데이터 과학

L06: Logistic Regression

Kookmin University

지도학습 Supervised Learning

훈련 데이터(Training Data)로부터 하나의 함수를 유추해내기 위한 기계 학습(Machine Learning)의 한 방법

Training Data

```
[1.2,  3.8, -1.4, …,  4.1] →  1.1
[3.2, -1.2, -0.2, …,  2.1] →  2.7
[2.8, -1.4, -0.3, …,  2.3] →  2.8
[1.2,  3.4, -1.5, …,  4.2] →  0.9
[4.2,  2.1,  2.8, …, -0.5] → -0.1
                    …
[3.2,  2.2,  2.2, …, -0.4] → -0.2
```

Test

```
[1.3,  3.2, -1.5, …,  4.1] → ?
```

이진 분류 문제 Binary Classification

- 종속 변수 y가 0 또는 1인 경우의 회귀 분석

쉬운 설명을 위해… 단순한 예제.

Training Data

```
[1.2,  3.8, -1.4, …,  4.1] →  0
[3.2, -1.2, -0.2, …,  2.1] →  0
[2.8, -1.4, -0.3, …,  2.3] →  1
[1.2,  3.4, -1.5, …,  4.2] →  0
[4.2,  2.1,  2.8, …, -0.5] →  1
                    …
[3.2,  2.2,  2.2, …, -0.4] →  1
```

Test

```
[1.3,  3.2, -1.5, …,  4.1] →  ?
```

Training Data

```
[1.2] →  0
[3.2] →  1
[2.8] →  0
[1.2] →  0
[4.2] →  1
   …
[3.2] →  1
```

Test

```
[1.3] → ?
```

이진 분류 문제의 활용

- 이메일 필터링 (스팸메일? 정상메일?)
- 고양이 분류 (이 사진은 고양이 사진인가 아닌가?)
- Facebook feed (이 피드를 보여줄 것인가?)
- 주식 시장 예측 (지금 팔아야 하는가? 사야 하는가

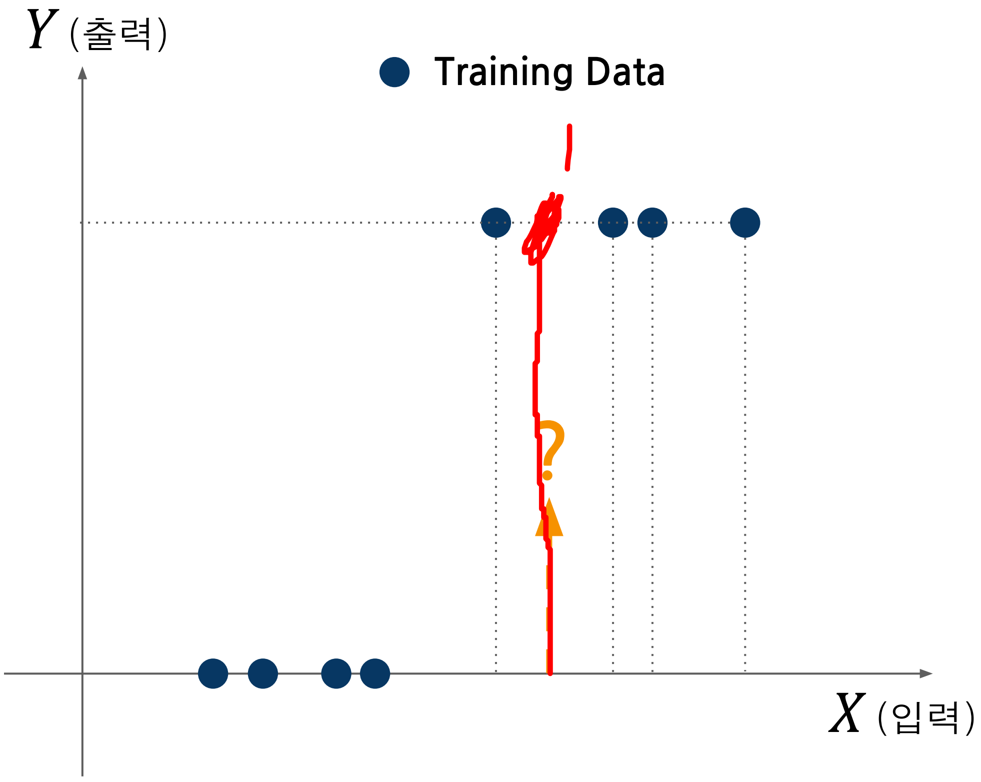
이진 분류 문제 Binary Classification

Training Data

```
[1.2] →  0
[3.2] →  1
[2.8] →  0
[1.2] →  0
[4.2] →  1
      …
[3.2] →  1
```

