Numerikus módszerek

Távoktatás 6. hét
I. Próba Dolgozat Megoldások gyakorlat

Király Balázs

Pécsi Tudományegyetem
Matematikai és Informatikai Intézet

2020.04.28

1. Feladat

1. Feladat (1. típus)

Tekintsük az M(7,-3,3) gépi számhalmazt! Adjuk meg a

a) $fl(-3{,}17)$

b) $fl(10{,}625)$

c) $fl(\frac{7}{3})$

értékét!

1. Feladat

1. Feladat (1. típus)

Tekintsük az M(7,-3,3) gépi számhalmazt! Adjuk meg a

a) $fl(-3{,}17)$

b) $fl(10{,}625)$

c) $fl(\frac{7}{3})$

értékét!

Megoldás:

Az M(7,-3,3) gépi számhalmaz elemei 7-bites mantisszából

1. Feladat

1. Feladat (1. típus)

Tekintsük az M(7,-3,3) gépi számhalmazt! Adjuk meg a

a) $fl(-3{,}17)$

b) $fl(10{,}625)$

c) $fl(\frac{7}{3})$

értékét!

Megoldás:

Az M(7,-3,3) gépi számhalmaz elemei 7-bites mantisszából és $-3 \leq k \leq 3$, $k \in \mathbb{Z}$ karakterisztikából építhetők fel.

1. Feladat

Megoldás:

a) $fl(-3{,}17)$

1. Feladat

Megoldás :

a) $fl(-3{,}17)$
Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe :

1. Feladat

Megoldás:

a) $fl(-3{,}17)$

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

$$\begin{array}{c|c} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{array}$$

1. Feladat

Megoldás :

a) $fl(-3{,}17)$

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe :

3	1
1	1

	17
0	34
0	68
1	36
0	72
1	44
0	88

1. Feladat

Megoldás:

a) $fl(-3{,}17)$

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

3	1
1	1

	17
0	34
0	68
1	36
0	72
1	44
0	88

Azaz

$3{,}17_{10} \approx 11.001010_2$

1. Feladat

Megoldás :

a) $fl(-3{,}17)$

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe :

3	1
1	1

	17
0	34
0	68
1	36
0	72
1	44
0	88

Azaz

$3{,}17_{10} \approx 11.001010_2$

$11.001010 \cdot 2^0 =$

1. Feladat

Megoldás:

a) $fl(-3{,}17)$

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

3	1
1	1

	17
0	34
0	68
1	36
0	72
1	44
0	88

Azaz

$3{,}17_{10} \approx 11.001010_2$

$$11.001010 \cdot 2^0 =$$
$$= 0.1100101\ 0 \cdot 2^2$$

1. Feladat

Megoldás:

a) $fl(-3{,}17)$

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

$$\begin{array}{c|c} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{c|c} & 17 \\ 0 & 34 \\ 0 & 68 \\ 1 & 36 \\ 0 & 72 \\ 1 & 44 \\ 0 & 88 \end{array}$$

Azaz

$3{,}17_{10} \approx 11.001010_2$

$$11.001010 \cdot 2^0 =$$
$$= 0.1100101|0 \cdot 2^2$$

Lefelé kerekítünk,

1. Feladat

Megoldás:

a) $fl(-3{,}17)$

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

3	1
1	1

	17
0	34
0	68
1	36
0	72
1	44
0	88

Azaz
$3{,}17_{10} \approx 11.001010_2$

$$11.001010 \cdot 2^0 = $$
$$= 0.1100101|0 \cdot 2^2$$

Lefelé kerekítünk, így az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2]$$

Megoldás :

Ellenőrzés

1. Feladat

Megoldás :

Ellenőrzés
Az előállított gépi szám :

$$+[1100101|2] =$$

1. Feladat

Megoldás:

Ellenőrzés
Az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 =$$

1. Feladat

Megoldás :

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám :

$$+[1100101|2] = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{32}+\frac{1}{128}\right)\cdot 4 = 3+\frac{5}{32} = 3{,}15625$$

1. Feladat

Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2] = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{32}+\frac{1}{128}\right)\cdot 4 = 3+\frac{5}{32} = 3{,}15625$$

Az eltérés: $-0{,}01375$

1. Feladat

Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2] = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{32}+\frac{1}{128}\right)\cdot 4 = 3+\frac{5}{32} = 3{,}15625$$

Az eltérés: $-0{,}01375$

A „felső szomszéd”:

1. Feladat

Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2] = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{32}+\frac{1}{128}\right)\cdot 4 = 3+\frac{5}{32} = 3{,}15625$$

Az eltérés: $-0{,}01375$

A „felső szomszéd”:

$$+[1100110|2] =$$

1. Feladat

Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2] = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{32}+\frac{1}{128}\right)\cdot 4 = 3+\frac{5}{32} = 3{,}15625$$

Az eltérés: $-0{,}01375$

A „felső szomszéd”:

$$+[1100110|2] = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}\right)\cdot 4 =$$

1. Feladat

Megoldás:

Ellenőrzés
Az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2] = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{32}+\frac{1}{128}\right)\cdot 4 = 3+\frac{5}{32} = 3{,}15625$$

Az eltérés: $-0{,}01375$

A „felső szomszéd”:

$$+[1100110|2] = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}\right)\cdot 4 = 3+\frac{3}{16} = 3{,}1875$$

Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 3 + \frac{5}{32} = 3{,}15625$$

Az eltérés: $-0{,}01375$

A „felső szomszéd”:

$$+[1100110|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}\right) \cdot 4 = 3 + \frac{3}{16} = 3{,}1875$$

Az eltérés: $+0{,}0175$

1. Feladat

Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 3 + \frac{5}{32} = 3{,}15625$$

Az eltérés: $-0{,}01375$

A „felső szomszéd”:

$$+[1100110|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}\right) \cdot 4 = 3 + \frac{3}{16} = 3{,}1875$$

Az eltérés: $+0{,}0175$

Így $fl(-3{,}17) = -[1100101|2]$

1. Feladat

Megoldás :

b) $fl(10{,}625)$

1. Feladat

Megoldás:

b) $fl(10{,}625)$
Ha észrevesszük, hogy a legnagyobb ábrázolható szám:

$$M_\infty = +[1111111|3] = \left(1 - \frac{1}{128}\right) \cdot 2^3 = 7\frac{15}{16}$$

1. Feladat

Megoldás :

b) $fl(10{,}625)$
Ha észrevesszük, hogy a legnagyobb ábrázolható szám :

$$M_\infty = +[1111111|3] = \left(1 - \frac{1}{128}\right) \cdot 2^3 = 7\frac{15}{16} < 10{,}625$$

1. Feladat

Megoldás:

b) $fl(10{,}625)$
Ha észrevesszük, hogy a legnagyobb ábrázolható szám:

$$M_\infty = +[1111111|3] = \left(1 - \frac{1}{128}\right) \cdot 2^3 = 7\frac{15}{16} < 10{,}625$$

akkor rögtön adódik, hogy $fl(10{,}625) = NaN$.

1. Feladat

Megoldás :

b) $fl(10{,}625)$
Ha észrevesszük, hogy a legnagyobb ábrázolható szám :

$$M_\infty = +[1111111|3] = \left(1 - \frac{1}{128}\right) \cdot 2^3 = 7\frac{15}{16} < 10{,}625$$

akkor rögtön adódik, hogy $fl(10{,}625) = NaN$.
Ha ezt nem vesszük észre, akkor az a) feladatban látott módszerrel $k = 4$ adódik, ami nem megengedett.

1. Feladat

Megoldás :

c) $fl\left(\frac{7}{3}\right)$

1. Feladat

Megoldás :

c) $fl\left(\frac{7}{3}\right)$

A szám tizedestört alakja végtelen szakaszos tört.

1. Feladat

Megoldás :

c) $fl(\frac{7}{3})$
A szám tizedestört alakja végtelen szakaszos tört.

Mivel $2 \leq \frac{7}{3} < 4 = 2^2$,

1. Feladat

Megoldás:

c) $fl(\frac{7}{3})$

A szám tizedestört alakja végtelen szakaszos tört.

Mivel $2 \leq \frac{7}{3} < 4 = 2^2$, és $\frac{1}{2} \leq \quad m \quad < 1$

1. Feladat

Megoldás:

c) $fl(\frac{7}{3})$
A szám tizedestört alakja végtelen szakaszos tört.
Mivel $2 \leq \frac{7}{3} < 4 = 2^2$, és
$$\begin{array}{rcl} \frac{1}{2} \leq & m & < 1 \\ 2 \leq & m \cdot 2^k & < 4 \end{array}$$

1. Feladat

Megoldás:

c) $fl(\frac{7}{3})$

A szám tizedestört alakja végtelen szakaszos tört.

Mivel $2 \leq \frac{7}{3} < 4 = 2^2$, és $\begin{array}{ccc} \frac{1}{2} \leq & m & < 1 \\ 2 \leq & m \cdot 2^k & < 4 \end{array}$ ezért $k = 2$.

1. Feladat

Megoldás:

c) $fl(\frac{7}{3})$

A szám tizedestört alakja végtelen szakaszos tört.

Mivel $2 \leq \frac{7}{3} < 4 = 2^2$, és $\begin{array}{rcl} \frac{1}{2} \leq & m & < 1 \\ 2 \leq & m \cdot 2^k & < 4 \end{array}$ ezért $k = 2$.

Ha $t = 7$ és $k = 2$, akkor a számábrázoláshoz $\frac{1}{2^{7+1}} \cdot 2^2 = \frac{1}{64}$ pontosság kell.

1. Feladat

Megoldás:

c) $fl(\frac{7}{3})$

A szám tizedestört alakja végtelen szakaszos tört.

Mivel $2 \leq \frac{7}{3} < 4 = 2^2$, és $\begin{array}{rcl} \frac{1}{2} \leq & m & < 1 \\ 2 \leq & m \cdot 2^k & < 4 \end{array}$ ezért $k = 2$.

Ha $t = 7$ és $k = 2$, akkor a számábrázoláshoz $\frac{1}{2^{7+1}} \cdot 2^2 = \frac{1}{64}$ pontosság kell.

Mivel $\frac{1}{100} < \frac{1}{64} < \frac{1}{10}$, azaz 1 tizedesjegy még nem, de 2 tizedesjegy pontosság már elég lesz.

1. Feladat

Megoldás:

c) $fl(\frac{7}{3})$

A szám tizedestört alakja végtelen szakaszos tört.

Mivel $2 \le \frac{7}{3} < 4 = 2^2$, és $\begin{array}{rcl} \frac{1}{2} \le & m & < 1 \\ 2 \le & m \cdot 2^k & < 4 \end{array}$ ezért $k = 2$.

Ha $t = 7$ és $k = 2$, akkor a számábrázoláshoz $\frac{1}{2^{7+1}} \cdot 2^2 = \frac{1}{64}$ pontosság kell.

Mivel $\frac{1}{100} < \frac{1}{64} < \frac{1}{10}$, azaz 1 tizedesjegy még nem, de 2 tizedesjegy pontosság már elég lesz.

Így $\frac{7}{3} \approx 2{,}33$

1. Feladat

Megoldás :

c) $fl(\frac{7}{3})$
A szám tizedestört alakja végtelen szakaszos tört.

Mivel $2 \leq \frac{7}{3} < 4 = 2^2$, és $\begin{array}{rcl} \frac{1}{2} \leq & m & < 1 \\ 2 \leq & m \cdot 2^k & < 4 \end{array}$ ezért $k = 2$.

