GIẢI TÍCH 2

(45 tiết)

Chương 1 : Phép tính tích phân hàm nhiều biến
Chương 2 : Phương trình vi phân

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Toán học cao cấp, tập 3, Nguyễn Đình Trí (chủ biên), NXB Giáo dục, 2009

[2] Toán cao cấp, Giải tích hàm nhiều biến – Phương trình vi phân, Đỗ Công Khanh (chủ biên), NXB ĐHQG TP.HCM, 2010

Chương 1. Phép tính tích phân hàm nhiều biến

§1. BỔ TÚC KIẾN THỨC VỀ CÁC MẶT BẬC HAI

- **Định nghĩa mặt bậc hai.**

Trong không gian với hệ tọa độ Đềcác vuông góc Oxyz, mặt bậc hai là tập hợp tất cả các điểm có tọa độ thỏa mãn một phương trình đại số bậc hai đối với x, y, z

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dxy + 2Exz + 2Fyz + Gx + Hy + Kz + L = 0$$

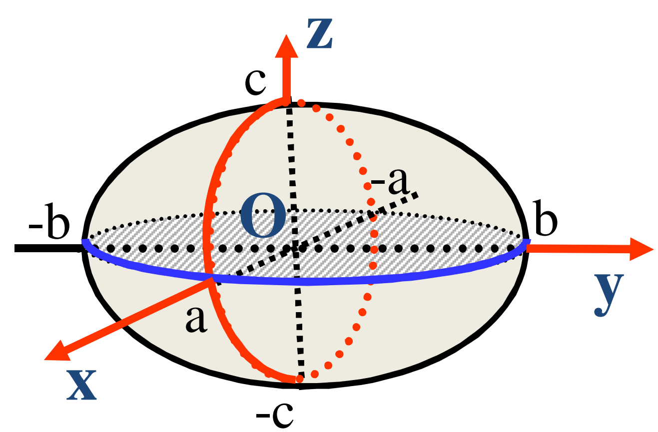
với A, B, C, D, E, F, G, H, K, L là các số thực; A, B, C, D, E, F không đồng thời bằng 0.

Trong tính toán ta thường gặp các mặt sau:

1.1. Mặt Elipxôit

- Phương trình tổng quát:

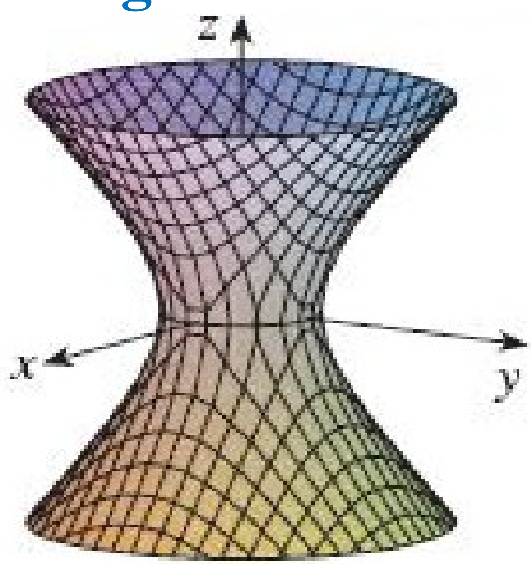
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$$