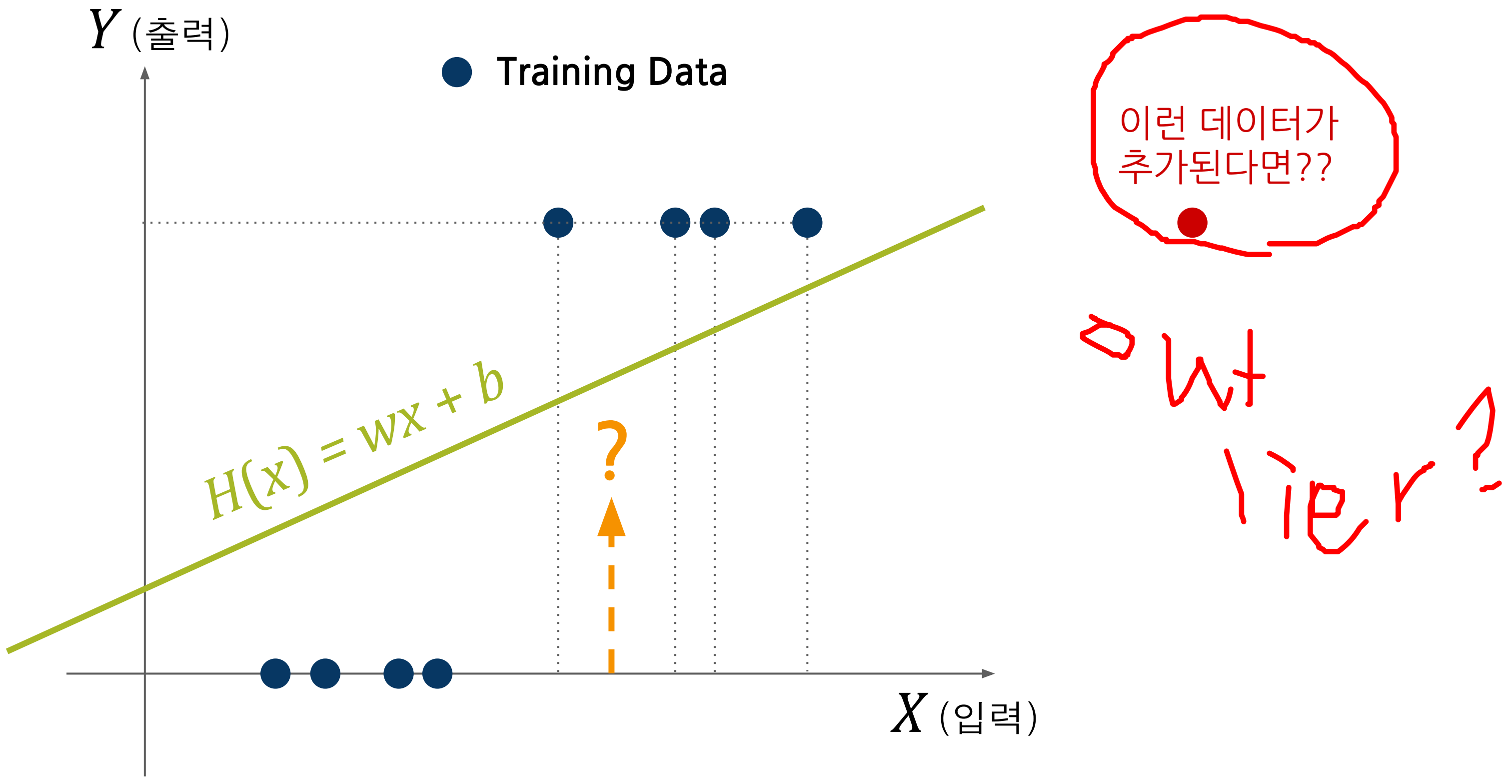
Test

```
[1.3] →  ?
```



분류 문제와 선형 회귀

선형 회귀 분석은 Classification 문제에 잘 동작하지 않는다..!

