

Korrespondenzproblem

Soeren Berken-Mersmann

DHBW Karlsruhe

17. April 2015

Gliederung

- 1 Postsches Korrespondenzproblem
- 2 Simulation einer Turingmaschine
- 3 Beweis der Nichtberechenbarkeit
- 4 Beweise weiterer Probleme

Postsches Korrespondenzproblem

Postisches Korrespondenzproblem (formell)

Definition des PKP

Gegeben sei eine endliche Menge an Wortpaaren $K = ((x_1, y_1), \dots, (x_k, y_k))$, über dem Alphabet Σ mit $x_i, y_i \in \Sigma$. Gibt es eine Folge von Indizes $i_1, i_2, \dots, i_n \in 1, 2, \dots, k, n \geq 1$, so dass $x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_n} = y_{i_1} y_{i_2} \dots y_{i_n}$.

Simulation einer Turingmaschine

Um die zu Beweisen, dass das PKP nicht berechenbar ist, werden wir eine Turingmaschine simulieren.

Dafür müssen wir zuerst den Rechenweg einer Turingmaschine formalisieren.

Zustand einer Turingmaschine

- Linkskontext: u
- Interner Zustand: q
- Gelesenes Symbol: a
- Rechtskontext: w

Somit lässt sich der Zustand Q_t einer Turingmaschine zum Zeitpunkt t durch die Folge $u_t q_t a_t w_t$ darstellen.

Rechenweg

Den Rechenweg einer Turingmaschine können wir als die Folge von Zuständen Q_0, \dots, Q_n vom Startzeitpunkt $t = 0$ bis zum Endzeitpunkt $t = n$ bei dem die Turingmaschine einen der Endzustände erreicht hat.

Beispiel

Formalisierte Darstellung: $0110101, q_01, 0010 \# 01101011, q_10, 0010$
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand q_0 , die Regel
die Anwendung gefunden hat ist $q_01 \rightarrow q_10R$.

Beispiel

Formalisierte Darstellung: $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand q_0 , die Regel die Anwendung gefunden hat ist $q_01 \rightarrow q_10R$.

Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#$
 $0110101q_010010\#$

Beispiel

Formalisierte Darstellung: $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand q_0 , die Regel die Anwendung gefunden hat ist $q_01 \rightarrow q_10R$.

Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#0$
 $0110101q_010010\#0$

Beispiel

Formalisierte Darstellung: $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand q_0 , die Regel die Anwendung gefunden hat ist $q_01 \rightarrow q_10R$.

Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#01$
 $0110101q_010010\#01$

Beispiel

Formalisierte Darstellung: $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand q_0 , die Regel die Anwendung gefunden hat ist $q_01 \rightarrow q_10R$.

Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#011$
 $0110101q_010010\#011$

Beispiel

Formalisierte Darstellung: $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand q_0 , die Regel die Anwendung gefunden hat ist $q_01 \rightarrow q_10R$.

Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#0110$
 $0110101q_010010\#0110$

Beispiel

Formalisierte Darstellung: $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand q_0 , die Regel die Anwendung gefunden hat ist $q_01 \rightarrow q_10R$.

Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#01101$
 $0110101q_010010\#01101$

Beispiel

Formalisierte Darstellung: $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand q_0 , die Regel die Anwendung gefunden hat ist $q_01 \rightarrow q_10R$.

Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#011010$
 $0110101q_010010\#011010$

Beispiel

Formalisierte Darstellung: $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand q_0 , die Regel die Anwendung gefunden hat ist $q_01 \rightarrow q_10R$.

Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#0110101$
 $0110101q_010010\#0110101$

Beispiel

Formalisierte Darstellung: $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand q_0 , die Regel die Anwendung gefunden hat ist $q_01 \rightarrow q_10R$.

Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#011010111q_1$
 $0110101q_010010\#01101011q_10$

Beispiel

Formalisierte Darstellung: $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand q_0 , die Regel die Anwendung gefunden hat ist $q_01 \rightarrow q_10R$.

Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#011010111q_10$
 $0110101q_010010\#01101011q_100$

Beispiel

Formalisierte Darstellung: $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand q_0 , die Regel die Anwendung gefunden hat ist $q_01 \rightarrow q_10R$.

Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#011010111q_10010$
 $0110101q_010010\#01101011q_100010$

Beispiel

Formalisierte Darstellung: $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand q_0 , die Regel die Anwendung gefunden hat ist $q_01 \rightarrow q_10R$.

Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#011010111q_10010\#$
 $0110101q_010010\#01101011q_100010\#$

Beweis der Nichtberechenbarkeit

Beweise weiterer Probleme

Seien G_1 und G_2 zwei kontextfreie Grammatiken, und $L_1 = L(G_1)$ und $L_2 = L(G_2)$ zwei daraus konstruierte kontextfreie Sprachen.

Eindeutigkeit

Ist G_1 eindeutig?

Gleichheit

Ist $L_1 = L_2$?

Eindeutigkeit

Gleichheitstest

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!