Ha $t = 7$ és $k = 2$, akkor a számábrázoláshoz $\frac{1}{2^{7+1}} \cdot 2^2 = \frac{1}{64}$ pontosság kell.
Mivel $\frac{1}{100} < \frac{1}{64} < \frac{1}{10}$, azaz 1 tizedesjegy még nem, de 2 tizedesjegy pontosság már elég lesz.
Így $\frac{7}{3} \approx 2{,}33$

1. Feladat

Megoldás :

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe :

1. Feladat

Megoldás:

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:
Az egészrész átírása: $2_{10} = 10_2$

1. Feladat

Megoldás:

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

Az egészrész átírása: $2_{10} = 10_2$

A törtrész:

$$\begin{array}{c|c} & 33 \\ 0 & 66 \\ 1 & 32 \\ 0 & 64 \\ 1 & 28 \\ 0 & 56 \\ 1 & 12 \end{array}$$

1. Feladat

Megoldás :

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe :

Az egészrész átírása : $2_{10} = 10_2$

A törtrész :

	33
0	66
1	32
0	64
1	28
0	56
1	12

Azaz

$2{,}33_{10} \approx 10.010101_2$

1. Feladat

Megoldás:

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

Az egészrész átírása: $2_{10} = 10_2$

A törtrész:

	33
0	66
1	32
0	64
1	28
0	56
1	12

Azaz

$2{,}33_{10} \approx 10.010101_2$

$10.010101 \cdot 2^0 =$

1. Feladat

Megoldás:

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

Az egészrész átírása: $2_{10} = 10_2$

A törtrész:

	33
0	66
1	32
0	64
1	28
0	56
1	12

Azaz

$2{,}33_{10} \approx 10.010101_2$

$10.010101 \cdot 2^0 = 0.1001010\,1 \cdot 2^2$

1. Feladat

Megoldás:

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

Az egészrész átírása: $2_{10} = 10_2$

A törtrész:

	33
0	66
1	32
0	64
1	28
0	56
1	12

Azaz

$2{,}33_{10} \approx 10.010101_2$

$10.010101 \cdot 2^0 = 0.1001010|1 \cdot 2^2$

Fölfele kerekítünk,

1. Feladat

Megoldás:

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

Az egészrész átírása: $2_{10} = 10_2$

A törtrész:

	33
0	66
1	32
0	64
1	28
0	56
1	12

Azaz

$2{,}33_{10} \approx 10.010101_2$

$$10.010101 \cdot 2^0 = 0.1001010|1 \cdot 2^2$$

Fölfele kerekítünk, így az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2]$$

1. Feladat

Megoldás :

Ellenőrzés

1. Feladat

Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] =$$

1. Feladat

Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 =$$

1. Feladat

Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{11}{32} = 2{,}34375$$

Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{11}{32} = 2{,}34375$$

Az eltérés: $+0{,}01375$

1. Feladat

Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{11}{32} = 2{,}34375$$

Az eltérés: $+0{,}01375$

Az „alsó szomszéd”:

1. Feladat

Megoldás :

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám :

$$+[1001011|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{11}{32} = 2{,}34375$$

Az eltérés : $+0{,}01375$

Az „alsó szomszéd" :

$$+[1001010|2] =$$

1. Feladat

Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{11}{32} = 2{,}34375$$

Az eltérés: $+0{,}01375$

Az „alsó szomszéd”:

$$+[1001010|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64}\right) \cdot 4 =$$

Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{11}{32} = 2{,}34375$$

Az eltérés: $+0{,}01375$

Az „alsó szomszéd”:

$$+[1001010|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{5}{16} = 2{,}3125$$

1. Feladat

Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}\right)\cdot 4 = 2+\frac{11}{32} = 2{,}34375$$

Az eltérés: $+0{,}01375$

Az „alsó szomszéd”:

$$+[1001010|2] = \left(\frac{1}{2}+\frac{1}{16}+\frac{1}{64}\right)\cdot 4 = 2+\frac{5}{16} = 2{,}3125$$

Az eltérés: $-0{,}0175$

1. Feladat

Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{11}{32} = 2{,}34375$$

Az eltérés: $+0{,}01375$

Az „alsó szomszéd”:

$$+[1001010|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{5}{16} = 2{,}3125$$

Az eltérés: $-0{,}0175$

Így $fl(\frac{7}{3}) = +[1001011|2]$

1. Feladat (1. típus)

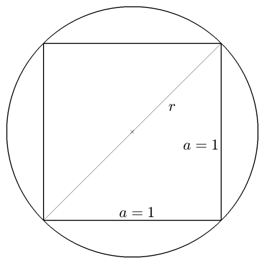
Egy egység oldalú négyzet körülírható körének területét számoljuk. Mind a sugár, mind pedig a π értékét két tizedesjegyre kerekítjük. Adjuk meg a számolt terület abszolút és relatív hibakorlátait.

1. Feladat

1. Feladat (1. típus)

Egy egység oldalú négyzet körülírható körének területét számoljuk. Mind a sugár, mind pedig a π értékét két tizedesjegyre kerekítjük. Adjuk meg a számolt terület abszolút és relatív hibakorlátait.

Megoldás:



A körülírt kör sugara:

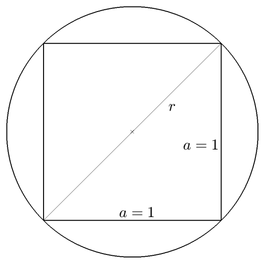
$$r = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}71$$

1. Feladat

1. Feladat (1. típus)

Egy egység oldalú négyzet körülírható körének területét számoljuk. Mind a sugár, mind pedig a π értékét két tizedesjegyre kerekítjük. Adjuk meg a számolt terület abszolút és relatív hibakorlátait.

Megoldás:



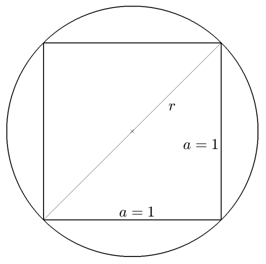
A körülírt kör sugara:

$$r = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}71 \qquad \Delta_{0{,}71} = 0{,}01$$

1. Feladat (1. típus)

Egy egység oldalú négyzet körülírható körének területét számoljuk. Mind a sugár, mind pedig a π értékét két tizedesjegyre kerekítjük. Adjuk meg a számolt terület abszolút és relatív hibakorlátait.

Megoldás :



A körülírt kör sugara :

$r = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}71 \qquad \Delta_{0{,}71} = 0{,}01$

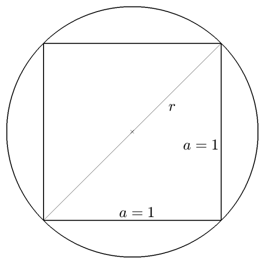
$\pi \approx 3{,}14$

1. Feladat

1. Feladat (1. típus)

Egy egység oldalú négyzet körülírható körének területét számoljuk. Mind a sugár, mind pedig a π értékét két tizedesjegyre kerekítjük. Adjuk meg a számolt terület abszolút és relatív hibakorlátait.

Megoldás:



A körülírt kör sugara:

$$r = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}71 \qquad \Delta_{0,71} = 0{,}01$$

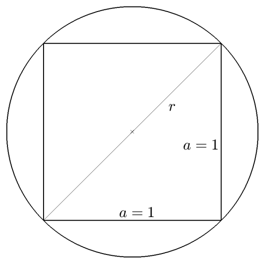
$$\pi \approx 3{,}14 \qquad \Delta_{3,14} = 0{,}01$$

1. Feladat

1. Feladat (1. típus)

Egy egység oldalú négyzet körülírható körének területét számoljuk. Mind a sugár, mind pedig a π értékét két tizedesjegyre kerekítjük. Adjuk meg a számolt terület abszolút és relatív hibakorlátait.

Megoldás:



A körülírt kör sugara:

$r = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}71 \qquad \Delta_{0{,}71} = 0{,}01$

$\pi \approx 3{,}14 \qquad \Delta_{3{,}14} = 0{,}01$

Ekkor

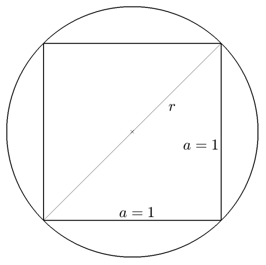
$\delta_{0{,}71} \approx \frac{\Delta_{0{,}71}}{0{,}71} =$

1. Feladat

1. Feladat (1. típus)

Egy egység oldalú négyzet körülírható körének területét számoljuk. Mind a sugár, mind pedig a π értékét két tizedesjegyre kerekítjük. Adjuk meg a számolt terület abszolút és relatív hibakorlátait.

Megoldás:



A körülírt kör sugara:

$r = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}71 \qquad \Delta_{0{,}71} = 0{,}01$

$\pi \approx 3{,}14 \qquad \Delta_{3{,}14} = 0{,}01$

Ekkor

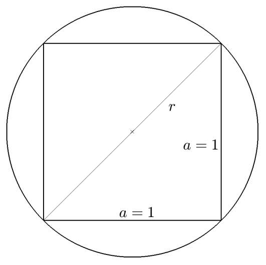
$\delta_{0{,}71} \approx \frac{\Delta_{0{,}71}}{0{,}71} = 1{,}4 \cdot 10^{-2}$

1. Feladat

1. Feladat (1. típus)

Egy egység oldalú négyzet körülírható körének területét számoljuk. Mind a sugár, mind pedig a π értékét két tizedesjegyre kerekítjük. Adjuk meg a számolt terület abszolút és relatív hibakorlátait.

Megoldás:



A körülírt kör sugara:

$r = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}71 \qquad \Delta_{0,71} = 0{,}01$

$\pi \approx 3{,}14 \qquad \Delta_{3,14} = 0{,}01$

Ekkor

$\delta_{0,71} \approx \frac{\Delta_{0,71}}{0{,}71} = 1{,}4 \cdot 10^{-2}$

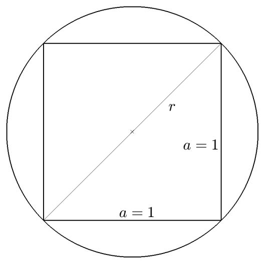
$\delta_{3,14} \approx \frac{\Delta_{3,14}}{3{,}14} =$

1. Feladat

1. Feladat (1. típus)

Egy egység oldalú négyzet körülírható körének területét számoljuk. Mind a sugár, mind pedig a π értékét két tizedesjegyre kerekítjük. Adjuk meg a számolt terület abszolút és relatív hibakorlátait.

Megoldás:



A körülírt kör sugara:

$r = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}71 \qquad \Delta_{0,71} = 0{,}01$

$\pi \approx 3{,}14 \qquad \Delta_{3,14} = 0{,}01$

Ekkor

$\delta_{0,71} \approx \frac{\Delta_{0,71}}{0{,}71} = 1{,}4 \cdot 10^{-2}$

$\delta_{3,14} \approx \frac{\Delta_{3,14}}{3{,}14} = 3{,}2 \cdot 10^{-3}$

1. Feladat

Megoldás :

$$T = r^2\pi.$$

1. Feladat

Megoldás:

$$T = r^2\pi.$$

Ehhez $r \cdot r \approx 0{,}71 \cdot 0{,}71 = 0{,}5041$.

