# Wstęp do informatyki

Wykład 10

Abstrakcyjne typy danych, listy wiązane

Instytut Informatyki UWr

# Temat wykładu

- Abstrakcyjne typy danych
- Listy (liniowe/wiązane), w tym uporządkowane – implementacja
- Stos, kolejka – przykłady abstrakcyjnych struktur danych, implementowanych za pomocą list wiązanych

# Abstrakcyjny typ danych

## Co to jest „abstrakcyjny typ danych”?

- Zadany przez
  - zbiór dopuszczalnych wartości i jego własności,
  - zestaw dopuszczalnych operacji.
- Definicja typu **nie** opisuje sposobu jego implementacji

## Po co abstrakcyjne typy danych?

- Modularyzacja programów (implementacja operacji na typie danych „ukryta” w funkcjach/procedurach/metodach, „bibliotekach”)
- Prostszy zapis programów
- Możliwość dodawania nowych operacji

Porównaj z: programowanie strukturalne, obiektowe.

# Przykład abstr. typu danych – zbiór

**Opis typu definiującego zbiory liczb całkowitych:**

- Zbiór wartości – podzbiory zbioru liczb całkowitych (z określonego zakresu [0,n]) dla naturalnej liczby n
- Operacje:
  - Utwórz zbiór pusty
  - Sprawdź czy element x jest w zbiorze S
  - Dodaj x do zbioru S
  - Usuń x ze zbioru S
  - Operacje/relacje teoriomnogościowe: suma zbiorów, różnica zbiorów, przecięcie zbiorów, zawieranie zbiorów

# Przykład abstr. typu danych – zbiór

**Implementacja (przykładowa):**

- Reprezentacja zbioru: tablica zer i jedynek **a** taka, że a[x]==1 gdy x należy do zbioru (tzw. wektor charakterystyczny)
- Operacje:
  - Utwórz zbiór pusty: wypełnij tablicę zerami
  - Sprawdź czy element x jest w zbiorze: a[x]==1 ?
  - Dodaj x: a[x] = 1
  - Usuń x z S: a[x] = 0
  - Suma zbiorów a i b zapisana w zbiorze c:

```
Dla i=0, 1,…,n:
    jeśli a[i]==1 lub b[i] == 1: c[i]=1
    wpp c[i]=0
```

  - Inne operacje – zad. domowe…

# Abstrakcyjny typ danych – cele implementacji

**Cele:**

- **sposób wyboru definicji typu i operacji:**

  zagwarantować szeroki zakres zastosowań;

- **cele implementacji:**
  - mała pamięć?
  - mały czas realizacji operacji? … *których*?

# Przykład – podzbiory zbioru {0,1,…,n}

**Implementacja (przykładowa – wektor charakterystyczny):**

- Pamięć – każdy zbiór wymaga n komórek (dużo!)
- Czas:
  - utwórz zbiór pusty: O( n ),
  - Sprawdź czy element x jest w zbiorze: O( 1 )
  - Dodaj x: O( 1 )
  - Usuń x ze zbioru: O( 1 )
  - suma zbiorów a i b w zbiorze c: O( n ) ….. można szybciej?

# Typ abstrakcyjny – lista liniowa („wiązana”)

# Typ abstrakcyjny – lista liniowa („wiązana”)

**Opis typu definiującego listę liniową złożoną z elementów typu T:**

- zbiór wartości – **ciągi** elementów typu T
- Operacje na liście liniowej L:
  - Utwórz listę z jednym elementem o wartości x (utworz(x))
  - Pobierz pierwszy element (pierwszy(L)),
  - Zwróć listę bez pierwszego elementu (ogon(L)),
  - Dodaj x na początek (wstawPocz(x,L))
  - Usuń element o wartości x (usun(x,L))
  - Wypisz zawartość listy (wypisz(L))

# Typ abstrakcyjny – lista liniowa („wiązana”)

**Lista L – przykład:**

Operacje na liście liniowej L:

| | |
|---|---|
| – L ← utworz(5) | 5 |
| – wstawPocz(17,L) | 17, 5 |
| – wstawPocz(2, L) | 2, 17, 5 |
| – ogon(L), | 17, 5 |
| – wstawPocz(3, L) | 3, 17, 5 |
| – pierwszy(L) | 3 [ lista bez zmian ] |
| – usun(17,L) | 3, 5 |
| – wypisz(L) | |

# Typ abstrakcyjny – lista liniowa („wiązana”)

**Listy w Python a lista wiązana…:**

- Listy dostępne w Pythonie zapewniają realizację operacji dla list wiązanych, a nawet **więcej**….
- …. ale **nie** są zoptymalizowane pod kątem wykonywania operacji wstawiania i usuwania elementów z początku/końca listy (o czym się przekonamy…)
- … dlatego poznamy inny sposób implementacji

