

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- 1. Felada
- (2. típus)
- 2. Felada (1. típus)
- 2 Felada
- (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- (2. típus)
- (1 típus
- (1. típus
- 4. Felada
- E Edward
- C. Folodo

#### Numerikus módszerek

Távoktatás 6. hét
I. Próba Dolgozat Megoldások
gyakorlat

#### Király Balázs

Pécsi Tudományegyetem Matematikai és Informatikai Intézet

2020.04.28



módszerek

Király Balázs

1. Feladat (1. típus)

(1. típus)

o)

1. Felad (2. típus

2. Felad

(1. típus

2. Felada (2. típus)

3. Felada (1. típus)

3. Feladat (2. típus)

4. Felada

(1. típus

4. Felada (2. típus)

#### 1. Feladat (1. típus)

Tekintsük az M(7,-3,3) gépi számhalmazt! Adjuk meg a

a) fl(-3,17)

b) fl(10,625)

c)  $fl(\frac{7}{3})$ 

értékét!



Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Feladat

(1. típus)

c)

1. Felada (2. típus)

2. Felada (1. típus

2. Felada

3. Felada (1. típus)

3. Feladat (2. típus)

4. Felada

(1. típus)

4. Feladat

1. Feladat (1. típus)

Tekintsük az M(7,-3,3) gépi számhalmazt! Adjuk meg a

a) fl(-3,17)

b) fl(10,625)

c)  $fl(\frac{7}{3})$ 

értékét!

Megoldás:

Az M(7,-3,3) gépi számhalmaz elemei 7-bites mantisszából



Numerikus módszerek

Király Balázs

1 Feladat (1. típus)

1. Feladat (1. típus)

Tekintsük az M(7,-3,3) gépi számhalmazt! Adjuk meg a

a) fl(-3,17)

b) fl(10,625)

c)  $fl(\frac{7}{3})$ 

értékét!

Megoldás:

Az M(7,-3,3) gépi számhalmaz elemei 7-bites mantisszából és  $-3 \le k \le 3$ ,  $k \in \mathbb{Z}$  karakterisztikából építhetők fel.



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

# Megoldás:

a) fl(-3,17)



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

#### Megoldás:

- a) fl(-3,17)
  - Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- a)
- b)
- 1. Felad
- (2. típus
- (1. típus
- 2. Felada
- 3. Felada
- 3. Feladat
- 4. Felad
- (1. típus
- 4. Felada (2. típus)

## Megoldás:

- a) fl(-3,17)
  - Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:
    - 3 | 1
    - 1 | 1

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- a) b) c)
- 1. Felac
- (2. típus
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- 4. Felad
- (1. típus
- 4. Felada (2. típus)

#### Megoldás:

- a) fl(-3,17)
  - Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

- 0 | 68 1 | 36
- 72
- 1 44
- 88 | 0



Numerikus módszerek

Király Balázs

## Megoldás:

a) fl(-3,17)

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

3

> 44 88

Azaz

 $3,17_{10} \approx 11.001010_2$ 



Numerikus módszerek

Király Balázs

#### Megoldás:

a) fl(-3,17)

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

17	۸-۵
34	Aza
60	3,17

Azaz 
$$3,17_{10} \approx 11.001010_2$$

$$11.001010 \cdot 2^0 =$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- a) b)
- 1. Felac
- 2. Felad
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- 4. Felad
- (1. típus
- 4. Felada (2. típus)

#### Megoldás:

a) fl(-3,17)

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:



Numerikus módszerek

Király Balázs

#### Megoldás:

a) fl(-3,17)

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

Lefelé kerekítünk,



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- a) b) c)
- 1. Felad
- 2. Felad
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- Felada
   típus)
- 3. Felada
- 4. Felada
- (1. típus)
- 4. Fela (2. típu

Megoldás:

a) fl(-3,17)

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

Lefelé kerekítünk, így az előállított gépi szám:

+[1100101|2]



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1 Felada
- (1. típu
- a) b)
- c)
- 1. Felada
- 2. Felada
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- (2. típus)
- 4. Felada
- (1. típus
- 4. Felada (2. típus)
- (2. tipu

#### Megoldás:

## Ellenőrzés



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

#### Megoldás:

#### Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2] =$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

# Megoldás:

#### Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 =$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

1 Felad

(1 típi

(1. tip

a b

c)

1. Fela (2. típu

2. Felac

(1. típus

2. Felada (2. típus)

3. Felada (1. típus)

3. Feladat

4. Felad

(1. típus)

4. Felada (2. típus)

## Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 3 + \frac{5}{32} = 3,15625$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

## Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 3 + \frac{5}{32} = 3,15625$$

Az eltérés: -0.01375

Numerikus módszerek

Király Balázs

#### Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 3 + \frac{5}{32} = 3,15625$$

Az eltérés: -0.01375

Numerikus módszerek

Király Balázs

### Megoldás:

#### Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 3 + \frac{5}{32} = 3,15625$$

Az eltérés: -0.01375

$$+[1100110|2] =$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felac

(1. típu:

**a)** b)

1. Felac (2. típus

2. Felada (1. típus)

2. Felada

3. Felada (1. típus)

3. Feladat (2. típus)

Feladat
 típus)

4. Feladat (2. típus)

#### Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 3 + \frac{5}{32} = 3,15625$$

Az eltérés: -0.01375

$$+[1100110|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}\right) \cdot 4 =$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felac

(1. típu:

a) b) c)

1. Felad (2. típus

2. Felada (1. típus)

(1. típus)

(2. típus)

3. Felada (1. típus)

3. Feladat (2. típus)

4. Felada (1. típus)

4. Feladat (2. típus)

#### Megoldás:

#### Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 3 + \frac{5}{32} = 3,15625$$

Az eltérés: -0.01375

$$+[1100110|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}\right) \cdot 4 = 3 + \frac{3}{16} = 3,1875$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

#### Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 3 + \frac{5}{32} = 3,15625$$

Az eltérés: -0.01375

A "felső szomszéd":

$$+[1100110|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}\right) \cdot 4 = 3 + \frac{3}{16} = 3,1875$$

Az eltérés: +0.0175

Numerikus módszerek

Király Balázs

Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1100101|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 3 + \frac{5}{32} = 3,15625$$

Az eltérés: -0.01375

A "felső szomszéd":

$$+[1100110|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64}\right) \cdot 4 = 3 + \frac{3}{16} = 3{,}1875$$

Az eltérés: +0.0175

$$fgy fl(-3.17) = -[1100101|2]$$



módszerek

Király Balázs

# Megoldás:

b) fl(10,625)

Numerikus módszerek

Király Balázs

## Megoldás:

b) fl(10,625)

Ha észrevesszük, hogy a legnagyobb ábrázolható szám:

$$M_{\infty} = +[11111111|3] = \left(1 - \frac{1}{128}\right) \cdot 2^3 = 7\frac{15}{16}$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felac

(1. típu

1. Felada (2. típus

2. Felad

2. Felada (2. típus)

3. Felada (1. típus)

3. Feladat (2. típus)

4. Felada

(1. típus)

4. Felada (2. típus)

## Megoldás:

b) fl(10,625)

Ha észrevesszük, hogy a legnagyobb ábrázolható szám:

$$M_{\infty} = +[11111111|3] = \left(1 - \frac{1}{128}\right) \cdot 2^3 = 7\frac{15}{16} < 10,625$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

## Megoldás:

b) fl(10,625)

Ha észrevesszük, hogy a legnagyobb ábrázolható szám:

$$M_{\infty} = +[11111111|3] = \left(1 - \frac{1}{128}\right) \cdot 2^3 = 7\frac{15}{16} < 10,625$$

akkor rögtön adódik, hogy fl(10,625) = NaN.



Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felac (1. típus

1. Felada

2. Felada (1. típus)

2. Felada (2. típus)

3. Felada (1. típus)

3. Feladat (2. típus)

4. Feladat (1. típus)

4. Felada (2. típus)

## Megoldás:

b) fl(10,625)

Ha észrevesszük, hogy a legnagyobb ábrázolható szám:

$$M_{\infty} = +[11111111|3] = \left(1 - \frac{1}{128}\right) \cdot 2^3 = 7\frac{15}{16} < 10,625$$

akkor rögtön adódik, hogy fl(10,625) = NaN. Ha ezt nem vesszük észre, akkor az a) feladatban látott módszerrel k = 4 adódik, ami nem megengedett.



#### módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu:
- a) b)
- b)
- 1. Felac
- (2. típus
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- (1. tipus)
- 4 Folods
- 4. Felau
- 4. Felada
- (2. típ

# Megoldás:

c)  $fl(\frac{7}{3})$ 



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- a) b)
- c)
- (2. típus
- 2. Felac
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- 4. Felada
- (1. típus
- 4. Felada (2. típus)

#### Megoldás:



Numerikus módszerek

Király Balázs

### Megoldás:



Mivel 
$$2 \le \frac{7}{3} < 4 = 2^2$$
,

Numerikus módszerek

Király Balázs

#### Megoldás:



Mivel 
$$2 \le \frac{7}{3} < 4 = 2^2$$
, és  $\frac{1}{2} \le m < 1$ 

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- a)
- c)
- 1. Felad (2. típus
- (2. tipu
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- 4. Felada
- (1. típus
- 4. Felada (2. típus)

# Megoldás:



Mivel 
$$2 \le \frac{7}{3} < 4 = 2^2$$
, és  $\frac{1}{2} \le m < 1$   
 $2 \le m \cdot 2^k < 4$ 

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- a)
- c)
- 1. Felad (2. típus
- 2 Felan
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- 4. Felada
- (1. típus
- 4. Felada (2. típus)

#### Megoldás:

c)  $fl(\frac{7}{3})$ 

Mivel 
$$2 \le \frac{7}{3} < 4 = 2^2$$
, és  $\frac{1}{2} \le \frac{m}{2} < 1$  ezért  $k = 2$ .

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- a) b)
- 1. Felad
- 2 Felad
- (1. típus
- Feladatípus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- 4. Felad
- (1. típus
- 4. Felada (2. típus)

#### Megoldás:

- c)  $fl(\frac{7}{3})$ 
  - A szám tizedestört alakja végtelen szakaszos tört.

Mivel 
$$2 \le \frac{7}{3} < 4 = 2^2$$
, és  $\frac{1}{2} \le \frac{m}{2} < 1$  ezért  $k = 2$ .

Ha t=7 és k=2, akkor a számábrázoláshoz  $\frac{1}{2^{7+1}}\cdot 2^2=\frac{1}{64}$  pontosság kell.

Numerikus módszerek

Király Balázs

#### Megoldás:

# c) $fl(\frac{7}{3})$

A szám tizedestört alakja végtelen szakaszos tört.

Mivel 
$$2 \le \frac{7}{3} < 4 = 2^2$$
, és  $\frac{\frac{1}{2}}{2} \le \frac{m}{m \cdot 2^k} < 1$  ezért  $k = 2$ .

Ha t=7 és k=2, akkor a számábrázoláshoz  $\frac{1}{27+1}\cdot 2^2=\frac{1}{64}$ pontosság kell.

Mivel  $\frac{1}{100} < \frac{1}{44} < \frac{1}{10}$ , azaz 1 tizedesjegy még nem, de 2 tizedesjegy pontosság már elég lesz.



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felac

(1. típus

c)

1. Felada (2. típus)

2. Felada (1. típus)

2. Felada (2. típus)

3. Felada (1. típus)

3. Feladat (2. típus)

4. Felada (1. típus)

4. Felada

1. Feladat

#### Megoldás:



A szám tizedestört alakja végtelen szakaszos tört.

Mivel 
$$2 \le \frac{7}{3} < 4 = 2^2$$
, és  $\frac{1}{2} \le \frac{m}{2} < 1$  ezért  $k = 2$ .

Ha t=7 és k=2, akkor a számábrázoláshoz  $\frac{1}{2^{7+1}} \cdot 2^2 = \frac{1}{64}$  pontosság kell.

Mivel  $\frac{1}{100} < \frac{1}{64} < \frac{1}{10}$ , azaz 1 tizedesjegy még nem, de 2 tizedesjegy pontosság már elég lesz.

Így 
$$\frac{7}{3} \approx 2.33$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felac

(1. típus

c)

1. Felada (2. típus)

2. Felada (1. típus)

2. Felada (2. típus)

3. Felada (1. típus)

3. Feladat (2. típus)

4. Felada (1. típus)

4. Felada

1. Feladat

#### Megoldás:



A szám tizedestört alakja végtelen szakaszos tört.

Mivel 
$$2 \le \frac{7}{3} < 4 = 2^2$$
, és  $\frac{1}{2} \le \frac{m}{2} < 1$  ezért  $k = 2$ .

Ha t=7 és k=2, akkor a számábrázoláshoz  $\frac{1}{2^{7+1}} \cdot 2^2 = \frac{1}{64}$  pontosság kell.

Mivel  $\frac{1}{100} < \frac{1}{64} < \frac{1}{10}$ , azaz 1 tizedesjegy még nem, de 2 tizedesjegy pontosság már elég lesz.

Így 
$$\frac{7}{3} \approx 2.33$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

#### Megoldás:

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felac

(1. típus

(1. tipu a)

b)

1. Felada (2. típus)

2. Felad

(1. típus)

2. Felada (2. típus)

3. Felada

3. Feladat

4. Felada

(1. típus

4. Felad (2. típus

# Megoldás:

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe: Az egészrész átírása:  $2_{10} = 10_2$ 



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

# Megoldás:

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

Az egészrész átírása:  $2_{10} = 10_2$ 

A törtrész:

33

66

32

0 64

28

56 12



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

### Megoldás:

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

 $2.33_{10} \approx 10.010101_2$ 

Az egészrész átírása:  $2_{10} = 10_2$ 

Azaz

A törtrész:

33

66

32

0 64

28

56 12



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

# Megoldás:

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

Az egészrész átírása:  $2_{10} = 10_2$ 

A törtrész:

33 66

Azaz

32  $2.33_{10} \approx 10.010101_2$ 0 64

28

56 12  $10.010101 \cdot 2^0 =$ 



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

#### Megoldás:

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

Az egészrész átírása:  $2_{10} = 10_2$ 

A törtrész:

33

66 Azaz 32  $2.33_{10} \approx 10.010101_2$ 

0 64

28

56 12  $10.010101 \cdot 2^0 = 0.1001010 \cdot 1 \cdot 2^2$ 



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

#### Megoldás:

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

Az egészrész átírása:  $2_{10} = 10_2$ 

A törtrész:

33 66 Azaz

32  $2.33_{10} \approx 10.010101_2$ 0

64

28

 $10.010101 \cdot 2^0 = 0.1001010|1 \cdot 2^2$ 56

12

Fölfele kerekítünk.



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

#### Megoldás:

Átírjuk a számot 2-es számrendszerbe:

Az egészrész átírása:  $2_{10} = 10_2$ 

A törtrész:

33 66 Azaz

32  $2.33_{10} \approx 10.010101_2$ 0

64

28

 $10.010101 \cdot 2^0 = 0.1001010|1 \cdot 2^2$ 56

12

Fölfele kerekítünk, így az előállított gépi szám:

+[1001011|2]



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felada
- (1. típu
- a)
- b) c)
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felada
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Felada
- 4 Felada
- (1. típus
- 4. Felada (2. típus)
- (Z. tipus)

### Megoldás:

#### Ellenőrzés



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

1 Foladat

(1 tíni

(1. tipi

a) b)

c)

(2. típus

2. Felac

(1. típus

Feladatípus)

3. Felada (1. típus)

3. Feladat (2. típus)

4. Felad

(1. típus)

4. Felada (2. típus)

# Megoldás:

#### Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] =$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

## Megoldás:

#### Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 =$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

### Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{11}{32} = 2,34375$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felac

(1. típu:

a) b) c)

1. Felad (2. típus

2. Felada (1. típus)

2. Felada (2. típus)

3. Felada (1. típus)

3. Feladat (2. típus)

4. Felada

(1. típus)

4. Felada (2. típus)

#### Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{11}{32} = 2,34375$$

Az eltérés: +0.01375

Numerikus módszerek

Király Balázs

## Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{11}{32} = 2,34375$$

Az eltérés: +0.01375

Numerikus módszerek

Király Balázs

#### Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{11}{32} = 2,34375$$

Az eltérés: +0.01375

$$+[1001010|2] =$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

#### Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{11}{32} = 2,34375$$

Az eltérés: +0.01375

$$+[1001010|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64}\right) \cdot 4 =$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felad

(1. típus

b)

1. Felada (2. típus)

2. Felada (1. típus)

2. Felada

3. Felada (1. típus)

3. Feladat (2. típus)

4. Feladat (1. típus)

(1. tipus)

4. Felada (2. típus)

#### Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{11}{32} = 2,34375$$

Az eltérés: +0,01375

$$+[1001010|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{5}{16} = 2,3125$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

#### Megoldás:

Ellenőrzés

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{11}{32} = 2,34375$$

Az eltérés: +0.01375

Az "alsó szomszéd":

$$+[1001010|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{5}{16} = 2,3125$$

Az eltérés: -0.0175

Numerikus módszerek

Király Balázs

#### Ellenőrzés

Megoldás:

Az előállított gépi szám:

$$+[1001011|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{11}{32} = 2,34375$$

Az eltérés: +0.01375

Az "alsó szomszéd":

$$+[1001010|2] = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64}\right) \cdot 4 = 2 + \frac{5}{16} = 2,3125$$

Az eltérés: -0.0175

$$\operatorname{fgy} fl(\frac{7}{3}) = +[1001011|2]$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felada (1. típus)
- 1. Feladat (2. típus)
- 2. Felad
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- 4. Felada
- (1. típus
- 4. Felad (2. típus
- 5. Felada
- 6 Felada

## 1. Feladat (1. típus)

Egy egység oldalú négyzet körülírható körének területét számoljuk. Mind a sugár, mind pedig a  $\pi$  értékét két tizedesjegyre kerekítjük. Adjuk meg a számolt terület abszolút és relatív hibakorlátait.