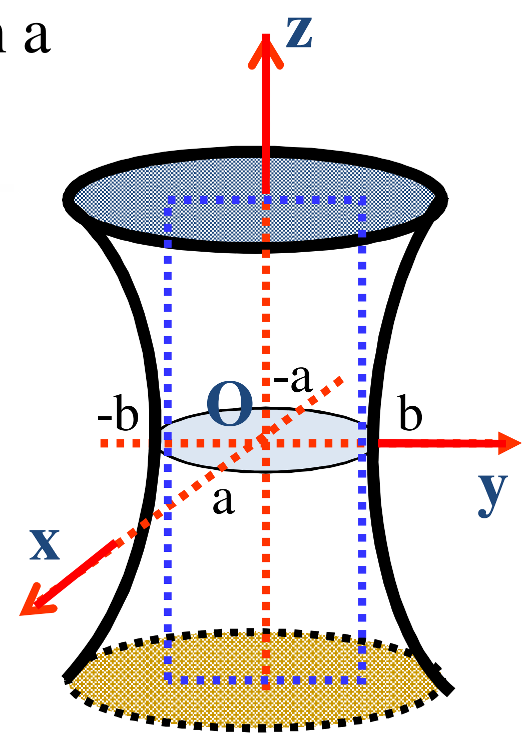


- Khi a = b = c ta được mặt cầu tâm O, bán kính a

1.2. Mặt Hypebôlôit một tầng

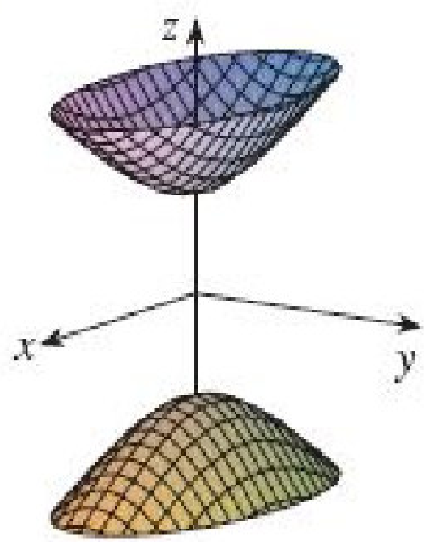
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=1$$

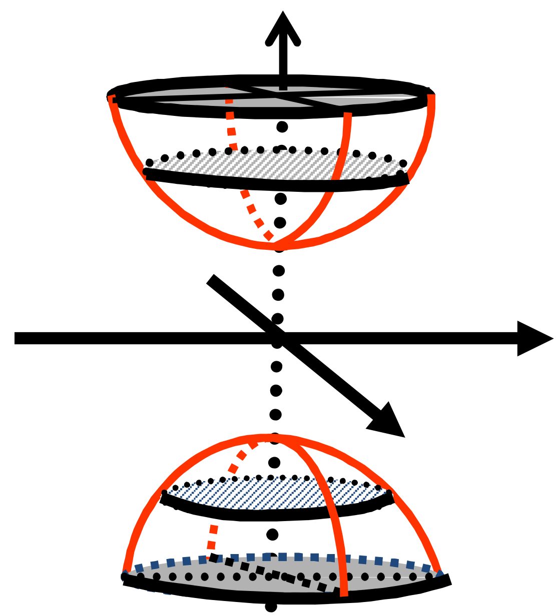




1.3. Mặt Hypebôlôit hai tầng

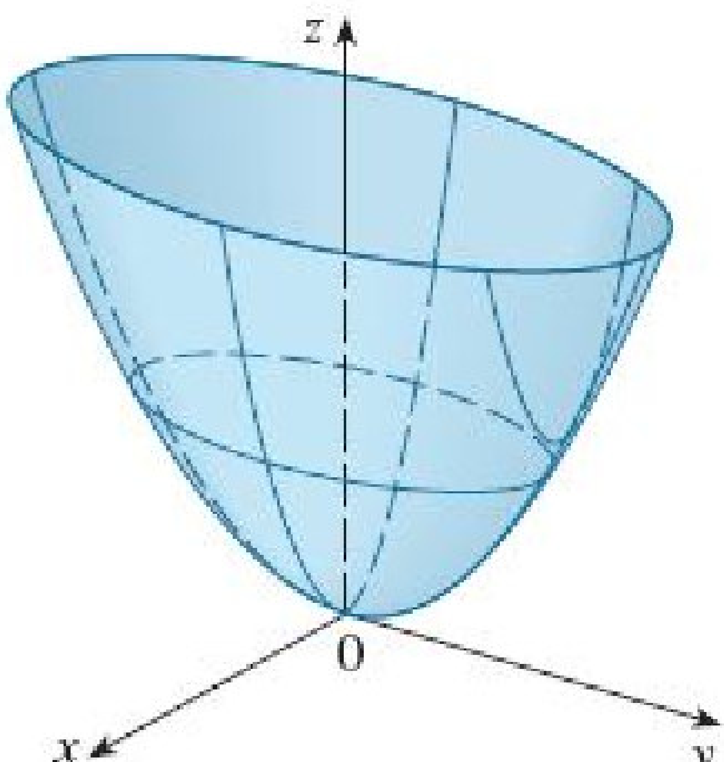
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$$