# Typ abstrakcyjny – uporządkowana lista liniowa

**Opis typu definiującego uporządkowaną listę liniową złożoną z elementów typu porządkowego T (np. int):**

- zbiór wartości – niemalejące ciągi elementów typu T
- Operacje na liście liniowej L:
  - Utwórz listę z elementem o wartości x (utworz(x))
  - Pobierz pierwszy element (pierwszy(L)),
  - Zwróć listę bez pierwszego elementu (ogon(L)),
  - Dodaj x (wstawPorz(x,L)) do listy L (z zachowaniem porządku)
  - Usuń element o wartości x (usun(x,L))
  - Wypisz zawartość listy (wypisz(L))

# Lista liniowa – implementacja tablicowa

**Reprezentacja listy L złożonej z elementów typu T:**

- tablica L
- zmienna n określająca aktualny rozmiar listy
- L[0],…,L[n – 1] to elementy listy

**Wady**:

- Rozmiar tablicy ograniczeniem na długość listy,
- Rozmiaru tablicy nie można łatwo zmieniać (?) więc zajmowana pamięć jest proporcjonalna do najdłuższej dopuszczalnej listy
- Usuwanie elementu „ze środka” kosztowne, podobnie dodawanie („przesuwanie” elementów)

# Lista liniowa i wskaźniki w C

Lista – struktura z wyróżnionym polem oznaczającym **wskaźnik na następny element listy**.

**Przykład**

```
struct elem {
   int val;        //dane właściwe
   struct elem *next; // wskaznik na nastepny element
};
```

# Lista liniowa i wskaźniki w Python

Lista - klasa z wyróżnionym polem oznaczającym wskaźnik na następny element listy (p. pakiet **wdi** na stronie przedmiotu na skos!).

```
class ListItem:
    def __init__(self,value):
        self.val = value #dane właściwe
        self.next = None #nastepny element
```

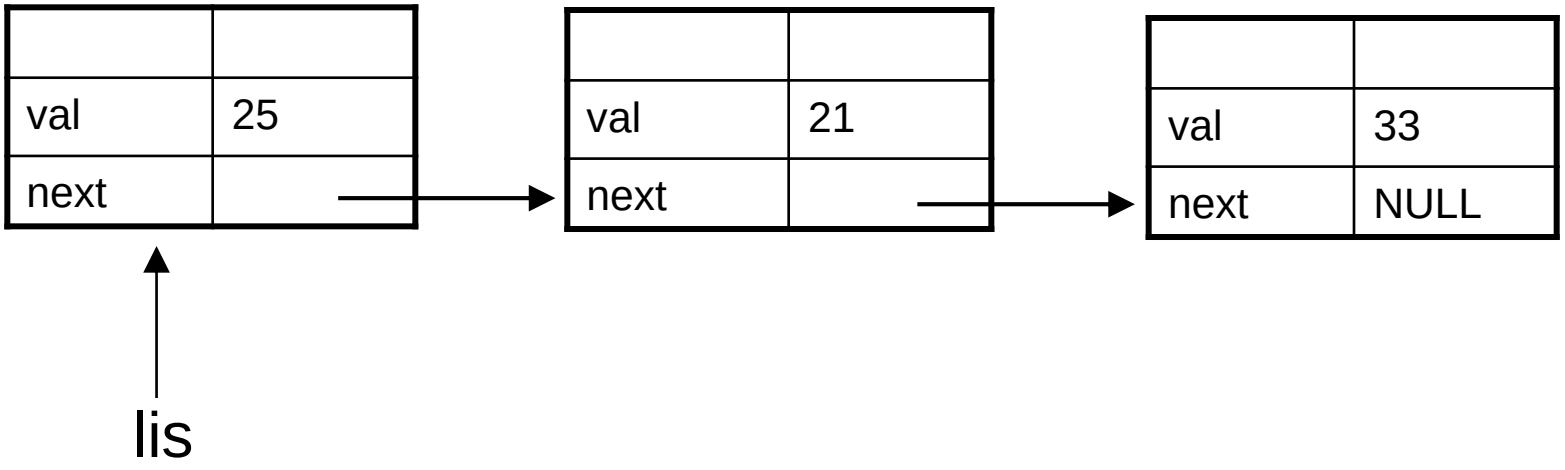
# Lista liniowa i wskaźniki

Dostęp do listy – wskaźnik  na jej pierwszy element:

- **struct** elem *lis;

UWAGA: zmienna lis ma taki sam typ jak pole next w strukturze struct elem.