Numerikus módszerek

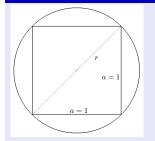
Király Balázs

- 1. Felada (1. típus)
- 1. Feladat (2. típus)
- 2. Felada (1. típus)
- 2. Felada
- (2. tipus)
- (1. típus)
- Felada
   típus)
- 4. Felada (1. típus)
- Felada
   típus)
- 5. Felad
- 6 Felada

#### 1. Feladat (1. típus)

Egy egység oldalú négyzet körülírható körének területét számoljuk. Mind a sugár, mind pedig a  $\pi$  értékét két tizedesjegyre kerekítjük. Adjuk meg a számolt terület abszolút és relatív hibakorlátait.

#### Megoldás:



$$r = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.71$$



Numerikus módszerek

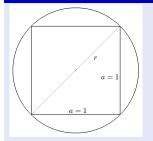
Király Balázs

- 1. Felada (1. típus)
- 1. Feladat (2. típus)
- 2. Felada (1. típus)
- 2. Felada
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felada
- 4. Felada
- 5. Felad
- 6 Felada

#### 1. Feladat (1. típus)

Egy egység oldalú négyzet körülírható körének területét számoljuk. Mind a sugár, mind pedig a  $\pi$  értékét két tizedesjegyre kerekítjük. Adjuk meg a számolt terület abszolút és relatív hibakorlátait.

#### Megoldás:



$$r = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.71$$
  $\Delta_{0.71} = 0.01$ 



Numerikus módszerek

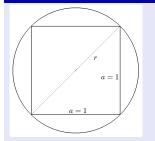
Király Balázs

- 1. Felada (1. típus)
- 1. Feladat (2. típus)
- 2. Felada (1. típus)
- 2. Felada
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Felada (2. típus)
- 4. Felada
- 4. Felada
- 5. Felad
- 6 Felada

#### 1. Feladat (1. típus)

Egy egység oldalú négyzet körülírható körének területét számoljuk. Mind a sugár, mind pedig a  $\pi$  értékét két tizedesjegyre kerekítjük. Adjuk meg a számolt terület abszolút és relatív hibakorlátait.

#### Megoldás:



$$r = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.71$$
  $\Delta_{0.71} = 0.01$   $\pi \approx 3.14$ 



Numerikus módszerek

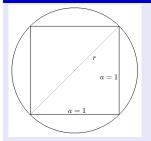
Király Balázs

- 1. Felada (1. típus)
- 1. Feladat (2. típus)
- 2. Felada (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Felada (2. típus)
- 4. Felada
- 4. Felada
- 5. Felad
- 6 Felada

#### 1. Feladat (1. típus)

Egy egység oldalú négyzet körülírható körének területét számoljuk. Mind a sugár, mind pedig a  $\pi$  értékét két tizedesjegyre kerekítjük. Adjuk meg a számolt terület abszolút és relatív hibakorlátait.

#### Megoldás:



$$r = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.71$$
  $\Delta_{0.71} = 0.01$   $\pi \approx 3.14$   $\Delta_{3.14} = 0.01$ 



Numerikus módszerek

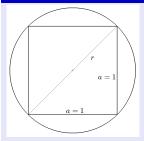
Király Balázs

- 1. Felada (1. típus)
- 1. Feladat (2. típus)
- 2. Felada (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Felada
- (2. típus)
- (1. tipus
- 4. Felada (2. típus)
- 5. Felad
- 6 Felada

#### 1. Feladat (1. típus)

Egy egység oldalú négyzet körülírható körének területét számoljuk. Mind a sugár, mind pedig a  $\pi$  értékét két tizedesjegyre kerekítjük. Adjuk meg a számolt terület abszolút és relatív hibakorlátait.

#### Megoldás:



$$r=rac{\sqrt{2}}{2}pprox 0.71$$
  $\Delta_{0,71}=0.01$   $\pipprox 3.14$   $\Delta_{3,14}=0.01$  Ekkor  $\delta_{0,71}pprox rac{\Delta_{0,71}}{0.71}=$ 



Numerikus módszerek

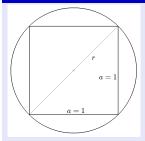
Király Balázs

- 1. Felada (1. típus)
- 1. Feladat (2. típus)
- 2. Felada
- 2. Felada
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Felada (2. típus)
- (2. tipus)
- 4. Felada
- 4. Felada (2. típus)
- 5. Felad
  - 6 Felada

#### 1. Feladat (1. típus)

Egy egység oldalú négyzet körülírható körének területét számoljuk. Mind a sugár, mind pedig a  $\pi$  értékét két tizedesjegyre kerekítjük. Adjuk meg a számolt terület abszolút és relatív hibakorlátait.

#### Megoldás:



$$r=rac{\sqrt{2}}{2}pprox 0.71 \qquad \Delta_{0,71}=0.01 \ \pipprox 3.14 \qquad \Delta_{3,14}=0.01 \ ext{Ekkor} \ \delta_{0,71}pprox rac{\Delta_{0,71}}{0.71}=1.4\cdot 10^{-2}$$



Numerikus módszerek

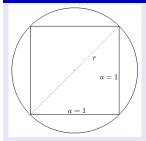
Király Balázs

- 1. Felada (1. típus)
- 1. Feladat (2. típus)
- 2. Felada (1. típus)
- 2. Felada
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- Felada
   típus)
- 4. Felada
- 4. Felada
- (2. típus
- 5. Felada
- S Foladat

#### 1. Feladat (1. típus)

Egy egység oldalú négyzet körülírható körének területét számoljuk. Mind a sugár, mind pedig a  $\pi$  értékét két tizedesjegyre kerekítjük. Adjuk meg a számolt terület abszolút és relatív hibakorlátait.

#### Megoldás:



A körülírt kör sugara:

$$r = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.71$$
  $\Delta_{0.71} = 0.01$   $\pi \approx 3.14$   $\Delta_{3.14} = 0.01$ 

#### Ekkor

$$\delta_{0,71} pprox rac{\Delta_{0,71}}{0,71} = 1,4 \cdot 10^{-2}$$

$$\delta_{3,14} \approx \frac{\Delta_{3,14}}{3,14} =$$



Numerikus módszerek

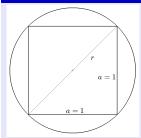
Király Balázs

- 1. Felada (1. típus)
- 1. Feladat (2. típus)
- 2. Felada (1. típus)
- 2. Felada
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- Feladatípus)
- 4. Felada
- 4. Felada
- (2. típus
- 5. Felada
- S Feladat

#### 1. Feladat (1. típus)

Egy egység oldalú négyzet körülírható körének területét számoljuk. Mind a sugár, mind pedig a  $\pi$  értékét két tizedesjegyre kerekítjük. Adjuk meg a számolt terület abszolút és relatív hibakorlátait.

#### Megoldás:



A körülírt kör sugara:

$$r = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.71$$
  $\Delta_{0.71} = 0.01$   $\pi \approx 3.14$   $\Delta_{3.14} = 0.01$ 

#### Ekkor

$$\delta_{0,71} pprox rac{\Delta_{0,71}}{0,71} = 1,4 \cdot 10^{-2}$$

$$\delta_{3,14} \approx \frac{\Delta_{3,14}}{3,14} = 3.2 \cdot 10^{-3}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. tipus
- 1. Feladat (2. típus)
- 2. Felada
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- (1. típus)
- 4 Folodo
- 4. Felada
- 4 Folodo
- (2. típus
- 5. Felad
- 6. Feladat

### Megoldás:

$$T=r^2\pi.$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. típus
- 1. Feladat (2. típus)
- 2. Felad
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3 Feladat
- (2. típus)
- 4. Felada
- (1. típus)
- (2. típus)
- 5. Felad
- 6 Feladat

### Megoldás:

$$T=r^2\pi.$$

Ehhez  $r \cdot r \approx 0.71 \cdot 0.71 = 0.5041$ .

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- 1. Feladat
- (2. típus)
- 2. Felad (1. típus
- 2. Felada
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felada
- (1. típus)
- (2. típus)
- 5. Felada
- 6 Feladat

#### Megoldás:

$$T=r^2\pi.$$

Ehhez 
$$r \cdot r \approx 0.71 \cdot 0.71 = 0.5041$$
.

$$\Delta_{0.71 \cdot 0.71} = 2 \cdot |0.71| \cdot 0.01 = 0.0142$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. tipus
- 1. Feladat (2. típus)
- 2. Felad
- 2 Felada
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felada
- (1. típus)
- (2. típus)
- 5. Felad
- 6. Felada

### Megoldás:

$$T=r^2\pi.$$

Ehhez 
$$r \cdot r \approx 0.71 \cdot 0.71 = 0.5041$$
.

$$\Delta_{0,71\cdot0,71} = 2 \cdot |0,71| \cdot 0,01 = 0,0142$$

$$\delta_{0,71\cdot0,71} = 2 \cdot \delta_{0,71} = 2.8 \cdot 10^{-2}$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Feladat
- (2. típus)

#### Megoldás:

$$T=r^2\pi$$
.

Ehhez  $r \cdot r \approx 0.71 \cdot 0.71 = 0.5041$ .

$$\Delta_{0.71\cdot0.71} = 2 \cdot |0.71| \cdot 0.01 = 0.0142$$

$$\Delta_{0,71\cdot0,71} = 2 \cdot |0,71| \cdot 0,01 = 0,0142$$

$$\delta_{0,71\cdot0,71} = 2 \cdot \delta_{0,71} = 2.8 \cdot 10^{-2}$$

$$\Delta_{0.71^2 \cdot 3.14} = 0.5041 \cdot 0.01 + 3.14 \cdot 0.0142 = 0.049629$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Feladat (2. típus)

#### Megoldás:

$$T=r^2\pi$$
.

Ehhez  $r \cdot r \approx 0.71 \cdot 0.71 = 0.5041$ .

$$\Delta_{0.71\cdot0.71} = 2 \cdot |0.71| \cdot 0.01 = 0.0142$$

$$\frac{2}{5}$$
  $\frac{2}{5}$   $\frac{5}{5}$   $\frac{10-2}{5}$ 

$$\delta_{0,71\cdot0,71} = 2 \cdot \delta_{0,71} = 2.8 \cdot 10^{-2}$$

$$\Delta_{0,71^2\cdot 3,14} = 0,5041\cdot 0,01+3,14\cdot 0,0142 = 0,049629$$

$$\delta_{0.71^2 \cdot 3.14} = 2.8 \cdot 10^{-2} + 3.2 \cdot 10^{-3} = 3.12 \cdot 10^{-2}.$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felad (1. típus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Feladat
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- 4. Felada
- (1. típus
- 4. Felad
- ---
- C. Folodo

#### 2. Feladat

Adjuk meg a *B* mátrix Cholesky-felbontását és felhasználásával a determinánsát!

$$B = \left[ \begin{array}{rrrr} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{array} \right]$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felad (1. típus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Feladat
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat
- (Z. tipus)
- 4. Felada (1. típus)
- 4. Felada (2. típus)
- 5. Felac
- 6. Felad

#### 2. Feladat

Adjuk meg a *B* mátrix Cholesky-felbontását és felhasználásával a determinánsát!

$$B = \left[ \begin{array}{rrrr} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{array} \right]$$

#### Megoldás:

A Cholesky felbontás során  $A = L \cdot L^T$ .



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felada (1. típus)
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Feladat
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Feladat (1. típus)
- 3. Feladat
- (2. típus)
- (1. tipus)
- 4. Felada (2. típus)

5. Felada

6. Feladat

#### 2. Feladat

Adjuk meg a *B* mátrix Cholesky-felbontását és felhasználásával a determinánsát!

$$B = \left[ \begin{array}{rrrr} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{array} \right]$$

#### Megoldás:

A Cholesky felbontás során  $A = L \cdot L^T$ . Ahol L egy alsóháromszög mátrix, a főátlóban nem-negatív elemekkel (de nem feltétlenül 1-esek, mint az LU-nál).



módszerek

Király Balázs

- Felada
   típus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Feladat (1. típus)
- 2. Feladat (2. típus)
- 3. Feladat (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Feladat (1. típus)
- 4. Feladat
- 5. Felada
- 6. Feladat

#### 2. Feladat

Adjuk meg a *B* mátrix Cholesky-felbontását és felhasználásával a determinánsát!

$$B = \left[ \begin{array}{rrrr} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{array} \right]$$

#### Megoldás:

A Cholesky felbontás során  $A=L\cdot L^T$ . Ahol L egy alsóháromszög mátrix, a főátlóban nem-negatív elemekkel (de nem feltétlenül 1-esek, mint az LU-nál).

Az L mátrix elemeit a mátrix-szorzáson keresztül határozzuk meg.





#### módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat (1. típus)

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$



módszerek

Király Balázs

- 1. Felad
- (1. tipus
- (2. típus
- 2. Feladat
- (1. típus)
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Felada
- (1. típus
- 4. Felada
- E Folodo

$$\ell_1^2 = 4$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{4} & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat (1. típus)

$$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = \pm 2$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{4} & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felada
- 1. Felad
- (2. tipus)
- 2. Feladat (1. típus)
- 2. Felada
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Felada
- (2. típus)
- 4. Felada (1. típus
- (1. típus
- (2. tipus
- 5. Felada
- 6 Feladat

$$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{4} & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat (1. típus)

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \\ 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ 4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ 7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c|cccc} \ell_1^2=4 & \ell_1=2 \\ \ell_7 & \ell_1 \cdot \ell_2=2 \end{array}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat
- (1. típus)

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$egin{pmatrix} \ell_1^2 = 4 & \ell_1 = 2 \ \ell_7 & \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \end{bmatrix}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat (1. típus)

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat (1. típus)

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\ell_1^2 = 4 \quad \ell_1 = 2 
\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1 
\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1 
\ell_1 \cdot \ell_7 = 4$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat
- (1. típus)

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{cccc} \ell_1^2 = 4 & \ell_1 = 2 \\ \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \end{array}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat
- (1. típus)

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\ell_1^2 = 4$$
  $\ell_1 = 2$   
 $\ell_1 \cdot \ell_2 = 2$   $\ell_2 = 1$   
 $\ell_1 \cdot \ell_4 = -2$   $\ell_4 = -1$ 

$$\ell_1 \cdot \ell_2 = 2 \quad \ell_2 = 1$$

$$\ell_1 \cdot \ell_4 = -2 \quad \ell_4 = -1$$

$$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \quad \ell_7 = 2$$

$$\ell_1^2 + \ell_2^2 = 10$$

$$\ell_2^2 + \ell_3^2 = 10$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat (1. típus)

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\ell_3 = 3$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat
- (1. típus)

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

$$\ell_1 \cdot \ell_7 = 4 \quad \ell_7 = 2$$

$$\ell_2^2 + \ell_3^2 = 10$$

$$\ell_3 = \pm 3$$

$$\ell_3 = \pm 3$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat
- (1. típus)

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \\ \ell_2^2 + \ell_3^2 = 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \\ \ell_2^2 + \ell_3^2 = 10 \\ \ell_3 = 3 \\ \ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c|cccc} & \ell_1^2 = 4 & \ell_1 = 2 \\ \ell_7 & \ell_8 & \\ \ell_9 & \ell_{10} & \\ \ell_{10} & \ell_{20} & \ell_{20} & \ell_{20} \\ \ell_{11} & \ell_{20} & \ell_{20} & \ell_{20} \\ \ell_{11} & \ell_{20} & \ell_{20} & \ell_{20} \\ \ell_{20} \ell_{20} & \ell_{20} \\ \ell_{20} & \ell_{20} & \ell_{20}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat (1. típus)

