

# Wstęp do Informatyki 2023/2024

## Lista 12

Instytut Informatyki, Uniwersytet Wrocławski

12, 16 i 24 stycznia 2024

Uwaga: Algorytmy rozwiązujące zadania z tej listy mogą mieć postać pseudokodu, w szczególności mogą wykorzystywać abstrakcyjne typy danych jak kolejka, stos i in.

1. [1] Podaj gramatykę bezkontekstową opisującą dziesiętny zapis liczb całkowitych. Liczba taka może zaczynać się znakiem  $+$  lub  $-$  (ale nie musi) po czym następuje niepusty ciąg cyfr. Zapis liczby nie może zawierać zbędnych wiodących zer, a liczba 0 nie powinna być poprzedzana znakiem  $+$  ani  $-$ .  
Przykład: 0, 123,  $-15$ , +999 to poprawne zapisy liczb, natomiast +0, 01,  $+ -3$ , +09 oraz + są niepoprawne.
2. [1] Podaj bezkontekstową gramatykę opisującą zapis nieujemnych liczb rzeczywistych z przecinkiem dziesiętnym, w którym każda liczba ma tyle samo cyfr przed przecinkiem i po przecinku.

Przykład: 0.0, 0090.1117, 1.9 to poprawne zapisy, natomiast 0.00, 90.1117, 1.90 i . (napis złożony jedynie z przecinka) są niepoprawne w tym zadaniu.

3. [2] Wyrażenia należące do języka gramatyki  $G(N, T, P, \langle expr \rangle)$ , gdzie zbiór produkcji  $P$  w postaci BNF jest równy:

$$\begin{aligned}\langle expr \rangle &::= 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9 \\ \langle expr \rangle &::= \langle expr \rangle + \langle expr \rangle \\ \langle expr \rangle &::= \langle expr \rangle - \langle expr \rangle \\ \langle expr \rangle &::= ( \langle expr \rangle )\end{aligned}$$

mogą mieć wiele różnych drzew wyprowadzeń. Podaj przykład ilustrujący ten fakt, a następnie zaproponuj gramatykę, której język zawierać będzie tylko takie wyrażenia, które (dzięki nawiasom!) mają dokładnie jedno drzewo wyprowadzenia.

4. [1] Podaj jaki język definiuje gramatyka  $G(N, T, P, S)$  gdzie  $T = \{a, b, c\}$ ,  $N = \{S, X, Y, Q, R, A, C\}$ , a zbiór produkcji  $P$  jest następujący:

$$\begin{array}{lll}S \rightarrow X, S \rightarrow Y & & \\X \rightarrow Q C & Q \rightarrow a Q b, Q \rightarrow a b & A \rightarrow A a, A \rightarrow a \\Y \rightarrow A R & R \rightarrow b R c, R \rightarrow b c & C \rightarrow c C, C \rightarrow c\end{array}$$

Odpowiedź uzasadnij.

5. [1] Przeanalizuj działanie pierwszej wersji algorytmu konwersji wyrażenia do postaci ONP z wykładu (nie uwzględniającej priorytetów operatorów) na wyrażeniu postaci

$$a_1 p_1 a_2 p_2 \dots p_{k-1} a_k$$

dla  $k > 1$ , gdzie  $a_1, \dots, a_k$  to argumenty a  $p_1, \dots, p_{k-1}$  to operatory.

- (a) Podaj któremu z poniższych sposobów nawiasowania odpowiada utworzona postać ONP:

$$(\dots((a_1 p_1 a_2) p_2 a_3) \dots p_{k-1} a_k) \quad \text{czy} \quad (a_1 p_1 \dots (a_{k-2} p_{k-2} (a_{k-1} p_{k-1} a_k)) \dots)$$

- (b) Wskaż modyfikację algorytmu, która spowoduje przekształcenie wyrażenia do postaci odpowiadającej nawiasowaniu z punktu (a), którego nie wskazała(e)s w punkcie (a).

6. [1] Podaj algorytm sprawdzający, czy podany na wejściu ciąg  $w_1, w_2, \dots, w_n$  gdzie  $w_i \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, +, \times\}$  dla  $i = 1, 2, \dots, n$  jest poprawnym wyrażeniem w postaci ONP. Uzasadnij poprawność swojego algorytmu, oszacuj jego złożoność czasową.

Wskazówki:

- Spróbuj wykorzystać podany na wykładzie algorytm wyznaczania wartości wyrażenia w postaci ONP.
  - Przykłady napisów, które nie są wyrażeniami ONP:  $5\ 6\ 7\ +$  (za dużo argumentów);  $5\ +\ 6\ 7\ \times$  (brak drugiego argumentu dla  $+$ ).
7. [3] Opisz język  $L(G)$  zdefiniowany przez gramatykę  $G(N, T, P, S)$  gdzie  $T = \{a, b, c\}$ ,  $N = \{S, C\}$  z zbiór produkcji  $P$  jest następujący:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow S\ a\ S\ b\ S \mid S\ b\ S\ a\ S \mid C\ S \mid S\ C \mid \epsilon \\ C &\rightarrow c\ C \mid \epsilon \end{aligned}$$

Udowodnij, że wskazany przez Ciebie język jest równy  $L(G)$ . Znaku  $|$  używamy tutaj jako alternatywy, tak jak w notacji BNF, np.  $C \rightarrow c\ C \mid \epsilon$  oznacza dwie produkcje:  $C \rightarrow c\ C$  i  $C \rightarrow \epsilon$ .

Zadania dodatkowe, nieobowiązkowe (nie wliczają się do puli punktów do zdobycia na ćwiczeniach, punktacja została podana tylko jako informacja o trudności zadań wg wykładowcy)

1. [0] Wskaż, które z poniższych wyrażeń w postaci ONP są niepoprawne. Dla pozostałych podaj wartości i odpowiadające im wyrażenia w postaci standardowej (infixowej):

$$\begin{array}{ll} 5\ 1\ +\ 2\ 3\ \times\ 9\ +\ 8\ 7\ \times & 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ +\ +\ +\ +\ + \\ 5\ 1\ 7\ +\ 2\ 3\ \times\ 9\ +\ 8\ 7\ \times & 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ +\ +\ +\ +\ + \end{array}$$

2. [0.5] Mamy gramatykę  $G$  definiującą składnię instrukcji języka C, za wyjątkiem instrukcji `for`. W szczególności gramatyka zawiera nieterminal  $\langle expr \rangle$ , z którego można wyprowadzić wszystkie wyrażenia oraz nieterminal  $\langle instr \rangle$  opisujący instrukcje. Podaj jak rozszerzyć taką gramatykę tak, aby dopuszczała również instrukcję `for`.
3. [1] Gramatyki podane na tej liście zadań i gramatyki tworzone w ramach rozwiązań zadań z listy zapisz w postaci BNF i EBNF (wykorzystaj dostępne w BNF i EBNF dodatkowe notacje skracające opis gramatyk).

4. [3\*] Wyznacz ile drzew wyprowadzeń w gramatyce z symbolem startowym  $S$ , zbiorem nieterminali  $N = \{S\}$  i produkcjami

$$S \rightarrow 0, \dots, S \rightarrow 9$$

$$S \rightarrow S + S, \quad S \rightarrow S \times S$$

$$S \rightarrow (S)$$

może mieć słowo postaci

$$a_1 p_1 a_2 p_2 \dots p_{k-1} a_k$$

gdzie  $a_1, a_2, \dots, a_k \in \{0, 1, \dots, 9\}$  oraz  $p_1, p_2, \dots, p_{k-1} \in \{+, \times\}$ .