така, че всеки неототоризиран участник в комуникационния процес при подслушване на съобщителната линия да не е способен да разбере каква точно информация се изпраща. Следователно (2) се използва за предотвратяване появата на един от нежеланите фактори (Фиг.2). С цел да се предотврати и другия нежелан фактор – шумът, се изпълнява процесът на шумоустойчиво кодиране. Той представлява добавяне на излишък, допълнителни символи към информационната поредица от символи (което е обратно на оптималното кодиране) с цел да се запази достоверността на информацията при нейния пренос, т.е. в случай, че възникнат грешки, породени от шум (нежелани атмосферни и други околни фактори, влияещи на преноса на сигнала през съобщителната линия), да сме способни да ги детектираме и коригираме. Процесът модулация (4) от своя страна представлява в най-общия си смисъл съгласуване на информационния сигнал със съобщителната линия (съгласуване – преобразуване на сигнала с цел да се представи във вид подходящ за ефективен пренос през съобщителната линия, като ефективен пренос означава предаване на сигнала по линията с възможно най-малко шумове). Съгласуването в този случай представлява прикрепване (налагане) на информационния сигнал върху високочестотен носител сигнал, т.е. пренасяме информацията от нискочестотен към високочестотен синусоиден сигнал. Високочестотният сигнал е от порядъка на стотици мегахерци или десетки гигахерци. В приемната страна на комуникационната система, за да стигне информацията в първоначалния (оригиналния) си вид, генерирана от източника на информация, сигналите приети от приемното устройство се подлагат на обработки (операции) обратни на тези извършени в предавателното устройство.

Общи сведения за сигнал. Видове сигнали

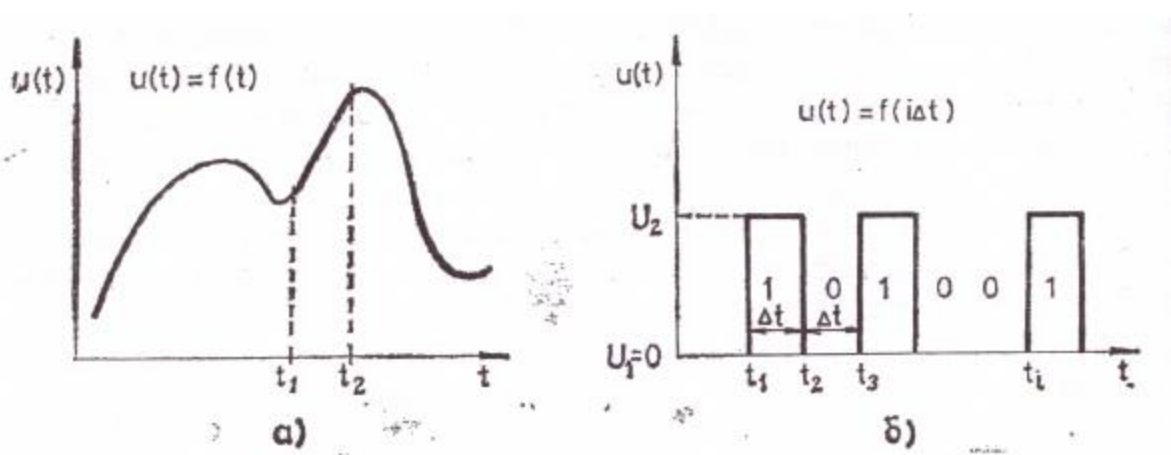
В зависимост от броя на възможните състояния (възможния брой стойности) на сигналите те се делят на две големи групи – аналогови (непрекъснати) и дискретни сигнали. *Аналоговите сигнали* представляват непрекъснати функции на времето и имат безбройно много стойности във всеки

произволно малък интервал от време (Фиг. 3а). Такива са говорните или музикалните електрически сигнали на изхода на микрофона.

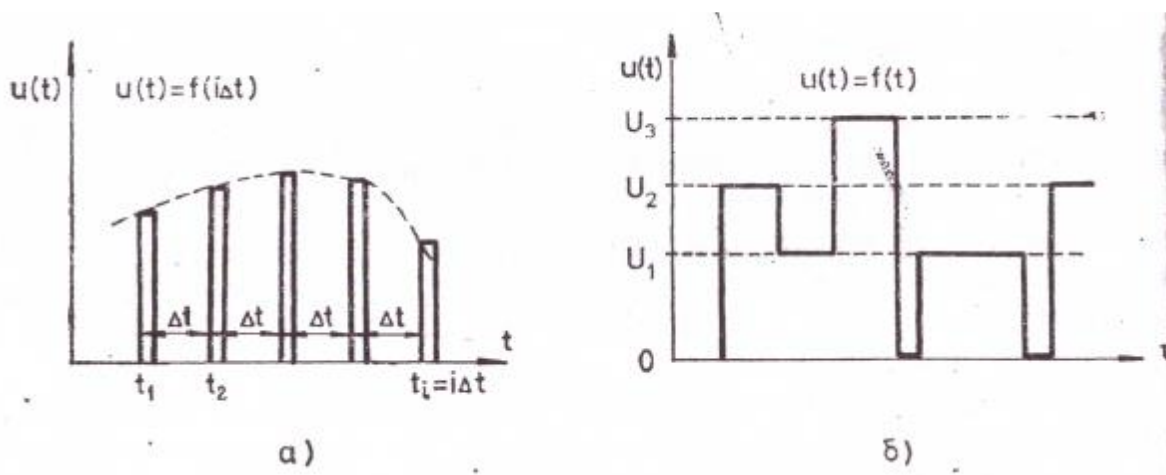
Дискретни се наричат сигналите с краен брой стойности, като например телеграфните сигнали, които имат само две стойности – 0 и 1 (Фиг. 3б).

Като се има пред вид, че моментите от време, в които сигналът сменя стойността си, също могат да бъдат аналогови или дискретни, сигналите фактически се разделят на четири различни групи – аналогови сигнали, които са функция на аналогов аргумент (Фиг. 3а); аналогови сигнали, функция на дискретен аргумент, при които възможните стойности са аналогови, но сигналът се променя в дискретни моменти от време (Фиг. 4а); дискретни сигнали, функция на непрекъснат аргумент (Фиг. 4б); дискретни сигнали, функция на дискретен аргумент, т.е. които променят стойностите си в определени тактови моменти (Фиг. 3б).

В зависимост от вероятностния характер на сигналите те се делят на две големи групи: детерминирани сигнали и случайни сигнали.



Фиг. 3



Фиг. 4

Детерминирани се наричат сигналите, параметрите на които във всеки момент от време са известни величини, т.е. могат да бъдат предсказани с вероятност, равна на единица. Това означава, че тези сигнали се описват с напълно определени функции на времето и замествайки в тези функции времето с неговите конкретни стойности, можем да получим стойностите на

сигнала за тези моменти. Типичен пример за детерминиран сигнал е синусоидалният сигнал. Напрежението на изхода на един хармоничен генератор се описва чрез функцията

$$u(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (У1)$$

и при известни U_0 , ω_0 и φ_0 е възможно да се определи моментната стойност на това напрежение за всеки изминал или предстоящ момент.

Детерминираниите сигнали се делят на периодични и непериодични. *Периодични* са тези сигнали, стойностите на които се повтарят през определен интервал от време, наричан *период на повторение*:

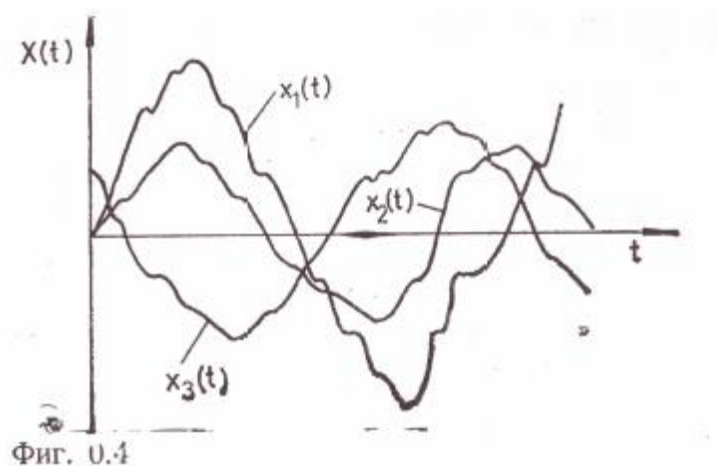
$$s(t) = s(t + kT) \quad (k = \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (У2)$$

Периодичните сигнали теоретично имат безкрайна продължителност във времето. Поради особения характер на човешката жизнена дейност и крайната продължителност на човешкия живот използването на такива сигнали в чист вид за предаване на информация е нежелателно, а и невъзможно.

Непериодични се наричат сигналите, неудовлетворяващи условието (У2). Те се описват с функция на времето, която е зададена в краен ($t_1 < t < t_2$) или безкраен ($t_1 < t \leq \infty$) интервал от време. Възможно е в рамките на интервала от време, в който съществува този сигнал, той да има някаква периодичност. Такива са в същност всички реални периодични сигнали.