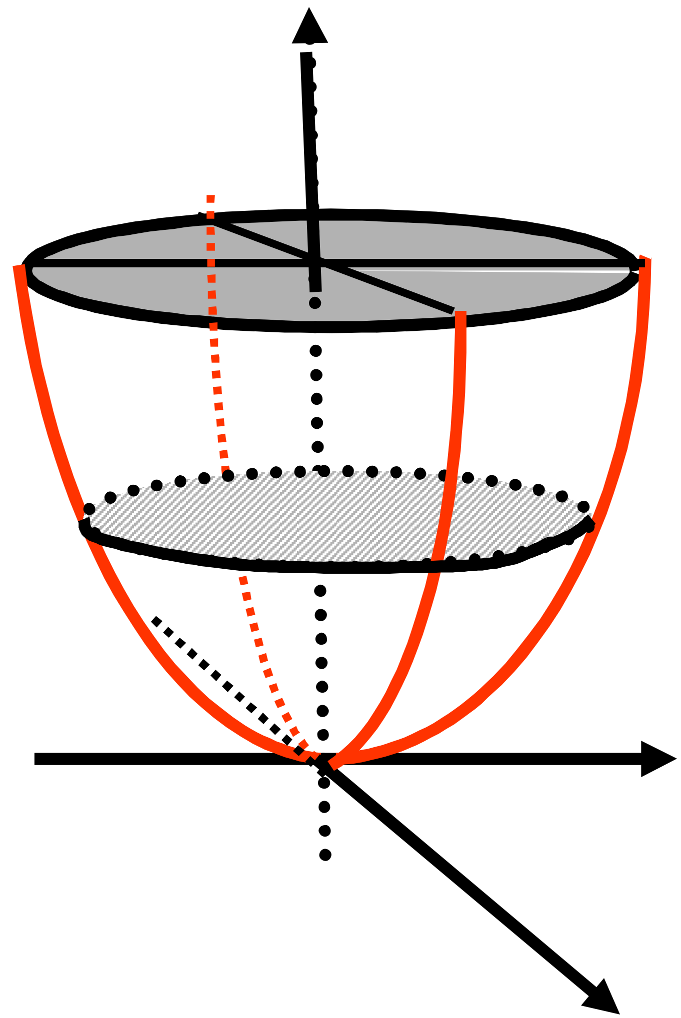




1.4. Mặt Parabôlôit eliptic

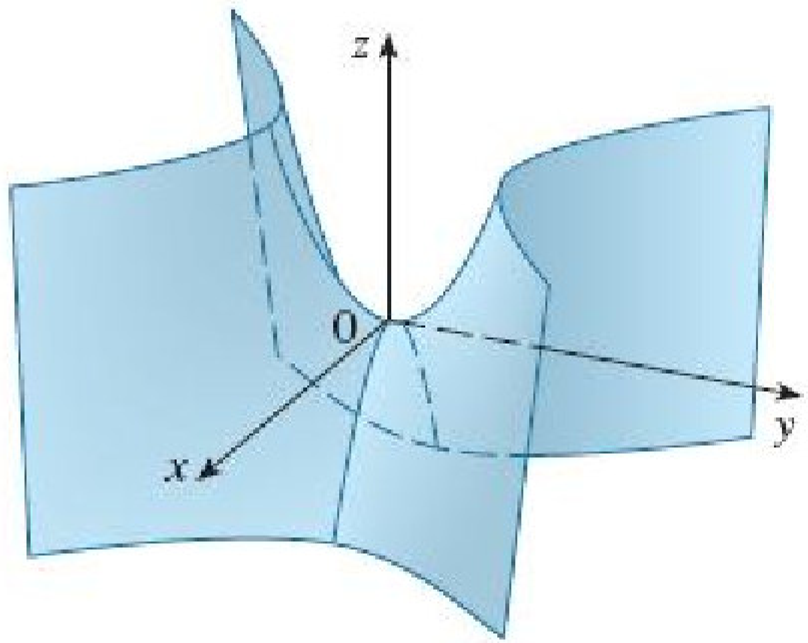
$$z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$$





