Pràctica 1 || Aquæductus

Pablo Fraile Alonso

3 d'abril de 2021

Índex

Índex de figures

1 Funcionament algorisme

1.1 Primera idea: Backtracking

1.1.1 Per què no utilitzar Backtracking en aquest cas

cost de $O(n!)$.

1.2 Alternativa a backtracking: Principi d'optimitat

Abans de poder comentar la solució, hem d'entendre que és el principi d'optimitat:

> Principi d'optimitat: Una política òptima té la propietat que sigui quin sugui l'estat inicial i la decisió inicial, les decisions restants han de construir una política òptima respecte a l'estat resultat de la primera decisió.
>
> (Richard E.Bellman)

Per tant, seguint aquesta definició podem dir que un problema podrà ser resolt seguint el principi d'optimitat si la seva solució òptima pot ser construida eficientment a partir de les solucions òptimes dels seus subproblemes. En altres paraules, que podem resoldre un problema gran donades les solucions dels seus problemes petits.

1.2.1 Aplicació i funcionament en el nostre cas d'ús

En el nostre problema dels aqueductes, veiem que podem aplicar el principi d'optimitat per a trobar una solució òptima, ja que veiem que la solució és construida eficientment a partir de les solucions òptimes dels seus subproblemes. Per a explicar-ho millor he decidit resoldre un petit exemple.

Donada la següent entrada:

```
5 6 180 20
0 0
2 2
3 1
5 3
7 2
```

Figura 1: Entrada exemple

On podem veure que tenim 5 punts, una altura de aqueducte de 6, $\alpha = 180$ i $\beta = 20$. Si ho representem en un eix de coordenades, el perfil del sòl

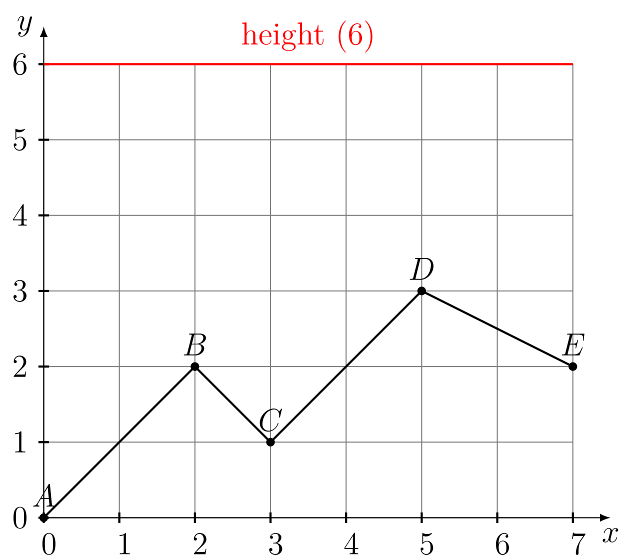

Figura 2: Exemple representat eix de coordenades

ens queda de la següent manera:

Si ho representem en forma de digraf (ja descartant les opcions que no són vàlides) ens queda el següent:

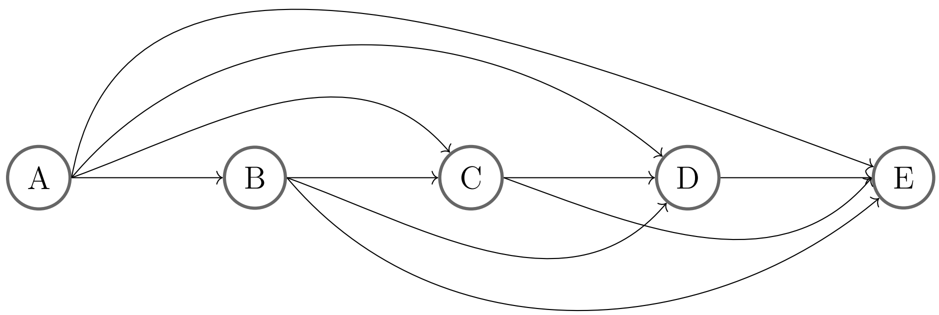

Figura 3: Exemple representat en forma de dígraf

1.2.2 Demostració per reducció al absurd

Donat un aqueducte que va d'un punt A a un punt J i que té recorregut $R_{a...j}$ és el óptim (figura: 4).

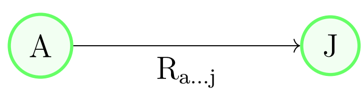

Figura 4: Aqueducte de punt A a punt J

Assumirem també que aquest recorregut passa per el punt K, per tant ara podem separar el recorregut com $R_{a...k}$ & $R_{k...j}$ (figura 5)

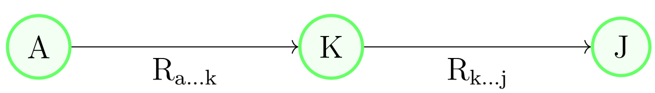

Figura 5: Aqueducte de punt A a punt J passant per K

A partir de la figura 5, considerarem que del punt A al punt K pot haver-hi un recorregut mes optim, que anomenarem $R'_{a...k}$.

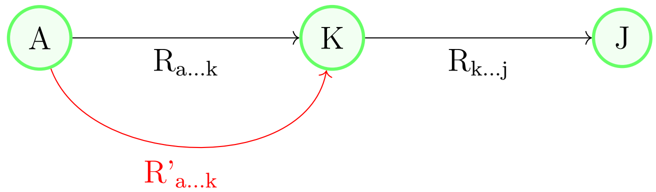

Figura 6: Graf que representa un posible $R'_{a...k}$

Si $R'_{a...k}$ és més òptim que $R_{a...k}$, llavors vol dir que:

$$R'_{a...k} < R_{a...k}.$$

Llavors:

$$\mathbf{R'_{a...k} + R_{k...j} < R_{a...k} + R_{k...j}}$$

Però aquesta afirmació NO pot ser certa! Ja que en un principi hem assegurat que $R_{a...k} + R_{k...j}$ era la solució òptima i per tant no hi pot haver-hi cap més petita que aquesta.

2 Cost algorisme

2.1 Iteratiu

2.2 Recursiu

3 Problemes/consideracions

3.1 Nombres en c++

4 Conclusions