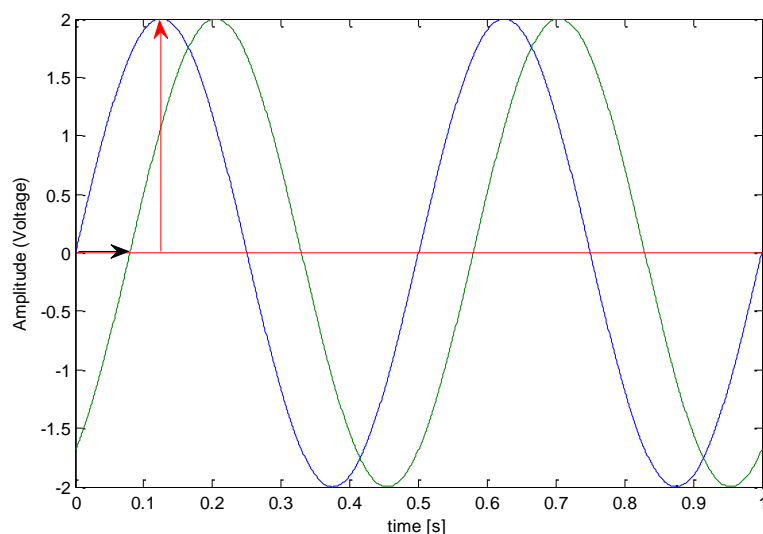
Случайни се наричат сигналите, чието развитие във времето не е предварително известно, т.е. техните стойности могат да се предскажат с вероятност, по-малка от единица. Изменението на тези сигнали освен от времето зависи от някакви други случайни фактори, така че в различни случаи случайният сигнал приема един или друг конкретен вид, но неизвестно предварително какъв. Конкретният вид, в който се явява случайният сигнал при всяко от наблюденията му, се нарича *реализация* на случайния сигнал. Графически случайният сигнал се задава чрез фамилия от реализации, наричани *ансамбъл от реализации*. Ансамбълът от реализации не изчерпва всички възможни реализации на случайния сигнал, но дава представа как приблизително би се развил той. Случайните сигнали, явявайки се функция на времето, често се наричат *случайни процеси* и те се описват математически с теорията на случайните функции. За случайните сигнали най-често се използват означенията $X(t)$, $Y(t)$ или $Z(t)$, а за техните реализации – $x_i(t)$, $y_i(t)$ или $z_i(t)$. Тук е уместно да се обърне внимание, че всяка от реализациите на случайния процес е една детерминирана функция, щом като тя може да бъде изобразена с конкретна крива.

Типичен пример за случаен сигнал е смущаващият сигнал, който се предизвиква в съобщителните канали и вериги при атмосферен разряд (Фиг.5). Смущаващите сигнали от този тип имат сравнително еднаква форма, определяна от честотната лента и динамичния диапазон на канала, но техните конкретни реализации и максималните им стойности зависят от огромен брой случайни фактори, като разстоянието от мястото на гръмотевичната буря до съобщителната магистрала, големината на електрическия заряд на облаците, проводимостта на въздуха и т.н. Никой от тези фактори не може да се предскаже предварително, затова и този сигнал е случаен.



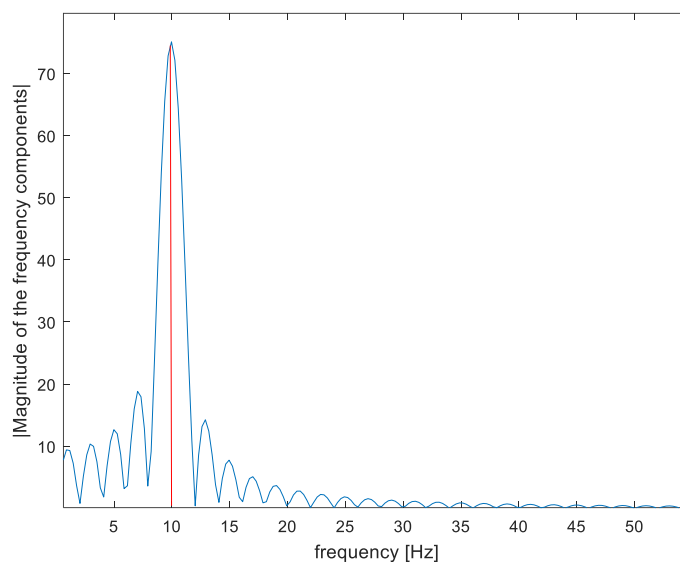
Фиг. 5

Трябва да се запомни това, че основните параметри, характеризиращи един сигнал, са амплитуда U_0 , честота $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ и фаза φ_0 . Амплитудата показва големината на сигнала (напр. напрежението или мощността на електрически сигнал). Честотата от своя страна е мярка за това колко пъти се повтаря дадена форма (pattern), с която сигнала се характеризира, за единица време, т.е. една секунда (това е характерно за периодичните сигнали). Фазата на един сигнал е отклонението по отношение на времето на даден сигнал – дали започва по-рано или по-късно във времето, както е показано на долната фигура.

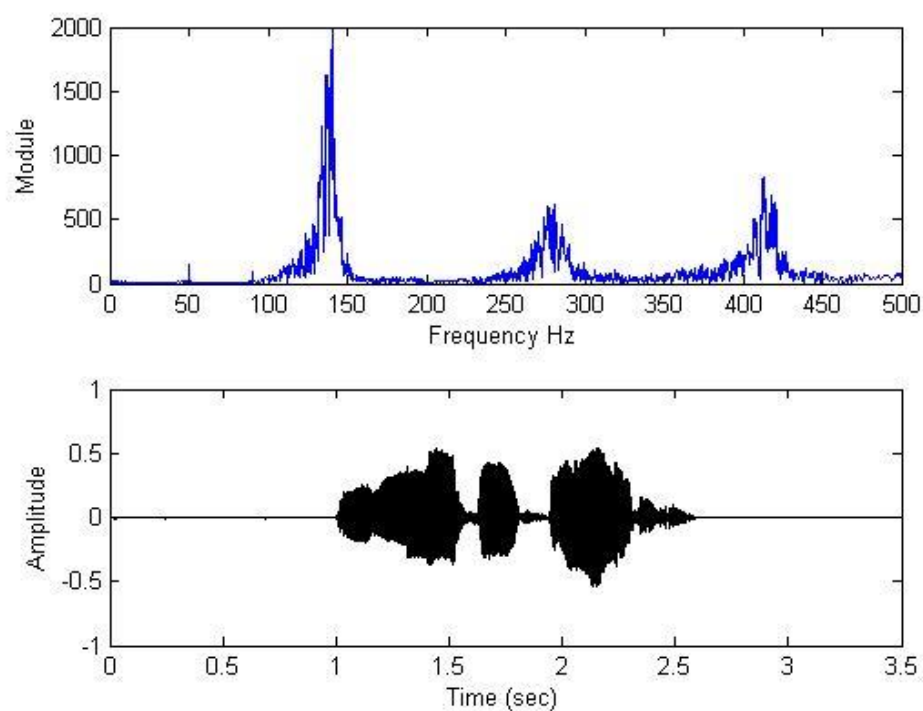


Фиг.6 Детерминирани дефазирани (отместени един спрямо друг във времето) синусоидални сигнали. [червената вертикална стрелка показва големината на колебанието (амплитудата му U_0), докато черната хоризонтална стрелка показва отместването на стандартното синусоидално колебание относно т. 0, т.е. фазата на синусоида φ_0]

Освен във времевата област, както е показано в горните фигури, т.е. сигналът е разгледан като функция на времето, даден сигнал може да се разгледа и в честотната област (по отношение на честотата). Последното представяне на сигнала се нарича спектър на сигнала и показва какви честотни компоненти (синусоиди с определени честоти) влизат в състава му



Фиг.7 Спектр на синусоиден сигнал с честота 10 Hz [червената вертикална черта представлява идеалния теоретично-изчислен спектр].