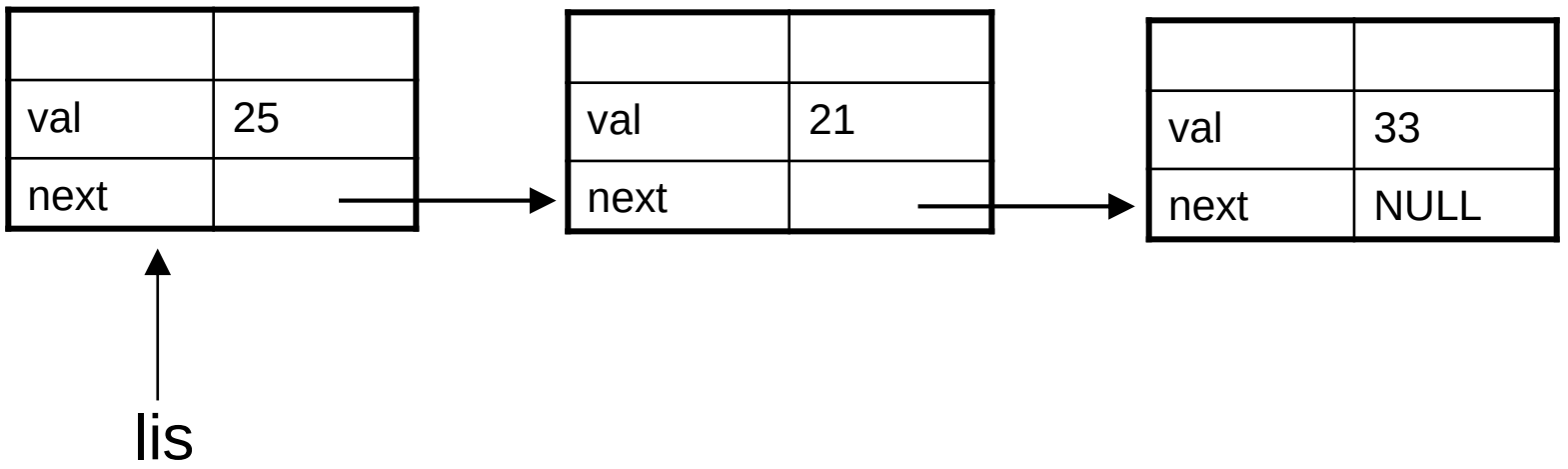
**Przykład**



# Lista – wypisz elementy listy

```
void wypisz(struct elem *lis)
{
    while (lis!=NULL) {
        printf("%d\n",lis->val);
        lis = lis->next;
    }
}
```

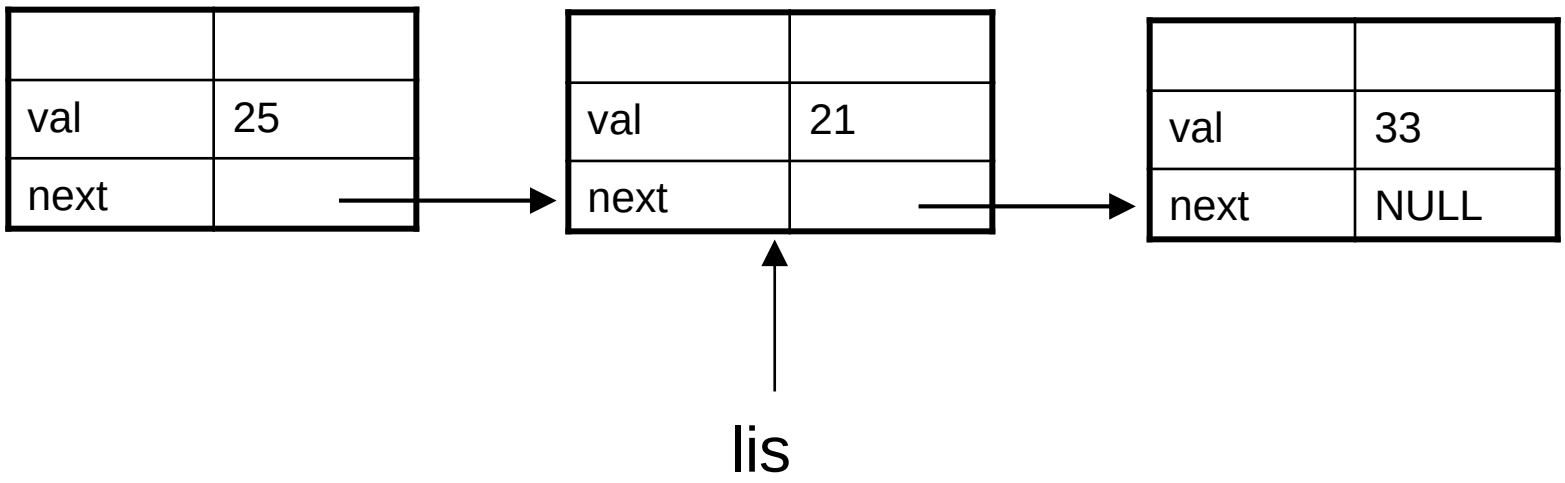
```
def wypisz(lis):
  while lis!=None:
    print lis.val
    lis = lis.next
```