1.5. Mặt Parabôlôit hypebôlic

$$z = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$$

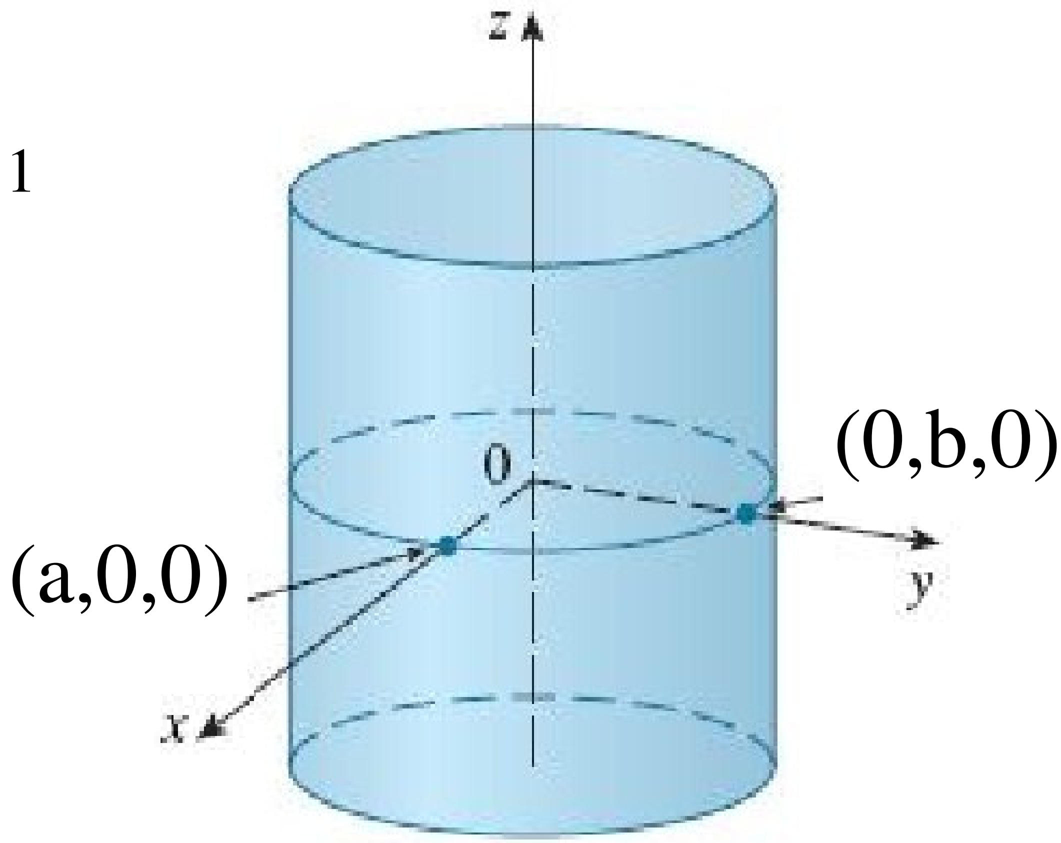


1.6. Mặt trụ bậc hai

Mặt trụ: trong phương trình không có hoặc x, hoặc y, hoặc z

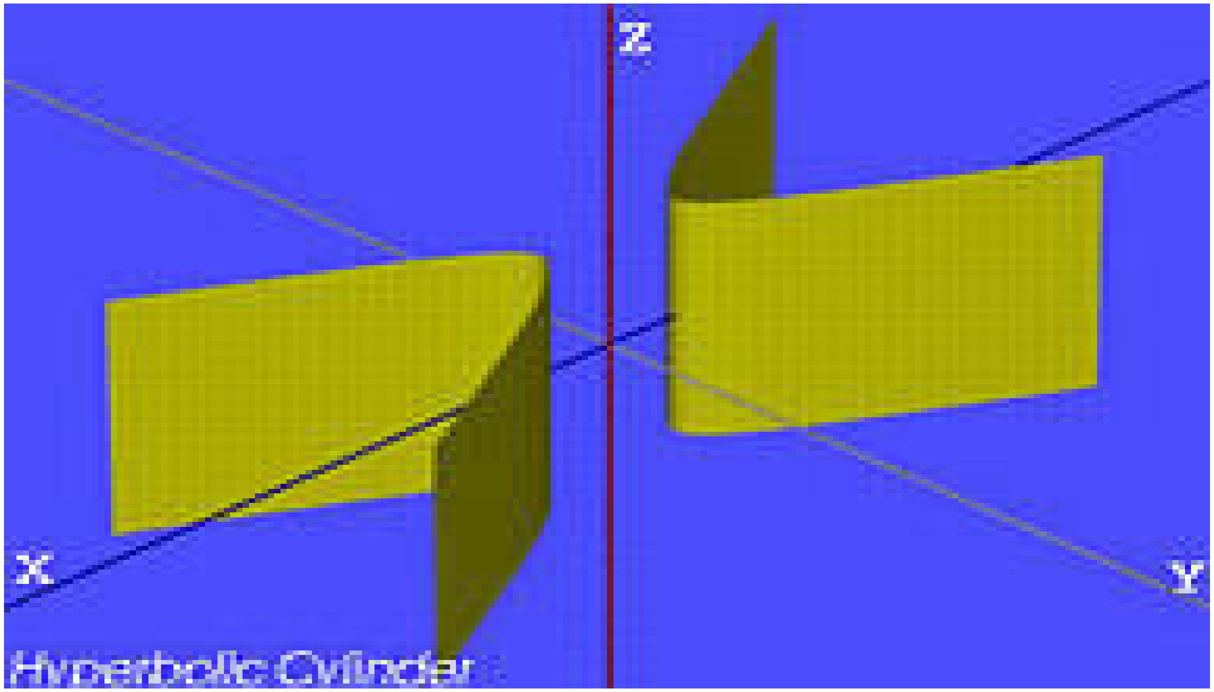
- **Mặt trụ Eliptic:**

