Table des matières

Leçon 1

Propagation guidée des ondes.

Bibliographie de la leçon :			
Titre	Auteurs	Editeur (année)	ISBN
Electromagnétisme	Pérez	Dunod	
`http://www.etienne-thibierge.fr/agreg/ondes_poly_2015.pdf`	Etienne Thibierge		

Commentaires des années précédentes :

— **2014 :** Les candidats doivent avoir réfléchi à la notion de vitesse de groupe et à son cadre d'utilisation,

— **2013 :** Les notions de modes et de fréquence de coupure doivent être exposées. On peut envisager d'autres ondes que les ondes électromagnétiques,

— **2010 :** La propagation guidée ne concerne pas les seules ondes électromagnétiques ou optiques. Il faut insister sur les conditions aux limites introduites par le dispositif de guidage.

Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon :
Prérequis :

— propagation des ondes EM dans le vide, équations de Maxwell,
— optique ondulatoire (conditions d'interférences)
— optique géométrique : théorème de Malus, principe du retour inverse de la lumière

Déroulé détaillé de la leçon :

Introduction

Pour transmettre une onde sphérique (sonore ou électromagnétique) à partir d'une source, on voit qu'il y a un problème car l'amplitude de l'onde varie en $1/r$ et la densité locale d'énergie de l'onde varie en $1/r^2$ par conservation de l'énergie. Si on veut transmettre une information, il faut donc soit une très grande puissance à l'entrée (dangereux et pas spécialement possible techniquement), soit être plus malin et guider l'onde jusqu'au récepteur. On va cependant voir qu'il existe quelques contraintes. Expérience qualitative : deux émetteurs piézo avec ou sans tube.

I Phénoménologie du guidage

Ne pas passer trop de temps sur cette partie (∼10min). Faire le dessin. On prend l'approche phénoménlogique du guidage d'ondes lumineuses dans la fibre optique.

I.1 Modèle de la fibre optique

Faire le schéma de la fibre optique tel que dans le poly de Thibierge. On regarde la propagation d'une onde plane monochromatique de longeur d'onde dans le vide λ

Condition de guidage : interférences constructives entre deux réflexions sucessives *i.e.* que leur déphasage soit un multiple de 2π.

I.2 Caractéristiques du guidage

Après construction de S_0, S_1 et S_2, on obtient le déphasage entre l'onde issue de S_0 et celle issue de S_2 :

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{n_2\lambda}n_2S_2B - \frac{2\pi}{n_1\lambda}n_1S_0B = \frac{2\pi}{\lambda}S_2H \tag{1.1}$$

d'après le principe de retour inverse + théorème de Malus. Comme $\sin\theta = \frac{S_2H}{2a}$:

$$\sin(\theta_p) = \frac{p\lambda}{2a} \tag{1.2}$$

Les angles d'incidence qui permettent la propagation dans la fibre prennent des valeurs discrètes ! p **désigne un mode de propagation dans la fibre**.

Tous les modes ne peuvent pas se propager :

$$sin(\theta_p) \leq 1 \Rightarrow \omega \geq p\frac{\pi c}{a} = \omega_{c,p} \tag{1.3}$$

Une pulsation de coupure basse fréquence est associée à chaque mode en dessous de laquelle il n'y a pas guidage. **On peut donc guider uniquement des ondes dont les longueurs d'ondes sont inférieures à** $2a \sim 10^{-3}m$: optique, infrarouge.
Application numérique : pour $\lambda = 500nm$ et $a = 1mm$, on peut avoir $p = 4000$ modes de propagation dans la fibre.

Voir Houard p66. Parler de dispersion intermodale et intramodale ? En parler après si on a le temps.

Pour les ondes de plus basses fréquences, on est obligé d'utiliser d'autres systèmes : fil conducteur pour les ondes BF (< 1MHz), câbles coaxiaux pour les ondes HF (< 1GHz). Pour les ondes centimétriques, on a besoin de guide d'ondes creux dont on va maintenant détailler la physique plus quantitativement que pour les ondes lumineuses.

II Propagation d'une onde centimétrique dans un guide

Dans les câbles coaxiaux, il y a une importante atténuation des signaux pour les fréquences supérieures à 1 GHz. On utilise pour ces fréquences d'autres supports.

On va s'intéresser dans cette partie à la possibilité qu'une onde électromagnétique puisse se propager dans un guide plan.

II.1 Modélisation idéalisée du guide plan

Faire le schéma. Voici les hypothèses :

- L'étude de la propagation des ondes dans les milieux conducteurs montre qu'il existe une onde evanescente qui transporte de l'énergie hors du guide. Ici on va supposer les **conducteurs parfaits** pour supprimer les pertes et simplifier les calculs,
- Le milieu entre les plaques est de l'air qu'on va idéaliser à du vide pour enlever les effets de dispersion qui n'est pas propre au guidage.

