# Table des matières

1 Induction électromagnétique					
	I	Phéno	ménologie de l'induction	3	
		I.1	Mise en évidence expérimentale	S	
		I.2	Loi de Faraday et loi de modération de Lenz	4	
	II	Théor	ie de l'induction	4	
		II.1	Définition formelle de la fem	٦	
		II.2	Induction de Neumann	٦	
		II.3	Induction de Lorentz		
	III Aspects pratiques		ts pratiques	6	
		III.1	Auto-induction	7	
		III.2	Inductance mutuelle		

## Leçon 1

## Induction électromagnétique

TO 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	1	1 .	1	
Bibliographie	$^{\circ}$	I٩	locon	•
Dibliographic	uc	1a.	ICĆOII	

Titre	Auteurs	Editeur (année)	ISBN
		\ /	
Electromagnatisme	M. Bertin, J. P.	Dunod Université (1986)	2-04-016916-4
3 : magnétosta-	Faroux, J. Re-		
tique, induction,	nault		
équations de			
Maxwell et			
compléments élec-			
troniques			
Physique Spé.	Hubert Gié, Jean-	Editions Tec & Doc (2000)	2-7430-0398-7
MP*, MP et PT*,	Pierre Sarmat,		
PT	Stéphane Olivier,		
	Christophe More		
Physique Spé.	Stéphane Olivier,	Editions Tec & Doc (2000)	2-7430-0399-5
PSI*, PSI	Christophe More,		
	Hubert Gié		
Electromagnétisme	J.M Brébec	HPrépa (2004)	
2ème année			

#### Commentaires des années précédentes :

- **2015**: L'algébrisation rigoureuse des grandeurs électriques et mécaniques est nécessaire lors de la paramétrisation,
- 2014 : Dans cette leçon, le plus grand soin s'impose dans la définition des orientations et des conventions de signe. Les applications doivent occuper

une place significative dans la présentation. Il n'est pas admissible à ce niveau de confondre les forces de Lorentz et de Laplace.

#### Plan détaillé

Niveau choisi pour la leçon : Licence 3 Prérequis :

- Forces de Lorentz, de Laplace
- Equations de Maxwell, ARQS magnétique,
- Potentiels scalaire et vecteur,
- Electrocinétique

Déroulé détaillé de la leçon :

## Introduction

Nous allons voir dans cette leçon que les phénomènes d'induction sont contenus dans les équations de Maxwell et dans la force de Lorentz qu'on a déjà vu. Ils nécessitent qu'on s'y attarde du point de vue des conséquences pratiques qu'ils mettent en exergue. Dans toute la leçon, nous travaillerons dans le cadre de l'ARQS magnétique (i.e. qu'on néglige le courant de déplacement  $\mathbf{j}_{\mathbf{D}} = \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$  dans les équations de Maxwell).

Historiquement : Oersted (1820) : courants éléctriques induisent  ${\bf B}$ . Faraday (1831) : Variations de  ${\bf B}$  qui induisent des courants électriques.

## I Phénoménologie de l'induction

## I.1 Mise en évidence expérimentale

Expérience qualitative 1 : Approche un aimant et éloigne un aimant droit d'une bobine fixe branchée à un oscilloscope : apparition d'une tension. Même observation avec déplacement de la bobine dans aimant fixe. Amplitude de l'intensité proportionnelle à la vitesse de variation de **B**. De plus, on voit que dans un sens on a une fem positive et dans l'autre une fem négative. Permet de

connaitre le pole Nord ou le pole Sud d'un aimant par exemple.

Définition phénoménologique de l'induction (slide) apparition d'une f.e.m et, s'ils peuvent s'écouler, de courants, dans un conducteur mobile placé d'un champ magnétique variable.

#### Deux cas particuliers:

- Dans le cas où on a un circuit fixe et un champ variable, on parlera d'induction de Neumann,
- Dans le cas où on a un circuit déformable ou mobile dans un champ magnétique stationnaire, on parlera d'induction de Lorentz

### I.2 Loi de Faraday et loi de modération de Lenz

4min20

Définition du flux :  $\phi = \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S}$ . Attention à la convention d'orientation de la surface par rapport au circuit (règle de la main droite);

#### Loi de Faraday:

$$e = -\frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t} \tag{1.1}$$



Validité : circuits filiformes sinon on ne peut pas définir de flux magnétique

Unités de e (v) et  $\phi$  (Wb ou T.m²) Convention générateur de la f.e.m. : la force électromotrice est dans le même sens que l'intensité.

expérience qualitative 2 : chute d'un aimant dans un conducteur.