1. Feladat

Megoldás:

$$T = r^2\pi.$$

Ehhez $r \cdot r \approx 0{,}71 \cdot 0{,}71 = 0{,}5041$.
$\Delta_{0{,}71\cdot 0{,}71} = 2 \cdot |0{,}71| \cdot 0{,}01 = 0{,}0142$

1. Feladat

Megoldás :

$$T = r^2\pi.$$

Ehhez $r \cdot r \approx 0{,}71 \cdot 0{,}71 = 0{,}5041.$
$\Delta_{0,71\cdot 0,71} = 2 \cdot |0{,}71| \cdot 0{,}01 = 0{,}0142$
$\delta_{0,71\cdot 0,71} = 2 \cdot \delta_{0,71} = 2{,}8 \cdot 10^{-2}$

1. Feladat

Megoldás :

$$T = r^2\pi.$$

Ehhez $r \cdot r \approx 0{,}71 \cdot 0{,}71 = 0{,}5041$.
$\Delta_{0,71\cdot 0,71} = 2 \cdot |0{,}71| \cdot 0{,}01 = 0{,}0142$
$\delta_{0,71\cdot 0,71} = 2 \cdot \delta_{0,71} = 2{,}8 \cdot 10^{-2}$
$\Delta_{0,71^2\cdot 3,14} = 0{,}5041 \cdot 0{,}01 + 3{,}14 \cdot 0{,}0142 = 0{,}049629$

1. Feladat

Megoldás:

$$T = r^2\pi.$$

Ehhez $r \cdot r \approx 0{,}71 \cdot 0{,}71 = 0{,}5041$.
$\Delta_{0{,}71 \cdot 0{,}71} = 2 \cdot |0{,}71| \cdot 0{,}01 = 0{,}0142$
$\delta_{0{,}71 \cdot 0{,}71} = 2 \cdot \delta_{0{,}71} = 2{,}8 \cdot 10^{-2}$
$\Delta_{0{,}71^2 \cdot 3{,}14} = 0{,}5041 \cdot 0{,}01 + 3{,}14 \cdot 0{,}0142 = 0{,}049629$
$\delta_{0{,}71^2 \cdot 3{,}14} = 2{,}8 \cdot 10^{-2} + 3{,}2 \cdot 10^{-3} = 3{,}12 \cdot 10^{-2}$.

2. Feladat

2. Feladat

Adjuk meg a B mátrix Cholesky-felbontását és felhasználásával a determinánsát!

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

2. Feladat

2. Feladat

Adjuk meg a B mátrix Cholesky-felbontását és felhasználásával a determinánsát!

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

A Cholesky felbontás során $A = L \cdot L^T$.

2. Feladat

Adjuk meg a B mátrix Cholesky-felbontását és felhasználásával a determinánsát!

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

A Cholesky felbontás során $A = L \cdot L^T$. Ahol L egy alsóháromszög mátrix, a főátlóban nem-negatív elemekkel (de nem feltétlenül 1-esek, mint az LU-nál).

2. Feladat

Adjuk meg a B mátrix Cholesky-felbontását és felhasználásával a determinánsát!

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

A Cholesky felbontás során $A = L \cdot L^T$. Ahol L egy alsóháromszög mátrix, a főátlóban nem-negatív elemekkel (de nem feltétlenül 1-esek, mint az LU-nál).
Az L mátrix elemeit a mátrix-szorzáson keresztül határozzuk meg.

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{array}{cc}
 & \begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}
\end{array}$$

2. Feladat

Megoldás :

$$\ell_1^2 = 4$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \color{red}{4} & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

2. Feladat

Megoldás :

$$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = \pm 2$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \color{red}{4} & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

2. Feladat

Megoldás :

$$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

2. Feladat

Megoldás :

$$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$$
$$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & \color{red}{2} & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

2. Feladat

Megoldás :

$$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$$

$$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$$

$$\begin{array}{cc} & \begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 4 & \color{red}{2} & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix} \end{array}$$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$$
$$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$$
$$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$

$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$

$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$

$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{array}{ll} \ell_1^2 = 4 & \ell_1 = 2 \\ \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & \color{red}{4} \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$

$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$

$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$

$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \quad \ell_7 = 2$

$\ell_2^2 + \ell_3^2 = 10$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & \color{red}{10} & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$$
$$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$$
$$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$$
$$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \quad \ell_7 = 2$$
$$\ell_2^2 + \ell_3^2 = 10$$
$$\ell_3 = 3$$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$$
$$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$$
$$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$$
$$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \quad \ell_7 = 2$$
$$\ell_2^2 + \ell_3^2 = 10$$
$$\ell_3 = \pm 3$$

2. Feladat

Megoldás :

$$
\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}
$$

$$
\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}
$$

$$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$$

$$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$$

$$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$$

$$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \quad \ell_7 = 2$$

$$\ell_2^2 + \ell_3^2 = 10$$

$$\ell_3 = 3$$

$$\ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5$$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$$
$$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$$
$$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$$
$$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \quad \ell_7 = 2$$
$$\ell_2^2 + \ell_3^2 = 10$$
$$\ell_3 = 3$$
$$\ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5$$
$$\ell_5 = 2$$

Megoldás :

$$\begin{array}{cc} & \begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & \color{red}{5} & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix} \end{array}$$

$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$

$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$

$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$

$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \quad \ell_7 = 2$

$\ell_2^2 + \ell_3^2 = 10$

$\ell_3 = 3$

$\ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5$

$\ell_5 = 2$

$\ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$$
$$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$$
$$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$$
$$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \quad \ell_7 = 2$$
$$\ell_2^2 + \ell_3^2 = 10$$
$$\ell_3 = 3$$
$$\ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5$$
$$\ell_5 = 2$$
$$\ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1$$
$$\ell_8 = -1$$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & \color{red}{-1} \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$$
$$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$$
$$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$$
$$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \quad \ell_7 = 2$$
$$\ell_2^2 + \ell_3^2 = 10$$
$$\ell_3 = 3$$
$$\ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5$$
$$\ell_5 = 2$$
$$\ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1$$
$$\ell_8 = -1$$

$$\ell_4^2 + \ell_5^2 + \ell_6^2 = 9$$

2. Feladat

Megoldás:

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$

$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$

$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$

$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \quad \ell_7 = 2$

$\ell_2^2 + \ell_3^2 = 10$

$\ell_3 = 3$

$\ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5$

$\ell_5 = 2$

$\ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1$

$\ell_8 = -1$

$\ell_4^2 + \ell_5^2 + \ell_6^2 = 9 \quad \ell_6 = 2$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & \color{red}{9} & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$

$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$

$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$

$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \quad \ell_7 = 2$

$\ell_2^2 + \ell_3^2 = 10$

$\ell_3 = 3$

$\ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5$

$\ell_5 = 2$

$\ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1$

$\ell_8 = -1$

$\ell_4^2 + \ell_5^2 + \ell_6^2 = 9 \quad \ell_6 = \pm 2$

2. Feladat

Megoldás:

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$

$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$

$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$

$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \quad \ell_7 = 2$

$\ell_2^2 + \ell_3^2 = 10$

$\ell_3 = 3$

$\ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5$

$\ell_5 = 2$

$\ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1$

$\ell_8 = -1$

$\ell_4^2 + \ell_5^2 + \ell_6^2 = 9 \quad \ell_6 = 2$

$\ell_4 \cdot \ell_7 + \ell_5 \cdot \ell_8 + \ell_6 \cdot \ell_9 = 0$

2. Feladat

Megoldás:

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$

$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$

$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$

$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \quad \ell_7 = 2$

$\ell_2^2 + \ell_3^2 = 10$

$\ell_3 = 3$

$\ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5$

$\ell_5 = 2$

$\ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1$

$\ell_8 = -1$

$\ell_4^2 + \ell_5^2 + \ell_6^2 = 9 \quad \ell_6 = 2$

$\ell_4 \cdot \ell_7 + \ell_5 \cdot \ell_8 + \ell_6 \cdot \ell_9 = 0 \quad \ell_9 = 2$

2. Feladat

Megoldás:

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$

$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$

$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$

$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \quad \ell_7 = 2$

$\ell_2^2 + \ell_3^2 = 10$

$\ell_3 = 3$

$\ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5$

$\ell_5 = 2$

$\ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1$

$\ell_8 = -1$

$\ell_4^2 + \ell_5^2 + \ell_6^2 = 9 \quad \ell_6 = 2$

$\ell_4 \cdot \ell_7 + \ell_5 \cdot \ell_8 + \ell_6 \cdot \ell_9 = 0 \quad \ell_9 = 2$

$\ell_7^2 + \ell_8^2 + \ell_9^2 + \ell_{10}^2 = 9$

2. Feladat

Megoldás:

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$

$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$

$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$

$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \quad \ell_7 = 2$

$\ell_2^2 + \ell_3^2 = 10$

$\ell_3 = 3$

$\ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5$

$\ell_5 = 2$

$\ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1$

$\ell_8 = -1$

$\ell_4^2 + \ell_5^2 + \ell_6^2 = 9 \quad \ell_6 = 2$

$\ell_4 \cdot \ell_7 + \ell_5 \cdot \ell_8 + \ell_6 \cdot \ell_9 = 0 \quad \ell_9 = 2$

$\ell_7^2 + \ell_8^2 + \ell_9^2 + \ell_{10}^2 = 9 \quad \ell_{10} = 1$

2. Feladat

Megoldás:

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & \color{red}{10} \end{bmatrix}$$

$$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$$
$$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$$
$$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$$
$$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \quad \ell_7 = 2$$
$$\ell_2^2 + \ell_3^2 = 10$$
$$\ell_3 = 3$$
$$\ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5$$
$$\ell_5 = 2$$
$$\ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1$$
$$\ell_8 = -1$$

$$\ell_4^2 + \ell_5^2 + \ell_6^2 = 9 \quad \ell_6 = 2$$
$$\ell_4 \cdot \ell_7 + \ell_5 \cdot \ell_8 + \ell_6 \cdot \ell_9 = 0 \quad \ell_9 = 2$$
$$\ell_7^2 + \ell_8^2 + \ell_9^2 + \ell_{10}^2 = 9 \quad \ell_{10} = \pm 1$$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & \color{red}{10} \end{bmatrix}$$

$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$

$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$

$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$

$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \quad \ell_7 = 2$

$\ell_2^2 + \ell_3^2 = 10$

$\ell_3 = 3$

$\ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5$

$\ell_5 = 2$

$\ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1$

$\ell_8 = -1$

$\ell_4^2 + \ell_5^2 + \ell_6^2 = 9 \quad \ell_6 = 2$

$\ell_4 \cdot \ell_7 + \ell_5 \cdot \ell_8 + \ell_6 \cdot \ell_9 = 0 \quad \ell_9 = 2$

$\ell_7^2 + \ell_8^2 + \ell_9^2 + \ell_{10}^2 = 9 \quad \ell_{10} = 1$

Megoldás :

Így

$$L = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Feladat

Megoldás :

Így

$$L = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Az L mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzataként kapható,

2. Feladat

Megoldás:

Így

$$L = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Az L mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzataként kapható, azaz

$$\det L = \ell_1 \cdot \ell_3 \cdot \ell_6 \cdot \ell_{10}$$

2. Feladat

Megoldás:

Így

$$L = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Az L mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzataként kapható, azaz

$$\det L = \ell_1 \cdot \ell_3 \cdot \ell_6 \cdot \ell_{10} = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 =$$

2. Feladat

Megoldás :

Így

$$L = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Az L mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzataként kapható, azaz

$$\det L = \ell_1 \cdot \ell_3 \cdot \ell_6 \cdot \ell_{10} = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 12$$

2. Feladat

Megoldás :

Így

$$L = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Az L mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzataként kapható, azaz

$$\det L = \ell_1 \cdot \ell_3 \cdot \ell_6 \cdot \ell_{10} = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 12$$

Mivel $\det L^T = \det L$, ezért $\det B = (\det L)^2 = 12^2 = 144$.

2. Feladat

Adjuk meg a B mátrix LU-felbontását és felhasználásával a determinánsát!

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}$$

2. Feladat

Adjuk meg a B mátrix LU-felbontását és felhasználásával a determinánsát!

