

BTVN. 1. Tính các tích phân đường

1) $I = \int_{AB} (x - y)dl$, AB là đoạn thẳng nối hai điểm A(0; 0), B(4; 3)

2) $I = \int_{AB} xydl$, AB là đoạn thẳng nối A(2; 3), B(1; 4)

3) $I = \int_L xydl$, L là biên của hình chữ nhật ABCD, A(0; 0), B(4; 0),
C(4; 2), D(0; 2)

4) $I = \int_L \sqrt{x^2 + y^2} dl$, L là đường tròn $x^2 + y^2 = ax$

5) $I = \int_L xydl$, L: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1; x \geq 0, y \geq 0$

6) $I = \int_{AB} x dl$, với AB là cung parabol $y = x^2 + 1$, A(0; 1), B(2; 5)

7) $I = \int_L x^3 dl$, với L là cung parabol $y = \frac{x^2}{2}; 0 \leq x \leq \sqrt{3}$

8) $I = \int_L 2x dl$, trong đó $L = L_1 + L_2$, với L_1 : $y = x^2$ từ (0; 0) đến (1; 1) và L_2 là đường thẳng từ (1; 1) đến (1; 2)

9) $I = \int_L (x^2 + y^2) dl$, với L là nửa đường tròn $x^2 + y^2 = 2x; x \geq 1$

$$10) \quad I = \int_L xy^4 dl, \text{ với } L \text{ là nửa bên phải đường tròn}$$

$$x^2 + y^2 = 16; x \geq 0$$

$$11) \quad I = \int_L \sqrt{2y} dl, \text{ } L \text{ được xác định bởi:}$$

$$x = t, y = \frac{t^2}{2}, z = \frac{t^3}{3}; 0 \leq t \leq 1$$

$$12) \quad I = \int_L 2x dl, \text{ với } L \text{ là giao của } x^2 + y^2 = 4 \text{ và } x + z = 4$$

$$13) \quad I = \int_L (x + y) dl, \text{ với } L \text{ là phần đường tròn}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4; y = x$$

$$14) \quad I = \int_L x^2 dl, \text{ với } L \text{ là phần đường tròn}$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4; x + y + z = 0$$

2. Tính các tích phân đường

1) $I = \int_{ABC} (x - y)^2 dx + (x + y)^2 dy$, ABC là đường gấp khúc
 $A(0; 0), B(2; 2), C(4; 0)$

2) $I = \int_L ydx - (y + x^2)dy$, L là cung parabol $y = 2x - x^2$ nằm ở
trên trục Ox theo chiều kim đồng hồ

3) $I = \int_L (x + y)dx + (x - y)dy$, L là đường elip $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$
chạy ngược chiều kim đồng hồ

4) $I = \int_{\widehat{AB}} \frac{-2xydx + (x^2 - y^2)dy}{x^2 + y^2}$, \widehat{AB} là nửa đường tròn

$x^2 + y^2 = 2y$ về phía $x \geq 0$ nối điểm A(0; 0) với điểm B(0; 2)

5) $I = \int_L ydx + xdy$, với L là cung $x^2 + y^2 = 2x$ từ $O(0; 0)$ đến $A(1; 1)$ theo chiều kim đồng hồ

6) $I = \int_L (x^2 - 2xy)dx + (2xy + y^2)dy$, đường cong kín L là chu tuyến dương của miền D giới hạn bởi $y = x^2$, $x = 0$, $y = 1$

7) $I = \int_L (ye^{xy} + 2x \cos y - x^2 y)dx + (xe^{xy} - x^2 \sin y + xy^2 + xy)dy$,

L là nửa trên đường tròn $x^2 + y^2 = 2x$ đi từ điểm $A(2; 0)$ đến $O(0; 0)$

8) $I = \int_{(0,0)}^{(1,1)} (x + y)dx + (x + y)dy$

9) $I = \int_L x^2 y dx - x(y^2 + 1) dy$, với L là đường có phương trình

$$y = \sqrt{4 - x^2} \text{ nối từ } A(-2; 0) \text{ đến } B(2; 0)$$

10) $I = \int_L (xy^3 + 5) dx + (2x^2 - y^2) dy$, với L là nửa đường tròn

$$x^2 + y^2 = 4y; y \geq 2 \text{ theo chiều ngược chiều kim đồng hồ}$$

11) $I = \oint_L e^{-(x^2+y^2)} (\cos 2xy dx + \sin 2xy dy)$

với L là đường tròn $x^2 + y^2 = 4$ ngược chiều kim đồng hồ

3. Chứng tỏ $(x^2 + e^x + y - 1)dx + (x + y + \cos y)dy$ là vi phân toàn phần của hàm hai biến $U(x, y)$. Hãy tìm hàm $U(x, y)$ đó

4. Tính $I = \int_{\widehat{AB}} \frac{x dx + y dy}{x^2 + y^2}$ theo đường cong AB tùy ý từ $A(1; 0)$ đến $B(2; 0)$

a) Không bao quanh gốc tọa độ

b) Bao quanh gốc tọa độ

5. Tính $I = \int_{\widehat{AB}} \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2}$, $A(1; 1)$, $B(2; 4)$ trong các trường hợp:

a) Cung \widehat{AB} cho bởi phương trình: $y = x^2; 1 \leq x \leq 2$

b) Cung \widehat{AB} bất kỳ tạo với đoạn AB thành đường cong kín không bao gốc tọa độ

6. Tính $I = \int_L (2ye^{xy} + e^{\alpha x} \cos y) dx + (2xe^{xy} - e^{\alpha x} \sin y) dy$

a) Tìm hằng số α để tích phân I không phụ thuộc đường đi

b) Với α tìm được ở câu a), tính I biết L là cung tùy ý nối

$A(0; \pi)$ và $B(1; 0)$