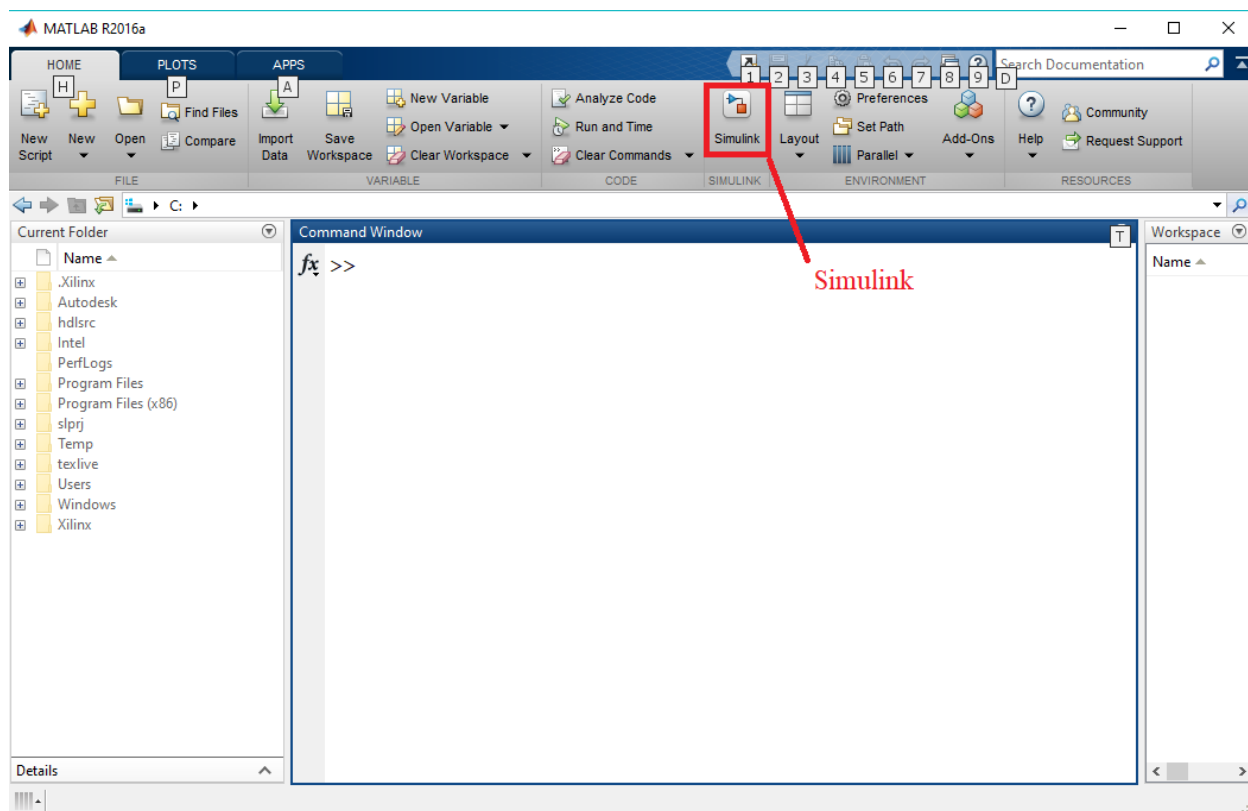
Фиг.8 Говорен сигнал в честотната област (горната графика) и във времевата област (долната графика).

СИМУЛАЦИЯ (ВИЗУАЛИЗИРАНЕ В ПРОГРАМЕН ПРОДУКТ) НА ДЕТЕРМИНИРАНИ СИГНАЛИ

За да се визуализира, обработи даден детерминиран сигнал, т.е. да се моделира и симулира определена схема, могат да се използват много софтуерни продукти. В упражнението се използва софтуерната среда Simulink, която е част от продукта MATLAB. За симулиране на схема на

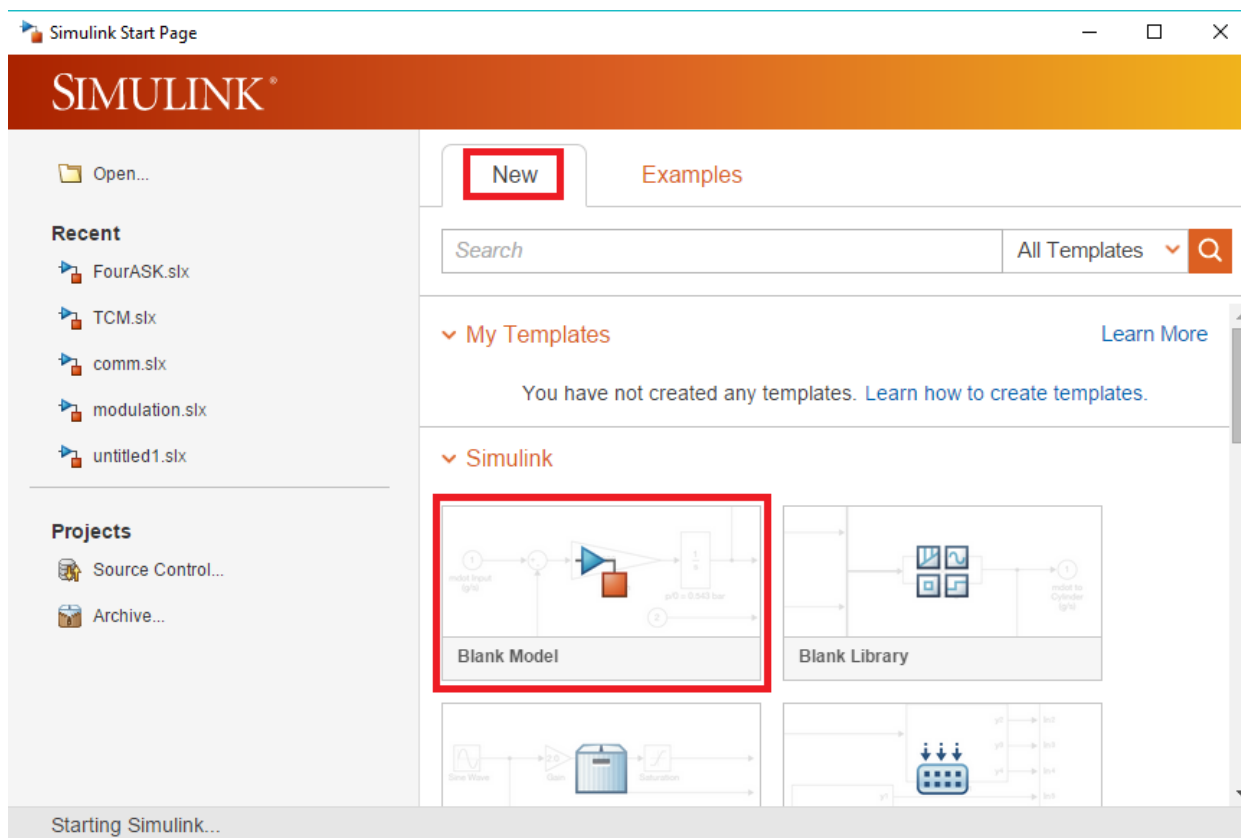
Simulink, която се използва за визуализиране на детерминирани сигнали, се изпълняват следните стъпки:

1. За да се стартира Simulink, първо е нужно да се стартира програмата MATLAB, чиито начален прозорец е показан по-долу



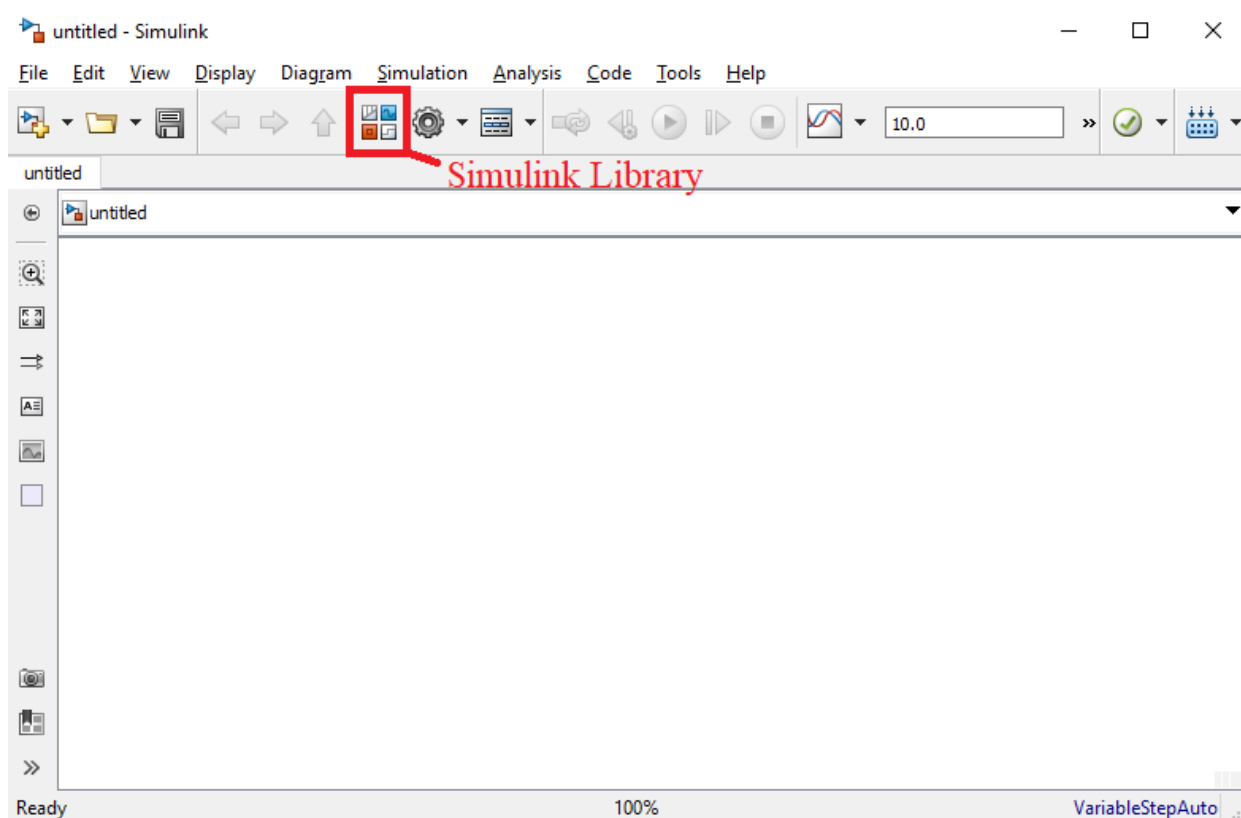
Фиг.9

2. За да се активира работната среда на Simulink, трябва да се натисне бутона, ограден в червено на горната фигура. След извършването на тази операция, на екрана на вашия персонален компютър се визуализира началния прозорец на Simulink:

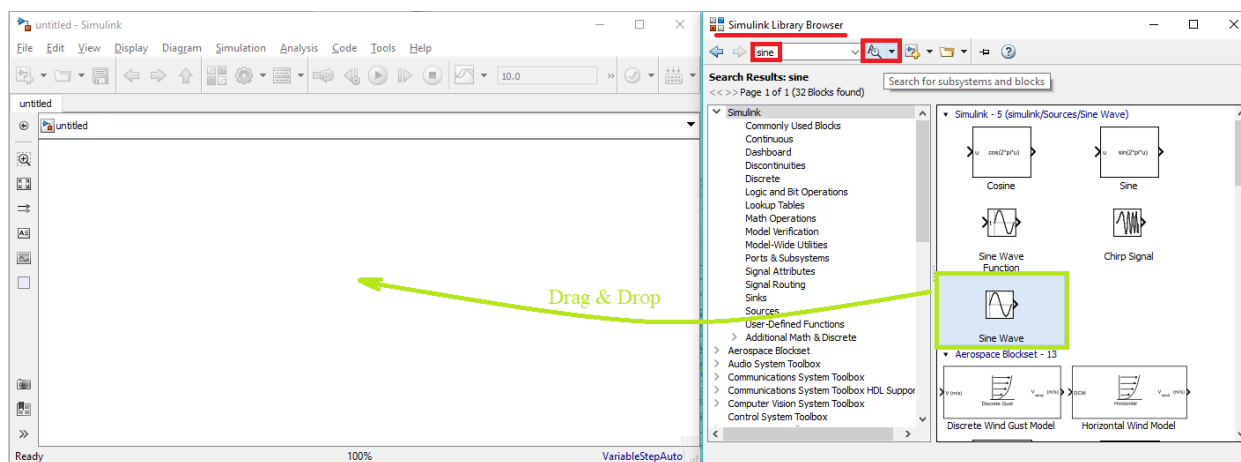


Фиг.10

3. За да се изготви даден модел (схема) е нужно да се създаде нов Simulink документ (файл), като се натисне фигура Blank Model от менюто New, както е отбелязано на фигурата горе.
4. После се появява прозорецът на създадения модел (Фиг.11).
5. Нужно е да се изберат точно определени елементи, чрез подходящото свързване на които в резултат на симулацията да се получи графика, изобразяваща даден сигнал. За тази цел в прозореца на новосъздадения модел се натиска бутона Library Browse (Фиг.11), който отворя библиотеката с елементи на Simulink.
6. В дясната страна на следващата фигура (Фиг.12) е показан прозореца на Simulink. За визуализация на детерминиран синусоидален сигнал, е нужно да се избере елемент от библиотеката, генериращ (пораждащ) такъв сигнал. Такъв елемент е елементът с името Sine Wave. За се избере от библиотеката, в нейната търсачка, която се намира в горния десен ъгъл на прозореца Simulink Library Browser, се изписва думата “sine”. В дясната част на прозореца на библиотеката се появяват елементи свързани с тази дума. Избира се елементът Sine Wave, очертан със зелен контур. Той генерира сигнал от вида $y = \text{amplitude} \times \sin(\text{frequency} \times \text{time} + \text{phase}) + \text{bias}$. Елементът се поставя в работния прозорец на модела, който беше създаден в т. 5. Това става чрез изпълняване на Drag & Drop операцията върху избрания елемент. Резултатът е изобразен на левия прозорец на Фиг.13.

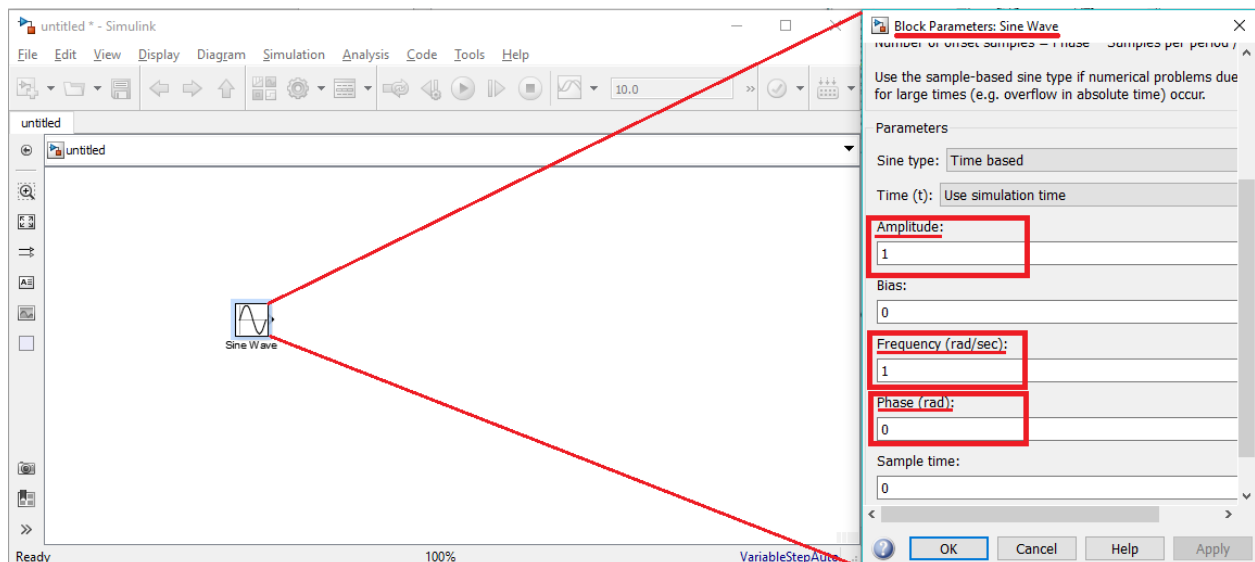


Фиг.11

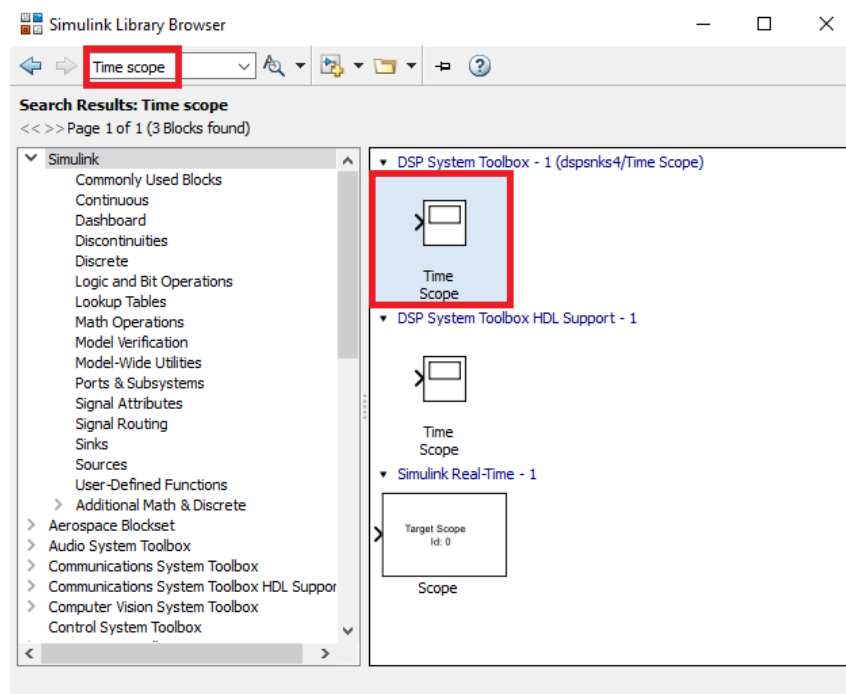


Фиг.12

7. След като елементът е добавен в модела, е нужно да бъде настроен, т.е. да се зададе точно какъв, по отношение на параметри, сигнал да бъде генериран от този блок. За тази цел блокът се отваря чрез „double-click“. Резултатът е изобразен на десния прозорец на Фиг.13. В този прозорец се задават стойности на амплитудата, честотата и фазата на сигнала, който трябва да се генерира от този елемент.