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

Az LU-felbontás során $A = L \cdot U$.

2. Feladat

2. Feladat

Adjuk meg a B mátrix LU-felbontását és felhasználásával a determinánsát!

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

Az LU-felbontás során $A = L \cdot U$. Ahol L egy alsóháromszög mátrix, mely a főátlóban 1-eseket tartalmaz, míg az U egy felsőháromszög mátrix.

2. Feladat

Adjuk meg a B mátrix LU-felbontását és felhasználásával a determinánsát!

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

Az LU-felbontás során $A = L \cdot U$. Ahol L egy alsóháromszög mátrix, mely a főátlóban 1-eseket tartalmaz, míg az U egy felsőháromszög mátrix.
Az L és U mátrixok elemeit a mátrix-szorzáson keresztül határozzuk meg.

2. Feladat

Megoldás :

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

Megoldás :

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \quad 2\ell_1 = -4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ {\color{red}-4} & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}$$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \quad 2\ell_1 = -4 \quad \ell_1 = -2$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}$$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{ll} 2\ell_1 = -4 & \ell_1 = -2 \\ 2\ell_2 = 6 & \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}$$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{array}{cc} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$2\ell_1 = -4 \quad \ell_1 = -2$$
$$2\ell_2 = 6 \quad \ell_2 = 3$$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{l} 2\ell_1 = -4 \quad \ell_1 = -2 \\ 2\ell_2 = 6 \quad \ell_2 = 3 \\ 5\ell_1 + u_1 = -8 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}$$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \qquad \begin{array}{l} 2\ell_1 = -4 \quad \ell_1 = -2 \\ 2\ell_2 = 6 \quad \ell_2 = 3 \\ 5\ell_1 + u_1 = -8 \quad u_1 = 2 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}$$

2. Feladat

Megoldás :

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & {\color{red}-9} \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}
\end{array}
$$

$$2\ell_1 = -4 \quad \ell_1 = -2$$
$$2\ell_2 = 6 \quad \ell_2 = 3$$
$$5\ell_1 + u_1 = -8 \quad u_1 = 2$$
$$5\ell_1 + u_2 = -9$$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{array}{cc} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & {\color{red}-9} \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$2\ell_1 = -4 \quad \ell_1 = -2$$
$$2\ell_2 = 6 \quad \ell_2 = 3$$
$$5\ell_1 + u_1 = -8 \quad u_1 = 2$$
$$5\ell_1 + u_2 = -9 \quad u_2 = 1$$

2. Feladat

Megoldás:

$$\begin{array}{cc} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & {\color{red}25} & 23 \end{bmatrix} \end{array}$$

$2\ell_1 = -4 \quad \ell_1 = -2$

$2\ell_2 = 6 \quad \ell_2 = 3$

$5\ell_1 + u_1 = -8 \quad u_1 = 2$

$5\ell_1 + u_2 = -9 \quad u_2 = 1$

$5\ell_2 + u_1 \cdot \ell_3 = 25$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{array}{cc} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$2\ell_1 = -4 \quad \ell_1 = -2$$
$$2\ell_2 = 6 \quad \ell_2 = 3$$
$$5\ell_1 + u_1 = -8 \quad u_1 = 2$$
$$5\ell_1 + u_2 = -9 \quad u_2 = 1$$
$$5\ell_2 + u_1 \cdot \ell_3 = 25 \quad \ell_3 = 5$$

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{array}{cc} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{aligned} &2\ell_1 = -4 \quad \ell_1 = -2 \\ &2\ell_2 = 6 \quad \ell_2 = 3 \\ &5\ell_1 + u_1 = -8 \quad u_1 = 2 \\ &5\ell_1 + u_2 = -9 \quad u_2 = 1 \\ &5\ell_2 + u_1 \cdot \ell_3 = 25 \quad \ell_3 = 5 \\ &5\ell_2 + u_2 \cdot \ell_3 + u_3 = 23 \end{aligned}$$

2. Feladat

Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Feladat (1. típus)
1. Feladat (2. típus)
2. Feladat (1. típus)
2. Feladat (2. típus)
3. Feladat (1. típus)
3. Feladat (2. típus)
4. Feladat (1. típus)
4. Feladat (2. típus)
5. Feladat
6. Feladat

Megoldás :

$$\begin{array}{cc} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & \color{red}{23} \end{bmatrix} \end{array}$$

$$2\ell_1 = -4 \quad \ell_1 = -2$$
$$2\ell_2 = 6 \quad \ell_2 = 3$$
$$5\ell_1 + u_1 = -8 \quad u_1 = 2$$
$$5\ell_1 + u_2 = -9 \quad u_2 = 1$$
$$5\ell_2 + u_1 \cdot \ell_3 = 25 \quad \ell_3 = 5$$
$$5\ell_2 + u_2 \cdot \ell_3 + u_3 = 23 \quad u_3 = 3$$

2. Feladat

Megoldás:

$$\begin{array}{cc} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 2\ell_1 = -4 & \ell_1 = -2 \\ 2\ell_2 = 6 & \ell_2 = 3 \\ 5\ell_1 + u_1 = -8 & u_1 = 2 \\ 5\ell_1 + u_2 = -9 & u_2 = 1 \\ 5\ell_2 + u_1 \cdot \ell_3 = 25 & \ell_3 = 5 \\ 5\ell_2 + u_2 \cdot \ell_3 + u_3 = 23 & u_3 = 3 \end{array}$$

Így $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ és $U = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.

2. Feladat

Megoldás :

$$\begin{array}{cc} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 2\ell_1 = -4 & \ell_1 = -2 \\ 2\ell_2 = 6 & \ell_2 = 3 \\ 5\ell_1 + u_1 = -8 & u_1 = 2 \\ 5\ell_1 + u_2 = -9 & u_2 = 1 \\ 5\ell_2 + u_1 \cdot \ell_3 = 25 & \ell_3 = 5 \\ 5\ell_2 + u_2 \cdot \ell_3 + u_3 = 23 & u_3 = 3 \end{array}$$

Így $L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}$ és $U = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$.

Mivel $\det L = 1$ és $\det U = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$, ezért $\det B = \det L \cdot \det U = 12$.

3. Feladat

3. Feladat

Adjuk meg a C mátrix QR-felbontását Gram-Schmidt ortogonalizációval!

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

3. Feladat

3. Feladat

Adjuk meg a C mátrix QR-felbontását Gram-Schmidt ortogonalizációval!

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Megoldás:

A QR-felbontás során a mátrix ot egy Q ortogonális és egy R felsőháromszög mátrix szorzatára bontjuk.

3. Feladat

3. Feladat

Adjuk meg a C mátrix QR-felbontását Gram-Schmidt ortogonalizációval!

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Megoldás:

A QR-felbontás során a mátrix ot egy Q ortogonális és egy R felsőháromszög mátrix szorzatára bontjuk.
Jelöljük az C mátrix oszlopait rendre $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3$ vektorokkal.

3. Feladat

3. Feladat

Adjuk meg a C mátrix QR-felbontását Gram-Schmidt ortogonalizációval!

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Megoldás:

A QR-felbontás során a mátrix ot egy Q ortogonális és egy R felsőháromszög mátrix szorzatára bontjuk.
Jelöljük az C mátrix oszlopait rendre $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3$ vektorokkal.

$$\underline{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \underline{a}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \underline{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3. Feladat

Megoldás:

A Q mátrix $\underline{q}_1, \underline{q}_2, \underline{q}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az R mátrixot is.

$$Q = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} & & \\ 0 & & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

3. Feladat

Megoldás :

A Q mátrix $\underline{q}_1, \underline{q}_2, \underline{q}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az R mátrixot is.

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{r_{11}} \underline{a}_1$$

$$Q = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} & & \\ 0 & & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

3. Feladat

Megoldás:

A Q mátrix $\underline{q}_1, \underline{q}_2, \underline{q}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az R mátrixot is.

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{r_{11}} \underline{a}_1$$

$$Q = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \qquad r_{11} = \|\underline{a}_1\|_2 = \sqrt{2}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & & \\ 0 & & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

3. Feladat

Megoldás:

A Q mátrix $\underline{q}_1, \underline{q}_2, \underline{q}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az R mátrixot is.

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{r_{11}}\underline{a}_1$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & & \\ 0 & & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & & \end{bmatrix} \qquad r_{11} = \|\underline{a}_1\|_2 = \sqrt{2} \qquad \underline{q}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & & \\ 0 & & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

3. Feladat

Megoldás:

A Q mátrix $\underline{q}_1, \underline{q}_2, \underline{q}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az R mátrixot is.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & & \\ 0 & & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & & \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{r_{11}} \underline{a}_1$$

$$r_{11} = \|\underline{a}_1\|_2 = \sqrt{2} \qquad \underline{q}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_2 = \frac{1}{r_{22}} \left(\underline{a}_2 - r_{12} \underline{q}_1 \right)$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & & \\ 0 & & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

Megoldás:

A Q mátrix $\underline{q}_1, \underline{q}_2, \underline{q}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az R mátrixot is.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & & \\ 0 & & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & & \\ 0 & & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{r_{11}}\underline{a}_1$$

$$r_{11} = \|\underline{a}_1\|_2 = \sqrt{2} \qquad \underline{q}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_2 = \frac{1}{r_{22}}\left(\underline{a}_2 - r_{12}\underline{q}_1\right)$$

$$r_{12} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_2 \rangle$$

Megoldás:

A Q mátrix $\underline{q}_1, \underline{q}_2, \underline{q}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az R mátrixot is.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & & \\ 0 & & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & & \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{r_{11}} \underline{a}_1$$

$$r_{11} = \|\underline{a}_1\|_2 = \sqrt{2} \qquad \underline{q}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_2 = \frac{1}{r_{22}} \left(\underline{a}_2 - r_{12} \underline{q}_1 \right)$$

$$r_{12} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_2 \rangle = \sqrt{2}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \\ 0 & & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

3. Feladat

Megoldás:

A Q mátrix $\underline{q}_1, \underline{q}_2, \underline{q}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az R mátrixot is.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & & \\ 0 & & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \\ 0 & & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{r_{11}} \underline{a}_1$$

$$r_{11} = \|\underline{a}_1\|_2 = \sqrt{2} \qquad \underline{q}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_2 = \frac{1}{r_{22}} \left(\underline{a}_2 - r_{12} \underline{q}_1 \right)$$

$$r_{12} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_2 \rangle = \sqrt{2}$$

$$\underline{a}_2 - r_{12} \underline{q}_1 =$$

3. Feladat

Megoldás:

A Q mátrix $\underline{q}_1, \underline{q}_2, \underline{q}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az R mátrixot is.