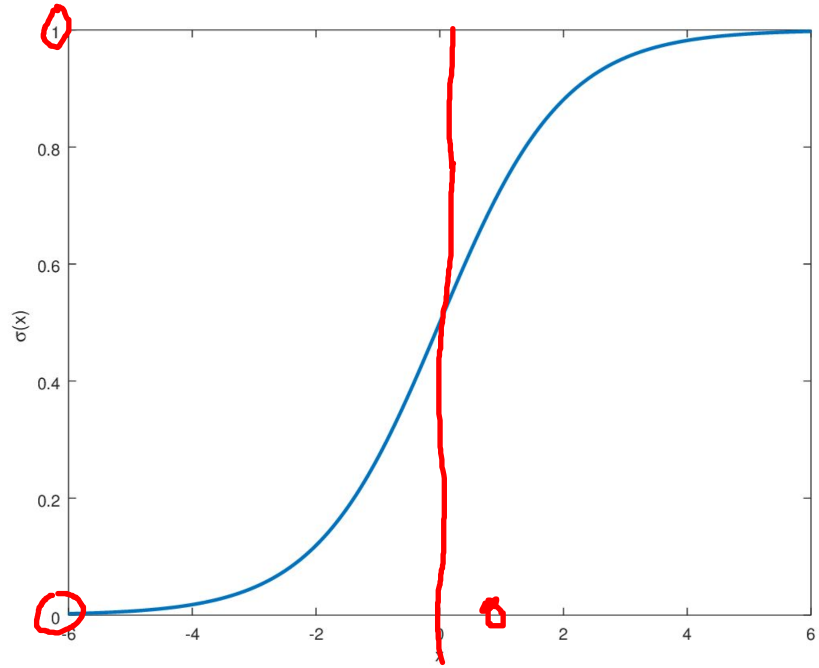


cost를 최소로 하는 선을 찾는다면 (즉, w와 b를 찾는다면),
과연 그 선으로 출력값들을 잘 예측할 수 있을까…?

Sigmoid 함수 (로지스틱 함수)

logistic

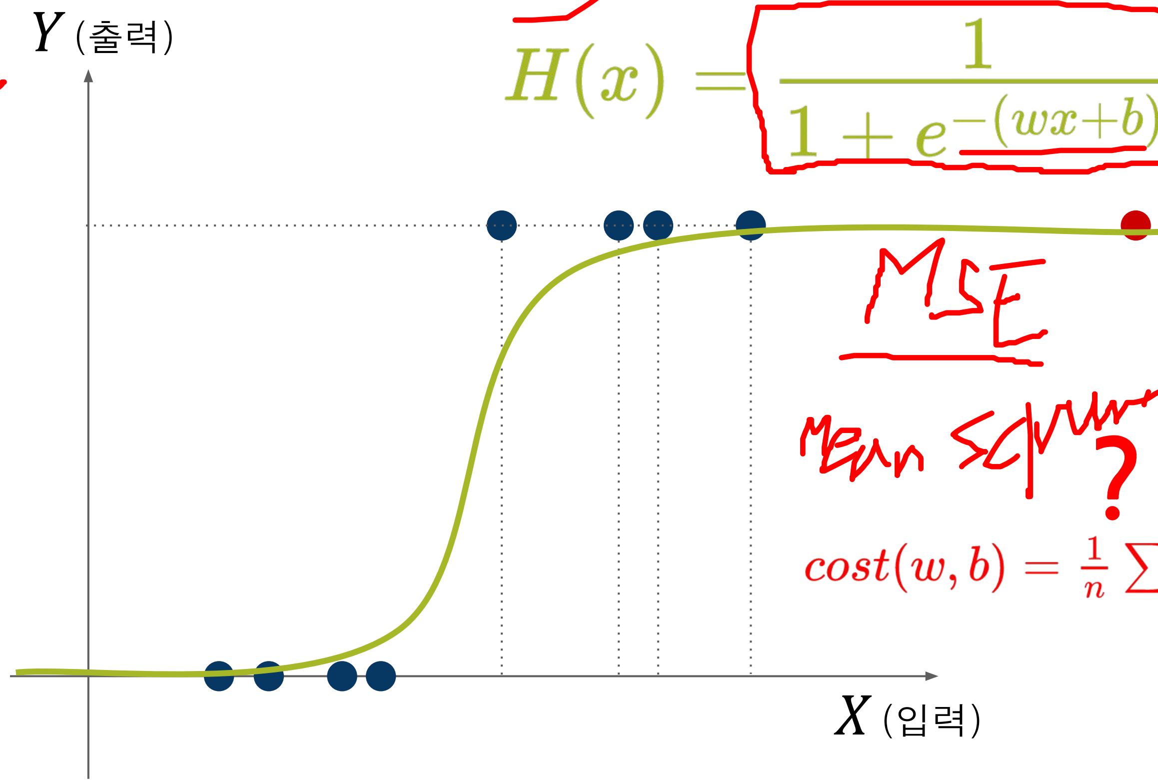
$$\sigma(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$$