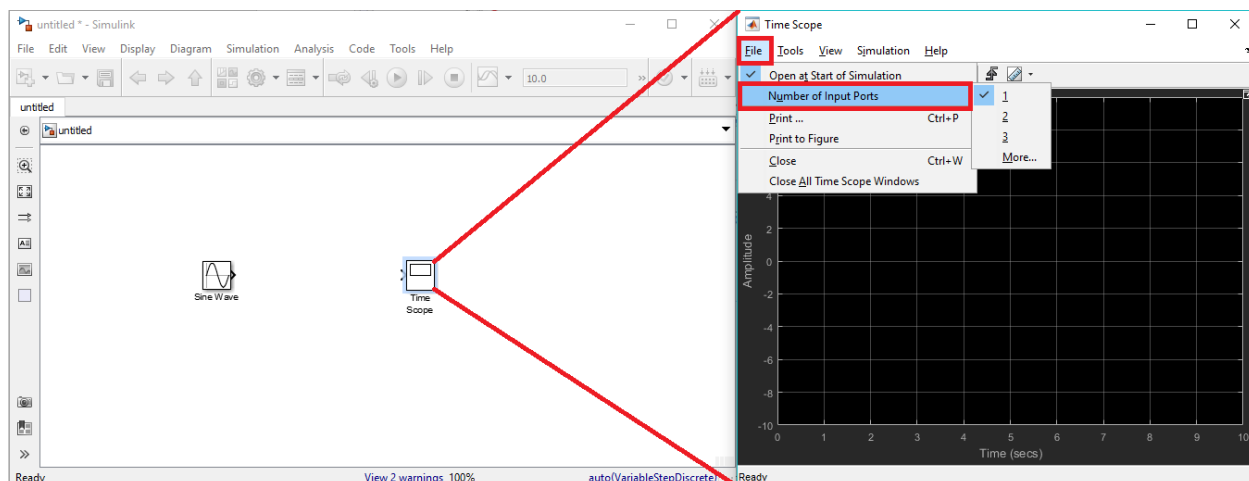


Фиг.13

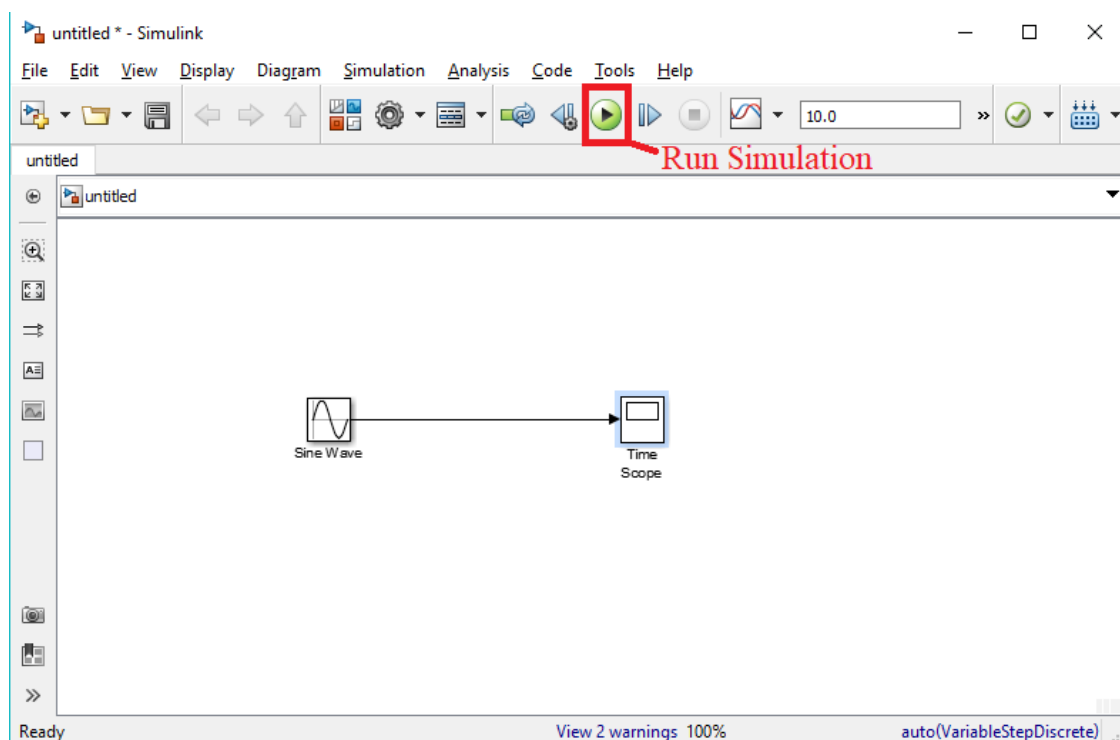


Фиг.14

8. За да се визуализира сигнала е необходимо да бъде добавен и блок (елемент) за визуализация – Time Scope (осцилоскоп). Това е показано на Фиг. 14.
9. Осцилоскопът може да бъде настроен да работи в многоканален режим, т.е. в режим, в който да могат да се визуализират повече от един сигнали, както е показано на Фиг.15 (По подразбиране имаме възможност да изобразява само един сигнал).

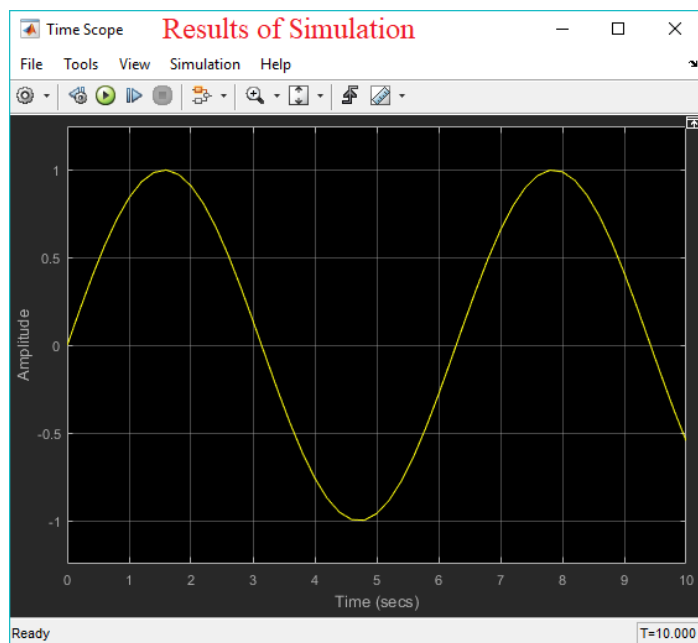


Фиг.15



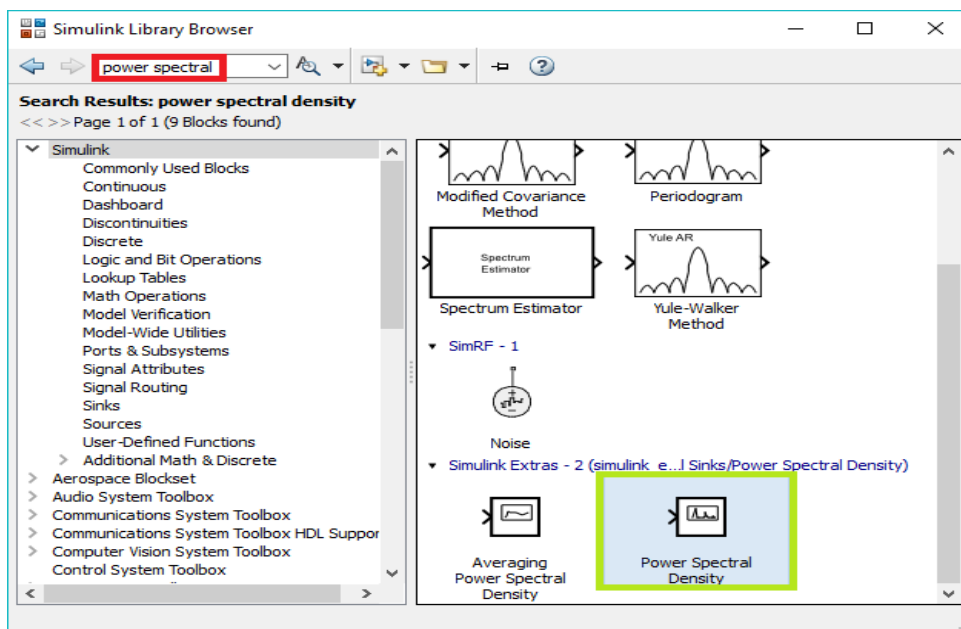
Фиг.16

10. След като двата елемента (генератора на сигнал и осцилоскопа) са настроени, е нужно да бъдат свързани помежду си, за да може да се „пренесе“ сигнала от източника до устройството, което ще го визуализира. Това се извършва чрез щракване на изхода на генератора и провлачване на линията, която ще се появи, до входа на осцилоскопа. Резултатът е показан на Фиг.16 .
11. След като завърши изпълнението на т. 10, се натиска бутона Run, който е посочен с червено квадратче на Фиг.16. Този бутон стартира симулацията.
12. Резултатът от симулацията е показан на Фиг.17. Както се забелязва това е синусоида с честота π и амплитуда единица.