# Lista – wypisz elementy listy

```
void wypisz(struct elem *lis)
{
    while (lis!=NULL) {
        printf("%d\n",lis->val);
        lis = lis->next;
    }
}
```

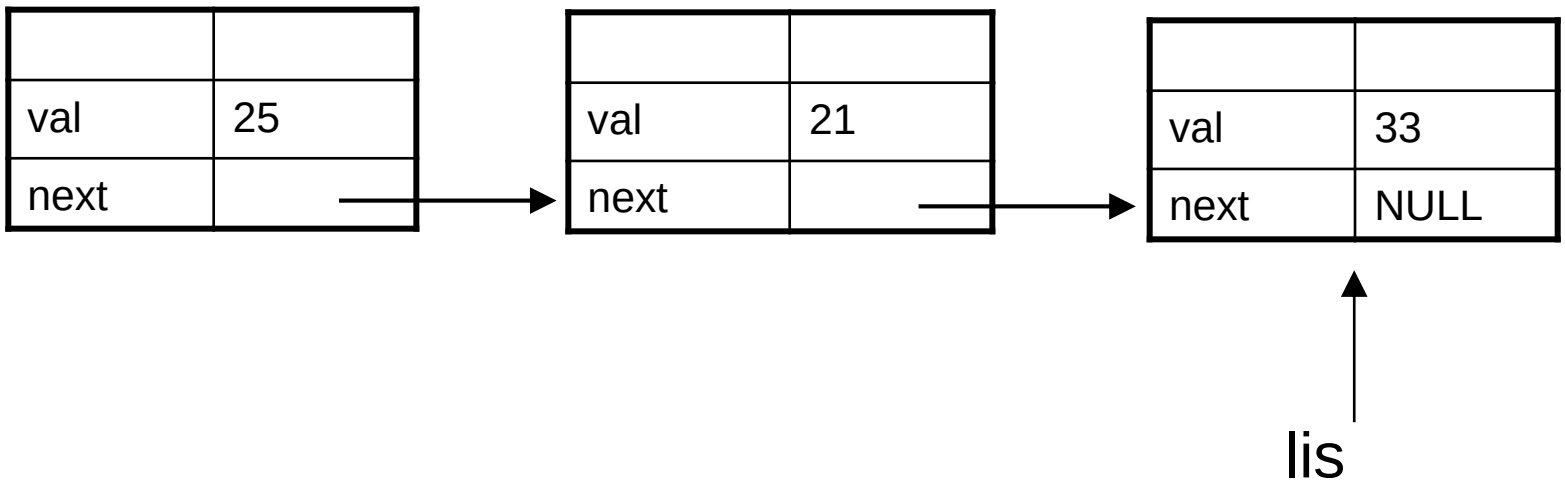
```
def wypisz(lis):
  while lis!=None:
    print lis.val
    lis = lis.next
```



# Lista – wypisz elementy listy

```
void wypisz(struct elem *lis)
{
    while (lis!=NULL) {
        printf("%d\n",lis->val);
        lis = lis->next;
    }
}
```