Logistic Regression

선 대신에 sigmoid 함수를 가설로써 활용

$$H(x) = \boxed{\frac{1}{1+e^{-(wx+b)}}}$$



MSE

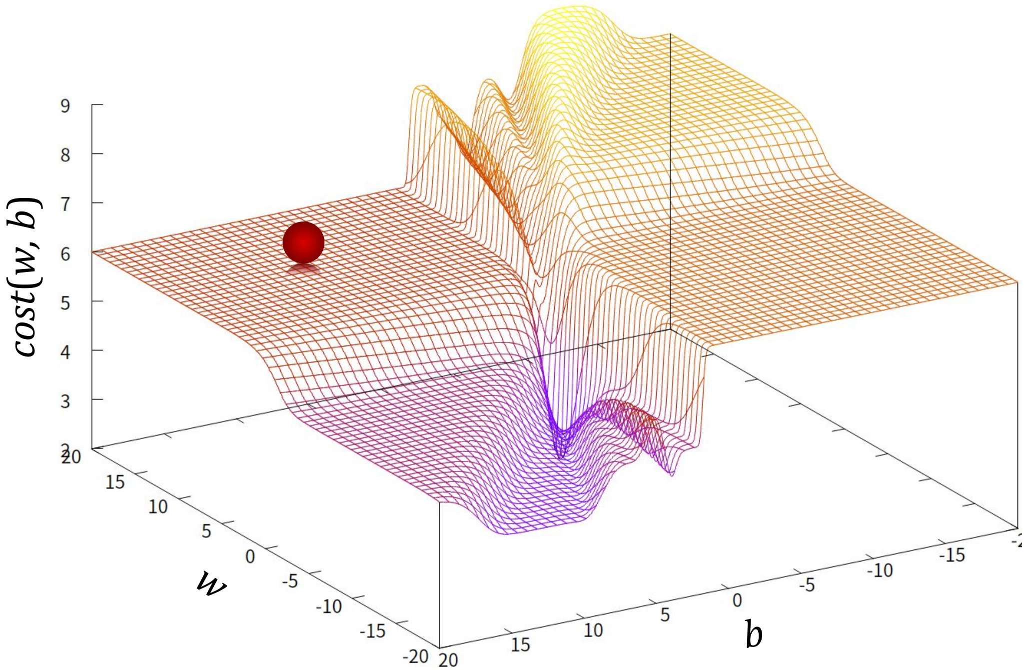
Mean Square Error ?