L'équation de propagation est celle des ondes dans le vide c'est-à-dire une équation de d'Alembert :

$$\Delta \mathbf{E} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \tag{1.4}$$

$$\Delta \mathbf{B} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{1.5}$$

En revanche, du fait de la présence du guide, les champs **E** et **B** doivent satisfaire les conditions aux limites à savoir la continuité de la composante tangentielle de **E** et la composante normale de **B** qui s'annulent aux deux faces :

$$E_z(x=0) = E_z(x=a) = 0 \qquad E_y(x=0) = E_y(x=a) \tag{1.6}$$

$$B_x(x=0) = 0 \qquad B_x(x=a) = 0 \tag{1.7}$$

On va chercher des solutions qui se propagent dans la direction z du guide. Comme il y a également invariance par translation suivant $\mathbf{\hat{u}_z}$, on peut écrire les ondes comme :

$$\mathbf{E} = \mathbf{E_m}(x)e^{i(\omega t - k_z z)} \tag{1.8}$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B_m}(x)e^{i(\omega t - k_z z)} \tag{1.9}$$

Remarquons qu'ici on n'a pas la structure d'onde plane car il y a une dépendance de l'amplitude de l'onde EM en x. On définit alors :

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{k_z} \tag{1.10}$$

la longueur d'onde de l'onde guidée.
On va également définir :

- les ondes transverses électriques TE qui sont reliées aux composantes E_z et E_y de l'onde dans le guide,
- les ondes transverses magnétiques reliées aux composantes B_y et B_z de l'onde dans le guide

Ce sont les équations de Maxwell-Faraday et Maxwell-Ampère qui nous permettent de définir ces deux groupes d'ondes transverses. La linéarité des équations permettent d'étudier séparément ces deux groupes et d'obtenir l'ensemble des solutions par combinaison linéaire.

On va regarder uniquement les ondes TE.

II.2 Relation de dispersion des ondes TE dans le guide

On cherche les solutions $\mathbf{E}$ sous la forme :

$$\mathbf{E} = (E_x(x)\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{x} + E_y(x)\hat{\mathbf{e}}_\mathbf{y})e^{i(\omega t - k_z z)} \tag{1.11}$$

Comme $\text{grad} \cdot \mathbf{E} = \frac{\partial E_z}{\partial z} = ik_z E_z = 0$ donc $E_z = 0$. En injectant cette solution dans l'équation de d'Alembert :

$$\frac{d^2 E_y}{dx^2} + \frac{d^2 E_y}{dz^2} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \tag{1.12}$$

$$\frac{d^2 E_y(x)}{dx^2} + (k^2 - k_z^2)E_y(x) = 0 \tag{1.13}$$

avec les conditions $E_y(0) = E_y(a) = 0$. Il y a trois cas de figure :

1. Si $k^2 - k_z^2 < 0$, on peut montrer qu'il n'y a pas de solutions qui se propagent avec les CL,
2. Si $k^2 - k_z^2 = 0$, on a une solution affine qui est nulle avec les CL,
3. Si $k^2 - k_z^2 = k_x^2 > 0$, on la possibilité d'une solution qui se propage dans le guide.

La solution s'écrit :

$$E_y = Ae^{ik_x x} + Be^{-ik_x x} \tag{1.14}$$

Les CL donnent :

$$E_y(x = 0) = 0 \Rightarrow A = -B \tag{1.15}$$

$$E_y(x = a) = 0 \Rightarrow k_x = p\frac{\pi}{a} \tag{1.16}$$

On a alors des modes de propagation des ondes TE comme pour la fibre. On notera ces mode TE_p. On a une relation de dispersion non linéaire entre $k_z = \frac{2\pi}{\lambda_g}$ et $\omega = 2\pi\frac{c}{\lambda_0}$ qu'on peut écrire comme :

$$\lambda_g^2 = \frac{\lambda_0^2}{1 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda_c}\right)^2} \tag{1.17}$$

On a ici introduit une **fréquence de coupure** $\lambda_c = \frac{2a}{p}$. Si on envoie une onde de longueur d'onde λ, elle peut se propager dans des modes TE_p si $\lambda_p \geq \lambda_c$. Le guide se comporte comme un filtre passe-haut.

Si il n'y a que le mode TE_1 qui peut se propager, le guide est monomode. Si l'onde peu se propager dans plusieurs modes TE, le guide est dit multimode.

Remarque : le milieu est dispersif non par rapport à sa nature (on a supposé que c'était du vide) mais par rapport à la géométrie du guide.

Transition : je vous propose de vérifier cette relation dans le cadre du guide d'onde rectangulaire.

II.3 Relation de dispersion du mode TE_1 dans le guide rectangulaire

Sur slide : Pour être rigoureux, on peut montrer qu'il y a des modes $TE_{p,q}$ qui peuvent se propager dans le guide du fait de deux interfaces. La relation de dispersion du guide rectangulaire de côté a et b pour ces modes est :

$$k^2 = k_z^2 + p^2\frac{\pi^2}{a^2} + q^2\frac{\pi^2}{b^2} \tag{1.18}$$

Ce guide est monomode pour des pulsations ($a = 22.860 \pm 0.046$ mm et $b =$ 10 mm :

$$\left(\frac{\pi^2}{a^2}\right) \leq \frac{\omega^2}{c^2} \leq \left(\frac{\pi^2}{a^2}\right) + \left(\frac{\pi^2}{b^2}\right) \tag{1.19}$$

$$6.56\ GHz \leq f \leq 16.4 GHz \tag{1.20}$$

Comme on dispose d'une diode Gunn pouvant produire des ondes allant de 8.2 GHz à 10 GHz, on ne peut propager que le mode TE_{10} dont la relation de dispersion est donnée par l'équation (15.17).

Expérience quantitative : Vérification de la relation de dispersion dans un guide et mesure de la fréquence de propagation dans un guide d'onde (TP Onde 2).

II.4 Vitesse de phase et vitesse de groupe

Pour $p = 1$:

$$v_\phi = \frac{\omega}{k_z} = \frac{c}{1 - \frac{\lambda_0^2}{\lambda_c^2}} \tag{1.21}$$

$$\tag{1.22}$$

Transition : On a vu la relation de dispersion des ondes dans le guide, on va voir plus en détail l'aspect expérimental du guide d'onde.

III Aspect expérimental du guide d'onde

Si on a le temps : parler des pertes, du ROS, de l'abbaque de Smith.

Conclusion