

# Korrespondenzproblem

Soeren Berken-Mersmann

DHBW Karlsruhe

17. April 2015

# Gliederung

- 1 Postsches Korrespondenzproblem
- 2 Simulation einer Turingmaschine
- 3 Beweis der Nichtberechenbarkeit
- 4 Beweise weiterer Probleme

# Postsches Korrespondenzproblem

# Postisches Korrespondenzproblem (formell)

## Definition des PKP

Gegeben sei eine endliche Menge an Wortpaaren  $K = ((x_1, y_1), \dots, (x_k, y_k))$ , über dem Alphabet  $\Sigma$  mit  $x_i, y_i \in \Sigma$ . Gibt es eine Folge von Indizes  $i_1, i_2, \dots, i_n \in 1, 2, \dots, k, n \geq 1$ , so dass  $x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_n} = y_{i_1} y_{i_2} \dots y_{i_n}$ .

# Simulation einer Turingmaschine

Um die zu Beweisen, dass das PKP nicht berechenbar ist, werden wir eine Turingmaschine simulieren.

Dafür müssen wir zuerst den Rechenweg einer Turingmaschine formalisieren.

## Zustand einer Turingmaschine

- Linkskontext:  $u$
- Interner Zustand:  $q$
- Gelesenes Symbol:  $a$
- Rechtskontext:  $w$

Somit lässt sich der Zustand  $Q_t$  einer Turingmaschine zum Zeitpunkt  $t$  durch die Folge  $u_t q_t a_t w_t$  darstellen.

## Rechenweg

Den Rechenweg einer Turingmaschine können wir als die Folge von Zuständen  $Q_0, \dots, Q_n$  vom Startzeitpunkt  $t = 0$  bis zum Endzeitpunkt  $t = n$  bei dem die Turingmaschine einen der Endzustände erreicht hat.

## Beispiel

Formalisierte Darstellung:  $0110101, q_01, 0010 \# 01101011, q_10, 0010$   
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand  $q_0$ , die Regel die Anwendung gefunden hat ist  $q_01 \rightarrow q_10R$ .

## Beispiel

Formalisierte Darstellung:  $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$   
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand  $q_0$ , die Regel die Anwendung gefunden hat ist  $q_01 \rightarrow q_10R$ .

## Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#$   
 $0110101q_010010\#$



## Beispiel

Formalisierte Darstellung:  $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$   
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand  $q_0$ , die Regel die Anwendung gefunden hat ist  $q_01 \rightarrow q_10R$ .

## Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#0$   
 $0110101q_010010\#0$

## Beispiel

Formalisierte Darstellung:  $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$   
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand  $q_0$ , die Regel die Anwendung gefunden hat ist  $q_01 \rightarrow q_10R$ .

## Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#01$   
 $0110101q_010010\#01$

## Beispiel

Formalisierte Darstellung:  $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$   
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand  $q_0$ , die Regel die Anwendung gefunden hat ist  $q_01 \rightarrow q_10R$ .

## Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#011$   
 $0110101q_010010\#011$

## Beispiel

Formalisierte Darstellung:  $0110101, q_01, 0010 \# 01101011, q_10, 0010$   
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand  $q_0$ , die Regel die Anwendung gefunden hat ist  $q_01 \rightarrow q_10R$ .

## Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010 \# 01101011q_100010 \# 0110$   
 $0110101q_010010 \# 0110$

## Beispiel

Formalisierte Darstellung:  $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$   
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand  $q_0$ , die Regel die Anwendung gefunden hat ist  $q_01 \rightarrow q_10R$ .

## Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#01101$   
 $0110101q_010010\#01101$

## Beispiel

Formalisierte Darstellung:  $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$   
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand  $q_0$ , die Regel die Anwendung gefunden hat ist  $q_01 \rightarrow q_10R$ .

## Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#011010$   
 $0110101q_010010\#011010$

## Beispiel

Formalisierte Darstellung:  $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$   
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand  $q_0$ , die Regel die Anwendung gefunden hat ist  $q_01 \rightarrow q_10R$ .

## Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#0110101$   
 $0110101q_010010\#0110101$

## Beispiel

Formalisierte Darstellung:  $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$   
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand  $q_0$ , die Regel die Anwendung gefunden hat ist  $q_01 \rightarrow q_10R$ .

## Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#011010111q_1$   
 $0110101q_010010\#01101011q_10$



## Beispiel

Formalisierte Darstellung:  $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$   
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand  $q_0$ , die Regel die Anwendung gefunden hat ist  $q_01 \rightarrow q_10R$ .

## Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#011010111q_10$   
 $0110101q_010010\#01101011q_100$

## Beispiel

Formalisierte Darstellung:  $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$   
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand  $q_0$ , die Regel die Anwendung gefunden hat ist  $q_01 \rightarrow q_10R$ .

## Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#011010111q_10010$   
 $0110101q_010010\#01101011q_100010$

## Beispiel

Formalisierte Darstellung:  $0110101, q_01, 0010\#01101011, q_10, 0010$   
Der Lesekopf liest eine 1 und befindet sich in Zustand  $q_0$ , die Regel die Anwendung gefunden hat ist  $q_01 \rightarrow q_10R$ .

## Simulation der Regel $q_10 \rightarrow q_11$

$0110101q_010010\#01101011q_100010\#011010111q_10010\#$   
 $0110101q_010010\#01101011q_100010\#$



# Beweis der Nichtberechenbarkeit

# Beweise weiterer Probleme

Seien  $G_1$  und  $G_2$  zwei kontextfreie Grammatiken, und  $L_1 = L(G_1)$  und  $L_2 = L(G_2)$  zwei daraus konstruierte kontextfreie Sprachen.

## Eindeutigkeit

Ist  $G_1$  eindeutig?

## Gleichheit

Ist  $L_1 = L_2$ ?

# Eindeutigkeit

# Gleichheitstest



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!