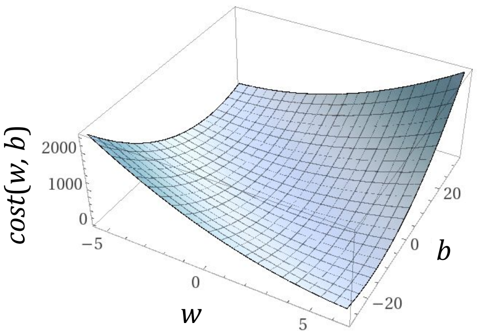
$$cost(w,b) = \frac{1}{n}\sum(H(x)-y)^2$$

가설, 비용, Sigmoid

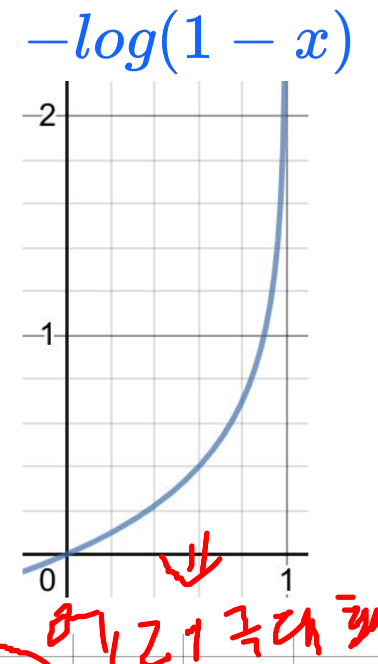
기존의 cost함수로는 gradient descent 알고리즘이 제대로 동작하지 않는다..!

$$cost(w,b) = \frac{1}{n}\sum(H(x)-y)^2$$





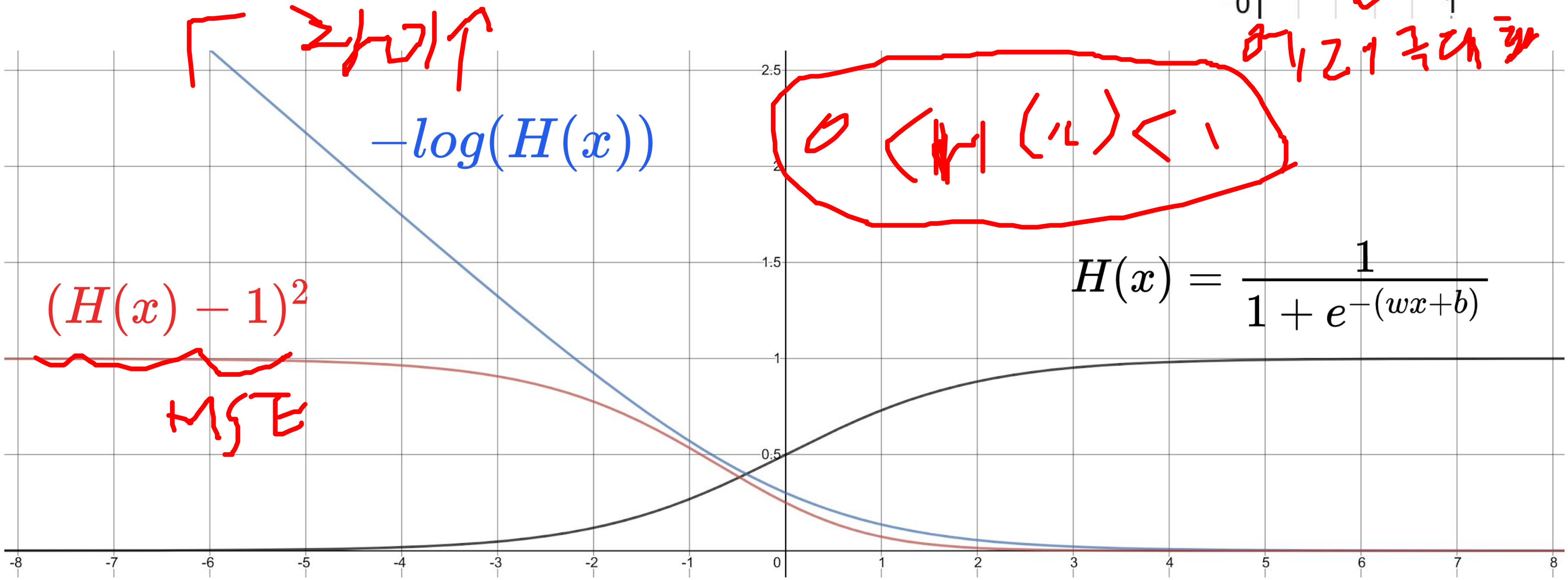
가설, 비용, Sigmoid



새로운 cost function

$$cost(w,b) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} C(H(x_i), y_i)$$

$$C(h,y) = \begin{cases} -log(1-h) & \text{if } y = 0 \\ -log(h) & \text{if } y = 1 \end{cases}$$