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \\ \ell_2^2 + \ell_3^2 = 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5 \\ \ell_5 = 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}
\ell_{1}^{2} = 4 & \ell_{1} = 2 \\
\ell_{1} & \ell_{2} = 2 & \ell_{2} = 1 \\
\ell_{8} & \ell_{9} & \ell_{1} \cdot \ell_{4} = -2 & \ell_{4} = -1 \\
\ell_{1} & \ell_{7} = 4 & \ell_{7} = 2 \\
\ell_{10} & \ell_{2}^{2} + \ell_{3}^{2} = 10 \\
4
\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}
\ell_{3} = 4 & \ell_{1} = 2 \\
\ell_{1} \cdot \ell_{4} = -2 & \ell_{4} = -1 \\
\ell_{1} \cdot \ell_{7} = 4 & \ell_{7} = 2
\end{pmatrix}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felad
- 1. Felad
- (z. tipus
- 2. Feladat (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- (2. tipus)
- (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felada
- (1. típus)
- (2. típus
- 5. Felada
- 6 Folodol

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \\ \ell_2^2 + \ell_3^2 = 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5 \\ \ell_5 = 2 \\ \ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1 \end{bmatrix}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felada
- 1. Felad
- (2. tipus
- 2. Feladat (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- (2. tipus)
- (1. típus)
- 3. Felada (2. típus)
- 4. Felada
- (1. típus
- (2. típus
- 5 Felada
- 0. Estada

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \\ \ell_2^2 + \ell_3^2 = 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5 \\ \ell_5 = 2 \\ \ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1 \\ \ell_8 = -1 \end{bmatrix}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felada
- 1. Felad
- 2. Feladat
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- (2. típus)
- (1. típus)
- 3. Felada (2. típus)
- (2. tipus)
- 4. Folodo
- 4. Felada (2. típus)
- 5 Felada
- 5. Felad

6. Feladat

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \\ \ell_2^2 + \ell_3^2 = 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1 \\ \ell_8 = -1 \end{bmatrix}$$

$$\ell_4^2 + \ell_5^2 + \ell_6^2 = 9$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felada (1. típus
- 1. Felad
- 2. Feladat
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- (2. lipus)
- (1. típus)
- 3. Felada (2. típus)
- (2. tipus)
- 4 Folad
- 4. Felada
- ---
- 5. Felad

6 Feladat

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \\ \ell_2^2 + \ell_3^2 = 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5 \\ \ell_5 = 2 \\ \ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1 \\ \ell_8 = -1 \end{bmatrix}$$

$$\ell_4^2 + \ell_5^2 + \ell_6^2 = 9$$
  $\ell_6 = 2$ 



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felad (1. típus
- 1. Felad
- 2. Feladat
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- (1. típus)
- 3. Felada (2. típus)
- (2. tipus)
- 4. Folodo
- 4. Felada
- E Folodo
- 5. Felada

6. Feladat

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \\ \ell_2^2 + \ell_3^2 = 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_3 = 3 \\ \ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5 \\ \ell_5 = 2 \\ \ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1 \\ \ell_8 = -1 \end{bmatrix}$$

$$\ell_4^2 + \ell_5^2 + \ell_6^2 = 9$$
  $\ell_6 = \pm 2$ 



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat
- (1. típus)

# Megoldás:

 $\ell_4^2 + \ell_5^2 + \ell_6^2 = 9$   $\ell_6 = 2$  $\ell_4 \cdot \ell_7 + \ell_5 \cdot \ell_8 + \ell_6 \cdot \ell_9 = 0$ 

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & 0 & 0 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 0 & 0 \\ \ell_4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5 \\ \ell_5 = 2 \\ \ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1 \\ \ell_8 = -1 \end{bmatrix}$$

$$\ell_{1}^{2} = 4 \quad \ell_{1} = 2$$

$$\ell_{1} \cdot \ell_{2} = 2 \quad \ell_{2} = 1$$

$$\ell_{1} \cdot \ell_{4} = -2 \quad \ell_{4} = -1$$

$$\ell_{1} \cdot \ell_{7} = 4 \quad \ell_{7} = 2$$

$$\ell_{2}^{2} + \ell_{3}^{2} = 10$$

$$\ell_{3} = 3$$

$$\ell_{2} \cdot \ell_{4} + \ell_{3} \cdot \ell_{5} = 5$$

$$\ell_{5} = 2$$

$$\ell_{2} \cdot \ell_{7} + \ell_{3} \cdot \ell_{8} = -1$$

$$\ell_{9} = -1$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felada (1. típus
- 1. Felad
- 2. Feladat
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- (1. típus)
- 3. Felada (2. típus)
- (2. lipus)
- (1. típus
- 4. Felada (2. típus)
- 5 Felada
- 5. Felada

S Feladat

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \\ \ell_2^2 + \ell_3^2 = 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5 \\ \ell_5 = 2 \\ \ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1 \\ \ell_8 = -1 \end{bmatrix}$$

$$\ell_4^2 + \ell_5^2 + \ell_6^2 = 9 \quad \ell_6 = 2$$

$$\ell_4 \cdot \ell_7 + \ell_5 \cdot \ell_8 + \ell_6 \cdot \ell_9 = 0 \quad \ell_9 = 2$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

2. Feladat

(1. típus)

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \\ \ell_2^2 + \ell_3^2 = 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5 \\ \ell_5 = 2 \\ \ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1 \\ \ell_8 = -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ll} \ell_4^2 \! + \! \ell_5^2 \! + \! \ell_6^2 \! = \! 9 & \ell_6 = \! 2 \\ \ell_4 \cdot \ell_7 \! + \! \ell_5 \cdot \ell_8 + \ell_6 \cdot \ell_9 = \! 0 & \ell_9 = \! 2 \\ \ell_7^2 \! + \! \ell_8^2 \! + \! \ell_9^2 \! + \! \ell_{10}^2 \! = \! 9 \end{array}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat
- (1. típus)

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \\ \ell_2^2 + \ell_3^2 = 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5 \\ \ell_5 = 2 \\ \ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1 \\ \ell_8 = -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \\ \ell_2^2 + \ell_3^2 = 10 \\ \ell_3 = 3 \\ \ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5 \\ \ell_5 = 2 \\ \ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1 \\ \ell_8 = -1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{ll} \ell_4^2 \! + \! \ell_5^2 \! + \! \ell_6^2 \! = \! 9 & \ell_6 = \! 2 \\ \ell_4 \cdot \ell_7 + \ell_5 \cdot \ell_8 + \ell_6 \cdot \ell_9 = \! 0 & \ell_9 = \! 2 \\ \ell_7^2 \! + \! \ell_8^2 \! + \! \ell_9^2 \! + \! \ell_{10}^2 \! = \! 9 & \ell_{10} = \! 1 \end{array}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felada (1. típus)
- 1. Felad (2. típus
- 2. Feladat
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- (1. típus)
- (2. típus)
- 4. Felada
- 4. Felad
- (Z. tipus)
- 5. Felada

C Folodoi

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \\ \ell_2^2 + \ell_3^2 = 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5 \\ \ell_5 = 2 \\ \ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1 \\ \ell_8 = -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ll} \ell_4^2 \! + \! \ell_5^2 \! + \! \ell_6^2 \! = \! 9 & \ell_6 = \! 2 \\ \ell_4 \cdot \ell_7 \! + \! \ell_5 \cdot \ell_8 + \ell_6 \cdot \ell_9 = \! 0 & \ell_9 = \! 2 \\ \ell_7^2 \! + \! \ell_8^2 \! + \! \ell_9^2 \! + \! \ell_{10}^2 \! = \! 9 & \ell_{10} = \pm \! 1 \end{array}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat
- (1. típus)

$$\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 & \ell_4 & \ell_7 \\ 0 & \ell_3 & \ell_5 & \ell_8 \\ 0 & 0 & \ell_6 & \ell_9 \\ 0 & 0 & 0 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \\ \ell_2^2 + \ell_3^2 = 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & \ell_5 & \ell_6 & 0 \\ \ell_7 & \ell_8 & \ell_9 & \ell_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 2 & -2 & 4 \\ 2 & 10 & 5 & -1 \\ -2 & 5 & 9 & 0 \\ 4 & -1 & 0 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5 \\ \ell_5 = 2 \\ \ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1 \\ \ell_8 = -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \ell_1 \cdot \ell_2 = 2 & \ell_2 = 1 \\ \ell_1 \cdot \ell_4 = -2 & \ell_4 = -1 \\ \ell_1 \cdot \ell_7 = 4 & \ell_7 = 2 \\ \ell_2^2 + \ell_3^2 = 10 \\ \ell_3 = 3 \\ \ell_2 \cdot \ell_4 + \ell_3 \cdot \ell_5 = 5 \\ \ell_5 = 2 \\ \ell_2 \cdot \ell_7 + \ell_3 \cdot \ell_8 = -1 \\ \ell_8 = -1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{array}{ll} \ell_4^2 \! + \! \ell_5^2 \! + \! \ell_6^2 \! = \! 9 & \ell_6 = \! 2 \\ \ell_4 \cdot \ell_7 + \ell_5 \cdot \ell_8 + \ell_6 \cdot \ell_9 = \! 0 & \ell_9 = \! 2 \\ \ell_7^2 \! + \! \ell_8^2 \! + \! \ell_9^2 \! + \! \ell_{10}^2 \! = \! 9 & \ell_{10} = \! 1 \end{array}$$



módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. tipu:
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Feladat
- (1. típus)
- 2. Felada
- (2. tipus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felada
- (1. típus
- 4. Felad (2. típus
- 5. Felada
- 6 Feladat

# Megoldás:

ĺgy

$$L = \left[ egin{array}{ccccc} 2 & 0 & 0 & 0 \ 1 & 3 & 0 & 0 \ -1 & 2 & 2 & 0 \ \end{array} 
ight]$$



#### módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. tipus)
- (2. típus
- 2. Feladat
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felada
- (1. típus
- (2. típus
- 5. Felada
- 6 Folodo

#### Megoldás:

ĺgy

$$L = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \end{array} \right]$$

Az *L* mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzataként kapható,



módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat
- (1. típus)

#### Megoldás:

$$L = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \end{array} \right]$$

Az L mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzataként kapható, azaz

$$\det L = \ell_1 \cdot \ell_3 \cdot \ell_6 \cdot \ell_{10}$$



módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat
- (1. típus)

#### Megoldás:

$$L = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \end{array} \right]$$

Az L mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzataként kapható, azaz

$$\det L = \ell_1 \cdot \ell_3 \cdot \ell_6 \cdot \ell_{10} = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 =$$



módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat
- (1. típus)

#### Megoldás:

$$L = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \end{array} \right]$$

Az L mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzataként kapható, azaz

$$\det L = \ell_1 \cdot \ell_3 \cdot \ell_6 \cdot \ell_{10} = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 12$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- Felad
   típus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Feladat
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felada
- (1. típus)
- (Z. tipuo)

5. Felada

S Feladat

#### Megoldás:

ĺgy

$$L = \left[ \begin{array}{rrrr} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 1 \end{array} \right]$$

Az L mátrix determinánsa a főátlóbeli elemek szorzataként kapható, azaz

$$\det L = \ell_1 \cdot \ell_3 \cdot \ell_6 \cdot \ell_{10} = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 12$$

Mivel 
$$\det L^T = \det L$$
, ezért  $\det B = (\det L)^2 = 12^2 = 144$ .

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- 1. Felad
- 2 Felad
- (1. típus
- 2. Feladat (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- (2. típus)
- 4. Felada (1. típus
- (1. típus)
- (2. típus
- 5. Felada
- 6. Feladat

### 2. Feladat

Adjuk meg a *B* mátrix LU-felbontását és felhasználásával a determinánsát!

$$B = \left[ \begin{array}{rrr} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{array} \right]$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat (2. típus)

#### 2. Feladat

Adjuk meg a B mátrix LU-felbontását és felhasználásával a determinánsát!

$$B = \left[ \begin{array}{rrr} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{array} \right]$$

#### Megoldás:

Az LU-felbontás során  $A = L \cdot U$ .



Numerikus módszerek

Király Balázs

- Felad
   típus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felada
- (1. típus)
- 2. Feladat (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- (1. típus)
- 4. Felada (2. típus)
- . Felada
- 6. Felada

#### 2. Feladat

Adjuk meg a *B* mátrix LU-felbontását és felhasználásával a determinánsát!

$$B = \left[ \begin{array}{rrr} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{array} \right]$$

### Megoldás:

Az LU-felbontás során  $A=L\cdot U$ . Ahol L egy alsóháromszög mátrix, mely a főátlóban 1-eseket tartalmaz, míg az U egy felsőháromszög mátrix.



Numerikus módszerek

Király Balázs

Felada
 típus)

1. Felada (2. típus)

2. Felada (1. típus)

2. Feladat

2. Felada (2. típus)

Feladatípus)

3. Felada (2. típus)

(1. típus)

4. Feladat (2. típus)

5. Feladat

. Feladat

#### 2. Feladat

Adjuk meg a *B* mátrix LU-felbontását és felhasználásával a determinánsát!

$$B = \left[ \begin{array}{rrr} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{array} \right]$$

### Megoldás:

Az LU-felbontás során  $A=L\cdot U$ . Ahol L egy alsóháromszög mátrix, mely a főátlóban 1-eseket tartalmaz, míg az U egy felsőháromszög mátrix.

 $Az\ L$  és U mátrixok elemeit a mátrix-szorzáson keresztül határozzuk meg.



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. típu:
- 1. Felada (2. típus
- 2. Felad
- (1. típus
- 2. Feladat
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat
- 4 Felads
- (1. típus
- 4. Felac

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. típus
- 1. Felada (2. típus
- 2. Felad
- (1. típus
- 2. Feladat (2. típus)
- (2. típus)
- (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felad
- (1. típus
- 4. Felac
- 5. Felada

6 Feladat

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} & 2\ell_1 = -4$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. típus
- 1. Felad (2. típus
- 2. Felac
- (1. típus
- 2. Feladat (2. típus)
- (2. tipus)
- (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felad
- (1. típus
- (2. típu:
- ---
- J. I Claud

6. Feladat

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}$$

$$2\ell_1 = -4 \quad \ell_1 = -2$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. típus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felad
- (1. típus
- 2. Feladat
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felad
- (1. típus
- (2. típu:
- ---
- 5. Felaua
- 6. Felada

### Megoldás:

$$\begin{bmatrix} 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}$$

 $2\ell_1 = -4 \quad \ell_1 = -2$ 

 $2\ell_2 = 6$ 

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. típus
- 1. Felad (2. típus
- 2. Felac
- (1. típus
- 2. Feladat (2. típus)
- (2. tipus)
- (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felad
- (1. típus
- 4. Felac
- 5. Felad
- 6. Feladat

### Megoldás:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} 2\ell_2 = 6 \quad \ell_2 = 3$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}$$

 $2\ell_1 = -4$   $\ell_1 = -2$ 



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. tipus
- (2. típus
- 2. Felac
- (1. típus
- 2. Feladat (2. típus)
- 3. Felada
- (1. típus
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felad
- (1. típus
- 4. relaction (2. típu:
- o. i ciada
- 6. Feladat

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2\ell_1 = -4 & \ell_1 = -2 \\ 2\ell_2 = 6 & \ell_2 = 3 \\ 5\ell_1 + u_1 = -8 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat
- (2. típus)

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}$$

$$2\ell_1 = -4$$
  $\ell_1 = -2$ 

$$\begin{array}{c|cccc} u_2 & 2\ell_2 = 6 & \ell_2 = 3 \\ u_2 & 5\ell_1 + u_1 = -8 & u_1 = 2 \end{array}$$

$$5\ell_1 + u_1 = -8 \quad u_1 = 2$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. tipus
- (2. típus)
- 2. Felad
- (1. típus
- 2. Feladat
- (2. típus)
- (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felad
- (1. típus
- 4. Fela
- 5. Felada
- 6. Felada

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2\ell_1 = -4 & \ell_1 = -2 \\ 2\ell_2 = 6 & \ell_2 = 3 \\ 5\ell_1 + u_1 = -8 & u_1 = 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- 1. Felad
- (2. tipus
- 2. Felad
- 2. Feladat
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felad
- (1. típus
- 4. Felac
- (2. ...

5. Felada

6. Felada

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2\ell_1 = -4 & \ell_1 = -2 \\ 2\ell_2 = 6 & \ell_2 = 3 \\ 5\ell_1 + u_1 = -8 & u_1 = 2 \\ 5\ell_1 + u_2 = -9 & u_2 = 1 \end{bmatrix}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felad
- 1. Felad
- (2. típus
- 2. Felad
- 2. Feladat
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Felad
- (1. típus
- 4. Fela
- ---
- . . .