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{r_{11}} \underline{a}_1$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & & \\ 0 & & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & & \end{bmatrix} \qquad r_{11} = \|\underline{a}_1\|_2 = \sqrt{2} \qquad \underline{q}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_2 = \frac{1}{r_{22}} \left(\underline{a}_2 - r_{12} \underline{q}_1 \right)$$

$$r_{12} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_2 \rangle = \sqrt{2}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \\ 0 & & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}. \qquad \underline{a}_2 - r_{12} \underline{q}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3. Feladat

Megoldás:

A Q mátrix $\underline{q}_1, \underline{q}_2, \underline{q}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az R mátrixot is.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & & \\ 0 & & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \\ 0 & & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{r_{11}}\underline{a}_1$$

$$r_{11} = \|\underline{a}_1\|_2 = \sqrt{2} \qquad \underline{q}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_2 = \frac{1}{r_{22}}\left(\underline{a}_2 - r_{12}\underline{q}_1\right)$$

$$r_{12} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_2 \rangle = \sqrt{2}$$

$$\underline{a}_2 - r_{12}\underline{q}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3. Feladat

Megoldás:

A Q mátrix $\underline{q}_1, \underline{q}_2, \underline{q}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az R mátrixot is.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & & \\ 0 & & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{r_{11}}\underline{a}_1$$

$$r_{11} = \|\underline{a}_1\|_2 = \sqrt{2} \qquad \underline{q}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_2 = \frac{1}{r_{22}}\left(\underline{a}_2 - r_{12}\underline{q}_1\right)$$

$$r_{12} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_2 \rangle = \sqrt{2}$$

$$\underline{a}_2 - r_{12}\underline{q}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$r_{22} = \|\underline{a}_2 - r_{12}\underline{q}_1\|_2 = 1$$

3. Feladat

Megoldás:

A Q mátrix $\underline{q}_1, \underline{q}_2, \underline{q}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az R mátrixot is.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \\ 0 & 1 & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{r_{11}} \underline{a}_1$$

$$r_{11} = \|\underline{a}_1\|_2 = \sqrt{2} \qquad \underline{q}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_2 = \frac{1}{r_{22}} \left(\underline{a}_2 - r_{12} \underline{q}_1 \right)$$

$$r_{12} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_2 \rangle = \sqrt{2}$$

$$\underline{a}_2 - r_{12} \underline{q}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$r_{22} = \|\underline{a}_2 - r_{12} \underline{q}_1\|_2 = 1 \qquad \underline{q}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Megoldás :

$$\underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}} \left(\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 \right)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \\ 0 & 1 & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

Megoldás:

$$\underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}}\left(\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2\right)$$

$$r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \\ 0 & 1 & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

Megoldás :

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \\ 0 & 1 & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

$$\underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}}\left(\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2\right)$$

$$r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Megoldás :

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \\ 0 & 1 & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

$$\underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}}\left(\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2\right)$$

$$r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Megoldás :

$$\underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}}\left(\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2\right)$$
$$r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$r_{23} = \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \\ 0 & 1 & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

Megoldás :

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \\ 0 & 1 & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

$$\underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}} \left(\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 \right)$$

$$r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$r_{23} = \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle = -1$$

Megoldás:

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \\ 0 & 1 & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

$$\underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}}\left(\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2\right)$$

$$r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$r_{23} = \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle = -1$$

$$\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 =$$

Megoldás :

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \\ 0 & 1 & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

$$\underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}} \left(\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 \right)$$

$$r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$r_{23} = \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle = -1$$

$$\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Megoldás :

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \\ 0 & 1 & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

$$\underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}} \left(\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 \right)$$

$$r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$r_{23} = \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle = -1$$

$$\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Megoldás :

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \\ 0 & 1 & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}.$$

$$\underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}}\left(\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2\right)$$

$$r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$r_{23} = \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle = -1$$

$$\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$r_{33} = \|\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2\|_2 =$$

Megoldás :

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \\ 0 & 1 & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}.$$

$$\underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}}\left(\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2\right)$$

$$r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$r_{23} = \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle = -1$$

$$\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$r_{33} = \|\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2\|_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Megoldás :

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \\ 0 & 1 & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}.$$

$$\underline{q}_3 = \frac{2}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} =$$

$$\underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}} \left(\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 \right)$$

$$r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$r_{23} = \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle = -1$$

$$\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$r_{33} = \|\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2\|_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Megoldás :

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}.$$

$$\underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}} \left(\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 \right)$$

$$r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$r_{23} = \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle = -1$$

$$\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$r_{33} = \|\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2\|_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\underline{q}_3 = \frac{2}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} \\ -\frac{2}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix}$$

3. Feladat

3. Feladat

Adjuk meg a C mátrix QR-felbontását Gram-Schmidt ortogonalizációval normálás nélkül!

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

3. Feladat

3. Feladat

Adjuk meg a C mátrix QR-felbontását Gram-Schmidt ortogonalizációval normálás nélkül!

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Megoldás:

Ekkor a mátrixot egy $\widetilde{Q}$ mátrix és egy $\widetilde{R}$ felsőháromszög mátrix szorzatára bontjuk, ahol $\widetilde{Q}$ oszlopai páronként ortogonálisak és $\widetilde{r}_{ii} = 1$

3. Feladat

3. Feladat

Adjuk meg a C mátrix QR-felbontását Gram-Schmidt ortogonalizációval normálás nélkül!

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Megoldás:

Ekkor a mátrixot egy $\widetilde{Q}$ mátrix és egy $\widetilde{R}$ felsőháromszög mátrix szorzatára bontjuk, ahol $\widetilde{Q}$ oszlopai páronként ortogonálisak és $\widetilde{r}_{ii} = 1$

Használjuk az előző feladat jelöléseit az oszlopvektorokra.

3. Feladat

Megoldás :

A $\widetilde{Q}$ mátrix $\underline{\widetilde{q}}_1, \underline{\widetilde{q}}_2, \underline{\widetilde{q}}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az $\widetilde{R}$ mátrixot is.

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Megoldás :

A $\widetilde{Q}$ mátrix $\underline{\widetilde{q}}_1, \underline{\widetilde{q}}_2, \underline{\widetilde{q}}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az $\widetilde{R}$ mátrixot is.

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix} \qquad \underline{\widetilde{q}}_1 = \underline{a}_1$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Feladat

Megoldás :

A $\widetilde{Q}$ mátrix $\underline{\widetilde{q}}_1, \underline{\widetilde{q}}_2, \underline{\widetilde{q}}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az $\widetilde{R}$ mátrixot is.

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{bmatrix} \qquad \underline{\widetilde{q}}_1 = \underline{a}_1 \qquad \underline{\widetilde{q}}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Feladat

Megoldás :

A $\widetilde{Q}$ mátrix $\underline{\widetilde{q}}_1, \underline{\widetilde{q}}_2, \underline{\widetilde{q}}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az $\widetilde{R}$ mátrixot is.

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{bmatrix}$$

$$\underline{\widetilde{q}}_1 = \underline{a}_1 \qquad \underline{\widetilde{q}}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\widetilde{q}}_2 = \underline{a}_2 - \widetilde{r}_{12}\underline{\widetilde{q}}_1$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Feladat

Megoldás :

A $\widetilde{Q}$ mátrix $\underline{\widetilde{q}}_1, \underline{\widetilde{q}}_2, \underline{\widetilde{q}}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az $\widetilde{R}$ mátrixot is.

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{bmatrix} \qquad \underline{\widetilde{q}}_1 = \underline{a}_1 \qquad \underline{\widetilde{q}}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\widetilde{q}}_2 = \underline{a}_2 - \widetilde{r}_{12}\underline{\widetilde{q}}_1$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \qquad \widetilde{r}_{12} = \frac{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{a}_2 \rangle}{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{\widetilde{q}}_1 \rangle}$$

Megoldás :

A $\widetilde{Q}$ mátrix $\underline{\widetilde{q}}_1, \underline{\widetilde{q}}_2, \underline{\widetilde{q}}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az $\widetilde{R}$ mátrixot is.

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{bmatrix} \qquad \underline{\widetilde{q}}_1 = \underline{a}_1 \qquad \underline{\widetilde{q}}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\widetilde{q}}_2 = \underline{a}_2 - \widetilde{r}_{12}\underline{\widetilde{q}}_1$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \qquad \widetilde{r}_{12} = \frac{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{a}_2 \rangle}{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{\widetilde{q}}_1 \rangle} = \frac{2}{2} = 1$$

3. Feladat

Megoldás :

A $\widetilde{Q}$ mátrix $\underline{\widetilde{q}}_1, \underline{\widetilde{q}}_2, \underline{\widetilde{q}}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az $\widetilde{R}$ mátrixot is.

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ 0 & & \\ 1 & & \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\underline{\widetilde{q}}_1 = \underline{a}_1 \qquad \underline{\widetilde{q}}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\widetilde{q}}_2 = \underline{a}_2 - \widetilde{r}_{12}\underline{\widetilde{q}}_1$$

$$\widetilde{r}_{12} = \frac{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{a}_2 \rangle}{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{\widetilde{q}}_1 \rangle} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\underline{\widetilde{q}}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

3. Feladat

Megoldás :

A $\widetilde{Q}$ mátrix $\underline{\widetilde{q}}_1, \underline{\widetilde{q}}_2, \underline{\widetilde{q}}_3$ oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az $\widetilde{R}$ mátrixot is.

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 1 & 0 & \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\underline{\widetilde{q}}_1 = \underline{a}_1 \qquad \underline{\widetilde{q}}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\widetilde{q}}_2 = \underline{a}_2 - \widetilde{r}_{12}\underline{\widetilde{q}}_1$$

$$\widetilde{r}_{12} = \frac{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{a}_2 \rangle}{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{\widetilde{q}}_1 \rangle} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\underline{\widetilde{q}}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3. Feladat

Megoldás:

$$\underline{\tilde{q}}_3 = \underline{a}_3 - \tilde{r}_{13}\underline{\tilde{q}}_1 - \tilde{r}_{23}\underline{\tilde{q}}_2$$

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 1 & 0 & \end{bmatrix}$$

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Feladat

Megoldás:

$$\underline{\widetilde{q}}_3 = \underline{a}_3 - \widetilde{r}_{13}\underline{\widetilde{q}}_1 - \widetilde{r}_{23}\underline{\widetilde{q}}_2$$

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 1 & 0 & \end{bmatrix} \qquad \widetilde{r}_{13} = \frac{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{\widetilde{q}}_1 \rangle}$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Feladat

Megoldás:

$$\underline{\widetilde{q}}_3 = \underline{a}_3 - \widetilde{r}_{13}\underline{\widetilde{q}}_1 - \widetilde{r}_{23}\underline{\widetilde{q}}_2$$

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 1 & 0 & \end{bmatrix} \qquad \widetilde{r}_{13} = \frac{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{\widetilde{q}}_1 \rangle} = \frac{1}{2}$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Feladat

Megoldás :

$$\underline{\tilde{q}}_3 = \underline{a}_3 - \tilde{r}_{13}\underline{\tilde{q}}_1 - \tilde{r}_{23}\underline{\tilde{q}}_2$$

$$\tilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 1 & 0 & \end{bmatrix} \qquad \tilde{r}_{13} = \frac{\langle \underline{\tilde{q}}_1, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \underline{\tilde{q}}_1, \underline{\tilde{q}}_1 \rangle} = \frac{1}{2}$$

$$\tilde{r}_{23} = \frac{\langle \underline{\tilde{q}}_2, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \underline{\tilde{q}}_2, \underline{\tilde{q}}_2 \rangle}$$

$$\tilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Feladat

Megoldás :

$$\underline{\widetilde{q}}_3 = \underline{a}_3 - \widetilde{r}_{13}\underline{\widetilde{q}}_1 - \widetilde{r}_{23}\underline{\widetilde{q}}_2$$

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 1 & 0 & \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{r}_{13} = \frac{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{\widetilde{q}}_1 \rangle} = \frac{1}{2}$$

$$\widetilde{r}_{23} = \frac{\langle \underline{\widetilde{q}}_2, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \underline{\widetilde{q}}_2, \underline{\widetilde{q}}_2 \rangle} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

3. Feladat

Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 1 & 0 & \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\underline{\widetilde{q}}_3 = \underline{a}_3 - \widetilde{r}_{13}\underline{\widetilde{q}}_1 - \widetilde{r}_{23}\underline{\widetilde{q}}_2$$

$$\widetilde{r}_{13} = \frac{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{\widetilde{q}}_1 \rangle} = \frac{1}{2}$$

$$\widetilde{r}_{23} = \frac{\langle \underline{\widetilde{q}}_2, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \underline{\widetilde{q}}_2, \underline{\widetilde{q}}_2 \rangle} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\underline{\widetilde{q}}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \tfrac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3. Feladat

Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\underline{\widetilde{q}}_3 = \underline{a}_3 - \widetilde{r}_{13}\underline{\widetilde{q}}_1 - \widetilde{r}_{23}\underline{\widetilde{q}}_2$$

$$\widetilde{r}_{13} = \frac{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{\widetilde{q}}_1 \rangle} = \frac{1}{2}$$

$$\widetilde{r}_{23} = \frac{\langle \underline{\widetilde{q}}_2, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \underline{\widetilde{q}}_2, \underline{\widetilde{q}}_2 \rangle} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\underline{\widetilde{q}}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

3. Feladat

Megoldás :

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

A $\widetilde{Q}$ mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

$$Q = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

3. Feladat

Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

A $\widetilde{Q}$ mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

Ugyanezekkel az értékekkel kell rendre megszorozni az $\widetilde{R}$ mátrix megfelelő sorait, így kaphatjuk az Rmátrixot.

$$Q = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} \\ \\ \\ \end{bmatrix}$$

3. Feladat

Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\sqrt{2}$$

A $\widetilde{Q}$ mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

Ugyanezekkel az értékekkel kell rendre megszorozni az $\widetilde{R}$ mátrix megfelelő sorait, így kaphatjuk az Rmátrixot.

$$Q = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} \quad \end{bmatrix}$$

3. Feladat

Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\sqrt{2}$$

A $\widetilde{Q}$ mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

Ugyanezekkel az értékekkel kell rendre megszorozni az $\widetilde{R}$ mátrix megfelelő sorait, így kaphatjuk az Rmátrixot.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & & \\ 0 & & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & & \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

3. Feladat

Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\sqrt{2}$$

A $\widetilde{Q}$ mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

Ugyanezekkel az értékekkel kell rendre megszorozni az $\widetilde{R}$ mátrix megfelelő sorait, így kaphatjuk az Rmátrixot.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & & \\ 0 & & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & & \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

3. Feladat

Megoldás :

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\sqrt{2} \qquad 1$$

A $\widetilde{Q}$ mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

Ugyanezekkel az értékekkel kell rendre megszorozni az $\widetilde{R}$ mátrix megfelelő sorait, így kaphatjuk az Rmátrixot.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & & \\ 0 & & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & & \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

3. Feladat

Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\sqrt{2} \qquad 1$$

A $\widetilde{Q}$ mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

Ugyanezekkel az értékekkel kell rendre megszorozni az $\widetilde{R}$ mátrix megfelelő sorait, így kaphatjuk az Rmátrixot.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \\ 0 & 1 & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ & & \\ & & \end{bmatrix}$$

3. Feladat

Megoldás :

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\sqrt{2} \qquad 1$$

A $\widetilde{Q}$ mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

Ugyanezekkel az értékekkel kell rendre megszorozni az $\widetilde{R}$ mátrix megfelelő sorait, így kaphatjuk az Rmátrixot.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \\ 0 & 1 & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ & & \end{bmatrix}$$

3. Feladat

Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\sqrt{2} \qquad 1 \qquad \frac{1}{\sqrt{2}}$$

A $\widetilde{Q}$ mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

Ugyanezekkel az értékekkel kell rendre megszorozni az $\widetilde{R}$ mátrix megfelelő sorait, így kaphatjuk az Rmátrixot.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \\ 0 & 1 & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ & & \end{bmatrix}$$

3. Feladat

Megoldás :

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\sqrt{2} \qquad 1 \qquad \frac{1}{\sqrt{2}}$$

A $\widetilde{Q}$ mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

Ugyanezekkel az értékekkel kell rendre megszorozni az $\widetilde{R}$ mátrix megfelelő sorait, így kaphatjuk az Rmátrixot.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ & & \end{bmatrix}$$

3. Feladat

Numerikus módszerek

Király Balázs

Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\sqrt{2} \qquad 1 \qquad \frac{1}{\sqrt{2}}$$

A $\widetilde{Q}$ mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

Ugyanezekkel az értékekkel kell rendre megszorozni az $\widetilde{R}$ mátrix megfelelő sorait, így kaphatjuk az Rmátrixot.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

4. Feladat

4. Feladat

Adjuk meg a D mátrix QR-felbontását Householder algoritmussal!

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

4. Feladat

4. Feladat

Adjuk meg a D mátrix QR-felbontását Householder algoritmussal!

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Megoldás:

Legyen $\underline{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ a mátrix első oszlopvektora.

4. Feladat

4. Feladat

Adjuk meg a D mátrix QR-felbontását Householder algoritmussal!

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Megoldás:

Legyen $\underline{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ a mátrix első oszlopvektora.

Keressük azt a H Housholder transzformációt, amely az $\underline{a}$ vektort a $\underline{b} = \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \end{bmatrix}$ vektorba viszi.

4. Feladat

4. Feladat

Adjuk meg a D mátrix QR-felbontását Householder algoritmussal!

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Megoldás:

Legyen $\underline{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ a mátrix első oszlopvektora.

Keressük azt a H Housholder transzformációt, amely az $\underline{a}$ vektort a $\underline{b} = \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \end{bmatrix}$ vektorba viszi.

Ekkor $\|\underline{a}\|_2 = \|\underline{b}\|_2$

4. Feladat

4. Feladat

Adjuk meg a D mátrix QR-felbontását Householder algoritmussal!

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Megoldás:

Legyen $\underline{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ a mátrix első oszlopvektora.

Keressük azt a H Housholder transzformációt, amely az $\underline{a}$ vektort a $\underline{b} = \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \end{bmatrix}$ vektorba viszi.

Ekkor $\|\underline{a}\|_2 = \|\underline{b}\|_2 \quad \Rightarrow \quad \sigma = \pm 5$

4. Feladat

4. Feladat

Adjuk meg a D mátrix QR-felbontását Householder algoritmussal!

$$D = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}.$$

Megoldás:

Legyen $\underline{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ a mátrix első oszlopvektora.

Keressük azt a H Housholder transzformációt, amely az $\underline{a}$ vektort a $\underline{b} = \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \end{bmatrix}$ vektorba viszi.

Ekkor $\|\underline{a}\|_2 = \|\underline{b}\|_2 \quad \Rightarrow \quad \sigma = \pm 5$

Mivel $a_1 > 0$, ezért $\sigma = -5$.

4. Feladat

Megoldás :

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor :

4. Feladat

Megoldás :

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor :

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

Megoldás:

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} =$$

4. Feladat

Megoldás:

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

4. Feladat

Megoldás:

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

4. Feladat

Megoldás:

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{64 + 16} = 4\sqrt{5}.$$

4. Feladat

Megoldás:

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{64 + 16} = 4\sqrt{5}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{4\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{64 + 16} = 4\sqrt{5}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{4\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4. Feladat

Megoldás:

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{64 + 16} = 4\sqrt{5}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{4\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$H(\underline{v}) = I - 2\underline{v} \cdot \underline{v}^T =$$

4. Feladat

Megoldás:

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a}-\underline{b}}{\|\underline{a}-\underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a}-\underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{64+16} = 4\sqrt{5}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{4\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$H(\underline{v}) = I - 2\underline{v}\cdot\underline{v}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - 2\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}\cdot\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}\cdot[2,\ 1] =$$

4. Feladat

Megoldás :

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor :

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{64 + 16} = 4\sqrt{5}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{4\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$H(\underline{v}) = I - 2\underline{v} \cdot \underline{v}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [2,\ 1] = \begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

4. Feladat

Megoldás :

A QR-felbontás ortogonális mátrixa az előbb felírt H mátrix :

4. Feladat

Megoldás:

A QR-felbontás ortogonális mátrixa az előbb felírt H mátrix:

$$Q = H(\underline{v}) = \begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

4. Feladat

Megoldás:

A QR-felbontás ortogonális mátrixa az előbb felírt H mátrix:

$$Q = H(\underline{v}) = \begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

A felsőháromszög mátrix mátrix-szorzással kapható:

$$R = H \cdot D = \begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} =$$

4. Feladat

Megoldás:

A QR-felbontás ortogonális mátrixa az előbb felírt H mátrix:

$$Q = H(\underline{v}) = \begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

A felsőháromszög mátrix mátrix-szorzással kapható:

$$R = H \cdot D = \begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

4. Feladat

4. Feladat

Adjuk meg azt a Householder transzformációt, amely a $(1,-2,2)^T$ vektort $\underline{e}_1$ irányú vektorba viszi, ellenőrzésként végezzük is el a transzformációt!

4. Feladat

Adjuk meg azt a Householder transzformációt, amely a $(1,-2{,}2)^T$ vektort $\underline{e}_1$ irányú vektorba viszi, ellenőrzésként végezzük is el a transzformációt!

Megoldás:

Legyen $\underline{b} = \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

4. Feladat

4. Feladat

Adjuk meg azt a Householder transzformációt, amely a $(1, -2{,}2)^T$ vektort $\underline{e}_1$ irányú vektorba viszi, ellenőrzésként végezzük is el a transzformációt!

Megoldás:

Legyen $\underline{b} = \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Keressük azt a H Housholder transzformációt, amely az $\underline{a}$ vektort a $\underline{b}$ vektorba viszi.

4. Feladat

4. Feladat

Adjuk meg azt a Householder transzformációt, amely a $(1,-2{,}2)^T$ vektort $\underline{e}_1$ irányú vektorba viszi, ellenőrzésként végezzük is el a transzformációt!

Megoldás:

Legyen $\underline{b} = \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Keressük azt a H Housholder transzformációt, amely az $\underline{a}$ vektort a $\underline{b}$ vektorba viszi.

Ekkor $\|\underline{a}\|_2 = \|\underline{b}\|_2$

4. Feladat

4. Feladat

Adjuk meg azt a Householder transzformációt, amely a $(1, -2{,}2)^T$ vektort $\underline{e}_1$ irányú vektorba viszi, ellenőrzésként végezzük is el a transzformációt!

Megoldás:

Legyen $\underline{b} = \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Keressük azt a H Housholder transzformációt, amely az $\underline{a}$ vektort a $\underline{b}$ vektorba viszi.

Ekkor $\|\underline{a}\|_2 = \|\underline{b}\|_2 \quad \Rightarrow \quad \sigma = \pm 3$

4. Feladat

4. Feladat

Adjuk meg azt a Householder transzformációt, amely a $(1,-2{,}2)^T$ vektort $\underline{e}_1$ irányú vektorba viszi, ellenőrzésként végezzük is el a transzformációt!

Megoldás:

Legyen $\underline{b} = \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Keressük azt a H Housholder transzformációt, amely az $\underline{a}$ vektort a $\underline{b}$ vektorba viszi.

Ekkor $\|\underline{a}\|_2 = \|\underline{b}\|_2 \quad \Rightarrow \quad \sigma = \pm 3$

Mivel $a_1 > 0$, ezért $\sigma = -3$.