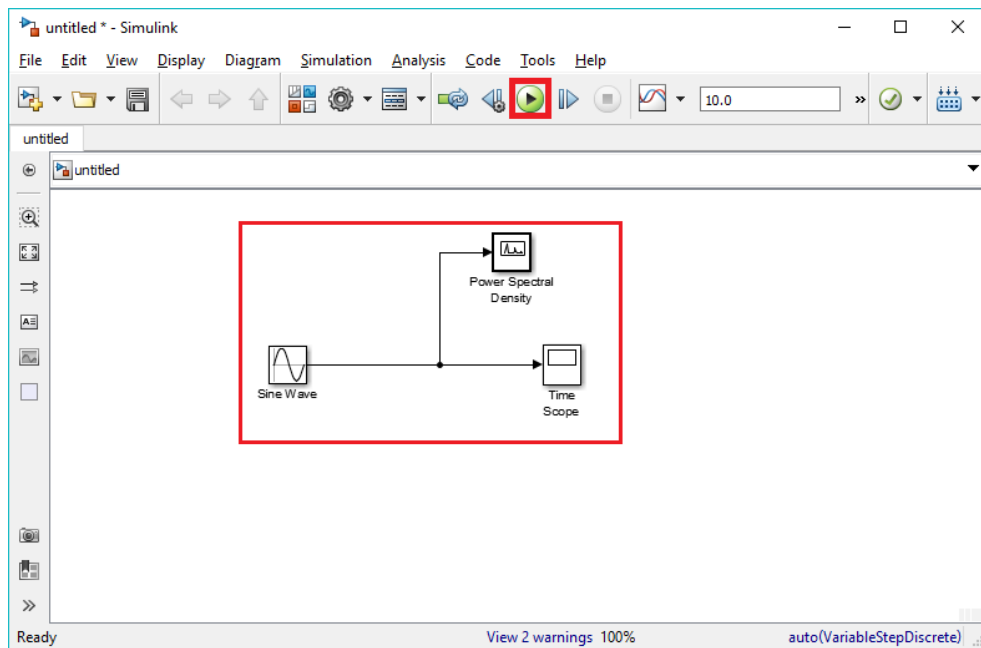


Фиг.17

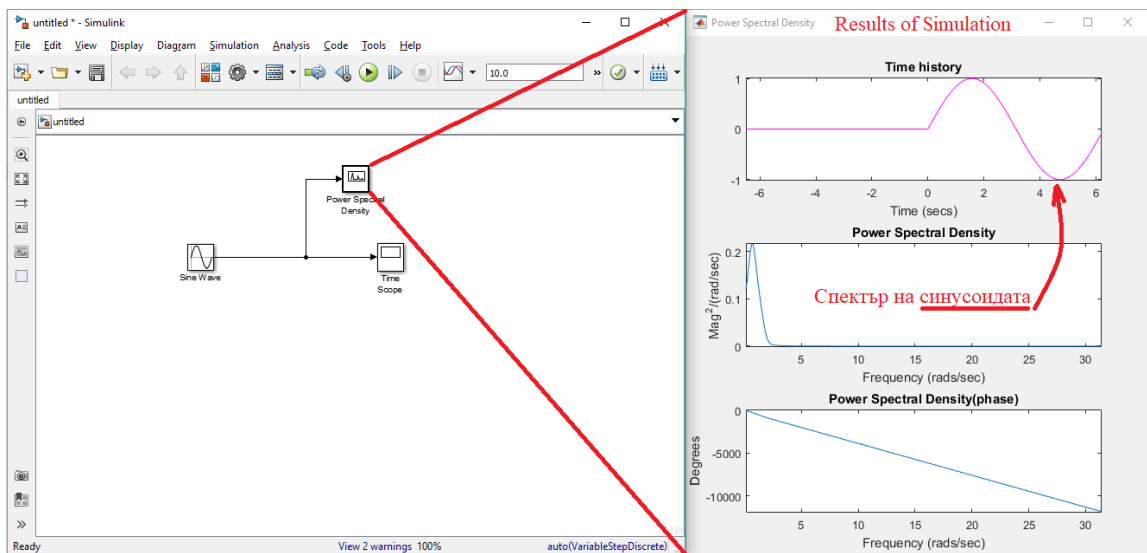
Освен във времевата област, сигналът може да бъде изобразен и в честотната област. Това е възможно чрез добавяне към модела на елемента „Power Spectral Density“, който е показан на Фиг.18. За изобразяване на спектъра на сигнала е нужно трите блока в модела да бъдат свързани по начина показан на Фиг.19. След свързването им отново се натиска бутона Run. (Забележка: Не е нужно да се настройва блока Power Spectral Density). Резултатът е изобразен в дясната част на Фиг.20. Както се забелязва от фигурата, спектралният блок изобразява както спектъра на сигнала, така и самият сигнал във времевата област.



Фиг.18



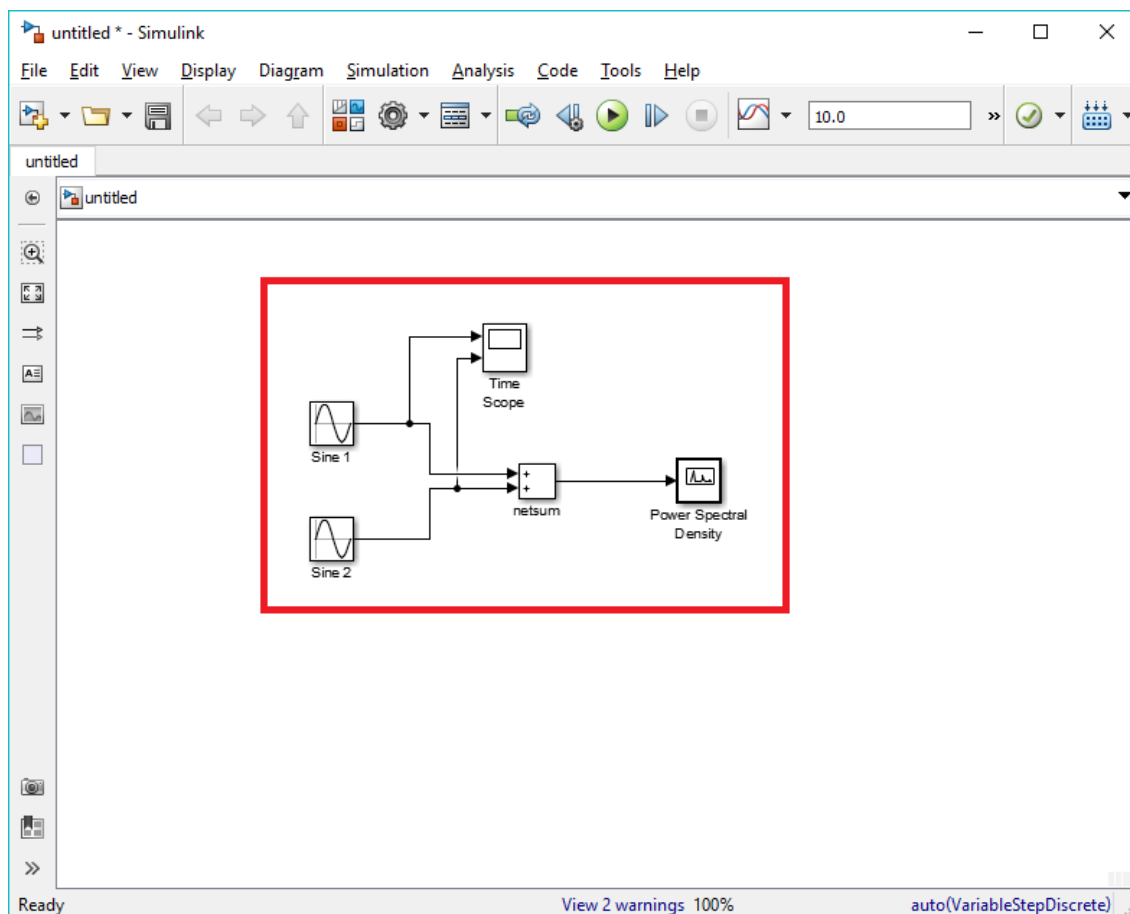
Фиг.19



Фиг.20

ЗАДАЧИ

- Да се реализира схемата (модела), показана на Фиг.21, като елементът Sine 1 трябва да генерира синусоиден сигнал имащ вида $s1(t) = 2 * \cos(2\pi \cdot 10 \cdot t)$, а елементът Sine 2 синусоидалния сигнал $s1(t) = 5 * \sin(2\pi \cdot 3 \cdot t - \frac{\pi}{4})$.