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$



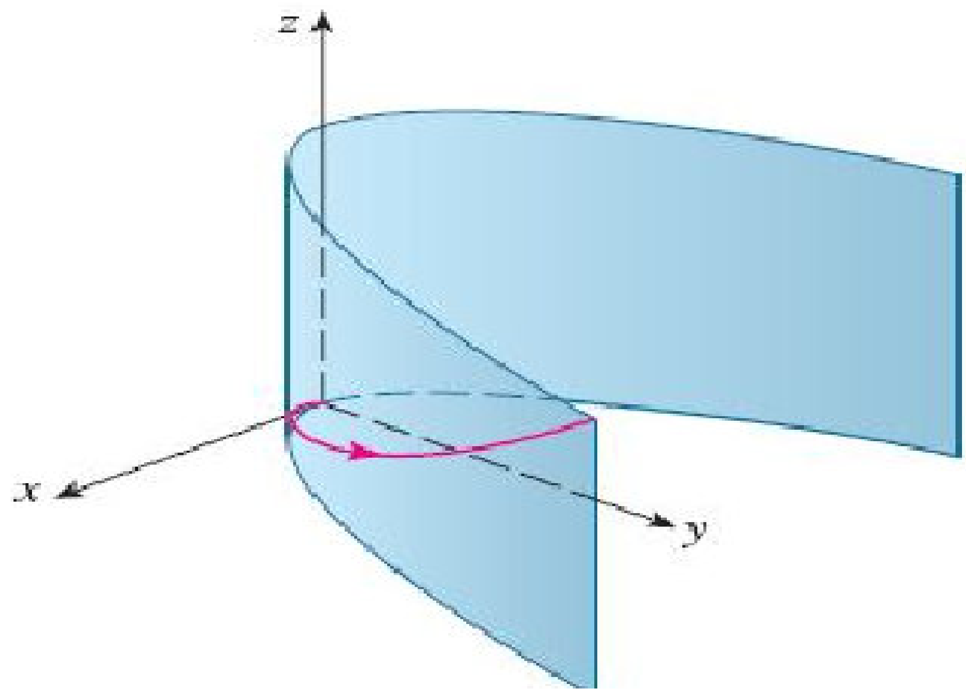
- **Mặt trụ Hypebôlic:**

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$



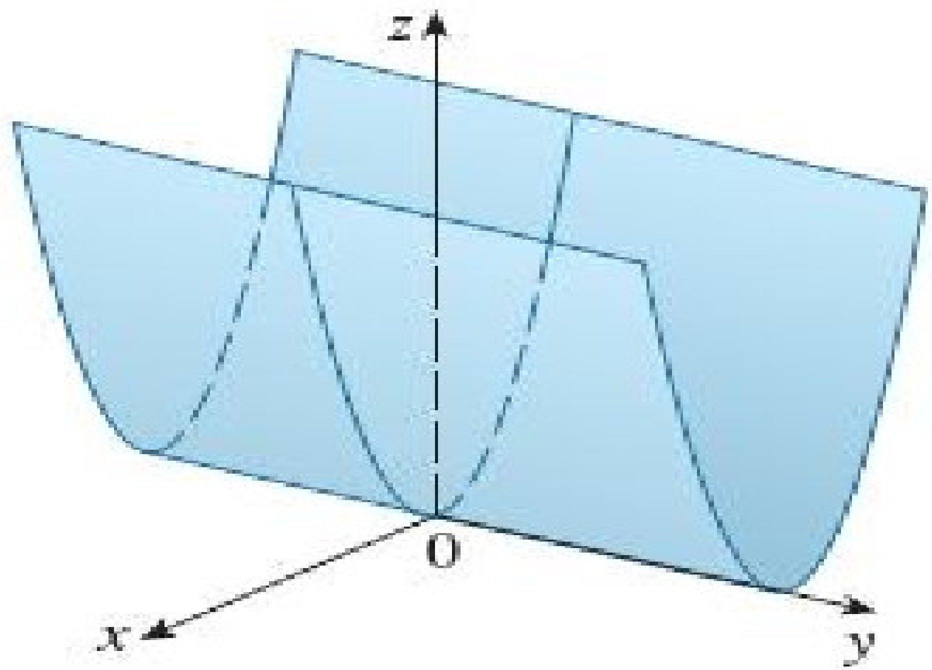
- **Mặt trụ Parabôlic:** $y = 2px^2$

<u>VD 1.</u> $y = x^2$



VD 2.