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2\ell_1 = -4 & \ell_1 = -2 \\ 2\ell_2 = 6 & \ell_2 = 3 \\ 5\ell_1 + u_1 = -8 & u_1 = 2 \\ 5\ell_1 + u_2 = -9 & u_2 = 1 \\ 5\ell_2 + u_1 \cdot \ell_3 = 25 \end{bmatrix}$$



módszerek

Király Balázs

- 1. Felad
- 1. Felad
- (2. típus
- 2. Felad
- 2. Feladat
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Felad
- (1. típus
- 4. Felac
- ---
- 5. Felad

6. Felada

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2\ell_1 = -4 & \ell_1 = -2 \\ 2\ell_2 = 6 & \ell_2 = 3 \\ 5\ell_1 + u_1 = -8 & u_1 = 2 \\ 5\ell_1 + u_2 = -9 & u_2 = 1 \\ 6\ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5\ell_2 + u_1 \cdot \ell_3 = 25 & \ell_3 = 5 \\ 5\ell_2 + u_1 \cdot \ell_3 = 25 & \ell_3 = 5 \end{bmatrix}$$



módszerek

Király Balázs

- 1. Felad
- 1. Felad
- (2. típus)
- 2. Felad
- 2. Feladat
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Felad
- (1. típus
- 4. Fela
- ---
- . . . . .

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2\ell_1 = -4 & \ell_1 = -2 \\ 2\ell_2 = 6 & \ell_2 = 3 \\ 5\ell_1 + u_1 = -8 & u_1 = 2 \\ 5\ell_1 + u_2 = -9 & u_2 = 1 \\ 5\ell_2 + u_1 \cdot \ell_3 = 25 & \ell_3 = 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5\ell_2 + u_1 \cdot \ell_3 = 25 & \ell_3 = 5 \\ 5\ell_2 + u_2 \cdot \ell_3 + u_3 = 23 \end{bmatrix}$$



módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat
- (2. típus)

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2\ell_1 = -4 & \ell_1 = -2 \\ 2\ell_2 = 6 & \ell_2 = 3 \\ 5\ell_1 + u_1 = -8 & u_1 = 2 \\ 5\ell_1 + u_2 = -9 & u_2 = 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5\ell_2 + u_1 \cdot \ell_3 = 25 & \ell_3 = 5 \\ 5\ell_2 + u_2 \cdot \ell_3 + u_3 = 23 & u_3 = 3 \end{bmatrix}$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 2. Feladat (2. típus)

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \begin{array}{c} 2\ell_1 = -4 & \ell_1 = -2 \\ 2\ell_2 = 6 & \ell_2 = 3 \\ 5\ell_1 + u_1 = -8 & u_1 = 2 \\ 5\ell_1 + u_2 = -9 & u_2 = 1 \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix} \begin{array}{c} 5\ell_2 + u_1 \cdot \ell_3 = 25 & \ell_3 = 5 \\ 5\ell_2 + u_2 \cdot \ell_3 + u_3 = 23 & u_3 = 3 \end{array}$$

$$\operatorname{\mathsf{Így}} L = \left[ \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \end{array} \right] \text{ \'es } U = \left[ \begin{array}{ccc} 2 & 5 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{array} \right].$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felad (1. típus

1. Felada

2. Felad

(1. típus

2. Feladat (2. típus)

3. Felada (1. típus)

3. Felada (2. típus)

4 Felada

4 Felada

4. Feladat (2. típus)

5. Felada

6 Feladat

### Megoldás:

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ 0 & u_1 & u_2 \\ 0 & 0 & u_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2\ell_1 = -4 & \ell_1 = -2 \\ 2\ell_2 = 6 & \ell_2 = 3 \\ 5\ell_1 + u_1 = -8 & u_1 = 2 \\ 5\ell_1 + u_2 = -9 & u_2 = 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \ell_1 & 1 & 0 \\ \ell_2 & \ell_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -4 & -8 & -9 \\ 6 & 25 & 23 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5\ell_2 + u_1 \cdot \ell_3 = 25 & \ell_3 = 5 \\ 5\ell_2 + u_2 \cdot \ell_3 + u_3 = 23 & u_3 = 3 \end{bmatrix}$$

$$\mathsf{fgy}\,L = \left[ \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \end{array} \right] \, \mathsf{\acute{e}s}\,U = \left[ \begin{array}{ccc} 2 & 5 & 5 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{array} \right].$$

Mivel  $\det L = 1$  és  $\det U = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$ , ezért  $\det B = \det L \cdot \det U = 12$ .



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- 1. Felac
- (2. típus
- 2. Felad (1. típus
- (1. tipus
- (2. típus)
- 3. Feladat (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Felada
- (1. típus
- 4. Felac
- 5 Folada
- 6 Felada

#### 3. Feladat

Adjuk meg a C mátrix QR-felbontását Gram-Schmidt ortogonalizációval!

$$C = \left[ \begin{array}{rrr} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \right].$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felad (1. típus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felada
- (1. tipus)
- 2. Feladal (2. típus)

3. Feladat (1. típus)

- 3. Felada (2. típus)
- 4. Felada
- (1. típus)
- (2. tipus
- 5. Felada
- 6. Felada

#### 3. Feladat

Adjuk meg a *C* mátrix *QR*-felbontását Gram-Schmidt ortogonalizációval!

$$C = \left[ \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \right].$$

### Megoldás:

A QR-felbontás során a mátrix ot egy Q ortogonális és egy R felsőháromszög mátrix szorzatára bontjuk.



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felada (1. típus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felada
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Feladat (1. típus)
- 3. Felada (2. típus)
- 4. Felada
- 4. Felada
- (2. típus
- 5. Feladi

6. Feladat

#### 3. Feladat

Adjuk meg a *C* mátrix *QR*-felbontását Gram-Schmidt ortogonalizációval!

$$C = \left[ \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \right].$$

### Megoldás:

A QR-felbontás során a mátrix ot egy Q ortogonális és egy R felsőháromszög mátrix szorzatára bontjuk.

Jelöljük az C mátrix oszlopait rendre  $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3$  vektorokkal.



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felad (1. típus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felada
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Feladat (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- Felada
   típus)
- 4. Felada
- ---
- 5. Felada
- 6. Feladat

#### 3. Feladat

Adjuk meg a *C* mátrix *QR*-felbontását Gram-Schmidt ortogonalizációval!

$$C = \left[ \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \right].$$

### Megoldás:

A *QR*-felbontás során a mátrix ot egy *Q* ortogonális és egy *R* felsőháromszög mátrix szorzatára bontjuk.

Jelöljük az C mátrix oszlopait rendre  $\underline{a}_1, \underline{a}_2, \underline{a}_3$  vektorokkal.

$$\underline{a}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \underline{a}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \underline{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$



### módszerek

Király Balázs

- 1. Felada (1. típus
- 1. Felada
- (2. típus
- 2. Felad (1. típus
- 2 Felad
- (2. típus)
- 3. Feladat (1. típus)
- 3. Feladat
- (2. típus)
- (1. típus)
- 4. Felada (2. típus)
- (z. tipus
- 6. Felada

## Megoldás:

A Q mátrix  $\underline{q}_1,\underline{q}_2,\underline{q}_3$  oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az R mátrixot is.

$$R = \left[ \begin{array}{cc} 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right]$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat
- (1. típus)

# Megoldás:

A Q mátrix  $q_1,q_2,q_3$  oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az R mátrixot is.  $\underline{q}_1 = \frac{1}{r_{11}}\underline{a}_1$ 

$$R = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

## Megoldás:

$$Q =$$

The elocality with a 
$$a_1$$
  $a_2$   $a_3$   $a_4$   $a_4$   $a_4$   $a_5$   $a_4$   $a_5$   $a_4$   $a_5$   $a$ 

$$r_{11} = \|\underline{u}_1\|_2 = \sqrt{2}$$

$$R = \left[ \begin{array}{c} \sqrt{2} \\ 0 \\ 0 \end{array} \right].$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

## Megoldás:

eközben oszloponként előállítjuk az 
$$R$$
 mátrixot is. 
$$\underline{q}_1 = \frac{1}{r_{11}}\underline{a}_1$$
 
$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$
 
$$r_{11} = \|\underline{a}_1\|_2 = \sqrt{2}$$
 
$$\underline{q}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$r_{11} = \|\underline{a}_1\|_2 = \sqrt{2} \qquad \underline{q}_1$$

$$r_{11} = \|\underline{a}_1\|_2 = \sqrt{2}$$
  $\underline{q}_1 =$ 

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

## Megoldás:

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad r_{11} = \|\underline{a}_{1}\|_{2} = \sqrt{2} \qquad \underline{q}_{1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$\underline{q}_{2} = \frac{1}{r_{22}} \left(\underline{a}_{2} - r_{12}\underline{q}_{1}\right)$$

$$R = \left[ \begin{array}{cc} \sqrt{2} \\ 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right].$$

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \right]$$

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_1 = \overline{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2}$$
  $\sqrt{2}$   $\left[ 1 \right]$ 

$$\underline{\underline{\underline{\underline{a}}}} = \frac{1}{r_{22}} \left( \underline{\underline{a}}_2 - r_{12} \underline{\underline{q}}_1 \right)$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

## Megoldás:

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & & \\ 0 & & \\ 0 & 0 & \end{bmatrix}. \begin{array}{c} -2 & -2 & \\ r_{12} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_2 \rangle \\ & & \\ \end{array}$$

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{r_{11}}\underline{a}_1$$

$$\begin{bmatrix}
\underline{q}_1 & \underline{r}_{11} = 1 \\
r_{11} = \|\underline{a}_1\|_2 = \sqrt{2} & \underline{q}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
\underline{q}_2 = \frac{1}{r_{22}} (\underline{a}_2 - r_{12}\underline{q}_1)$$

$$\underline{q}_2 = \frac{1}{r_{22}} \left( \underline{a}_2 - r_{12} \underline{q}_1 \right)$$

$$r_{12} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_2 \rangle$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

## Megoldás:

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & & & & \\ 0 & & & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & & & \\ \end{bmatrix} \begin{array}{c} q_1 = \frac{r_1}{r_{11}}\underline{u}_1 \\ r_{11} = \|\underline{a}_1\|_2 = \sqrt{2} & q_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \underline{q}_2 = \frac{1}{r_{22}} \left(\underline{a}_2 - r_{12}\underline{q}_1\right) \\ R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & & \\ 0 & & \\ 0 & 0 & \\ \end{bmatrix} \begin{array}{c} r_{12} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_2 \rangle = \sqrt{2} \\ & & \\ \end{array}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{r_{11}}\underline{a}_1$$

$$r_{11} = \|\underline{a}_1\|_2 = \sqrt{2}$$

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_2 = \frac{1}{r_{22}} \left( \underline{a}_2 - r_{12} \underline{q}_1 \right)$$

$$r_{12} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_2 \rangle = \sqrt{2}$$

$$r_{12} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_2 \rangle = \sqrt{2}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

## Megoldás:

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 0 & \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{r_{11}}\underline{a}_1$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad r_{11} = \|\underline{a}_{1}\|_{2} = \sqrt{2} \qquad \underline{q}_{1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad r_{12} = \langle \underline{q}_{1}, \underline{a}_{2} \rangle = \sqrt{2}$$

$$\underline{a}_{2} - r_{12}\underline{q}_{1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$r_{12} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_2 \rangle = \sqrt{2}$$

$$\dot{a}_2 - r_{12}\underline{q}_1 =$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felada (1. típus
- 1. Felada
- (2. tipus)
- 2. Felada (1. típus
- 2. Felada
- 3. Feladat (1. típus)
- 3. Feladat
- (2. típus)
- 4. Felada
- 4. Felada
- (2. típus)
- 5. Felad
- 6. Felada

### Megoldás:

A Q mátrix  $\underline{q}_1,\underline{q}_2,\underline{q}_3$  oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az R mátrixot is.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{q_1}{r_{11}} = ||\underline{a}_1||_2 = \sqrt{2}$$

$$q_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{q_2}{r_{12}} = \frac{1}{r_{22}} \left( \underline{a}_2 - r_{12} \underline{q}_1 \right)$$

$$r_{12} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_2 \rangle = \sqrt{2}$$

$$\underline{a}_2 - r_{12} \underline{q}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

## Megoldás:

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{q_{1}}{q_{1}} = \frac{1}{r_{11}}\underline{a}_{1}$$

$$r_{11} = \|\underline{a}_{1}\|_{2} = \sqrt{2} \qquad \underline{q}_{1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_{2} = \frac{1}{r_{22}} (\underline{a}_{2} - r_{12}\underline{q}_{1})$$

$$r_{12} = \frac{1}{r_{22}} (\underline{a}_{2} - r_{12}\underline{q}_{1})$$

$$\underline{q}_2 = \frac{1}{r_{22}} \left( \underline{a}_2 - r_{12} \underline{q}_1 \right)$$

$$r_{12} = \langle a, a_2 \rangle = \sqrt{2}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{matrix} r_{12} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_2 \rangle = \sqrt{2} \\ \underline{a}_2 - r_{12}\underline{q}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

## Megoldás:

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{r_{11}}\underline{a}_1$$

$$\begin{bmatrix}
\frac{q_1}{r_{11}} & r_{11} \stackrel{!}{=} 1 \\
r_{11} & = ||\underline{a}_1||_2 = \sqrt{2} & \underline{q}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\
\underline{q}_2 & = \frac{1}{r_{22}} \left( \underline{a}_2 - r_{12} \underline{q}_1 \right) \\
\mathbf{q}_3 & = \frac{1}{r_{22}} \left( \underline{a}_3 - r_{12} \underline{q}_1 \right)$$

$$r_{12} = \langle q_1, \underline{a}_2 \rangle = \sqrt{2}$$

$$r_{12} = \langle q_1, \underline{a}_2 \rangle = \sqrt{2}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \underbrace{\begin{matrix} r_{12} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_2 \rangle = \sqrt{2} \\ \underline{a}_2 - r_{12}\underline{q}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$r_{22} = \|\underline{a}_2 - r_{12}q_1\|_2 = 1$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

## Megoldás:

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 1\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 1 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_1 = \frac{1}{r_{11}}\underline{a}_1$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \quad r_{11} = \|\underline{a}_1\|_2 = \sqrt{2} \qquad \underline{q}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_2 = \frac{1}{r_{22}} \left(\underline{a}_2 - r_{12}\underline{q}_1\right)$$

$$r_{12} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_2 \rangle = \sqrt{2}$$

$$r_{22} = \|\underline{a}_2 - r_{12}\underline{q}_1\|_2 = 1$$
  $\underline{q}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

$$\underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}} \left( \underline{a}_3 - r_{13} \underline{q}_1 - r_{23} \underline{q}_2 \right)$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 1\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \left[ \begin{array}{cc} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{array} \right].$$



Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típus
- 1. Felad (2. típus
- 2. Felad
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Feladat
- (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felad
- (1. típus
- 4. Fela
- (== --|----
- 6 Felada

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \left[ \begin{array}{cc} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{array} \right].$$

$$\underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}} \left( \underline{a}_3 - r_{13} \underline{q}_1 - r_{23} \underline{q}_2 \right)$$

$$r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle$$



Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 1\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \left[ \begin{array}{cc} \sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{array} \right].$$

$$\underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}} \left( \underline{a}_3 - r_{13} \underline{q}_1 - r_{23} \underline{q}_2 \right)$$

$$r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}$$



Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$\underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}} \left( \underline{a}_3 - r_{13} \underline{q}_1 - r_{23} \underline{q}_2 \right)$$

$$r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 1\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Megoldás: 
$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{cases} \underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}} \left(\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2\right) \\ r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ r_{23} = \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle \end{cases}$$



Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 1\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \left[ \begin{array}{ccc} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{array} \right].$$

Megoldás: 
$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \qquad \frac{\underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}} \left( \underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 \right)}{r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}} \\ r_{23} = \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle = -1$$



Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 1\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \left[ \begin{array}{ccc} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{array} \right].$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{cases} \underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}} \left( \underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 \right) \\ r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ r_{23} = \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle = -1 \\ \underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 = \end{cases}$$



Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 1\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{aligned} q_3 &= \frac{1}{r_{33}} \left( \underline{a}_3 - r_{13} \underline{q}_1 - r_{23} \underline{q}_2 \right) \\ r_{13} &= \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ r_{23} &= \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle = -1 \\ \underline{a}_3 - r_{13} \underline{q}_1 - r_{23} \underline{q}_2 = \\ &= \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$



Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{aligned} & \underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}} \left( \underline{a}_3 - r_{13} \underline{q}_1 - r_{23} \underline{q}_2 \right) \\ & r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ & r_{23} = \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle = -1 \\ & \underline{a}_3 - r_{13} \underline{q}_1 - r_{23} \underline{q}_2 = \\ & = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \\ R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$



Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{aligned} r_{13} &= \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ r_{23} &= \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle = -1 \\ \underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 = \\ \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \qquad r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ r_{23} = \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle = -1 \\ \underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 = \\ R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$r_{33} = \|\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2\|_2 =$$



Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{cases} r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ r_{23} = \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle = -1 \\ \underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 = \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$R = \left[ \begin{array}{ccc} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array} \right].$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \qquad r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ r_{23} = \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle = -1 \\ \underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2 = \\ R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \qquad = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$r_{33} = \|\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2\|_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 1\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \cdot = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_3 = \frac{2}{\sqrt{6}} \left[ \begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ -1 \\ -\frac{1}{2} \end{array} \right] =$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \qquad \begin{aligned} & \underline{q}_3 = \frac{1}{r_{33}} \left( \underline{a}_3 - r_{13} \underline{q}_1 - r_{23} \underline{q}_2 \right) \\ & r_{13} = \langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ & r_{23} = \langle \underline{q}_2, \underline{a}_3 \rangle = -1 \\ & \underline{a}_3 - r_{13} \underline{q}_1 - r_{23} \underline{q}_2 = \\ & = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$r_{33} = \|\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2\|_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



### módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (1. típus)

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \qquad \begin{aligned} r_{13} &= \langle \underline{q}_{1}, \underline{a}_{3} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ r_{23} &= \langle \underline{q}_{2}, \underline{a}_{3} \rangle = -1 \\ \underline{a}_{3} - r_{13}\underline{q}_{1} - r_{23}\underline{q}_{2} = \\ \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \cdot = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\underline{q}_{3} = \frac{2}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ -1 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{6}} \\ -\frac{2}{\sqrt{6}} \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix}^{r_{33}} = \|\underline{a}_{3} - r_{13}\underline{q}_{1} - r_{23}\underline{q}_{2}\|_{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\underline{q}_{3} = \frac{1}{r_{33}} \left( \underline{a}_{3} - r_{13}\underline{q}_{1} - r_{23}\underline{q}_{2} \right) 
r_{13} = \langle \underline{q}_{1}, \underline{a}_{3} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} 
r_{23} = \langle \underline{q}_{2}, \underline{a}_{3} \rangle = -1 
\underline{a}_{3} - r_{13}\underline{q}_{1} - r_{23}\underline{q}_{2} = 
= \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$|r_{33}| = ||\underline{a}_3 - r_{13}\underline{q}_1 - r_{23}\underline{q}_2||_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- 1. Felada
- (2. típus
- 2. Felad
- 2. Felada
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felada
- (1. típus)
- 4. Felac (2. típus
- 5 Felada
- 6 Felada

### 3. Feladat

Adjuk meg a C mátrix QR-felbontását Gram-Schmidt ortogonalizációval normálás nélkül!

$$C = \left[ \begin{array}{rrr} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \right].$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felad (1. típus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felada
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Feladat (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Feladat
- (T. tipus) 4. Feladat
- (Z. tipus)
- 5. Felada
- 6 Felada

### 3. Feladat

Adjuk meg a C mátrix QR-felbontását Gram-Schmidt ortogonalizációval normálás nélkül!

$$C = \left[ \begin{array}{rrr} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \right].$$

### Megoldás:

Ekkor a mátrixot egy  $\widetilde{Q}$  mátrix és egy  $\widetilde{R}$  felsőháromszög mátrix szorzatára bontjuk, ahol  $\widetilde{Q}$  oszlopai páronként ortogonálisak és  $\widetilde{r}_{ii}=1$ 



módszerek

Király Balázs

- 1. Felad (1. típus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felada
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- Feladattípus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felad
- 4 Felada
- (2. típus
- 5. Felad
  - . . .

### 3. Feladat

Adjuk meg a C mátrix QR-felbontását Gram-Schmidt ortogonalizációval normálás nélkül!

$$C = \left[ \begin{array}{rrr} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array} \right].$$

### Megoldás:

Ekkor a mátrixot egy  $\widetilde{Q}$  mátrix és egy  $\widetilde{R}$  felsőháromszög mátrix szorzatára bontjuk, ahol  $\widetilde{Q}$  oszlopai páronként ortogonálisak és  $\widetilde{r_{ii}}=1$ 

Használjuk az előző feladat jelöléseit az oszlopvektorokra.



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. típus
- 1. Felad (2. típus
- 2. Felac
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3 Felada
- (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Feladat
- (1. tipus)
- (2. típus
- 5. Felad
- 6. Felada

## Megoldás:

A  $\widetilde{Q}$  mátrix  $\widetilde{\underline{q}}_1, \widetilde{\underline{q}}_2, \widetilde{\underline{q}}_3$  oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az  $\widetilde{R}$  mátrixot is.

$$\widetilde{Q} =$$

$$\widetilde{R} = \left[ \begin{array}{ccc} 1 & & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right].$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. típus
- 1. Felad (2. típus
- 2 Felac
- (1. típu:
- 2. Felad
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Feladat
- (1. típus)
- (2. típus)
- 5. Felada
- 6. Felada

## Megoldás:

A  $\widetilde{Q}$  mátrix  $\widetilde{\underline{q}}_1, \widetilde{\underline{q}}_2, \widetilde{\underline{q}}_3$  oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az  $\widetilde{R}$  mátrixot is.

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & \\ & & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ & & \\ &$$

$$\widetilde{\underline{q}}_1 = \underline{a}_1$$

$$\widetilde{R} = \left[ \begin{array}{ccc} 1 & & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right].$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (2. típus)

# Megoldás:

A  $\widetilde{Q}$  mátrix  $\widetilde{q}_{_1},\widetilde{q}_{_2},\widetilde{q}_{_3}$  oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az  $\widetilde{R}$  mátrixot is.

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$
 $\widetilde{\underline{q}}_1 = \underline{a}_1$ 
 $\widetilde{\underline{q}}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 

$$\widetilde{\underline{q}}_1 = \underline{a}_1$$

$$\widetilde{\underline{q}}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{R} = \left[ \begin{array}{ccc} 1 & & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right].$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (2. típus)

# Megoldás:

A  $\widetilde{Q}$  mátrix  $\widetilde{q}_{_1},\widetilde{q}_{_2},\widetilde{q}_{_3}$  oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az  $\widetilde{R}$  mátrixot is.

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \widetilde{\underline{q}}_1 = \underline{a}_1 \qquad \widetilde{\underline{q}}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$\widetilde{\underline{q}}_2 = \underline{a}_2 - \widetilde{r}_{12} \widetilde{\underline{q}}_1$$

$$\widetilde{\underline{q}}_1 = \underline{a}_1 \qquad \widetilde{\underline{q}}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\widetilde{q}}_2 = \underline{a}_2 - \widetilde{r}_{12}\underline{\widetilde{q}}_1$$

$$\widetilde{R} = \left[ \begin{array}{ccc} 1 & & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right].$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (2. típus)

# Megoldás:

A  $\widetilde{Q}$  mátrix  $\widetilde{q}_1, \widetilde{q}_2, \widetilde{q}_3$  oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az  $\widetilde{R}$  mátrixot is.

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$egin{aligned} \widetilde{\underline{q}}_1 &= \underline{a}_1 & \widetilde{\underline{q}}_1 &= \left[egin{array}{c} 1 \ 0 \ 1 \end{array}
ight] \ \widetilde{\underline{q}}_2 &= \underline{a}_2 - \widetilde{r}_{12} \widetilde{\underline{q}}_1 \end{aligned}$$

$$\underline{\widetilde{q}}_2 = \underline{a}_2 - \widetilde{r}_{12}\underline{\widetilde{q}}_1$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & & \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \widetilde{r}_{12} = \frac{\langle \widetilde{q}_1, \underline{a}_2 \rangle}{\langle \widetilde{q}_1, \widetilde{q}_1 \rangle}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat
- (2. típus)

# Megoldás:

A  $\widetilde{Q}$  mátrix  $\widetilde{q}_{_1},\widetilde{q}_{_2},\widetilde{q}_{_3}$  oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az  $\widetilde{R}$  mátrixot is.

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$egin{aligned} \widetilde{\underline{q}}_1 &= \underline{a}_1 & \widetilde{\underline{q}}_1 &= \left[egin{array}{c} 1 \ 0 \ 1 \end{array}
ight] \ \widetilde{\underline{q}}_2 &= \underline{a}_2 - \widetilde{r}_{12} \widetilde{\underline{q}}_1 \end{aligned}$$

$$\underline{\widetilde{q}}_2 = \underline{a}_2 - \widetilde{r}_{12}\underline{\widetilde{q}}_1$$

$$\widetilde{R} = \left[ egin{array}{ccc} 1 & 1 & & \ 0 & 1 & & \ 0 & 0 & & 1 \end{array} 
ight] \cdot \quad \widetilde{r}_{12} = rac{\langle \widetilde{q}_1, a_2 
angle}{\langle \widetilde{q}_1, \widetilde{q}_1 
angle} = rac{2}{2} = 1$$



### módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat
- (2. típus)

# Megoldás:

A  $\widetilde{Q}$  mátrix  $\widetilde{q}_1, \widetilde{q}_2, \widetilde{q}_3$  oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az  $\widetilde{R}$  mátrixot is.

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$egin{aligned} \widetilde{q}_1 &= \underline{a}_1 & \widetilde{q}_1 &= \left[egin{array}{c} 1 \ 0 \ 1 \end{array}
ight] \ \widetilde{q}_2 &= \underline{a}_2 - \widetilde{r}_{12} \widetilde{q}_1 \end{aligned}$$

$$\underline{\widetilde{q}}_2 = \underline{a}_2 - \widetilde{r}_{12}\underline{\widetilde{q}}_1$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
  $\widetilde{r}_{12} = \frac{\langle \widetilde{q}_1, \underline{a}_2 \rangle}{\langle \widetilde{\underline{q}}_1, \widetilde{\underline{q}}_1 \rangle} = \frac{2}{2} = 1$ 

$$\widetilde{\underline{q}}_2 = \left| \begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 1 \end{array} \right| - \left| \begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 1 \end{array} \right|$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat
- (2. típus)

# Megoldás:

A  $\widetilde{Q}$  mátrix  $\widetilde{q}_1, \widetilde{q}_2, \widetilde{q}_3$  oszlopait egyenként határozzuk meg, eközben oszloponként előállítjuk az  $\widetilde{R}$  mátrixot is.

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \widetilde{\underline{q}}_1 = \underline{a}_1 \qquad \widetilde{\underline{q}}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\widetilde{q}}_2 = \underline{a}_2 - \widetilde{r}_{12} \underline{\widetilde{q}}_1$$

$$\underline{\widetilde{q}}_2 = \underline{a}_2 - \widetilde{r}_{12}\underline{\widetilde{q}}_1$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \widetilde{r}_{12} = \frac{\langle \widetilde{q}_1, \underline{a}_2 \rangle}{\langle \widetilde{q}_1, \widetilde{q}_1 \rangle} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\widetilde{\underline{q}}_2 = \begin{bmatrix} 1\\1\\1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1\\0\\1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0\\1\\0 \end{bmatrix}$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu:
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felac
- (1. típus
- 2. Felada
- (2. típus)
- (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- (2. típus)
- (1. típus
- 4. Felad
- (2. típus)
- 5. Felada
- 6. Felada

$$\underline{\widetilde{q}}_3 = \underline{a}_3 - \widetilde{r}_{13}\underline{\widetilde{q}}_1 - \widetilde{r}_{23}\underline{\widetilde{q}}_2$$

$$\widetilde{Q} = \left[ \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{array} \right]$$

$$\widetilde{R} = \left[ \begin{array}{ccc} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right].$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. tipu:
- 1. Felada (2. típus
- 2. Felac
- (1. típus
- 2. Felada
- (2. típus)
- (1. típus)
- 3. Feladat
- (2. típus)
- (1. típus
- 4. Felad
- (2. típus)
- 5. Felad
- 6. Felada

$$\underline{\widetilde{q}}_3 = \underline{a}_3 - \widetilde{r}_{13}\underline{\widetilde{q}}_1 - \widetilde{r}_{23}\underline{\widetilde{q}}_2$$

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \widetilde{r}_{13} = \frac{\langle \widetilde{q}_1, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \widetilde{q}_1, \widetilde{q}_1 \rangle}$$

$$\widetilde{R} = \left[ \begin{array}{ccc} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} \right].$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat
- (2. típus)

$$\underline{\widetilde{q}}_3 = \underline{a}_3 - \widetilde{r}_{13}\underline{\widetilde{q}}_1 - \widetilde{r}_{23}\underline{\widetilde{q}}_2$$

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{Q} = \left[ egin{array}{ccc} 1 & 0 & & \\ 0 & 1 & & \\ 1 & 0 & & \end{array} 
ight] \qquad \widetilde{r}_{13} = rac{\langle \widetilde{q}_1, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \widetilde{q}_1, \widetilde{q}_1 \rangle} = rac{1}{2}$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (2. típus)

### Megoldás:

 $\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$ 

$$\underline{\widetilde{q}}_3 = \underline{a}_3 - \widetilde{r}_{13}\underline{\widetilde{q}}_1 - \widetilde{r}_{23}\underline{\widetilde{q}}_2$$

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 1 & 0 & \end{bmatrix} \qquad \widetilde{r}_{13} = \frac{\langle \widetilde{q}_{1}, \underline{a}_{3} \rangle}{\langle \widetilde{q}_{1}, \widetilde{q}_{1} \rangle} = \frac{1}{2}$$

$$\widetilde{r}_{23} = \frac{\langle \widetilde{q}_{2}, \underline{a}_{3} \rangle}{\langle \widetilde{q}_{2}, \widetilde{q}_{2} \rangle}$$

$$\widetilde{r}_{23} = \frac{\langle \widetilde{q}_2, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \widetilde{q}_2, \widetilde{q}_2 \rangle}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (2. típus)

### Megoldás:

 $\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$ 

$$\underline{\widetilde{q}}_3 = \underline{a}_3 - \widetilde{r}_{13}\underline{\widetilde{q}}_1 - \widetilde{r}_{23}\underline{\widetilde{q}}_2$$

$$\widetilde{r}_{12} = \frac{\langle \widetilde{q}_1, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \widetilde{q}_1, \underline{a}_3 \rangle} = \frac{1}{2}$$

$$\widetilde{r}_{13} = \frac{\langle \underline{q}_1, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \underline{\widetilde{q}}_1, \underline{\widetilde{q}}_1 \rangle} = \frac{1}{2}$$

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 1 & 0 & \end{bmatrix} \qquad \widetilde{r}_{13} = \frac{\langle \widetilde{q}_1, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \widetilde{q}_1, \widetilde{q}_1 \rangle} = \frac{1}{2}$$

$$\widetilde{r}_{23} = \frac{\langle \widetilde{q}_2, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \widetilde{q}_2, \widetilde{q}_2 \rangle} = \frac{-1}{1} = -1$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat
- (2. típus)

$$\underline{\widetilde{q}}_3 = \underline{a}_3 - \widetilde{r}_{13}\underline{\widetilde{q}}_1 - \widetilde{r}_{23}\underline{\widetilde{q}}_2$$

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \\ 0 & 1 & \\ 1 & 0 & \end{bmatrix} \qquad \widetilde{r}_{13} = \frac{\langle \widetilde{g}_1, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \widetilde{q}_1, \widetilde{q}_1 \rangle} = \frac{1}{2}$$

$$\widetilde{r}_{23} = \frac{\langle \widetilde{q}_2, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \widetilde{q}_2, \widetilde{q}_2 \rangle} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\widetilde{r}_{23} = \frac{\langle \widetilde{\underline{q}}_2, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \widetilde{q}_2, \widetilde{q}_2 \rangle} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad \widetilde{r}_{23} = \frac{\langle \underline{q}_2, \underline{u}_3 \rangle}{\langle \widetilde{q}_2, \widetilde{q}_2 \rangle} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\widetilde{q}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$



### módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (2. típus)

$$\underline{\widetilde{q}}_3 = \underline{a}_3 - \widetilde{r}_{13}\underline{\widetilde{q}}_1 - \widetilde{r}_{23}\underline{\widetilde{q}}_2$$

$$\widetilde{r}_{13} = \frac{\langle \widetilde{\underline{q}}_1, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \widetilde{\underline{q}}_1, \widetilde{\underline{q}}_1 \rangle} = \frac{1}{2}$$

$$\langle \underline{q}_1, \underline{q}_1 \rangle = 2$$
 $\langle \widetilde{q}_1, a_2 \rangle = -1$ 

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{r}_{13} = \frac{\langle \widetilde{\underline{q}}_1, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \widetilde{\underline{q}}_1, \widetilde{\underline{q}}_1 \rangle} = \frac{1}{2}$$

$$\widetilde{r}_{23} = \frac{\langle \widetilde{\underline{q}}_2, \underline{a}_3 \rangle}{\langle \widetilde{\underline{q}}_2, \widetilde{\underline{q}}_2 \rangle} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad \widetilde{r}_{23} = \frac{\langle \widetilde{q}_{2}, \underline{a}_{3} \rangle}{\langle \widetilde{q}_{2}, \widetilde{q}_{2} \rangle} = \frac{-1}{1} = -1$$

$$\widetilde{q}_{3} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$$



### módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. típu
- 1. Felada (2. típus
- 2 Felad
- (1. típus
- 2. Felada
- 3. Felada
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Folod
- (1. típus
- (2. típu:
- (Z. tipus
- 5. Felaul

6. Felada

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{R} = \left[ egin{array}{cccc} 1 & 1 & rac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{array} 
ight].$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (2. típus)

### Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ & 0 & 1 & 0 \\ & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

A Q mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (2. típus)

### Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ & 0 & 1 & 0 \\ & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

A Q mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

$$Q = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}$$
  $R = \begin{bmatrix} & & & \\ & & & \\ & & & \end{bmatrix}$ 



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (2. típus)

### Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\sqrt{2}$$

A Q mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

$$Q =$$

$$R =$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (2. típus)

### Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ & 0 & 1 & 0 \\ & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\sqrt{2}$$

A Q mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$R =$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (2. típus)

## Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ & 0 & 1 & 0 \\ & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\sqrt{2}$$

A Q mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ & & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ & & \end{bmatrix}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (2. típus)

## Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ & 0 & 1 & 0 \\ & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} & 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ & 0 & 1 & -1 \\ & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\sqrt{2}$$
 1

A Q mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ & & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (2. típus)

## Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\sqrt{2}$$
 1

A Q mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ & & & \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat
- (2. típus)

## Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} & 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ & 0 & 1 & 0 \\ & 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} & 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ & 0 & 1 & -1 \\ & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\sqrt{2}$$
 1

A Q mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0\\ 0 & 1\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (2. típus)

## Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\sqrt{2}$$
 1  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 

A Q mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (2. típus)

## Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} & 1 & & 2 & & 2 \\ & 0 & & 1 & & -1 \\ & 0 & & 0 & & 1 \end{bmatrix}$$

$$\sqrt{2}$$
 1  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 

A Q mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 3. Feladat (2. típus)

## Megoldás:

$$\widetilde{Q} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \qquad \widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\widetilde{R} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\sqrt{2}$$
 1  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 

A Q mátrix oszlopait a hosszukkal osztva kaphatók a Q ortogonális mátrix oszlopai.