Loi de Lenz : discussion du signe — dans la loi de Faraday.

Transition :On va voir qu'on peut formaliser l'induction à l'aide d'une approche microscopique.

## II Théorie de l'induction

6min10

#### II.1 Définition formelle de la fem

Voir Tec&Doc PC p617. La tension électromotrice s'exprime de la manière suivante :

$$e = \frac{1}{q} \oint_C \mathbf{F}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{l}$$
 (1.2)

où C est un contour orienté et fermé et F une force proportionnelle à la charge. La fem représente donc le quotient de la circulation de cette force le long de ce contour pour la charge.

En utilisant la force de Lorentz dans un référentiel R du laboratoire supposé galiléen :  $\mathbf{F} = -e(\mathbf{E} + \mathbf{v}_R \wedge \mathbf{B})$ , où  $\mathbf{v}_R$  est la vitesse des électrons dans ce référentiel, on obtient :

$$e = \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} + \oint_C (\mathbf{B} \wedge \mathbf{v}_R) \cdot d\mathbf{l}$$
 (1.3)

On voit que si le circuit de contour C est fixe,  $\mathbf{v}_R//\mathbf{dl}$  donc le second terme est nul : c'est l'induction de Neumann.

#### II.2 Induction de Neumann

Le champ électrique **E** s'écrit de manière générale à partir des potentiels scalaire et vecteur :

$$\mathbf{E} = -\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \tag{1.4}$$

Ce qui implique que ( $\operatorname{grad} V$  est à circulation nulle sur un contour fermé) :

$$e = \oint_C \mathbf{E_m} \cdot \mathbf{dl} \tag{1.5}$$

ou  $E_m = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$  est appelé le champ électromoteur de Neumann. On retrouve la loi de Faraday en disant que  $\oint_C \mathbf{A} \cdot \mathbf{dl} = \int \int_{\Sigma} \mathbf{B}(\mathbf{t}) \cdot d\mathbf{S} = \phi(t)$ .

### II.3 Induction de Lorentz

Schéma p<br/>626 Tec&Doc $\mathrm{PC/PC^*}.$  A voir s'il y a le temps ou alors donner les grandes lignes sur slide.

On se place dans un cadre non relativiste et on prend un circuit filiforme ou le circuit est animé d'une vitesse  $\mathbf{v_e}$  et la vitesse des électrons dans le référentiel

galiléen du labo est  $\mathbf{v}_R = \mathbf{v_r} + \mathbf{v_e}$ , avec  $\mathbf{v_r}//d\mathbf{l}$ .

Comme on est en régime stationnaire :  $\mathbf{E} = -\nabla V$ . On en déduit la tension électromotrice :

$$e = \oint (\mathbf{v}_e \wedge \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} \tag{1.6}$$

Le terme  $\mathbf{v}_e \wedge \mathbf{B}$  se subtitue au champ électromoteur de Neumann.

Le produit mixe permet d'écrire :

$$e = \oint (d\mathbf{l} \wedge \mathbf{v_e}) \cdot d\mathbf{B} \tag{1.7}$$

Voir H<br/>prépa p 179. Le produit vectoriel  $d{\bf l} \wedge {\bf v_e}$  a pour norme l'aire balayée<br/>  $d{\bf S_b}$ par l'élément de circuit  $\mathbf{dl}$  qui va à la vitesse  $\mathbf{v_e}$  pendant dt et donc l'intégral représente le flux de B à travers cette surface. Le champ B étant à flux conservatif, son flux à travers la surface totale  $\Sigma_{tot}$  fermée est nul et donc (attention aux signes! de Sb en particulier):

$$\oint_{\Sigma_{tot}} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -\phi(t + dt) + \phi(t) - \oint_{C} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S_{b}}$$

$$-\frac{d\phi(t)}{dt} = e(t)$$
(1.8)

$$-\frac{d\phi(t)}{dt} = e(t) \tag{1.9}$$

On retrouve bien la loi de Faraday.

Conclusion orale : Dans le cas général, on a la somme des deux cas (Neumman et Lorentz). On peut passer d'une vision à une autre par changement de référentiel (exemple avec la première expérience qualitative).

Transition: Maintenant qu'on a bien tous les outils théoriques pour décrire et comprendre l'induction, on va revenir à un aspect pratique.

#### III Aspects pratiques

15min30

Bien insister dans cette partie sur l'aspect fondamentalement pratique de l'induction.

Au choix:

- conversion de puissance électromécanique (voir Cours Jérémy Neveu),

- transformateur,
- roue de Barlow (historique) voir Tec&Doc
- frein d'induction pour les trains ou les poids lourds (voir Hprépa)

#### III.1 Auto-induction

Voir Hprépa. Dessin spire avec ligne de champ.

