

BÀI TẬP TÍCH PHÂN KÉP

1. Thay đổi thứ tự lấy tích phân

$$1) \quad I = \int_1^e dx \int_0^{\ln x} f(x, y) dy$$

$$4) \quad I = \int_0^2 dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x, y) dy$$

$$2) \quad I = \int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx$$

$$5) \quad I = \int_0^1 dy \int_y^{y^2+y} f(x, y) dx$$

$$3) \quad I = \int_1^2 dx \int_{2-x}^{\sqrt{2x-x^2}} f(x, y) dy$$

$$6) \quad I = \int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{\sqrt{2-y^2}} f(x, y) dx$$

2. Tính các tích phân kép sau

1) $I = \iint_D (x - y) dx dy$, với $D: y = 2 - x^2; y = 2x - 1$

2) $I = \iint_D ye^{xy} dx dy$, với $D: y = 1; y = 10; x = 0; xy = 1$

3) $I = \iint_D (x^2 + y^2 + 1) dx dy$, với $D: x^2 + y^2 - x = 0$

4) $I = \iint_D (x + 2y + 1) dx dy$, với D là giao của hai hình tròn
 $x^2 + y^2 \leq 2y; x^2 + y^2 \leq 2x$

5) $I = \iint_D x dx dy$, với $D: (x - 1)^2 + y^2 = 1; x^2 + y^2 - 4x = 0$

$$\mathbf{6)} \quad I = \iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy, \text{ với } D: \begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4 \\ y \geq 0; y \geq x \end{cases}$$

$$\mathbf{7)} \quad I = \iint_D (2x + 3y) dx dy, \text{ với } D: \begin{cases} 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4 \\ y \geq \sqrt{3}x; x \geq 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{8)} \quad I = \iint_D xy dx dy, \text{ với } D: x^2 + y^2 \leq x; y \leq -x$$

$$\mathbf{9)} \quad I = \iint_D \sqrt{4 - x^2 - y^2} dx dy, \text{ với } D: \begin{cases} x^2 + y^2 = 4 \\ y = x; y = \sqrt{3}x; y \geq x \end{cases}$$

$$\mathbf{10)} \quad I = \iint_D (x + 1) dx dy, \text{ với } D: \begin{cases} x^2 + y^2 \geq 2x; x^2 + y^2 \leq 4x \\ y \geq -x; y \leq \sqrt{3}x \end{cases}$$

11)
$$I = \int_0^2 dx \int_0^{4-x^2} \frac{xe^{2y}}{4-y} dy$$

12)
$$I = \int_0^1 dy \int_y^1 e^{x^2} dx$$

13)
$$I = \int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^1 \sin(x^3 - 1) dx$$

3. Chuyển sang tọa độ cực và tính các tích phân sau

1) $I = \iint_D \sqrt{1 - x^2 - y^2} dx dy$, với D là hình tròn đơn vị

2) $I = \iint_D xy dx dy$, với D ở góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi: $x^2 + y^2 = 4$ và $x^2 + y^2 = 25$

3) $I = \iint_D (x + 2) dx dy$, với $D: x^2 + y^2 \leq 2x + 4y$

4) $I = \iint_D (x + 2y) dx dy$, với $D: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1; y \geq 0$

4. Tính thể tích vật thể giới hạn bởi các mặt sau

1) $z = x^2 + y^2; z = x + y$

2) $x^2 + y^2 + z^2 = 2z; x^2 + y^2 = z^2$

3) $z = 1 - x^2 - y^2; y = x; y = \sqrt{3}x; z = 0$ và nằm trong góc phần tám thứ nhất

4) $z = \sqrt{x^2 + y^2}; z = 3$

5) $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}; x^2 + y^2 = 1; z = -1$

6) $z = 0; z = x^2 + y^2; x^2 + y^2 = a^2, a > 0$