4. Feladat

Megoldás :

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor :

4. Feladat

Megoldás:

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

4. Feladat

Megoldás :

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor :

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} =$$

4. Feladat

Megoldás :

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor :

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

Megoldás:

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

4. Feladat

Megoldás :

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{16 + 4 + 4+} = 2\sqrt{6}.$$

4. Feladat

Megoldás :

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor :

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{16 + 4 + 4+} = 2\sqrt{6}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{16 + 4 + 4+} = 2\sqrt{6}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

4. Feladat

Megoldás:

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{16 + 4 + 4+} = 2\sqrt{6}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$H(\underline{v}) = I - 2\underline{v} \cdot \underline{v}^T$$

4. Feladat

Megoldás:

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{16 + 4 + 4+} = 2\sqrt{6}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$H(\underline{v}) = I - 2\underline{v} \cdot \underline{v}^T = I - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \underline{u} \cdot \underline{u}^T =$$

4. Feladat

Megoldás :

A transzformációt leíró $\underline{v}$ (normál)vektor :

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{16 + 4 + 4+} = 2\sqrt{6}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$H(\underline{v}) = I - 2\underline{v} \cdot \underline{v}^T = I - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \underline{u} \cdot \underline{u}^T = I - \frac{1}{3} \underline{u} \cdot \underline{u}^T.$$

4. Feladat

Megoldás :

Ellenőrzés :

4. Feladat

Megoldás :

Ellenőrzés :

$$H(\underline{v}) \cdot \underline{a} \quad = \quad \left(I - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^T \right) \cdot \underline{a} =$$

4. Feladat

Megoldás:

Ellenőrzés:

$$H(\underline{v}) \cdot \underline{a} \quad = \quad \left(I - \frac{1}{3} \underline{u} \cdot \underline{u}^T \right) \cdot \underline{a} = \underline{a} - \frac{1}{3} \underline{u} \cdot \underline{u}^T \cdot \underline{a} =$$

4. Feladat

Megoldás :

Ellenőrzés :

$$
\begin{aligned}
H(\underline{v}) \cdot \underline{a} &= \left(I - \frac{1}{3} \underline{u} \cdot \underline{u}^T \right) \cdot \underline{a} = \underline{a} - \frac{1}{3} \underline{u} \cdot \underline{u}^T \cdot \underline{a} = \\
&= \underline{a} - \frac{1}{3} \underline{u} \cdot \left(\underline{u}^T \cdot \underline{a} \right) =
\end{aligned}
$$

4. Feladat

Megoldás :

Ellenőrzés :

$$\begin{aligned} H(\underline{v}) \cdot \underline{a} &= \left(I - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^T \right) \cdot \underline{a} = \underline{a} - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^T \cdot \underline{a} = \\ &= \underline{a} - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \left(\underline{u}^T \cdot \underline{a} \right) = \underline{a} - \frac{1}{3} \cdot \langle \underline{u}, \underline{a} \rangle \cdot \underline{u} \end{aligned}$$

4. Feladat

Megoldás:

Ellenőrzés:

$$\begin{aligned} H(\underline{v}) \cdot \underline{a} &= \left(I - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^T \right) \cdot \underline{a} = \underline{a} - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^T \cdot \underline{a} = \\ &= \underline{a} - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \left(\underline{u}^T \cdot \underline{a}\right) = \underline{a} - \frac{1}{3} \cdot \langle \underline{u}, \underline{a} \rangle \cdot \underline{u} \end{aligned}$$

$$H \cdot \underline{a} = \underline{a} - \frac{1}{3} \langle \underline{u}, \underline{a} \rangle \underline{u} =$$

4. Feladat

Megoldás:

Ellenőrzés:

$$\begin{aligned} H(\underline{v})\cdot\underline{a} &= \left(I-\frac{1}{3}\underline{u}\cdot\underline{u}^T\right)\cdot\underline{a} = \underline{a}-\frac{1}{3}\underline{u}\cdot\underline{u}^T\cdot\underline{a} = \\ &= \underline{a}-\frac{1}{3}\underline{u}\cdot\left(\underline{u}^T\cdot\underline{a}\right) = \underline{a}-\frac{1}{3}\cdot\langle\underline{u},\underline{a}\rangle\cdot\underline{u} \end{aligned}$$

$$H\cdot\underline{a} = \underline{a}-\frac{1}{3}\langle\underline{u},\underline{a}\rangle\underline{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} - \underbrace{\frac{1}{3}\cdot(2+2+2)}_{=2}\cdot\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} =$$

4. Feladat

Megoldás:

Ellenőrzés:

$$\begin{aligned} H(\underline{v}) \cdot \underline{a} &= \left(I - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^T\right) \cdot \underline{a} = \underline{a} - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^T \cdot \underline{a} = \\ &= \underline{a} - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \left(\underline{u}^T \cdot \underline{a}\right) = \underline{a} - \frac{1}{3} \cdot \langle \underline{u}, \underline{a} \rangle \cdot \underline{u} \end{aligned}$$

$$H \cdot \underline{a} = \underline{a} - \frac{1}{3}\langle \underline{u}, \underline{a} \rangle \underline{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} - \underbrace{\frac{1}{3} \cdot (2+2+2)}_{=2} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

5. Feladat

Adjuk meg az A mátrix ∞ normára vonatkozó kondíciószámát! (VAGY 1-es VAGY Froebenius normára vonatkozó kondíciószám.)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

Mivel $\mathrm{cond}A = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$, ezért először felírjuk a mátrix normáját (a feladat ∞ normát kért, de hasonlóan oldható meg a többi felsorolt norma esetére is):

5. Feladat

5. Feladat

Adjuk meg az A mátrix ∞ normára vonatkozó kondíciószámát! (VAGY 1-es VAGY Froebenius normára vonatkozó kondíciószám.)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

Mivel $\mathrm{cond} A = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$, ezért először felírjuk a mátrix normáját (a feladat ∞ normát kért, de hasonlóan oldható meg a többi felsorolt norma esetére is):

$$\|A\|_\infty = \max\{4,\ 4,\ 2\} =$$

5. Feladat

Adjuk meg az A mátrix ∞ normára vonatkozó kondíciószámát! (VAGY 1-es VAGY Froebenius normára vonatkozó kondíciószám.)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

Mivel $\operatorname{cond} A = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$, ezért először felírjuk a mátrix normáját (a feladat ∞ normát kért, de hasonlóan oldható meg a többi felsorolt norma esetére is):

$$\|A\|_\infty = \max\{4,\ 4,\ 2\} = 4$$

5. Feladat

Adjuk meg az A mátrix ∞ normára vonatkozó kondíciószámát! (VAGY 1-es VAGY Froebenius normára vonatkozó kondíciószám.)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

Mivel $\mathrm{cond} A = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$, ezért először felírjuk a mátrix normáját (a feladat ∞ normát kért, de hasonlóan oldható meg a többi felsorolt norma esetére is):

$$\begin{aligned} \|A\|_\infty &= \max\{4,\ 4,\ 2\} = 4 \\ \|A\|_1 &= \max\{3,\ 2,\ 5\} = \end{aligned}$$

5. Feladat

5. Feladat

Adjuk meg az A mátrix ∞ normára vonatkozó kondíciószámát! (VAGY 1-es VAGY Froebenius normára vonatkozó kondíciószám.)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

Mivel $\mathrm{cond}A = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$, ezért először felírjuk a mátrix normáját (a feladat ∞ normát kért, de hasonlóan oldható meg a többi felsorolt norma esetére is):

$$\begin{aligned} \|A\|_\infty &= \max\{4,\ 4,\ 2\} = 4 \\ \|A\|_1 &= \max\{3,\ 2,\ 5\} = 5 \end{aligned}$$

5. Feladat

5. Feladat

Adjuk meg az A mátrix ∞ normára vonatkozó kondíciószámát! (VAGY 1-es VAGY Froebenius normára vonatkozó kondíciószám.)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Megoldás :

Mivel $\mathrm{cond} A = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$, ezért először felírjuk a mátrix normáját (a feladat ∞ normát kért, de hasonlóan oldható meg a többi felsorolt norma esetére is) :

$$\begin{aligned} \|A\|_\infty &= \max\{4,\ 4,\ 2\} = 4 \\ \|A\|_1 &= \max\{3,\ 2,\ 5\} = 5 \\ \|A\|_F &= \sqrt{1+1+4+4+1+1+4} = \sqrt{16} \end{aligned}$$

5. Feladat

Adjuk meg az A mátrix ∞ normára vonatkozó kondíciószámát! (VAGY 1-es VAGY Froebenius normára vonatkozó kondíciószám.)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

Mivel $\mathrm{cond} A = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$, ezért először felírjuk a mátrix normáját (a feladat ∞ normát kért, de hasonlóan oldható meg a többi felsorolt norma esetére is):

$$\begin{aligned} \|A\|_\infty &= \max\{4,\ 4,\ 2\} = 4 \\ \|A\|_1 &= \max\{3,\ 2,\ 5\} = 5 \\ \|A\|_F &= \sqrt{1+1+4+4+1+1+4} = \sqrt{16} = 4 \end{aligned}$$

5. Feladat

Megoldás:

A mátrix inverzét Gauss-eliminációval határozzuk meg:

5. Feladat

Megoldás :

A mátrix inverzét Gauss-eliminációval határozzuk meg :

$$\left[\begin{array}{rrr|rrr} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

5. Feladat

Megoldás:

A mátrix inverzét Gauss-eliminációval határozzuk meg:

$$\left[\begin{array}{rrr|rrr} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{rrr|rrr} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

5. Feladat

Megoldás:

A mátrix inverzét Gauss-eliminációval határozzuk meg:

$$\left[\begin{array}{rrr|rrr} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{rrr|rrr} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{rrr|rrr} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{array}\right]$$

5. Feladat

Megoldás:

A mátrix inverzét Gauss-eliminációval határozzuk meg:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{array}\right]$$

5. Feladat

Megoldás:

A mátrix inverzét Gauss-eliminációval határozzuk meg:

$$\left[\begin{array}{rrr|rrr} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{rrr|rrr} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{rrr|rrr} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{rrr|rrr} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{array}\right]$$

Így az A mátrix inverze:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

5. Feladat

Megoldás :

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit :

Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$\|A^{-1}\|_\infty = \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} =$$

Megoldás :

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit :

$$\|A^{-1}\|_\infty = \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2}$$

Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$\begin{aligned} \|A^{-1}\|_\infty &= \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2} \\ \|A^{-1}\|_1 &= \max\left\{3,\ 2,\ \frac{5}{2}\right\} = \end{aligned}$$

5. Feladat

Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$\begin{aligned} \|A^{-1}\|_\infty &= \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2} \\ \|A^{-1}\|_1 &= \max\left\{3,\ 2,\ \frac{5}{2}\right\} = 3 \end{aligned}$$

5. Feladat

Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$\begin{aligned} \|A^{-1}\|_\infty &= \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2} \\ \|A^{-1}\|_1 &= \max\left\{3,\ 2,\ \frac{5}{2}\right\} = 3 \\ \|A^{-1}\|_F &= \sqrt{1+1+\frac{1}{4}+4+1+\frac{9}{4}+\frac{1}{4}} = \end{aligned}$$

5. Feladat

Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$\|A^{-1}\|_\infty = \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2}$$

$$\|A^{-1}\|_1 = \max\left\{3, 2, \frac{5}{2}\right\} = 3$$

$$\|A^{-1}\|_F = \sqrt{1+1+\frac{1}{4}+4+1+\frac{9}{4}+\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{39}}{2}.$$

5. Feladat

Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$\begin{aligned} \|A^{-1}\|_\infty &= \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2} \\ \|A^{-1}\|_1 &= \max\left\{3,\ 2,\ \frac{5}{2}\right\} = 3 \\ \|A^{-1}\|_F &= \sqrt{1+1+\frac{1}{4}+4+1+\frac{9}{4}+\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{39}}{2}. \end{aligned}$$

Így a keresett kondíciószámok:

$$\mathrm{cond}_\infty A = \|A\|_\infty \cdot \|A^{-1}\|_\infty =$$

5. Feladat

Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$\begin{aligned} \|A^{-1}\|_\infty &= \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2} \\ \|A^{-1}\|_1 &= \max\left\{3,\ 2,\ \frac{5}{2}\right\} = 3 \\ \|A^{-1}\|_F &= \sqrt{1+1+\frac{1}{4}+4+1+\frac{9}{4}+\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{39}}{2}. \end{aligned}$$