Flux propre :  $\phi_p = Li$ , L inductance propre (H).

 $f.e.m: e = -L\frac{di}{dt}.$ 

Schéma équivalent en éléctrocinétique : convention générateur avec générateur, convention récepteur avec bobine.

#### Expérience quantitative : Mesure d'une inductance L :

- un L fixe (ne pas prendre bobine Leybold)
- oscilloscope Keysight GOX
- GBF,
- câbles bananes, BNC-bananes,
- résistance
- multimètre Metrix,
- LCR-mètre,
- transformateur d'isolement (évite les problèmes de résistance du GBF)

Circuit RL, mesure du temps caractéristique sur oscilloscope avec le temps de réponse à 63%.



Ne pas oublier les résistances de la bobine et des câbles

26min

#### III.2 Inductance mutuelle

Dessin spire 1 avec ligne de champ et spire 2 dans champ magnétique créé par spire 1.

- Flux créé par spire 1 à travers spire 2 :  $\phi_{21} = M_{21}i_1$ ;
- Flux créé par spire 2 à travers spire 1 :  $\phi_{12} = M_{12}i_2$ ;

$$-M_{12} = \oint \oint \frac{\mu_0 d\mathbf{l_1} \cdot d\mathbf{l_2}}{4\pi r_{12}} = M_{21}.$$

Modèle simple de transformateur (schéma sur slide). Secondaire en circuit ouvert  $(i_2 = 0)$ . Loi des mailles (en complexe) donne :  $M = L_1 \left| \frac{U_2}{e_g} \right|$ .

## Conclusion

Applications diverses (on a vu bobines et transformateurs). Autres applications (slide) : Plaques à induction, Feinage par induction. Parler de la détection RMN que j'ai réalisé en thèse. 39min12

#### Questions posées par l'enseignant (avec réponses)

C: Revenir sur la toute première manip (aimant+bobine). Peut-on remonter directement au flux  $\phi$ ? Oui en faisant l'intégrale de la tension sur un aller à l'oscilloscope. Par ailleurs, on peut diviser le nombre de spire par deux et voir que la tension est également divisée par deux. Peut-on retrouver que c'est une tension négative en premier et positive en deuxième? Il faut connaître dans quel sens est orienté le bobinage de la bobine. A partir de là, le sens des lignes de champ de l'aimant étant connu, on peut connaître le signe du flux et de sa variation temporelle, et ainsi connaître le signe de la tension aux bornes de la bobine.

C: Symbole du Weber? Wb, ce sont des T.m<sup>-2</sup>.

C: Dans la loi de Faraday, vous avez dit que e doit être orienté suivant le sens du courant. Pourtant il n'y a pas de courant à la base car c'est la fem qui induit le courant (s'il peut circuler)? On choisit une convention d'orientation du circuit. Celle-ci nous impose l'orientation de la surface du flux sortant. La fém est alors **dans le sens de l'orientation du circuit**. Enfin, si le courant peut circuler, pour e > 0, le champ de force tend à faire circuler les porteurs de charge positive dans le sens positif du circuit, c'est-à-dire à produire une intensité i > 0 (on rappelle que le sens de circulation du courant est par convention inverse au sens de circulation des électrons).

C: Peut-on prendre la surface du circuit filiforme pour calculer le flux de B? Oui car le flux est indépendant du choix de la surface (il faut par contre que celle-ci s'appuie sur le contour défini par le circuit).

C: Pourquoi la manip avec le tube est une illustration de la loi de Lenz? Le mouvement de chute est freiné par la force de Laplace créée par les courants induits dans le conducteur : la force s'oppose donc au mouvement qui lui a donné naissance. Peut-on retrouver que la force doit être opposée au mouvement avec la loi de Faraday? Oui, on peut voir le conducteur cylindrique comme une superposition de spires infiniment fines et faire le raisonnement avec la loi de Faraday sur chacune des spires et sommer le tout.

C: Dans quel cas un fil peut-être considéré comme filiforme (pour la validité de la loi de Faraday)? Si la largeur du fil est petite devant la taille caractéristique de variation du champ magnétique (alors le champ magnétique est quasi-constant dans le volume).

C: Quelle est le cadre de l'ARQS magnétique? L'ARQS revient à négliger le temps de propagation des quantités électromagnétiques. Si T est le temps typique de variation des champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  et L la distance typique entre les sources et le champ électromagnétique observé alors l'ARQS est valable si  $T\gg\frac{L}{c}$ . Si de plus  $|\mathbf{j}|\gg|\rho c|$ , on est dans l'ARQS magnétique. Odg: pour un circuit  $L\sim 1$ m, on doit avoir  $f=\frac{c}{T}\ll 10^{14}$  Hz.