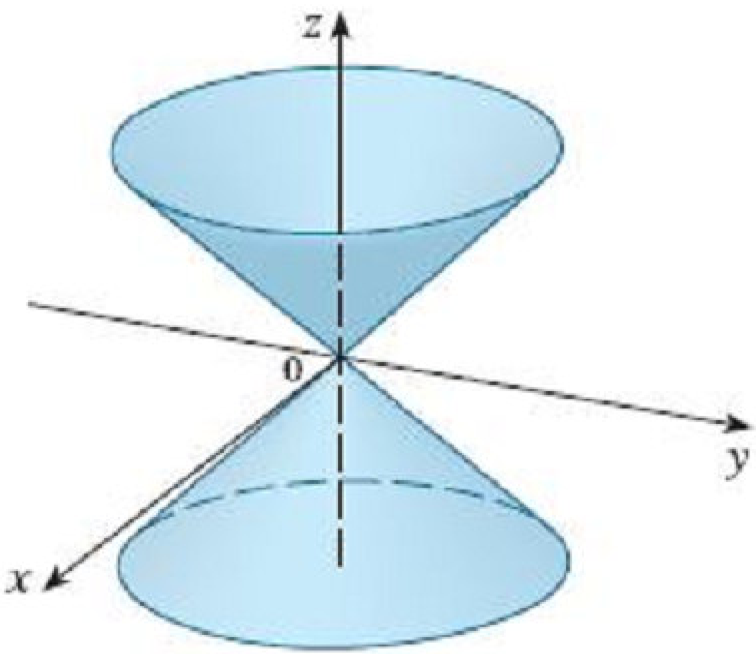
$$z = x^2$$

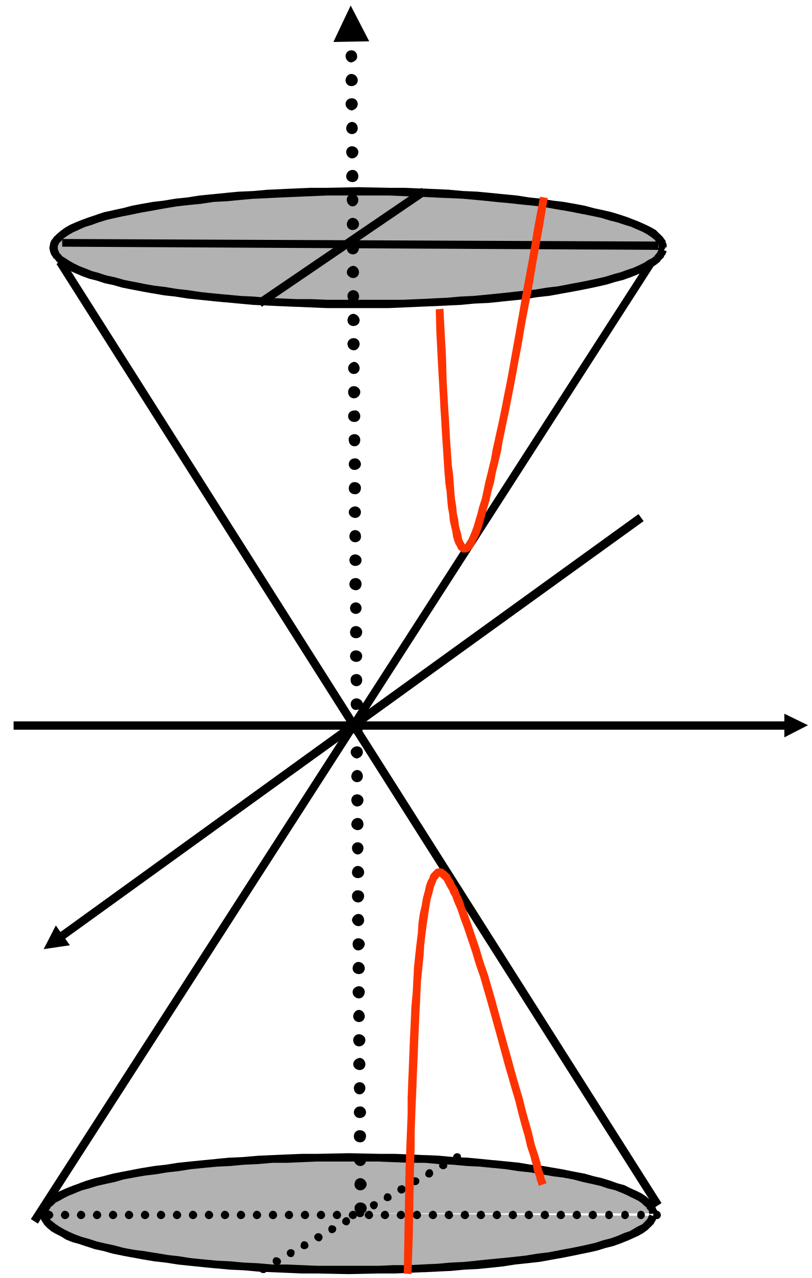


1.7. Mặt nón bậc hai

Mặt nón eliptic:

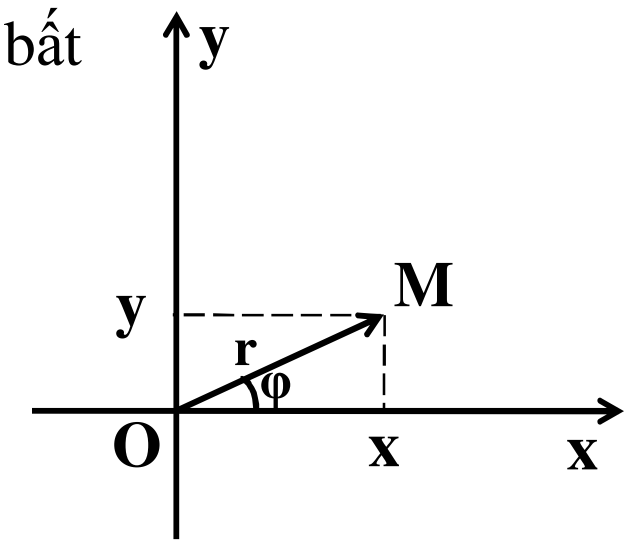
$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}-\frac{z^2}{c^2}=0$$





Hệ tọa độ cực.

Trong mặt phẳng ta chọn một điểm O làm gốc (gọi là gốc cực) và một trục Ox (gọi là trục cực). Một điểm M bất kỳ trong mặt phẳng được xác định bởi:



- Góc $\varphi := \left(Ox, \overrightarrow{OM}\right); 0 \leq \varphi \leq 2\pi$ là góc định hướng có chiều dương ngược chiều kim đồng hồ (gọi là góc cực).
- Số $r := \left|\overrightarrow{OM}\right| \geq 0$ gọi là bán kính véctơ (hay bán kính cực).

Riêng tại điểm gốc O ứng với r = 0, góc φ có thể lấy tùy ý.

Tập các cặp (r, φ) với r > 0, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ là tập các điểm trong mặt phẳng trừ đi gốc cực.