Фиг.21

- Да се съхранят резултатите от осцилоскопа и спектралния анализатор (Power Spectral Density) във файл с име **Име_Фамилия_Фак №**.
- Да се реализира схема, при която горепосочените сигнали се умножават. Резултатите от симулацията на тази схема да съхранят в същия файл.

ОСНОВИ НА ТЕОРИЯТА НА ИНФОРМАЦИЯТА

Общи сведения

Информацията [inform (лат.) – изобразявам, осведомявам, давам сведения] съгласно дефиницията, дадена в увода, представлява съвкупност от сведения за състоянието на някаква физическа система. Тези сведения са обект на използване, предаване, преобразуване и съхраняване. При това информацията не е материя, но тя е свойство на материята (на материалния свят), неразривно свързано с нея. В същност информацията представлява форма на проява на основното свойство на материята – „отражението“, и в такъв смисъл тя е неразривно свързана с материалния свят. Информацията не представлява самите предмети и процеси, а техните съществени характеристики, техните отражения и изображения във вид на числа, формули, описания, чертежи, символи, образи и др. Информацията възниква тогава, когато се определят, установяват се свойствата на различни конкретни предмети и явления.

В съвременния етап на развитие на човечеството информацията за най-разнообразни процеси и явления представлява все по-голям интерес и все повече средства и сили се отделят за добиването, предаването от едно място до друго и съхраняването ѝ. Управлението на обществото, на сложните производствени съоръжения, на различните подвижни обекти, развитието на

науката и техниката, ежедневното общуване между хората и държавите е свързано с обмен на огромни количества информация. При обмена на тези големи количества информация, който става главно със средствата на съобщителната техника, носител на информацията са електрическите сигнали.

При дефинирането на понятието информация се употребява терминът *физическа система*, като за такава се счита по принцип всеки материален обект в микро- или макросвета. В нашия случай най-често физическата система ще се разбира като набор от възможни съобщения (*ансамбъл от съобщения*), едно от което се предава. Това съответства на набор от възможни състояния, които може да заеме физическата система или другояче казано, съществуват толкова възможни съобщения за дадената система, колкото възможни състояния тя може да заеме. [Например гласните струни – физ. система, която може да приема различни състояния (да генерира сигнали с различни честоти, като различните честоти отговарят на различни звуци (букви))]. В много конкретни случаи физическата система ще представлява наборът (азбуката) от възможни символи на входа на съобщителната система. В зависимост от това, дали възможните състояния на физическата система са краен брой или са безбройно много, ще наричаме системата *дискретна* или *непрекъсната*. Информационните параметри на двата вида системи се дефинират по различен начин, затова те ще бъдат разгледани поотделно.

След като информацията е основният обект на предаване, неизбежно се налага необходимостта от дефинирането на количествени характеристики, които да позволяват да се оцени както количеството информация, съдържаща се в едно или друго съобщение, така и възможностите, капацитетът, на различните съобщителни системи, по които се предава информацията, и на различните устройства, в които тя се съхранява (запомня се).

ЕНТРОПИЯ И КОЛИЧЕСТВО ИНФОРМАЦИЯ ПРИ ДИСКРЕТНИ СИСТЕМИ

Ентропия като мярка за неопределеност

От ежедневиия опит на човека е известно, че едно съобщение за състоянието на дадена система е толкова по-богато на информация, колкото по-неочаквано е било. Обратно, ако съобщението се отнася за състояние на системата, което тя обичайно си заема (достоверно събитие с вероятност единица), то това съобщение не носи никакво ново сведение за системата, т.е. то не съдържа в себе си никаква информация. В такъв смисъл очевидно евентуалната мярка за количество информация би трябвало да отчита вероятността за поява на дадено съобщение от ансамбъла от съобщения. При това колкото повече са възможните състояния на системата и колкото по-близки са вероятностите им за заемане, толкова по-неопределена ще е за нас системата и толкова по-богато на информация ще бъде съобщението за нея. Очевидно степента на неопределеност на една система е в пряка връзка с количеството информация, съдържащо се в съобщението за тази система. В теорията на информацията се въвежда мярка за степента на неопределеност, която се нарича *ентропия*. Тя се дефинира по следния начин: ако физическата система X има n възможни състояния $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$, всяко от които заема съответно с вероятност $p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_n$, ентропията на тази система се определя по формулата

$$H(X) = - \sum_{i=1}^n p_i \log_n p_i \quad (У3)$$

Знакът минус в (У3) е поставен, за да се получи $H(X)$ положителна, като се има пред вид, че всяка вероятност p_i е число, по-малко или равно на единица, и логаритъмът от него не може да бъде положителен.

Най-широко срещаната единица мярка за ентропията е т. нар. „двоична единица“ – *bit* (базата на логаритъма в (У3) е $n = 2$). В литературата се споменават и единиците *nit* и *dit*, съответстващи на натурален и десетичен логаритъм в (У3), но понастоящем се използва единствено *bit*. Ентропия 1 *bit* има физическа система с две равновероятни състояния $p_1 = p_2 = 0,5$. Съгласно (У3) за тази система се получава

$$H(X) = -\left(\frac{1}{2}\log_2 \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\log_2 \frac{1}{2}\right) = -\log_2 2^{-1} = 1\text{bit}$$

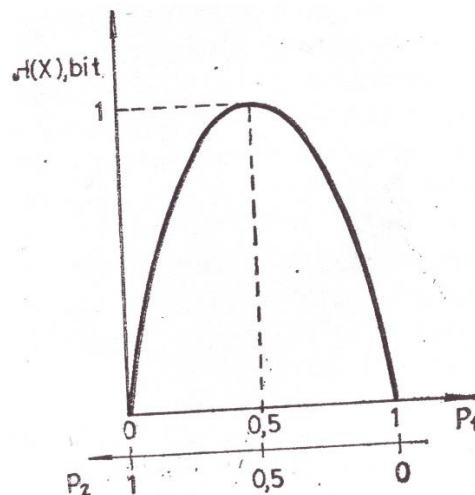
За да се опростят изчисленията, в книгите и помагалата по теория на информацията се дават таблици с двоични логаритми или таблици за $p\log_2 p$ при различни стойности на p .

Така дефинираната мярка за неопределеност (У3) е предложена от Кл. Шенон и тя притежава всички качества, за които стана дума по-горе. Ентропията на дискретните системи притежава следните основни свойства:

1. Тя е реална, положителна и крайна по стойност величина.
2. Ентропията на система, в която има едно достоверно състояние (с вероятност да бъде заето, равна на единица), е равна на нула. Това лесно може да се провери, като се заместят вероятностите $p_1 = 1$ и $p_2 = p_3 = \dots = p_n = 0$ в (У3).
3. Ентропията на една система е максимална, ако вероятностите, с които тя заема всяко от състоянията си, са равни помежду си – $p_1 = p_2 = \dots = p_n = p = 1/n$. В този случай ентропията се определя по формулата

$$H_{\max}(X) = -\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} \log_2 \frac{1}{n} = -\log_2 n^{-1} = \log_2 n \quad (\text{У4})$$

На Фиг.22 е показано как се изменя ентропията на една система с две състояния при различни стойности на вероятностите за заемането им.



Фиг.22

Изразът (У3) по структура доста напомня формулата за математическо очакване и ентропията $H(X)$ може да се разглежда като математическо очакване на случайната величина $[-\log_2 P(X)]$, т.е.

$$H(X) = \sum_{i=1}^n p_i (-\log_n p_i) = M[-\log_n P(X)] \quad (Y5)$$

Количество информация в съобщение за състоянието на дискретна система

Когато се говори за количество информация, в теорията на информацията се разбира само тази съвкупност от сведения, съдържаща се в съобщението за дадена система, която позволява да се намали неопределеността в знанията на получателя за тази система. Не подлежи на количествена оценка в случая смисловото (семантичното) и емоционалното съдържание на съобщението, както и ценността и целесъобразността на информацията.