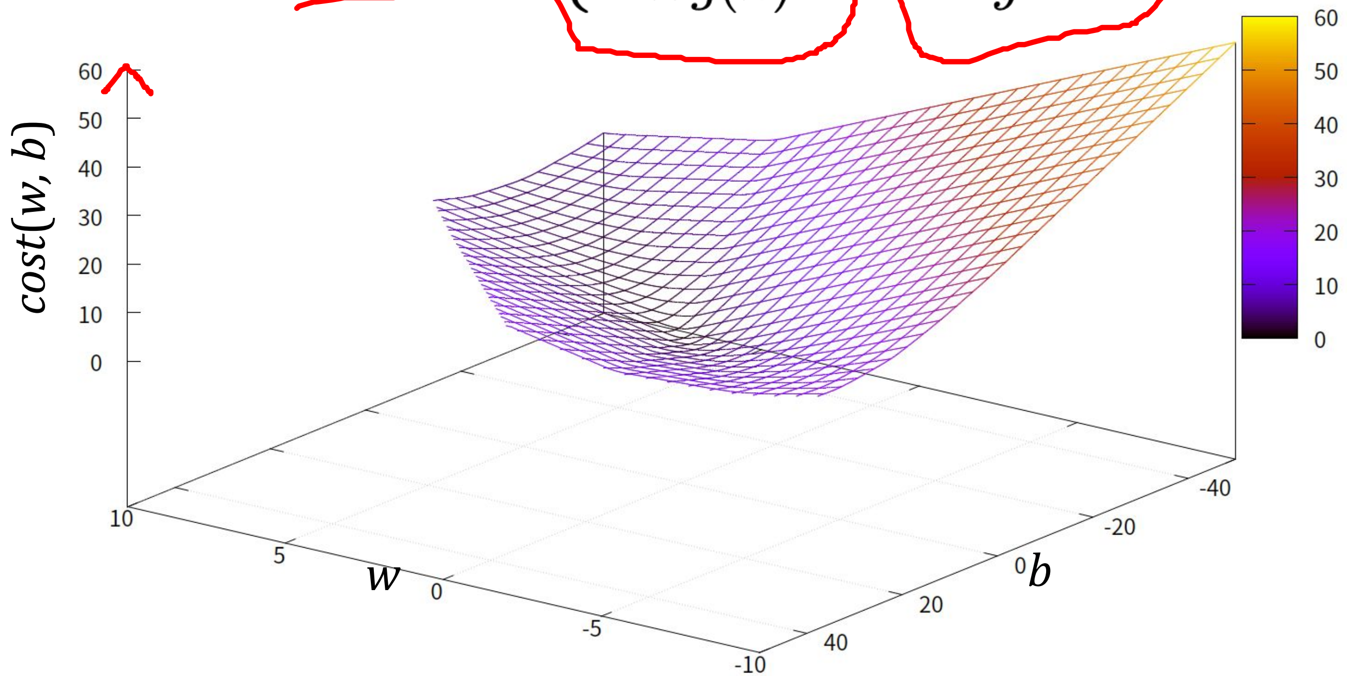
가설, 비용, Sigmoid

새로운 cost function

$$H(x) = \frac{1}{1 + e^{-(wx+b)}}$$

$$cost(w, b) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} C(H(x_i), y_i)$$

$$C(h, y) = \begin{cases} -log(1-h) & \text{if } y = 0 \\ -log(h) & \text{if } y = 1 \end{cases}$$



가설, 비용, Sigmoid

linear = MSE
Logistic = BCE

새로운 cost function → BCE [illegible]

$$cost(w,b) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} C(H(x_i), y_i)$$

$$C(h,y) = \begin{cases} -log(1-h) & \text{if } y = 0 \\ -log(h) & \text{if } y = 1 \end{cases}$$

$$\boxed{C(H(x), y) = -y \log H(x) - (1-y)\log(1 - H(x))}$$

$$cost(w,b) = -\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \log(H(x_i)) + (1-y_i)\log(1 - H(x_i))$$

경사 하강법 Gradient Descent

우리의 목표: cost를 최소화 하자! = cost를 최소로 만드는 w, b 값을 찾자!