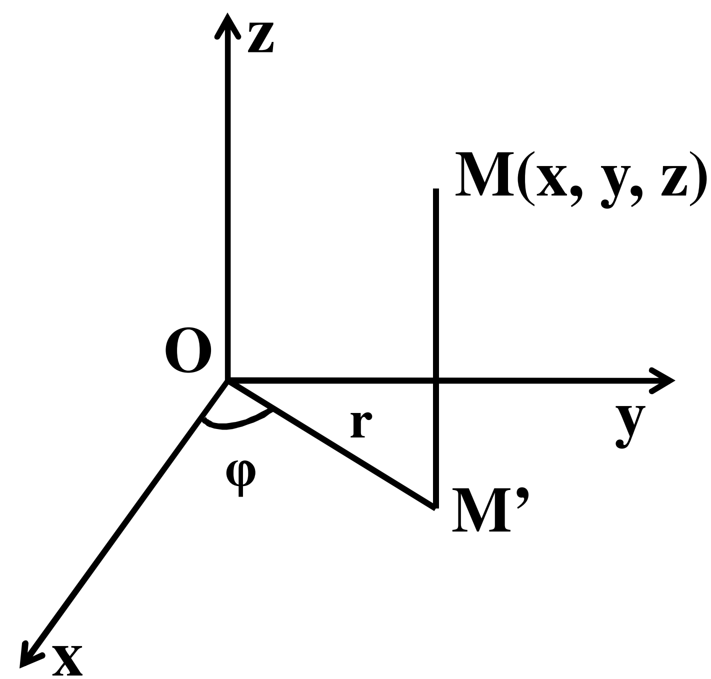
- Mối liên hệ giữa tọa độ cực với tọa độ Đềcác:

Ta chọn hệ trục tọa độ Đềcác có gốc trùng với gốc cực và trục hoành trùng với trục cực. Dễ thấy tọa độ Đềcác (x, y) và tọa độ cực (r, φ) của cùng một điểm M có quan hệ sau:

$$\begin{cases} x = r\cos\varphi;\ r \geq 0 \\ y = r\sin\varphi;\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi \end{cases}$$

- **Hệ tọa độ trụ.**

Xét điểm M(x, y, z) trong không gian Oxyz, gọi M'(x, y, 0) là hình chiếu của M lên mặt phẳng Oxy.



Giả sử r, φ là tọa độ cực của M' trong mặt phẳng Oxy. Khi đó

$$\begin{cases} x = r\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi \end{cases}$$

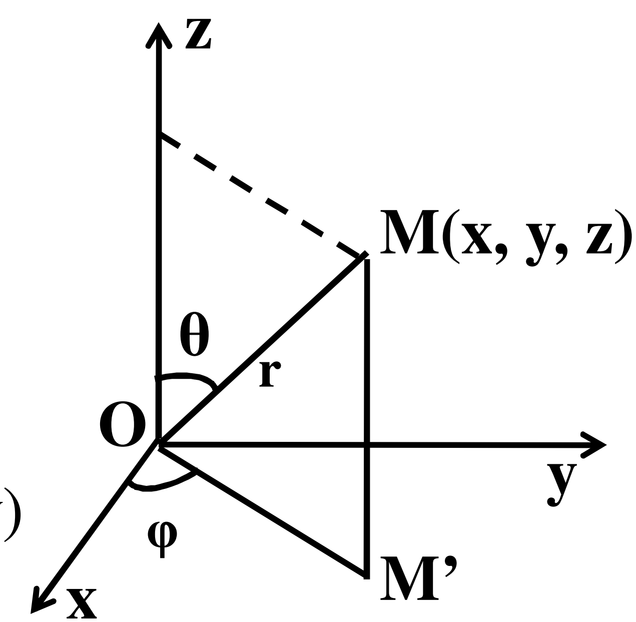
Vậy điểm M hoàn toàn xác định bởi (r, φ, z): được gọi là tọa độ trụ của điểm M. Với mọi điểm của không gian ta có $r \geq 0;\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi;$ $-\infty < z < +\infty$

- Mối liên hệ giữa tọa độ Đềcác (x, y, z) và tọa độ trụ (r, φ, z) của điểm M:

$$\begin{cases} x = r\cos\varphi \\ y = r\sin\varphi;\ r \geq 0;\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi;\ -\infty < z < +\infty \\ z = z \end{cases}$$

▪ **Hệ tọa độ cầu.**

Tọa độ cầu của một điểm M(x, y, z) trong không gian Oxyz là bộ ba số (r, θ, φ), trong đó r = OM, φ là góc giữa trục Ox và $\overrightarrow{OM'}$, (M’ là hình chiếu của M lên mặt phẳng Oxy) θ là góc giữa trục Oz và $\overrightarrow{OM}$. Với mọi điểm M(x, y, z)ta có: $r \geq 0;\ 0 \leq \theta \leq \pi;\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi$



- Mối liên hệ giữa tọa độ Đềcác và tọa độ cầu của điểm M:

$$\begin{cases} x = r\sin\theta\cos\varphi \\ y = r\sin\theta\sin\varphi;\ r \geq 0;\ 0 \leq \theta \leq \pi;\ 0 \leq \varphi \leq 2\pi; \\ z = r\cos\theta \end{cases}$$