Ако една система X има някаква неопределеност [ентропията $H(X) \neq 0$], всяко съобщение за състоянието на системата ще намалява тази неопределеност, т.е. ще намалява ентропията ѝ. Поради това като мярка за *количеството информация*, съдържаща се в съобщението за състоянието на някаква физическа система, е целесъобразно да се използва намалението на ентропията в резултат на получаването на съобщението, т.е. *разликата между ентропиите на системата преди и след получаването на съобщението за нея*. Ако съобщението съдържа пълни сведения за системата, в резултат на което след получаването му нейната неопределеност изчезва, т.е. ентропията ѝ се нулира, количеството информация I_X в съобщението, изясняващо напълно системата X , ще бъде

$$I_X = H(X) - 0 = H(X) \quad (Y6)$$

Следователно *количеството информация, съдържаща се в съобщение, изясняващо напълно една система X , е равно на нейната ентропия*.

Ако в (Y6) се замени (Y3), за I_X се получава

$$I_X = -\sum_{i=1}^n p_i \log_n p_i \quad (Y7)$$

Съвпадението на (Y7) с (Y3) и връзката на ентропията на една система с информацията, съдържаща се в съобщението за тази система, могат да се разглеждат като проява на диалектическия закон за единство и борба на противоположностите – информацията се намира в пряка връзка с ентропията (получава се чрез нея), а от друга страна, тя представлява мярка за намалението или унищожението на ентропията.

Равенството на (Y7) с (Y3) показва още, че количеството информация има също единица мярка bit. Често пъти обаче, като се има пред вид, че даденото съобщение (символ) е едно от ансамбъла от съобщения (символи), в дименсията на I_X се внася допълнително bit/съобщ (bit/symb), т.е. средното количество информация в едно конкретно съобщение. Когато ансамбълът от съобщения се свежда до набор (азбука) от символи, средното количество информация, носена от всеки символ, се измерва в bit/symb.

Тъй като (Y7) има смисъл на усредняване на величината $-\log_2 p_i$, т.е. I_X е усредненото количество информация, тази величина може да се разглежда като *частна информация*, съдържаща се в отделно съобщение (символ), отнасящо се само за състоянието x_i на системата

$$I_{x_i} = -\log_n p_i, \text{ bit/съобщ.} \quad (Y8)$$

Тогава I_X (Y7) е средната информация за всички състояния с отчитане на техните вероятности.

Количеството информация, както и ентропията на дискретната система, не може да бъде отрицателно. Някои автори въвеждат понятието „отрицателна информация“, която има смисъл например на дезинформация, т.е. това е количество информация, което повишава ентропията (неопределеността) на системата.

Ако всички състояния на системата, за която се отнася съобщението, са равновероятни, съгласно (У4) количеството информация ще се определи по формулата

$$I_X = -\log \frac{1}{n} = \log_2 n^2 = I_{x_i} \quad (\text{У9})$$

В този случай частната информация съвпада с пълната информация за дадената система. Това е фактически максималното количество информация, което може да се съдържа в съобщение за една система с n възможни състояния.

В популярната литература за добиване на количествени представи често се дава следната илюстрация: количеството информация в едно съобщение, изясняващо състоянието на дадена система с равновероятни състояния, е равно на толкова bit, колкото въпроса, предполагащи равновероятни отговори „да“ или „не“, трябва да се зададат, за да се изясни състоянието на системата.

Източник на информация се нарича процесът на генериране на определени символи a_i (съобщения) в определени моменти във времето. Наборът от символи, които се генерират от източника, се нарича *азбука*, като символите a_i са познати като букви. Всяка буква се характеризира с вероятност за поява $p(a_i)$. Т.е. един източник на информация се характеризира с неговата така наречена статистика, която представлява съпоставянето на двата набора $\{a_i\}$ и $\{p(a_i)\}$.

Вероятността за поява на даден символ може да се определи по следния начин:

Приемаме, че имаме изречението „Това е стаята на министъра“, което се генерира от източник на информация (съобщения). Буквата, напр. „а“ се характеризира с това, че се появява 5 пъти в изречението. Общият брой на символите, които се появяват е 26 (интервалът се брои също). Символите, които присъстват в изречението са: „т“, „о“, „в“, „а“, „е“, „с“, „_“ (интервал), „я“, „м“, „н“, „и“, „б“, „р“.

Вероятността на „а“ се определя чрез отношението:

бр. появи / бр. символи в изречението, т.е. $5/26 \approx 0,192 = p(a)$

Сумарна вероятност за поява на набор от символи. Този параметър се дефинира като

$$p(t, a, m, i) = p(t) + p(a) + p(m) + p(i)$$

Всъщност това е вероятността за поява на символ от този набор. От тук следва, че за набора от букви, които се появяват в горното изречение, важи следното:

$$p(t, o, v, a, e, c, _, y, m, n, i, b, p) = 4/26 + 1/26 + 1/26 + 5/26 + 4/26 + 1/26 + 2/26 + 1/26 + 2/26 + 1/26 + 2/26 + 1/26 + 1/26 = 26/26 = 1,$$

т.е. се приема, че източникът на информация има възможност да генерира само символите от горното изречение.

Сега продължаваме със следния пример, чрез който се показва как: (1) се определя количеството информация на всеки символ от горната последователност от букви. (2) се определя количеството информация както в подходяща за примера мерна единица, така и в bits. (3) също така се определя и ентропията на източника на информация, който генерира даденото изречение.

1. Количеството информация, което носи всяка буква от горната последователност е (У8):

$$I_T = -\log_{13} p_T = -\log_{13} \frac{4}{26} = I_e = 0.73 \text{ tridits}$$

$$I_o = -\log_{13} p_o = -\log_{13} \frac{1}{26} = I_p = I_c = I_{\text{я}} = I_{\text{н}} = I_{\text{ь}} = I_{\text{в}} = 1.27 \text{ tridits}$$

$$I_a = -\log_{13} p_a = -\log_{13} \frac{5}{26} = 0.64 \text{ tridits}$$

$$I_{\text{—}} = -\log_{13} p_{\text{—}} = -\log_{13} \frac{2}{26} = I_{\text{м}} = I_{\text{и}} = 1 \text{ tridit}$$

Отчетете това, че

$$\log_{13} x = \frac{\lg x}{\lg 13}$$

2. Мерната единица за количество информация в този случай не е bit (binary digit), а е tridecimal digit (tridit), тъй като decimal digit е dit (десетична система от символи). За да определите мерната единица за количество информация в даден случай, се гледа колко символи присъстват в последователността ви. След това се поглежда таблицата в https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_numeral_systems с позиционни бройни системи (positional numeral systems) и в зависимост от броя на символите във вашата последователност се избира съответна база на бройна система – заема се латинското име на бройната система и се добавя към думата digit (напр. binary digit за бройна система с база 2).

За да сме в съответствие със стандартното представяне на количество информация, т.е. да представим количеството информация в bit (binary digit), сега ще трансформиране горната мерна единица tridit в bit. Това става чрез прилагане на израза

$$\log_2 13 = x \text{ bits per tridit}$$

По този начин ние получаваме, че 1 tridit съответства на 3.7 bits:

$$\log_2 13 = 3.7$$

За да получим горните количества информация за символите в bits, ние прилагаме израза

$$(\log_2 13)I_x$$

Следователно

$$(\log_2 13)I_t = (\log_2 13)I_e = 2.7 \text{ bits}$$

$$(\log_2 13)I_o = (\log_2 13)I_p = (\log_2 13)I_c = (\log_2 13)I_{\text{я}} = (\log_2 13)I_{\text{н}} = (\log_2 13)I_{\text{ъ}} = (\log_2 13)I_{\text{в}} = 4.7 \text{ bits}$$

$$(\log_2 13)I_a = 2.37 \text{ bits}$$

$$(\log_2 13)I_{\text{л}} = (\log_2 13)I_{\text{м}} = (\log_2 13)I_{\text{и}} = 3.7 \text{ bits}$$

3. Ентропията на източника, който генерира изречението „*Това е стаята на министъра*“ се определя по формулата $H(X) = -\sum_{i=1}^n p_i \log_b p_i$, като за базата b на логаритъма е подходящо се взима броят на символите, присъстващи в изречението, т.е. 13. Следователно

$$H(X) = -\sum_{i=1}^{13} p_i \log_{13} p_i, [\text{tridit}]$$

За настоящия пример ентропията е равна на

$$\begin{aligned} H(X) &= -\left[2\left(\frac{4}{26}\log_{13}\frac{4}{26}\right) + 7\left(\frac{1}{26}\log_{13}\frac{1}{26}\right) + \left(\frac{5}{26}\log_{13}\frac{5}{26}\right) + 3\left(\frac{2}{26}\log_{13}\frac{2}{26}\right)\right] \\ &= -[-0.22 - 0.34 - 0.12 - 0.23] = 0.91 \text{ tridits} \end{aligned}$$

ЗАДАЧИ

- Да се определят вероятностите за поява на символите, появяващи се в последователността от букви, състояща се от трите ви имена:

Име_Презиме_Фамилия, където „_“ означава интервал.

- Да се определи количеството информация, което носи всяка буква от горната последователност, т.е. от последователността, формирана от вашите имена.
- Да се определи ентропията на източника, който генерира буквите (символите), присъстващи във вашите имена.