зад 1. Да се определят частното и остатъка при деление на числото a с числото b

а) $a=27,\ b=4$

$27 = 4 \cdot q + r \qquad 27 = 4 \cdot 6 + 3 \qquad \boxed{q=6 \quad r=3}$

б) $a=27,\ b=-4$

$27 = -4 \cdot q + r \qquad \boxed{q=-6,\ r=3}$

в) $a = -27, b = 4$

$-27 = 4q + r$ $\quad q = -7$ (най-голямото цяло число, което не надминава -27)

$\boxed{q = -7, r = 1}$

г) $a = -27, b = -4$

$-27 = -4q + r$ $\quad \boxed{q = 7, r = 1}$

Зад 2 Напишете общия вид на числата, които при деление на 5 дават остатък 2

б) при деление на 3 дават ост. 1

в) на нечетни числа

г) четни числа

Р-е:

а) $n = 5k + 2, k \in \mathbb{Z}$

б) $n = 3k + 1, k \in \mathbb{Z}$

в) $n = 2k + 1, k \in \mathbb{Z}$

г) $n = 2k, k \in \mathbb{Z}$

зад 3. Напишете общия вид на числата, които при деление на 7 дават ост. 1 или 6

$n = 7k + 1$

$n = 7k + 6 = 7k + 7 - 1 = 7\underbrace{(k+1)}_{k_1} - 1 = 7k_1 - 1$

$\boxed{n = 7k \pm 1}$

зад 4. Да се провери съвпадат ли м-вата M_1 и M_2

$M_1 = \{5, 7, 9, \ldots 63\}$, дескриптивно задание

$M_2 = \{n \in \mathbb{N} \mid n = 2k+1, 2 \le k \le 31, k \in \mathbb{Z}\}$ конструктивно задание

$\boxed{\text{съвпадат}} \Rightarrow 5 = 2.2 + 1 \quad 7 = 2.3 + 1 \ldots \quad 63 = 2.31 + 1$

зад 5. Опишете множ-вото от $\forall$ цели числа n, които при деление на 19 дават ост 3 и са > 231.

$$M = \{ n \in \mathbb{Z} \mid n = 19k + 3,\ \begin{vmatrix} k > 12 \\ k \geq 13 \end{vmatrix},\ k \in \cancel{\mathbb{Z}} \}$$

може и с $\mathbb{N}$

Представяне на числата в бройна система с произволна естествена основа

$$a = c_n p^n + c_{n-1} p^{n-1} + \dots + c_2 p^2 + c_1 p + c_0$$

$$0 \leq c_i < p \quad i = 1, 2, \dots n$$

зад 6. Да се представи числото 135 в двоична бройна с-ма ($p=2$)

$135 : 2 = 67\ (1)$
$67 : 2 = 33\ (1)$
$33 : 2 = 16\ (1)$
$16 : 2 = 8\ (0)$
$8 : 2 = 4\ (0)$
$4 : 2 = 2\ (0)$
$2 : 2 = 1\ (0)$
$1 : 2 = 0\ (1)$

$a = 10000111$

$a = 10000111$

$a_{10} = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2 + 1 = 135$

зад 7 $4824_{(10)}$ $p=16$

$4824 : 16 = 301 \quad (8)$

$301 : 16 = 288 \quad (13)$ $\qquad$ $301 : 16 = 18 \quad (13)$

$288 : 16 = 18 \quad (0)$ $\qquad$ $18 : 16 = 1 \quad (2)$

$18 : 16 = 1 \quad (2)$ $\qquad$ $1 : 16 = 0 \quad (1)$

$1 : 16 = 0 \quad (1)$

$\Rightarrow \boxed{12D8}$

3 2 1 0

$12D8_{(16)} = 8\cdot 16^0 + 13\cdot 16^1 + 2\cdot 16^2 + 1\cdot 16^3 = 4824$

зад 8. Да се провери дали числото 283 е просто.

$\sqrt{283} = 16,82$

2 3 $\cancel{4}$ 5 $\cancel{6}$ 7 $\cancel{8}$ $\cancel{9}$ $\cancel{10}$ 11 $\cancel{12}$ 13 $\cancel{14}$ $\cancel{15}$ $\cancel{16}$

$283 \,\%\, 2, 5, 3, 7, 11, 13 \neq 0$

$2 \nmid 283 \quad 3 \nmid 283 \quad 5 \nmid 283 \quad 7 \nmid 283 \quad 11 \nmid 283 \quad 13 \nmid 283$

$\Rightarrow$ 283 е просто число

зад 9 Канонично разлагане на 360

360	2
180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$\Rightarrow 360 = 2^3 . 3^2 . 5$

$p_1 = 2 \quad p_2 = 1 \quad p_3 = 5$

Зад 10   НОД(196, 108)

196 : 108 = 1 (88)

~~88~~ : 108 : 88 = 1 (20)

88 : 20 = 4 (8)

20 : 8 = 2 (4) ← $\boxed{(196, 108) = 4}$

8 : 4 = 2 (0)

Зад 11. Линейно представяне на НОД на 196 и 108

$196 = 108.1 + 88 \Rightarrow 88 = 196 - 108$

$108 = 88.1 + 20 \qquad 20 = 108 - 88$

$88 = 20.4 + 8 \qquad 8 = 88 - 20.4$

$20 = 8.2 + 4 \qquad 4 = 20 - 8.2$

$8 = 4.2$

$$4 = 20 - \boxed{8}.2 = 20 - (88 - 20.4)2 = 9\boxed{20} - 2.88 = 9(108 - 88) - 2.88 =$$
$$9.108 - 11\boxed{88} = 9.108 - 11(196 - 108) = 20.108 - 11.196$$

$\boxed{u = 20, \ v = -11 \quad (u,v)=1}$

зад 12

$12x - 45y = 6$

НОД $(12, -45)$

$12 = -45 \cdot 0 + 12 \Rightarrow 12 = 0 \cdot (-45) + 12$

$-45 = 12(-4) + 3 \qquad 3 = -45 - 12(-4)$

$12 = 3 \cdot 4$

$-12(-4) - 45$

$4 \cdot 12 - 1 \cdot 45$

$\boxed{u = 4 \quad v = -1}$

$(x_0; y_0) = (4; -1)$

$$\begin{cases} x = 4 + \frac{-45}{3} k \\ y = -1 - \frac{12k}{3} \end{cases}$$

$$(x, y) = \begin{cases} x = 4 - 15k \\ y = -1 - 4k \\ k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$