Így a keresett kondíciószámok:

$$\mathrm{cond}_\infty A = \|A\|_\infty \cdot \|A^{-1}\|_\infty = 4 \cdot \frac{9}{2}$$

5. Feladat

Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$\begin{aligned} \|A^{-1}\|_\infty &= \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2} \\ \|A^{-1}\|_1 &= \max\left\{3,\ 2,\ \frac{5}{2}\right\} = 3 \\ \|A^{-1}\|_F &= \sqrt{1+1+\frac{1}{4}+4+1+\frac{9}{4}+\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{39}}{2}. \end{aligned}$$

Így a keresett kondíciószámok:

$$\mathrm{cond}_\infty A = \|A\|_\infty \cdot \|A^{-1}\|_\infty = 4 \cdot \frac{9}{2} = 18$$

5. Feladat

Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$\begin{aligned} \|A^{-1}\|_\infty &= \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2} \\ \|A^{-1}\|_1 &= \max\left\{3, 2, \frac{5}{2}\right\} = 3 \\ \|A^{-1}\|_F &= \sqrt{1+1+\frac{1}{4}+4+1+\frac{9}{4}+\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{39}}{2}. \end{aligned}$$

Így a keresett kondíciószámok:

$$\begin{aligned} \mathrm{cond}_\infty A &= \|A\|_\infty \cdot \|A^{-1}\|_\infty = 4 \cdot \frac{9}{2} = 18 \\ \mathrm{cond}_1 A &= \|A\|_1 \cdot \|A^{-1}\|_1 = \end{aligned}$$

5. Feladat

Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$\begin{aligned} \|A^{-1}\|_\infty &= \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2} \\ \|A^{-1}\|_1 &= \max\left\{3, 2, \frac{5}{2}\right\} = 3 \\ \|A^{-1}\|_F &= \sqrt{1+1+\frac{1}{4}+4+1+\frac{9}{4}+\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{39}}{2}. \end{aligned}$$

Így a keresett kondíciószámok:

$$\begin{aligned} \mathrm{cond}_\infty A &= \|A\|_\infty \cdot \|A^{-1}\|_\infty = 4 \cdot \frac{9}{2} = 18 \\ \mathrm{cond}_1 A &= \|A\|_1 \cdot \|A^{-1}\|_1 = 5 \cdot 3 \end{aligned}$$

5. Feladat

Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$\begin{aligned} \|A^{-1}\|_\infty &= \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2} \\ \|A^{-1}\|_1 &= \max\left\{3, 2, \frac{5}{2}\right\} = 3 \\ \|A^{-1}\|_F &= \sqrt{1+1+\frac{1}{4}+4+1+\frac{9}{4}+\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{39}}{2}. \end{aligned}$$

Így a keresett kondíciószámok:

$$\begin{aligned} \mathrm{cond}_\infty A &= \|A\|_\infty \cdot \|A^{-1}\|_\infty = 4 \cdot \frac{9}{2} = 18 \\ \mathrm{cond}_1 A &= \|A\|_1 \cdot \|A^{-1}\|_1 = 5 \cdot 3 = 15 \\ \mathrm{cond}_F A &= \|A\|_F \cdot \|A^{-1}\|_F = 4 \cdot \frac{\sqrt{39}}{2} \end{aligned}$$

5. Feladat

Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$\begin{aligned} \|A^{-1}\|_\infty &= \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2} \\ \|A^{-1}\|_1 &= \max\left\{3,\ 2,\ \frac{5}{2}\right\} = 3 \\ \|A^{-1}\|_F &= \sqrt{1+1+\frac{1}{4}+4+1+\frac{9}{4}+\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{39}}{2}. \end{aligned}$$

Így a keresett kondíciószámok:

$$\begin{aligned} \operatorname{cond}_\infty A &= \|A\|_\infty \cdot \|A^{-1}\|_\infty = 4 \cdot \frac{9}{2} = 18 \\ \operatorname{cond}_1 A &= \|A\|_1 \cdot \|A^{-1}\|_1 = 5 \cdot 3 = 15 \\ \operatorname{cond}_F A &= \|A\|_F \cdot \|A^{-1}\|_F = 4 \cdot \frac{\sqrt{39}}{2} = 2 \cdot \sqrt{39}. \end{aligned}$$

6. Feladat

Adjuk meg az A mátrix 2-es normára vonatkozó kondíciószámát! Figyelem a mátrix SZIMMETRIKUS!

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

$$\mathrm{cond}_2 A = \|A\|_2 \cdot \|A^{-1}\|_2.$$

6. Feladat

6. Feladat

Adjuk meg az A mátrix 2-es normára vonatkozó kondíciószámát! Figyelem a mátrix SZIMMETRIKUS!

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

$$\mathrm{cond}_2 A = \|A\|_2 \cdot \|A^{-1}\|_2.$$

Mivel A szimmetrikus, ezért $\|A\|_2 = \varrho(A)$.

6. Feladat

Adjuk meg az A mátrix 2-es normára vonatkozó kondíciószámát! Figyelem a mátrix SZIMMETRIKUS!

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

$$\mathrm{cond}_2 A = \|A\|_2 \cdot \|A^{-1}\|_2.$$

Mivel A szimmetrikus, ezért $\|A\|_2 = \varrho(A)$.
A spektrálsugár meghatározásához:

$$\kappa_A(\lambda) = \begin{vmatrix} 4-\lambda & 5 \\ 5 & 3-\lambda \end{vmatrix} =$$

6. Feladat

6. Feladat

Adjuk meg az A mátrix 2-es normára vonatkozó kondíciószámát! Figyelem a mátrix SZIMMETRIKUS!

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

$$\mathrm{cond}_2 A = \|A\|_2 \cdot \|A^{-1}\|_2.$$

Mivel A szimmetrikus, ezért $\|A\|_2 = \varrho(A)$.
A spektrálsugár meghatározásához:

$$\kappa_A(\lambda) = \begin{vmatrix} 4-\lambda & 5 \\ 5 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (4-\lambda)\cdot(3-\lambda) - 25 =$$

6. Feladat

Adjuk meg az A mátrix 2-es normára vonatkozó kondíciószámát! Figyelem a mátrix SZIMMETRIKUS!

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

$$\mathrm{cond}_2 A = \|A\|_2 \cdot \|A^{-1}\|_2.$$

Mivel A szimmetrikus, ezért $\|A\|_2 = \varrho(A)$.
A spektrálsugár meghatározásához:

$$\kappa_A(\lambda) = \begin{vmatrix} 4-\lambda & 5 \\ 5 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (4-\lambda)\cdot(3-\lambda) - 25 = \lambda^2 - 7\lambda - 13$$

6. Feladat

Adjuk meg az A mátrix 2-es normára vonatkozó kondíciószámát! Figyelem a mátrix SZIMMETRIKUS!

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

$$\mathrm{cond}_2 A = \|A\|_2 \cdot \|A^{-1}\|_2.$$

Mivel A szimmetrikus, ezért $\|A\|_2 = \varrho(A)$.
A spektrálsugár meghatározásához:

$$\kappa_A(\lambda) = \begin{vmatrix} 4-\lambda & 5 \\ 5 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (4-\lambda)\cdot(3-\lambda) - 25 = \lambda^2 - 7\lambda - 13 = 0$$

6. Feladat

6. Feladat

Adjuk meg az A mátrix 2-es normára vonatkozó kondíciószámát! Figyelem a mátrix SZIMMETRIKUS!

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

$$\operatorname{cond}_2 A = \|A\|_2 \cdot \|A^{-1}\|_2.$$

Mivel A szimmetrikus, ezért $\|A\|_2 = \varrho(A)$.
A spektrálsugár meghatározásához:

$$\kappa_A(\lambda) = \begin{vmatrix} 4-\lambda & 5 \\ 5 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (4-\lambda)\cdot(3-\lambda) - 25 = \lambda^2 - 7\lambda - 13 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49+52}}{2}$$

6. Feladat

Adjuk meg az A mátrix 2-es normára vonatkozó kondíciószámát! Figyelem a mátrix SZIMMETRIKUS!

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

$$\mathrm{cond}_2 A = \|A\|_2 \cdot \|A^{-1}\|_2.$$

Mivel A szimmetrikus, ezért $\|A\|_2 = \varrho(A)$.
A spektrálsugár meghatározásához:

$$\kappa_A(\lambda) = \begin{vmatrix} 4-\lambda & 5 \\ 5 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (4-\lambda)\cdot(3-\lambda) - 25 = \lambda^2 - 7\lambda - 13 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49+52}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{101}}{2}$$

6. Feladat

6. Feladat

Adjuk meg az A mátrix 2-es normára vonatkozó kondíciószámát! Figyelem a mátrix SZIMMETRIKUS!

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Megoldás:

$$\mathrm{cond}_2 A = \|A\|_2 \cdot \|A^{-1}\|_2.$$

Mivel A szimmetrikus, ezért $\|A\|_2 = \varrho(A)$.
A spektrálsugár meghatározásához:

$$\kappa_A(\lambda) = \begin{vmatrix} 4-\lambda & 5 \\ 5 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (4-\lambda)\cdot(3-\lambda) - 25 = \lambda^2 - 7\lambda - 13 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49+52}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{101}}{2} \quad \Rightarrow \quad \|A\|_2 = \varrho(A) = \frac{7+\sqrt{101}}{2}$$

6. Feladat

Megoldás:

A szimmetrikus

6. Feladat

Megoldás:

A szimmetrikus $\Rightarrow A^{-1}$ is szimmetrikus

6. Feladat

Megoldás :

A szimmetrikus $\Rightarrow A^{-1}$ is szimmetrikus$\Rightarrow$

$$\|A^{-1}\|_2 = \varrho(A^{-1}) =$$

6. Feladat

Megoldás:

A szimmetrikus $\Rightarrow A^{-1}$ is szimmetrikus$\Rightarrow$

$$\|A^{-1}\|_2 = \varrho(A^{-1}) = \frac{1}{|\lambda_{\min} A|} =$$

6. Feladat

Megoldás :

A szimmetrikus $\Rightarrow A^{-1}$ is szimmetrikus$\Rightarrow$

$$\|A^{-1}\|_2 = \varrho(A^{-1}) = \frac{1}{|\lambda_{\min} A|} = \left|\frac{2}{7-\sqrt{101}}\right|$$

6. Feladat

Megoldás:

A szimmetrikus $\Rightarrow A^{-1}$ is szimmetrikus$\Rightarrow$

$$\|A^{-1}\|_2 = \varrho(A^{-1}) = \frac{1}{|\lambda_{\min} A|} = \left|\frac{2}{7-\sqrt{101}}\right| = \frac{2}{\sqrt{101}-7}$$

Így a kondíciószám:

$$\mathrm{cond}_2 A = \|A\|_2 \cdot \|A^{-1}\|_2 =$$

6. Feladat

Megoldás:

A szimmetrikus $\Rightarrow A^{-1}$ is szimmetrikus$\Rightarrow$

$$\|A^{-1}\|_2 = \varrho(A^{-1}) = \frac{1}{|\lambda_{\min} A|} = \left|\frac{2}{7-\sqrt{101}}\right| = \frac{2}{\sqrt{101}-7}$$

Így a kondíciószám:

$$\operatorname{cond}_2 A = \|A\|_2 \cdot \|A^{-1}\|_2 = \frac{7+\sqrt{101}}{\sqrt{101}-7}$$