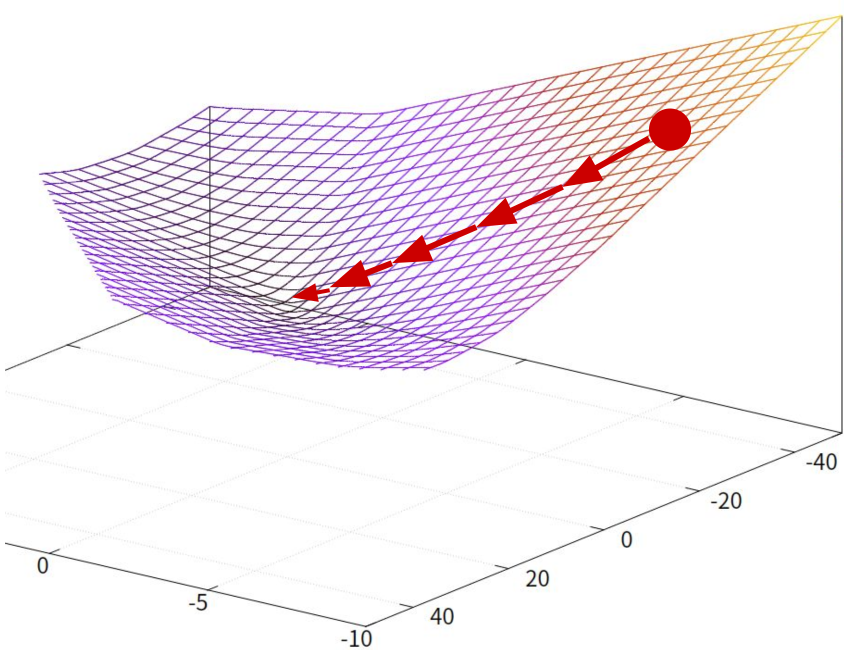
$$\arg\min_{w,b} cost(w,b)$$

w.grad

b.grad

경사Gradient:

$$\left(\frac{\partial cost(w,b)}{\partial w}, \frac{\partial cost(w,b)}{\partial b} \right)$$



업데이트:

Learning Rate

$$w = w - \alpha \frac{\partial cost(w,b)}{\partial w}$$

$$b = b - \alpha \frac{\partial cost(w,b)}{\partial b}$$

Logistic Regression (2)

입력이 조금 더 복잡할 때 (입력 차원이 1 이상일 때)?

Training Data

```
[1.2,  3.8, -1.4, …,  4.1] →  0
[3.2, -1.2, -0.2, …,  2.1] →  0
[2.8, -1.4, -0.3, …,  2.3] →  1
[1.2,  3.4, -1.5, …,  4.2] →  0
[4.2,  2.1,  2.8, …, -0.5] →  1
                 …
[3.2,  2.2,  2.2, …, -0.4] →  1
```

Test

```
[1.3,  3.2, -1.5, …,  4.1] →  ?
```

Logistic Regression (2)

가설함수:

$$H(x) = \frac{1}{1 + e^{-(\mathbf{w}^\top \mathbf{x} + b)}}$$

비용:

$$cost(\mathbf{w}, b) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n} C(H(\mathbf{x}_i), y_i)$$

$$C(h, y) = \begin{cases} -log(1 - h) & \text{if } y = 0 \\ -log(h) & \text{if } y = 1 \end{cases}$$

업데이트:

$$\mathbf{w} = \mathbf{w} - \alpha \frac{\partial cost(\mathbf{w}, b)}{\partial \mathbf{w}}$$

$$b = b - \alpha \frac{\partial cost(\mathbf{w}, b)}{\partial b}$$

Questions?