**C**: Y-a-t'il une raison pour laquelle on associe la fem à une tension autre que l'homogénéité de son unité? Par exemple, si je n'ai que un champ électrique,  $\frac{\mathbf{F}}{q} = \mathbf{E}$  et  $e = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$ : c'est la tension. On a bien une force qui met en mouvement les électrons, ce qui ressemble à ce que fait une tension électrique, c'est comme un générateur.

Par ailleurs, on peut retrouver à partir de la loi  $W = \oint \mathbf{F}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{l}$  la loi d'Ohm généralisée en électrocinétique.

C: Vous avez obtenu la fem dans le cadre de Neumann, quid dans le cas de Lorenz? On prend un circuit filiforme orienté dont chaque élement dl subit un déplacement dr (on suppose que l'orientation du circuit ne change pas au cours du temps). On a  $e = \oint \mathbf{v}_e \wedge \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l}$  avec  $\mathbf{v}_e = \frac{d\mathbf{r}}{dt}$  la vitesse d'entrainement des électrons par déplacement due au déplacement du circuit au cours de dt. Par permutation circulaire du produit vectoriel avec le produit scalaire, on a :  $(\mathbf{v}_e \wedge \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = -\frac{1}{dt}(\mathbf{B} \cdot d^2 S_c) = -\frac{d^2 \phi_c}{dt}$  où on a introduit  $d^2 \mathbf{S_c} = d\mathbf{l} \wedge \mathbf{v_e}$  l'aire balayée pendant dt par le déplacement du conducteur et  $d\phi_c \equiv \mathbf{B} \cdot d^2 \mathbf{S_c}$  le flux "coupé" (flux du champ magnétique à travers  $d^2 S_c$ , "coupé" car lors

de son déplacement, l'élement de conducteur "coupe" les lignes de champs magnétiques). Enfin, en utilisant l'équation de Maxwell-Flux, on peut montrer que pour un champ magnétique stationnaire,  $\oint d^2\phi_c = d\phi$ , nous permettant de retrouver la loi de Faraday.

- C : À t-on toujours une fem dans le cas où le circuit se déplace? Si le circuit se déplace sans déformation, la variation de flux magnétique est nulle  $(\phi(t+dt) = \phi(t))$  et donc e=0.
- C: Pourquoi la manip n'a pas marché pour la mesure de l'inductance? Mesure mal faite, on a trouvé la bonne valeur quand elle a été refaite pendant la séance de question.
- C: Est-ce que la bobine peut créer une inductance mutuelle sur le circuit électrique et donc modifier l'inductance du circuit ? C'est possible en théorie, elle est d'autant plus importante que le circuit est grand car l'inductance mutuelle est proportionnelle à la surface d'intégration. Est-ce que c'est valable pour un solénoïde infini ? Non car le champ est nul à l'extérieur de la bobine.
- C: Retour sur la manip de l'inductance mutuelle? Quelle est l'influence du fer doux? Il canalise les lignes de champs dans les bobines, cela permet d'avoir un champ plus fort. Pourquoi la tension n'est pas sinusoïdale à la sortie de la bobine alors que celle à l'entrée l'est? Les inductances propres et mutuelle peuvent dépendre des courants induits. Ces courants dépendent de la réponse du fer doux à une excitation magnétique qui n'est pas linéaire avec le champ. Cela entraîne donc des non-linéarités du courants et donc de la fem en sortie.
- C : Quel instrument permet de mesurer beaucoup mieux la tension crête à crête? Un voltmètre en configuration AC.
- ${\bf C}$ : Contrairement à L, M est algébrique. Qu-est-ce que ça veut dire? M dépend des conventions d'orientation des circuits. L est toujours positive car changer l'orientation du circuit change l'orientation du courant d'une part, et celui du vecteur surface donc du flux d'autre part, de sorte que L reste toujours positive.
- ${\bf C}$ : Pourquoi il y a-t'il un déphasage dans le signal de sortie de la manip de mesure d'inductance? Le circuit est un filtre passe-bas d'ordre 1, la fréquence de travail induit un déphasage dans la réponse du système qui vaut 0 pour  $\omega=0$  et

#### École normale supérieure $\,$

Préparation à l'agrégation de physique-chimie option physique

Compte-rendu leçon physique 2022-2023

 $-\pi/2$  pour  $\omega \to \infty$ .