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{-1}{2} \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{-1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \sqrt{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. típus
- 1. Felad (2. típus
- 2. Felad
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- 4. Feladat
- (1. típus)
- 4. Felad
- E Folode
- 6 Felada

#### 4. Feladat

Adjuk meg a D mátrix QR-felbontását Householder algoritmussal!

$$D = \left[ \begin{array}{cc} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{array} \right].$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. tipus
- (2. típus)
- 2. Felada (1. típus
- (1. típus)
- 2. Feladat (2. típus)
- 3. Feladat (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Feladat
- (1. típus)
- 4. Felad (2. típus
- 5 Felada
- 6 Felada

#### 4. Feladat

Adjuk meg a *D* mátrix *QR*-felbontását Householder algoritmussal!

$$D = \left[ \begin{array}{cc} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{array} \right].$$

### Megoldás:

Legyen 
$$\underline{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$
 a mátrix első oszlopvektora.



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felad (1. típus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felada
- 2. Felada (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Feladat (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Feladat (1. típus)
- 4. Felad
- E Folodo
- 5. Felaua

## 4. Feladat

Adjuk meg a D mátrix QR-felbontását Householder algoritmussal!

$$D = \left[ \begin{array}{cc} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{array} \right].$$

## Megoldás:

Legyen  $\underline{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  a mátrix első oszlopvektora.

Keressük azt a  $\bar{H}$  Housholder transzformációt, amely az  $\underline{a}$  vektort a  $\underline{b} = \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \end{bmatrix}$  vektorba viszi.



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felada (1. típus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felada
- 2. Felada (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Feladat (1. típus)
- 3. Felada
- 4. Feladat
- (1. típus)
- (2. típu:
- 5. Felada
- 6 Felada

#### 4. Feladat

Adjuk meg a D mátrix QR-felbontását Householder algoritmussal!

$$D = \left[ \begin{array}{cc} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{array} \right].$$

## Megoldás:

Legyen  $\underline{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  a mátrix első oszlopvektora.

Keressük azt a  $\vec{H}$  Housholder transzformációt, amely az  $\underline{a}$  vektort a  $\underline{b} = \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \end{bmatrix}$  vektorba viszi.

Ekkor 
$$||\underline{a}||_2 = ||\underline{b}||_2$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 4. Feladat (1. típus)

#### 4. Feladat

Adjuk meg a D mátrix QR-felbontását Householder algoritmussal!

$$D = \left[ \begin{array}{cc} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{array} \right].$$

## Megoldás:

Legyen  $\underline{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  a mátrix első oszlopvektora.

Keressük azt a H Housholder transzformációt, amely az avektort a  $\underline{b} = \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \end{bmatrix}$  vektorba viszi. Ekkor  $\|\underline{a}\|_2 = \|\underline{b}\|_2 \quad \Rightarrow \quad \sigma = \pm 5$ 

Ekkor 
$$||a||_2 = ||b||_2$$
  $\Rightarrow \sigma = \pm 5$ 

Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felada

1. Felada

2. Felada

(1. típus)

2. Feladat (2. típus)

3. Feladat

3. Feladat

(2. típus)
4. Feladat

(1. típus)4. Felada

Feladat
 típus)

5. Felada

6. Feladat

#### 4. Feladat

Adjuk meg a D mátrix QR-felbontását Householder algoritmussal!

$$D = \left[ \begin{array}{cc} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{array} \right].$$

## Megoldás:

Legyen  $\underline{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  a mátrix első oszlopvektora.

Keressük azt a H Housholder transzformációt, amely az  $\underline{a}$ 

vektort a  $\underline{b} = \left[ \begin{array}{c} \sigma \\ 0 \end{array} \right]$  vektorba viszi.

Ekkor  $\|\underline{a}\|_2 = \|\underline{b}\|_2$   $\Rightarrow$   $\sigma = \pm 5$ 

Mivel  $a_1 > 0$ , ezért  $\sigma = -5$ .



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- 1. Felada (2. típus
- 2. Felad
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- 4. Feladat
- (1. típus)
- 4. Felada
- (\_\_\_\_\_\_
- 6 Feladat

## Megoldás:



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 4. Feladat
- (1. típus)

#### Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1 Foladat
- (1. tipu
- 1. Felada (2. típus
- (Z. t.pac
- (1. típus
- (1. tipus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- (1. tipus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Feladat (1. típus)
- (1. tipus
- (2. típus
- 5. Felada
- 6 Felada

## Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} =$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- 1. Felad
- 2 Folad
- (1. típus
- 2. Felada
- (2. típus)
- (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Feladat
- (1. típus)
- 4. Felad
- (z. tipus)
- 6 Felada

### Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- 1. Felada
- 2 Felad
- (1. típus
- 2. Felada
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Feladat
- (1. típus)
- 4. Felac
- E Folodo
- 6 Felada

### Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. tipu
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felac
- (1. típus
- 2. Felada
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Feladat
- (1. típus)
- 4. Felad
- (\_\_\_\_\_\_
- 6 Folada

## Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{64 + 16} = 4\sqrt{5}.$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- 1. Felad (2. típus
- 2. Felac
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- (2. tipus)
- (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Feladat
- (1. típus)
- 4. Felada (2. típus)
- \_\_\_\_\_
- 6 Folada

### Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{64 + 16} = 4\sqrt{5}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{4\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- 1. Felada
- 2. Felac
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- (2. típus)
- (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Feladat
- (1. típus)
- 4. Felad (2. típus
- E Folodo
- 6 Felada

### Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{64 + 16} = 4\sqrt{5}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{4\sqrt{5}} \left[ \begin{array}{c} 8\\4 \end{array} \right] = \frac{1}{\sqrt{5}} \left[ \begin{array}{c} 2\\1 \end{array} \right]$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- 1. Felad (2. típus
- 2. Felad
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- (2. típus)
- (1. típus)
- 3. Felada
- 4. Feladat
- (1. típus)
- 4 Felada
- 5. Felada
- 6. Felada

### Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{64 + 16} = 4\sqrt{5}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{4\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$H(\underline{v}) = I - 2\underline{v} \cdot \underline{v}^T =$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- Felad
   típus
- 2. Felac
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- (z. tipus)
- (1. típus)
- 3. Felada (2. típus)
- 4. Feladat
- (1. típus)
- (2. típ

. Felada

6 Feladat

## Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{64 + 16} = 4\sqrt{5}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{4\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$H(\underline{v}) = I - 2\underline{v} \cdot \underline{v}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [2, 1] =$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. tipu
- 1. Felad (2. típus
- 2. Felac
- (1. típus
- (2. típus)
- 3. Felada
- (1. típus)
- 3. Felada (2. típus)
- 4. Feladat
- (1. típus)
- (2. típu
  - . Feladat
- 6 Feladat

### Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{64 + 16} = 4\sqrt{5}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{4\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$H(\underline{v}) = I - 2\underline{v} \cdot \underline{v}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [2, 1] = \begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. típu:
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felad
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- 4. Feladat
- (1. típus)
- 4. Felada (2 típus)
- 5. Felad
- 6 Felada

## Megoldás:

A QR-felbontás ortogonális mátrixa az előbb felírt H mátrix:

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- 1. típu
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felad
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- (2. tipus)
- 4. Feladat (1. típus)
- 4. Felad
- (2. típus)
- 5. Felac
- 6. Felada

## Megoldás:

A QR-felbontás ortogonális mátrixa az előbb felírt H mátrix:

$$Q = H(\underline{v}) = \begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felada (1. típus)
- (1. típus)
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Feladat
- (1. típus)
- (2. típus
- 5 Folad
- 6 Feladat

## Megoldás:

A QR-felbontás ortogonális mátrixa az előbb felírt H mátrix:

$$Q = H(\underline{v}) = \begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

A felsőháromszög mátrix mátrix-szorzással kapható:

$$R = H \cdot D = \begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} =$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- (2. típus)
- 2. Felada (1. típus)
- (1. típus)
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Feladat
- (1. típus)
- (2. típus
- 5. Felada
- 6 Feladat

## Megoldás:

A QR-felbontás ortogonális mátrixa az előbb felírt H mátrix:

$$Q = H(\underline{v}) = \begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix}$$

A felsőháromszög mátrix mátrix-szorzással kapható:

$$R = H \cdot D = \begin{bmatrix} -\frac{3}{5} & -\frac{4}{5} \\ -\frac{4}{5} & \frac{3}{5} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$



módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- 1. Felada
- (2. típus)
- 2. Felad (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- 4. Felada
- (1. típus
- 4. Feladat (2. típus)
- 5 Felada
- 6 Felada

#### 4. Feladat

Adjuk meg azt a Householder transzformációt, amely a  $(1,-2,2)^T$  vektort  $\underline{e}_1$  irányú vektorba viszi, ellenőrzésként végezzük is el a transzformációt!



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felad (1. típus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felada
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felada
- (1. típus
- Feladat
   típus)

5. Felada

6 Felada

#### 4. Feladat

Adjuk meg azt a Householder transzformációt, amely a  $(1,-2,2)^T$  vektort  $\underline{e}_1$  irányú vektorba viszi, ellenőrzésként végezzük is el a transzformációt!

#### Megoldás:

Legyen 
$$\underline{b} = \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
.



Numerikus módszerek

Király Balázs

4. Feladat (2. típus)

#### 4. Feladat

Adjuk meg azt a Householder transzformációt, amely a  $(1, -2, 2)^T$  vektort  $e_1$  irányú vektorba viszi, ellenőrzésként végezzük is el a transzformációt!

#### Megoldás:

Legyen 
$$\underline{b} = \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
.

Keressük azt a H Housholder transzformációt, amely az a vektort a b vektorba viszi.

Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felada (1. típus)

1. Felada (2. típus)

2. Felada (1. típus)

2. Felada

3. Felada

típus)
 Feladal

Feladat
 típus)
 Feladat

4. Feladat

(2. típus)

5. Felada

Feladat

#### 4. Feladat

Adjuk meg azt a Householder transzformációt, amely a  $(1,-2,2)^T$  vektort  $\underline{e}_1$  irányú vektorba viszi, ellenőrzésként végezzük is el a transzformációt!

### Megoldás:

Legyen 
$$\underline{b} = \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
.

Keressük azt a H Housholder transzformációt, amely az  $\underline{a}$  vektort a  $\underline{b}$  vektorba viszi.

Ekkor 
$$\|\underline{a}\|_2 = \|\underline{b}\|_2$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felada (1. típus)

1. Felada (2. típus)

2. Felada (1. típus)

2. Felada (2. típus)

3. Felada

3. Felada (2. típus)

(1. tipus

4. Feladat (2. típus)

5. Felada

Eoladat

#### 4. Feladat

Adjuk meg azt a Householder transzformációt, amely a  $(1,-2,2)^T$  vektort  $\underline{e}_1$  irányú vektorba viszi, ellenőrzésként végezzük is el a transzformációt!

## Megoldás:

Legyen 
$$\underline{b} = \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
.

Keressük azt a  $\vec{H}$  Housholder transzformációt, amely az  $\underline{a}$  vektort a b vektorba viszi.

Ekkor 
$$\|\underline{a}\|_2 = \|\underline{b}\|_2 \quad \Rightarrow \quad \sigma = \pm 3$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

Felada
 típus

1. Felada (2. típus)

2. Felada (1. típus)

2. Felada (2. típus)

3. Felada (1. típus)

3. Feladat (2. típus) 4. Feladat

4. Feladat

4. Felada (2. típus)

5. Feladat

Feladat

#### 4. Feladat

Adjuk meg azt a Householder transzformációt, amely a  $(1,-2,2)^T$  vektort  $\underline{e}_1$  irányú vektorba viszi, ellenőrzésként végezzük is el a transzformációt!

### Megoldás:

Legyen 
$$\underline{b} = \begin{bmatrix} \sigma \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
.

Keressük azt a  $\vec{H}$  Housholder transzformációt, amely az  $\underline{a}$  vektort a b vektorba viszi.

Ekkor 
$$\|\underline{a}\|_2 = \|\underline{b}\|_2 \implies \sigma = \pm 3$$

Mivel  $a_1 > 0$ , ezért  $\sigma = -3$ .



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- 1. típu:
- 1. Felad
- 2. Felad
- (1. típus
- 2. Felada
- 3. Felada
- (1. tipus)
- (2. típus)
- 4. Felada
- 4. Feladat (2. típus)
- 5 Felad:
- 6 Felada

## Megoldás:

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- 1. Felada (2. típus
- 2. Felad
- (1. típus
- 2. Felada
- 3. Felada
- (1. típus)
- (2. típus)
- 4. Felada
- 4. Feladat
- (2. típus)
- 6 Folada

## Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felad
- (1. típu
- 1. Felada (2. típus)
- 2 Felad
- (1. típus
- 2. Felada
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat
- 4 Felada
- (1. típus
- 4. Feladat (2. típus)
- (z. tipus)
- 6 Felada

## Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} =$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- Felad
   típus
- (z. tipus
- (1. típus
- 2. Felada
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Felad
- (1. típus
- 4. Feladat (2. típus)
- 5. Felad
- 6. Felada

#### Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} =$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- Felad
   típus
- (Z. tipus
- (1. típus
- (1. tipus
- (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- (2. típus)
- (1. típus
- 4. Feladat (2. típus)
- 5 Felada
- 6. Feladat

#### Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- Felad
   típus
- 2. Fela
- (1. típus
- (i. tipu
- (2. típus)
- 3. Felada
- (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felad
- (1. típus
- 4. Feladat (2. típus)
- 5. Felada
- 6. Felada

#### Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{16 + 4 + 4 +} = 2\sqrt{6}.$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1 Feladat
- (1. típu
- 1. Felad
- 2 Felac
- (1. típus
- ( - |
- (2. típus)
- 3. Felada
- (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- (2. tipus)
- (1. tipus)
- 4. Feladat (2. típus)
- 5. Felada
- 6. Felada

#### Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{vmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{16 + 4 + 4 +} = 2\sqrt{6}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \left[ \begin{array}{c} 4\\ -2\\ 2 \end{array} \right]$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- 1. Felad (2. típus
- 2. Felac
- (1. típus
- 2. Felada
- (2. típus)
- (1. típus)
- 3. Feladat
- (2. típus)
- (1. tipus
- 4. Feladat
- (2. típus)
- 6. Felada

#### Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{16 + 4 + 4 +} = 2\sqrt{6}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 4\\ -2\\ 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 2\\ -1\\ 1 \end{bmatrix}$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- Felad
   típus
- (z. tipus
- (1. típu:
- ( .. upac
- (2. típus)
- 3. Felada
- (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- (2. tipus)
- (1. típ
- 4. Feladat (2. típus)
- 5 Felada
- . . .
- 6. Felada

#### Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{vmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{16 + 4 + 4 +} = 2\sqrt{6}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 4\\ -2\\ 2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{bmatrix} 2\\ -1\\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$H(\underline{v}) = I - 2\underline{v} \cdot \underline{v}^T$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- 1. Felad (2. típus
- (z. tipus
- (1. típus
- ( .. upac
- (2. típus)
- 3. Felada
- (1. típus
- 3. Feladat (2. típus)
- (2. tipus)
- (1. típus
- 4. Feladat (2. típus)
- 5. Felada
- 6. Feladat

#### Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{vmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{16 + 4 + 4 +} = 2\sqrt{6}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \left[ \begin{array}{c} 4\\ -2\\ 2 \end{array} \right] = \frac{1}{\sqrt{6}} \left[ \begin{array}{c} 2\\ -1\\ 1 \end{array} \right].$$

$$H(\underline{v}) = I - 2\underline{v} \cdot \underline{v}^T = I - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \underline{u} \cdot \underline{u}^T =$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. típu
- 1. Felad
- (Z. tipus
- (1. típus
- 2. Felada
- (2. típus)
- 3. Felada
- (1. típus)
- Feladat
   típus)
- 4 Feladat
- (... t.pao,
- 4. Feladat (2. típus)
- 5. Felada
- 6. Felada

#### Megoldás:

$$\underline{v} = \frac{\underline{a} - \underline{b}}{\|\underline{a} - \underline{b}\|_2}$$

$$\underline{u} = \underline{a} - \underline{b} = \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 \\ -2 \\ 2 \end{vmatrix}$$

$$\|\underline{u}\|_2 = \sqrt{16 + 4 + 4 +} = 2\sqrt{6}.$$

$$\underline{v} = \frac{1}{2\sqrt{6}} \left[ \begin{array}{c} 4\\ -2\\ 2 \end{array} \right] = \frac{1}{\sqrt{6}} \left[ \begin{array}{c} 2\\ -1\\ 1 \end{array} \right].$$

$$H(\underline{v}) = I - 2\underline{v} \cdot \underline{v}^T = I - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \frac{1}{\sqrt{6}} \underline{u} \cdot \underline{u}^T = I - \frac{1}{3} \underline{u} \cdot \underline{u}^T.$$



módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. típu:
- Felad
   típus
- 2. Felada
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- (1. típus)
- 4 Felada
- 4. Felada (1. típus)
- 4. Feladat (2. típus)
- 5. Felad
- 6 Felada

#### Megoldás:



módszerek Király Balázs

Milaly Dalaz

- 1. Fela
- (1. típu
- 1. Felada (2. típus
- 2. Felad
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3 Folada:
- (2. típus)
- 4. Felada
- 4. Feladat (2. típus)
- (2. tipuo,
- 6 Felada

# Megoldás:

$$H(\underline{v}) \cdot \underline{a} = \left(I - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^T\right) \cdot \underline{a} =$$

Numerikus módszerek Király Balázs

- 4. Feladat
- (2. típus)

#### Megoldás:

$$H(\underline{v}) \cdot \underline{a} = \left(I - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^T\right) \cdot \underline{a} = \underline{a} - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^T \cdot \underline{a} =$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 4. Feladat (2. típus)

#### Megoldás:

$$H(\underline{v}) \cdot \underline{a} = \left(I - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^{T}\right) \cdot \underline{a} = \underline{a} - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^{T} \cdot \underline{a} =$$

$$= \underline{a} - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \left(\underline{u}^{T} \cdot \underline{a}\right) =$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- 1. Felada
- (2. típus
- (1. típu:
- 2. Felada
- (2. típus)
- (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felad
- (1. típus
- 4. Feladat (2. típus)
- 5. Felau
- 6 Feladat

# Megoldás:

$$H(\underline{v}) \cdot \underline{a} = \left(I - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^{T}\right) \cdot \underline{a} = \underline{a} - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^{T} \cdot \underline{a} =$$

$$= \underline{a} - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \left(\underline{u}^{T} \cdot \underline{a}\right) = \underline{a} - \frac{1}{3} \cdot \left\langle \underline{u}, \underline{a} \right\rangle \cdot \underline{u}$$

Numerikus módszerek Király Balázs

- 4. Feladat (2. típus)

#### Megoldás:

$$H(\underline{v}) \cdot \underline{a} = \left(I - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^{T}\right) \cdot \underline{a} = \underline{a} - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^{T} \cdot \underline{a} =$$

$$= \underline{a} - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \left(\underline{u}^{T} \cdot \underline{a}\right) = \underline{a} - \frac{1}{3} \cdot \langle \underline{u}, \underline{a} \rangle \cdot \underline{u}$$

$$H \cdot \underline{a} = \underline{a} - \frac{1}{3} \langle \underline{u}, \underline{a} \rangle \underline{u} =$$

módszerek Király Balázs

- 4. Feladat (2. típus)

#### Megoldás:

$$H(\underline{v}) \cdot \underline{a} = \left(I - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^{T}\right) \cdot \underline{a} = \underline{a} - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^{T} \cdot \underline{a} =$$

$$= \underline{a} - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \left(\underline{u}^{T} \cdot \underline{a}\right) = \underline{a} - \frac{1}{3} \cdot \left\langle \underline{u}, \underline{a} \right\rangle \cdot \underline{u}$$

$$H \cdot \underline{a} = \underline{a} - \frac{1}{3} \langle \underline{u}, \underline{a} \rangle \underline{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} - \underbrace{\frac{1}{3} \cdot (2 + 2 + 2)}_{2} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} =$$

módszerek Király Balázs

Kiraly Balaz

- 1. Fela
- (1. típu
- 1. Felad
- (2. típus
- (1. típu:
- 2. Felada
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4 Feladat
- (1. típus)
- 4. Feladat (2. típus)
- 5. Felada
- 6. Felada

#### Megoldás:

$$H(\underline{v}) \cdot \underline{a} = \left(I - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^T\right) \cdot \underline{a} = \underline{a} - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot \underline{u}^T \cdot \underline{a} =$$

$$= \underline{a} - \frac{1}{3}\underline{u} \cdot (\underline{u}^T \cdot \underline{a}) = \underline{a} - \frac{1}{3} \cdot \langle \underline{u}, \underline{a} \rangle \cdot \underline{u}$$

$$H \cdot \underline{a} = \underline{a} - \frac{1}{3} \langle \underline{u}, \underline{a} \rangle \underline{u} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{bmatrix} - \underbrace{\frac{1}{3} \cdot (2 + 2 + 2)}_{} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felada (1. típus)

1. Felada (2. típus)

2. Felada (1. típus)

2. Felada

(2. típus)

3. Feladat (1. típus)

3. Felada (2. típus)

(1. típus

4. Felada

5. Feladat

6. Felada

#### 5. Feladat

Adjuk meg az A mátrix  $\infty$  normára vonatkozó kondíciószámát! (VAGY 1-es VAGY Froebenius normára vonatkozó kondíciószám.)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

#### Megoldás:

Mivel  ${
m cond} A=\|A\|\cdot\|A^{-1}\|$ , ezért először felírjuk a mátrix normáját (a feladat  $\infty$  normát kért, de hasonlóan oldható meg a többi felsorolt norma esetére is):



Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felada (1. típus)

1. Felada (2. típus)

2. Felada (1. típus)

(1. tipus)

(2. típus)

3. Felada (1. típus)

3. Felada (2. típus)

4. Fela (1. típu

4. Felada (2. típus)

5. Feladat

6. Feladat

#### 5. Feladat

Adjuk meg az A mátrix  $\infty$  normára vonatkozó kondíciószámát! (VAGY 1-es VAGY Froebenius normára vonatkozó kondíciószám.)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

#### Megoldás:

Mivel  $\mathrm{cond} A = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$ , ezért először felírjuk a mátrix normáját (a feladat  $\infty$  normát kért, de hasonlóan oldható meg a többi felsorolt norma esetére is):

$$||A||_{\infty} = \max\{4, 4, 2\} =$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felada (1. típus)

1. Felada (2. típus)

2. Felada (1. típus)

2. Felada

(2. típus)

3. Feladat (1. típus)

3. Felada (2. típus)

(1. típus)

4. Felada (2. típus)

5. Feladat

6. Felada

#### 5. Feladat

Adjuk meg az A mátrix  $\infty$  normára vonatkozó kondíciószámát! (VAGY 1-es VAGY Froebenius normára vonatkozó kondíciószám.)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

#### Megoldás:

Mivel  $\operatorname{cond} A = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$ , ezért először felírjuk a mátrix normáját (a feladat  $\infty$  normát kért, de hasonlóan oldható meg a többi felsorolt norma esetére is):

$$||A||_{\infty} = \max\{4, 4, 2\} = 4$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felada (1. típus)

1. Felada (2. típus)

2. Felada (1. típus)

(1. típus)

(2. típus)

3. Felada (1. típus)

3. Felada (2. típus)

(1. típus)

4. Felada (2. típus)

5. Feladat

Feladat

#### 5. Feladat

Adjuk meg az A mátrix  $\infty$  normára vonatkozó kondíciószámát! (VAGY 1-es VAGY Froebenius normára vonatkozó kondíciószám.)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

#### Megoldás:

Mivel  $\operatorname{cond} A = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$ , ezért először felírjuk a mátrix normáját (a feladat  $\infty$  normát kért, de hasonlóan oldható meg a többi felsorolt norma esetére is):

$$||A||_{\infty} = \max\{4, 4, 2\} = 4$$
  
 $||A||_{1} = \max\{3, 2, 5\} =$ 



Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felada (1. típus)

1. Felada (2. típus)

2. Felada (1. típus)

2. Felada (2. típus)

3. Felada (1. típus)

3. Felada (2. típus)

(1. típus)

4. Felada (2. típus)

5. Feladat

Feladat

#### 5. Feladat

Adjuk meg az A mátrix  $\infty$  normára vonatkozó kondíciószámát! (VAGY 1-es VAGY Froebenius normára vonatkozó kondíciószám.)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

#### Megoldás:

Mivel  $\operatorname{cond} A = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$ , ezért először felírjuk a mátrix normáját (a feladat  $\infty$  normát kért, de hasonlóan oldható meg a többi felsorolt norma esetére is):

$$||A||_{\infty} = \max\{4, 4, 2\} = 4$$
  
 $||A||_{1} = \max\{3, 2, 5\} = 5$ 



Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felada (1. típus)

1. Felada (2. típus)

2. Felada (1. típus)

(1. tipus)

(2. típus)

3. Feladat (1. típus)

3. Felada (2. típus)

(1. tipus)

4. Feladat (2. típus)

5. Feladat

. Feladat

#### 5. Feladat

Adjuk meg az A mátrix  $\infty$  normára vonatkozó kondíciószámát! (VAGY 1-es VAGY Froebenius normára vonatkozó kondíciószám.)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

#### Megoldás:

Mivel  $\mathrm{cond} A = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$ , ezért először felírjuk a mátrix normáját (a feladat  $\infty$  normát kért, de hasonlóan oldható meg a többi felsorolt norma esetére is):

$$\begin{array}{lll} \|A\|_{\infty} & = & \max\{4,\ 4,\ 2\} = 4 \\ \|A\|_{1} & = & \max\{3,\ 2,\ 5\} = 5 \\ \|A\|_{F} & = & \sqrt{1+1+4+4+1+1+4} = \sqrt{16} \end{array}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

1. Felada (1. típus)

1. Felada (2. típus)

2. Felada (1. típus)

2. Felada

(2. tipus)

(1. típus)

(2. típus)

4. Felada

Feladat
 típus)

5. Feladat

Felada

#### 5. Feladat

Adjuk meg az A mátrix  $\infty$  normára vonatkozó kondíciószámát! (VAGY 1-es VAGY Froebenius normára vonatkozó kondíciószám.)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

#### Megoldás:

Mivel  $\mathrm{cond} A = \|A\| \cdot \|A^{-1}\|$ , ezért először felírjuk a mátrix normáját (a feladat  $\infty$  normát kért, de hasonlóan oldható meg a többi felsorolt norma esetére is):

$$\begin{array}{lll} \|A\|_{\infty} & = & \max\{4,\ 4,\ 2\} = 4 \\ \|A\|_{1} & = & \max\{3,\ 2,\ 5\} = 5 \\ \|A\|_{F} & = & \sqrt{1+1+4+4+1+1+4} = \sqrt{16} = 4 \end{array}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- 1. típu
- 1. Felad
- 2. Felada
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- (z. tipus)
- (1. típus)
- 4. Felada
- 5. Feladat
- 6 Felada

#### Megoldás:



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. típu
- (2. típus
- 2. Felad (1. típus
- 2. Felada
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Felada
- (1. típus
- 4. Felac
- 5. Feladat
- 6. Felada

### Megoldás:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc|c} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- 1 Felac
- 2 Felad
- (1. típus
- 2. Felada
- 3. Felada
- 3. Feladat
- 4. Felada
- (1. típus
- 4. Fela
- 5. Feladat
- 6 Felada

#### Megoldás:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- 1. Felac
- 2 Felad
- (1. típus
- 2. Felada
- (2. lipus)
- (1. típus)
- 3. Felada
- 4. Felada
- (1. típus
- 4. Felai (2. típu
- 5. Feladat
- 6 Felada

#### Megoldás:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[ \begin{array}{ccc|ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{array} \right]$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- 1. Felac
- (2. tipus
- 2. Felad (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- (z. tipus)
- (1. típus
- 4. Felac
- 5. Feladat
- 6 Folodo

### Megoldás:

$$\left[\begin{array}{ccc|c}
1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\
-2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c}
1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 3 & 2 & 1 & 0 \\
0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- 1. Felac
- 2. Felad
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Felada
- 4 Felad
- (1. típus
- 4. Fela
- (Z. tiput

5. Feladat

6. Felada

#### Megoldás:

A mátrix inverzét Gauss-eliminációval határozzuk meg:

$$\left[\begin{array}{ccc|c}
1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\
-2 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c}
1 & -1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\
0 & -1 & 3 & 2 & 1 & 0 \\
0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{array} \right] \Rightarrow \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{array} \right]$$

Így az A mátrix inverze:

$$A^{-1} = \left[ \begin{array}{rrr} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{array} \right]$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. tipu
- 1. Felad (2. típus
- 2. Felac
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- 4. Folodo
- (1. típus
- 4. Felac
- 5. Feladat
- 6. Felada

# Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. tipu
- (2. típus
- 2. Felac
- (1. tipus
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat
- 4 Felad:
- (1. típus
- 4. Felac
- 5. Feladat
- 6 Felada

# Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$||A^{-1}||_{\infty} = \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} =$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. tipu:
- (2. típus
- 2. Felac
- (1. tipus
- Felada(2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- 4 Folodo
- (1. típus
- 4. Felac
- 5. Feladat
- 6. Felada

# Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$||A^{-1}||_{\infty} = \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. tipu
- 1. Felad (2. típus
- 2. Felac
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Feladat
- (2. típus)
- 4. relad
- (1. típus
- (2. típu
- 5. Feladat
- 6. Felada

# Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$||A^{-1}||_{\infty} = \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2}$$
  
 $||A^{-1}||_{1} = \max\left\{3, 2, \frac{5}{2}\right\} =$ 

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. tipu
- (2. típus
- 2. Felac
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Folode
- (1. típus
- 4. Felai (2. típu
- 5. Feladat
- 6. Felada

# Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$||A^{-1}||_{\infty} = \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2}$$
$$||A^{-1}||_{1} = \max\left\{3, 2, \frac{5}{2}\right\} = 3$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

#### 5. Feladat

### Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$||A^{-1}||_{\infty} = \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2}$$

$$||A^{-1}||_{1} = \max\left\{3, 2, \frac{5}{2}\right\} = 3$$

$$||A^{-1}||_{F} = \sqrt{1 + 1 + \frac{1}{4} + 4 + 1 + \frac{9}{4} + \frac{1}{4}} =$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- 1. Felad
- (2. típus
- 2. Felac (1. típus
- 2. Felada
- (2. típus)
- (1. típus
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felada
- (1. típus)
- (2. típu
- 5. Feladat
- 6. Felada

# Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{split} \|A^{-1}\|_{\infty} &= \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2} \\ \|A^{-1}\|_{1} &= \max\left\{3, 2, \frac{5}{2}\right\} = 3 \\ \|A^{-1}\|_{F} &= \sqrt{1 + 1 + \frac{1}{4} + 4 + 1 + \frac{9}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{39}}{2}. \end{split}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 5. Feladat

# Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$\begin{split} \|A^{-1}\|_{\infty} &= \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2} \\ \|A^{-1}\|_{1} &= \max\left\{3, 2, \frac{5}{2}\right\} = 3 \\ \|A^{-1}\|_{F} &= \sqrt{1 + 1 + \frac{1}{4} + 4 + 1 + \frac{9}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{39}}{2}. \end{split}$$

$$\operatorname{cond}_{\infty} A = \|A\|_{\infty} \cdot \|A^{-1}\|_{\infty} =$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 5. Feladat

# Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$\begin{split} \|A^{-1}\|_{\infty} &= \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2} \\ \|A^{-1}\|_{1} &= \max\left\{3, 2, \frac{5}{2}\right\} = 3 \\ \|A^{-1}\|_{F} &= \sqrt{1 + 1 + \frac{1}{4} + 4 + 1 + \frac{9}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{39}}{2}. \end{split}$$

$$cond_{\infty}A = ||A||_{\infty} \cdot ||A^{-1}||_{\infty} = 4 \cdot \frac{9}{2}$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- 1. Felad
- (2. típus
- 2. Felac (1. típus
- 2. Felada
- (2. típus)
- (1. típus)
- 3. Felada (2. típus)
- 4. Felada
- (1. típus
- (2. típus)
- 5. Feladat
- 6. Felada

# Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$||A^{-1}||_{\infty} = \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2}$$

$$||A^{-1}||_{1} = \max\left\{3, 2, \frac{5}{2}\right\} = 3$$

$$||A^{-1}||_{F} = \sqrt{1 + 1 + \frac{1}{4} + 4 + 1 + \frac{9}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{39}}{2}.$$

$$\operatorname{cond}_{\infty} A = \|A\|_{\infty} \cdot \|A^{-1}\|_{\infty} = 4 \cdot \frac{9}{2} = 18$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- 1. Felad
- 2 Felad
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Felada
- (2. típus)
- (1. típus
- 4 Felad
- E Folod
- 5. Feladat
- 6. Felada

# Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$||A^{-1}||_{\infty} = \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2}$$

$$||A^{-1}||_{1} = \max\left\{3, 2, \frac{5}{2}\right\} = 3$$

$$||A^{-1}||_{F} = \sqrt{1 + 1 + \frac{1}{4} + 4 + 1 + \frac{9}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{39}}{2}.$$

$$\operatorname{cond}_{\infty} A = \|A\|_{\infty} \cdot \|A^{-1}\|_{\infty} = 4 \cdot \frac{9}{2} = 18$$
  
 $\operatorname{cond}_{1} A = \|A\|_{1} \cdot \|A^{-1}\|_{1} =$ 

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- 1. Felad
- (2. típus
- 2. Felad (1. típus
- 2. Felada
- 3 Felada
- (1. tipus)
- (2. típus)
- 4. Felada (1. típus
- (1. típus
- (z. tipus
- 5. Feladat
- 6. Felada

# Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$||A^{-1}||_{\infty} = \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2}$$

$$||A^{-1}||_{1} = \max\left\{3, 2, \frac{5}{2}\right\} = 3$$

$$||A^{-1}||_{F} = \sqrt{1 + 1 + \frac{1}{4} + 4 + 1 + \frac{9}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{39}}{2}.$$

$$\operatorname{cond}_{\infty} A = \|A\|_{\infty} \cdot \|A^{-1}\|_{\infty} = 4 \cdot \frac{9}{2} = 18$$
  
 $\operatorname{cond}_{1} A = \|A\|_{1} \cdot \|A^{-1}\|_{1} = 5 \cdot 3$ 



### módszerek

Király Balázs

- 5. Feladat

# Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$||A^{-1}||_{\infty} = \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2}$$

$$||A^{-1}||_{1} = \max\left\{3, 2, \frac{5}{2}\right\} = 3$$

$$||A^{-1}||_{F} = \sqrt{1 + 1 + \frac{1}{4} + 4 + 1 + \frac{9}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{39}}{2}.$$

$$\operatorname{cond}_{\infty} A = \|A\|_{\infty} \cdot \|A^{-1}\|_{\infty} = 4 \cdot \frac{9}{2} = 18$$

$$\operatorname{cond}_{1} A = \|A\|_{1} \cdot \|A^{-1}\|_{1} = 5 \cdot 3 = 15$$

$$\operatorname{cond}_{F} A = \|A\|_{F} \cdot \|A^{-1}\|_{F} = 4 \cdot \frac{\sqrt{39}}{2}$$



### módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- 1. Felad
- (2. tipus
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- 3. Felada
- (2. típus)
- (1. típus
- 4. Folod
- E Folod
- 5. Feladat
  - 6. Felada

# Megoldás:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -\frac{1}{2} \\ -2 & -1 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

Kiszámítjuk az inverz megfelelő normáit:

$$||A^{-1}||_{\infty} = \max\left\{\frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{1}{2}\right\} = \frac{9}{2}$$

$$||A^{-1}||_{1} = \max\left\{3, 2, \frac{5}{2}\right\} = 3$$

$$||A^{-1}||_{F} = \sqrt{1 + 1 + \frac{1}{4} + 4 + 1 + \frac{9}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{39}}{2}.$$

$$\begin{array}{rcl}
\operatorname{cond}_{\infty} A & = & \|A\|_{\infty} \cdot \|A^{-1}\|_{\infty} = 4 \cdot \frac{9}{2} = 18 \\
\operatorname{cond}_{1} A & = & \|A\|_{1} \cdot \|A^{-1}\|_{1} = 5 \cdot 3 = 15 \\
\operatorname{cond}_{F} A & = & \|A\|_{F} \cdot \|A^{-1}\|_{F} = 4 \cdot \frac{\sqrt{39}}{2} = 2 \cdot \sqrt{39}.
\end{array}$$



#### módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- (1. tipus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felada (1. típus)
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Felada
- (1. típus)
- 4. Felad (2. típus
- 5 Felada
- 6. Feladat

#### 6. Feladat

Adjuk meg az A mátrix 2-es normára vonatkozó kondíciószámát! Figyelem a mátrix SZIMMETRIKUS!

$$A = \left[ \begin{array}{cc} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{array} \right]$$

### Megoldás:

$$\operatorname{cond}_2 A = ||A||_2 \cdot ||A^{-1}||_2.$$



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felac
- 1. Felad
- (2. típus)
- 2. Felada (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3 Felada
- 3. Feladat
- (2. típus)
- 4. Felada (1. típus)
- 4. Felada (2. típus)
- 5 Folad
- 6. Feladat

#### 6. Feladat

Adjuk meg az A mátrix 2-es normára vonatkozó kondíciószámát! Figyelem a mátrix SZIMMETRIKUS!

$$A = \left[ \begin{array}{cc} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{array} \right]$$

### Megoldás:

$$\operatorname{cond}_2 A = \|A\|_2 \cdot \|A^{-1}\|_2.$$

Mivel A szimmetrikus, ezért  $||A||_2 = \varrho(A)$ .



#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felad (1. típus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felada
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Felada (2. típus)
- (2. tipus)
- 4. Felada
- Felada
   típus)
- 5. Felada
- 6. Feladat

#### 6. Feladat

Adjuk meg az A mátrix 2-es normára vonatkozó kondíciószámát! Figyelem a mátrix SZIMMETRIKUS!

$$A = \left[ \begin{array}{cc} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{array} \right]$$

#### Megoldás:

$$\operatorname{cond}_2 A = ||A||_2 \cdot ||A^{-1}||_2.$$

Mivel A szimmetrikus, ezért  $||A||_2 = \varrho(A)$ . A spektrálsugár meghatározásához:

$$\kappa_A(\lambda) = \left| \begin{array}{cc} 4 - \lambda & 5 \\ 5 & 3 - \lambda \end{array} \right| =$$



#### módszerek

Király Balázs

- 1. Felad (1. típus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felada
- (1. típus)
- 2. Feladat (2. típus)
- Feladatípus)
- 3. Felada
- (2. típus)
- (1. tipus)
- 4. Felada (2. típus)
- 5. Felada
- 6. Feladat

#### 6. Feladat

Adjuk meg az A mátrix 2-es normára vonatkozó kondíciószámát! Figyelem a mátrix SZIMMETRIKUS!

$$A = \left[ \begin{array}{cc} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{array} \right]$$

### Megoldás:

$$\operatorname{cond}_2 A = ||A||_2 \cdot ||A^{-1}||_2.$$

Mivel A szimmetrikus, ezért  $||A||_2 = \varrho(A)$ .

$$\kappa_A(\lambda) = \begin{vmatrix} 4 - \lambda & 5 \\ 5 & 3 - \lambda \end{vmatrix} = (4 - \lambda) \cdot (3 - \lambda) - 25 = 0$$



#### módszerek

Király Balázs

- 1. Felad (1. típus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felada
- (1. típus)
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Felada (2. típus)
- 4. Felada
- 4. Felada
- 5 Felada
- 6. Feladat

#### 6. Feladat

Adjuk meg az A mátrix 2-es normára vonatkozó kondíciószámát! Figyelem a mátrix SZIMMETRIKUS!

$$A = \left[ \begin{array}{cc} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{array} \right]$$

### Megoldás:

$$\operatorname{cond}_2 A = ||A||_2 \cdot ||A^{-1}||_2.$$

Mivel A szimmetrikus, ezért  $||A||_2 = \varrho(A)$ .

$$\kappa_A(\lambda) = \begin{vmatrix} 4 - \lambda & 5 \\ 5 & 3 - \lambda \end{vmatrix} = (4 - \lambda) \cdot (3 - \lambda) - 25 = \lambda^2 - 7\lambda - 13$$



#### módszerek

Király Balázs

- 1. Felad (1. típus
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felada
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- Feladatípus)
- 3. Felada (2. típus)
- 4 Felada
- 4. Felada
- 4. Felada (2. típus)

5. Felada

6. Feladat

#### 6. Feladat

Adjuk meg az A mátrix 2-es normára vonatkozó kondíciószámát! Figyelem a mátrix SZIMMETRIKUS!

$$A = \left[ \begin{array}{cc} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{array} \right]$$

### Megoldás:

$$\operatorname{cond}_2 A = ||A||_2 \cdot ||A^{-1}||_2.$$

Mivel A szimmetrikus, ezért  $||A||_2 = \varrho(A)$ .

$$\kappa_A(\lambda) = \begin{vmatrix} 4-\lambda & 5 \\ 5 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (4-\lambda)\cdot(3-\lambda)-25 = \lambda^2-7\lambda-13 = 0$$



#### módszerek

Király Balázs

- 1. Felad (1. típus
- 1. Felada (2. típus
- 2. Felada (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Felada (2. típus)
- 4. Felada
- 4. Felada
- 5 Felada
- 6. Feladat

### 6. Feladat

Adjuk meg az A mátrix 2-es normára vonatkozó kondíciószámát! Figyelem a mátrix SZIMMETRIKUS!

$$A = \left[ \begin{array}{cc} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{array} \right]$$

### Megoldás:

$$\operatorname{cond}_2 A = \|A\|_2 \cdot \|A^{-1}\|_2.$$

Mivel A szimmetrikus, ezért  $||A||_2 = \rho(A)$ .

$$\kappa_A(\lambda) = \begin{vmatrix} 4-\lambda & 5 \\ 5 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (4-\lambda)\cdot(3-\lambda)-25 = \lambda^2-7\lambda-13 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 52}}{2}$$



#### módszerek

Király Balázs

- 1. Felada (1. típus)
- 1. Felada (2. típus
- 2. Felada (1. típus)
- 2. Felada
- 3. Felada
- 3. Felada
- (2. típus)
- tipus)
   Felada
- 4. Felada (2. típus)
- 5. Felada
- 6. Feladat

### 6. Feladat

Adjuk meg az A mátrix 2-es normára vonatkozó kondíciószámát! Figyelem a mátrix SZIMMETRIKUS!

$$A = \left[ \begin{array}{cc} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{array} \right]$$

### Megoldás:

$$\operatorname{cond}_2 A = \|A\|_2 \cdot \|A^{-1}\|_2.$$

Mivel A szimmetrikus, ezért  $||A||_2 = \varrho(A)$ .

$$\kappa_A(\lambda) = \begin{vmatrix} 4-\lambda & 5 \\ 5 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (4-\lambda)\cdot(3-\lambda)-25 = \lambda^2-7\lambda-13 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 52}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{101}}{2}$$



Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Felada (1. típus)
- 1. Felada (2. típus)
- 2. Felada (1. típus)
- (1. típus)
- (2. típus)
- (1. típus)
- 3. Felada (2. típus)
- (1. típus)
- 4. Felada (2. típus)
- 5. Feladat
- 6. Feladat

### 6. Feladat

Adjuk meg az A mátrix 2-es normára vonatkozó kondíciószámát! Figyelem a mátrix SZIMMETRIKUS!

$$A = \left[ \begin{array}{cc} 4 & 5 \\ 5 & 3 \end{array} \right]$$

### Megoldás:

$$\operatorname{cond}_2 A = \|A\|_2 \cdot \|A^{-1}\|_2.$$

Mivel A szimmetrikus, ezért  $||A||_2 = \varrho(A)$ .

$$\kappa_A(\lambda) = \begin{vmatrix} 4-\lambda & 5 \\ 5 & 3-\lambda \end{vmatrix} = (4-\lambda)\cdot(3-\lambda)-25 = \lambda^2-7\lambda-13 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 52}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{101}}{2} \quad \Rightarrow \quad ||A||_2 = \varrho(A) = \frac{7 + \sqrt{101}}{2}$$



módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- 1. Felad
- 2. Felad
- (1. típus)
- 2. Felada (2. típus)
- 3. Felada
- (1. típus)
- (2. tipus)
- 4. Felada
- 4. Felada
- (2. típus)
- 5. Felada

6. Feladat

## Megoldás:

 ${\it A}$  szimmetrikus



módszerek Király Balázs

Kiraly balaz

- 1. Fela
- (T. tipu:
- (2. típus
- 2. Felad
- 2. Felada
- (2. típus)
- 3. Felada (1. típus)
- 3. Feladat
- (2. típus)
- (1. típus)
- 4. Felada (2. típus)
- 5. Felada
- 6. Feladat

# Megoldás:

A szimmetrikus  $\Rightarrow A^{-1}$  is szimmetrikus



módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. tipu
- Felad
   típus
- 2. Felac
- (1. típus
- 2. Felada
- (z. tipus)
- (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felada
- (1. típus)
- (2. típus)
- 5. Felada
- 6. Feladat

# Megoldás:

A szimmetrikus  $\Rightarrow A^{-1}$  is szimmetrikus $\Rightarrow$ 

$$||A^{-1}||_2 = \varrho(A^{-1}) =$$

#### Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- 1. Felad (2. típus
- 2 Felan
- (1. típu:
- 2. Felada
- 3 Felada
- (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felada
- (1. típus)
- (2. típus)
- 5. Felada
- 6. Feladat

### Megoldás:

A szimmetrikus  $\Rightarrow A^{-1}$  is szimmetrikus $\Rightarrow$ 

$$||A^{-1}||_2 = \varrho(A^{-1}) = \frac{1}{|\lambda_{\min}A|} =$$

Numerikus módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- 1. Felad (2. típus
- 2. Fela
- (1. típu:
- 2. Felada
- (2. típus)
- (1. típus)
- 3. Feladat (2. típus)
- 4. Felada
- (1. típus
- (2. típus)
- 5. Felada
- 6. Feladat

# Megoldás:

A szimmetrikus  $\Rightarrow A^{-1}$  is szimmetrikus $\Rightarrow$ 

$$||A^{-1}||_2 = \varrho(A^{-1}) = \frac{1}{|\lambda_{\min}A|} = \left|\frac{2}{7 - \sqrt{101}}\right|$$



módszerek Király Balázs

Kiraly Balaz

- 1. Fela
- (1. típu
- 1. Felad (2. típus
- 2. Felac
- (1. típu:
- 2. Felada (2. típus)
- (2. típus)
- (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Felada
- (1. típus)
- (2. típus)
- 5. Felada
- 6. Feladat

### Megoldás:

A szimmetrikus  $\Rightarrow A^{-1}$  is szimmetrikus $\Rightarrow$ 

$$||A^{-1}||_2 = \varrho(A^{-1}) = \frac{1}{|\lambda_{\min}A|} = \left|\frac{2}{7 - \sqrt{101}}\right| = \frac{2}{\sqrt{101} - 7}$$

Így a kondíciószám:

$$cond_2A = ||A||_2 \cdot ||A^{-1}||_2 =$$



módszerek

Király Balázs

- 1. Fela
- (1. típu
- Felad
   típus
- 2. Felad
- (1. típus
- 2. Felada (2. típus)
- (2. tipus)
- (1. típus)
- 3. Feladat
- 4. Felada
- (1. típus)
- (2. típus)
- 5. Felada
- 6. Feladat

### Megoldás:

A szimmetrikus  $\Rightarrow A^{-1}$  is szimmetrikus $\Rightarrow$ 

$$||A^{-1}||_2 = \varrho(A^{-1}) = \frac{1}{|\lambda_{\min}A|} = \left|\frac{2}{7 - \sqrt{101}}\right| = \frac{2}{\sqrt{101} - 7}$$

Így a kondíciószám:

$$\operatorname{cond}_2 A = ||A||_2 \cdot ||A^{-1}||_2 = \frac{7 + \sqrt{101}}{\sqrt{101} - 7}$$