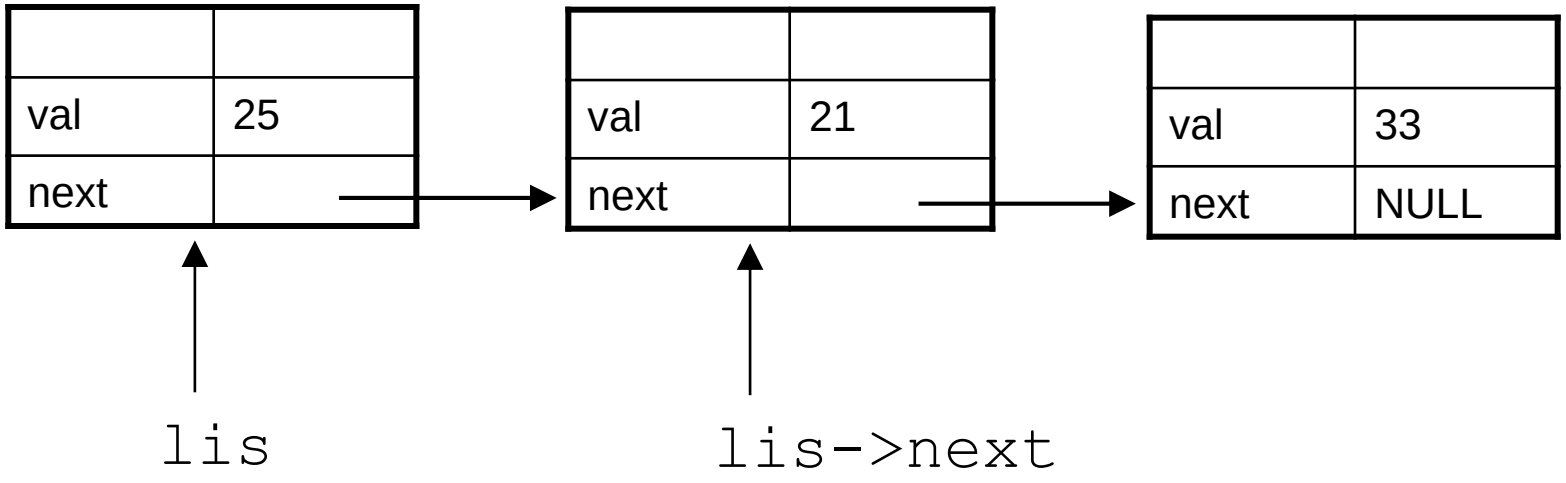
```
def wypisz(lis):
  while lis!=None:
    print lis.val
    lis = lis.next
```



# Lista – bez pierwszego

```
struct elem *ogon(struct elem *lis)
{
    if (lis!=NULL) return lis->next;
    else return NULL;
}
```

```
def ogon(lis):
  if lis!=None:
     return lis.next
  else: return None
```



# Lista / wskaźniki: tworzenie

**Dotychczas:**

- wykonywaliśmy operacje na istniejącej liście

**Tworzenie listy:**

- Każdy element tworzony osobno („rezerwujemy” dla niego pamięć)
- Deklaracja zmiennej wskaźnikowej w języku C **nie** powoduje utworzenia elementu, na który ta zmienna wskazuje!
- Łączenie elementów w listę możliwe poprzez pola next

# Lista / wskaźniki: tworzenie w C

Zadeklarowanie zmiennej

**struct** elem *lis;

**nie** powoduje utworzenia struktury typu **struct** elem a jedynie wskaźnik na **struct** elem.

Utworzenie nowej struktury wymaga **zaalokowania pamięci (na stercie)**:

lis = (struct elem *) malloc(sizeof(struct elem));

# Lista / wskaźniki: tworzenie w C

Utworzenie struktury wymaga **zaalokowania pamięci**:

```
lis = (struct elem *) malloc(sizeof(struct elem));
```

gdzie:

- malloc(i) rezerwuje pamięć o rozmiarze **i** „jednostek pamięci”
- sizeof(TYP) podaje liczbę jednostek pamięci zajmowanych przez elementy typu TYP
- (struct elem *) to rzutowanie typu, które powoduje, że wynik funkcji malloc(...) traktowany będzie jako wskaźnik na element typu struct elem.

# Lista / wskaźniki: tworzenie Python

Utworzenie nowego elementu:

lis = ListItem( ⟨WARTOSC⟩ )

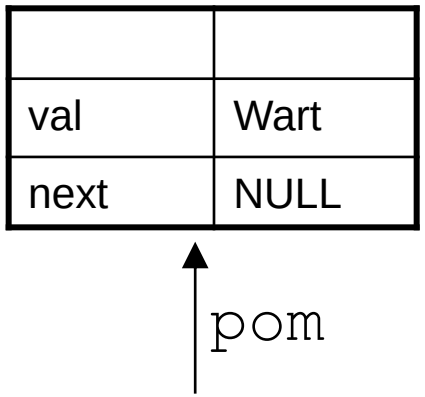
tworzy element, w którym pole val jest równe ⟨WARTOSC⟩ a wskaźnik na następny element jest pusty (None).

```
class ListItem:
   def __init__(self,value):
      self.val = value
      self.next = None
```

# Lista / wskaźniki: tworzenie

```
struct elem *utworz(int wart)
{ //utworzenie nowej jednoelementowej listy
  struct elem *pom;

  pom=(struct elem *) malloc(sizeof(struct elem));
  pom->val = wart;
  pom->next = NULL;
  return pom;
}
```



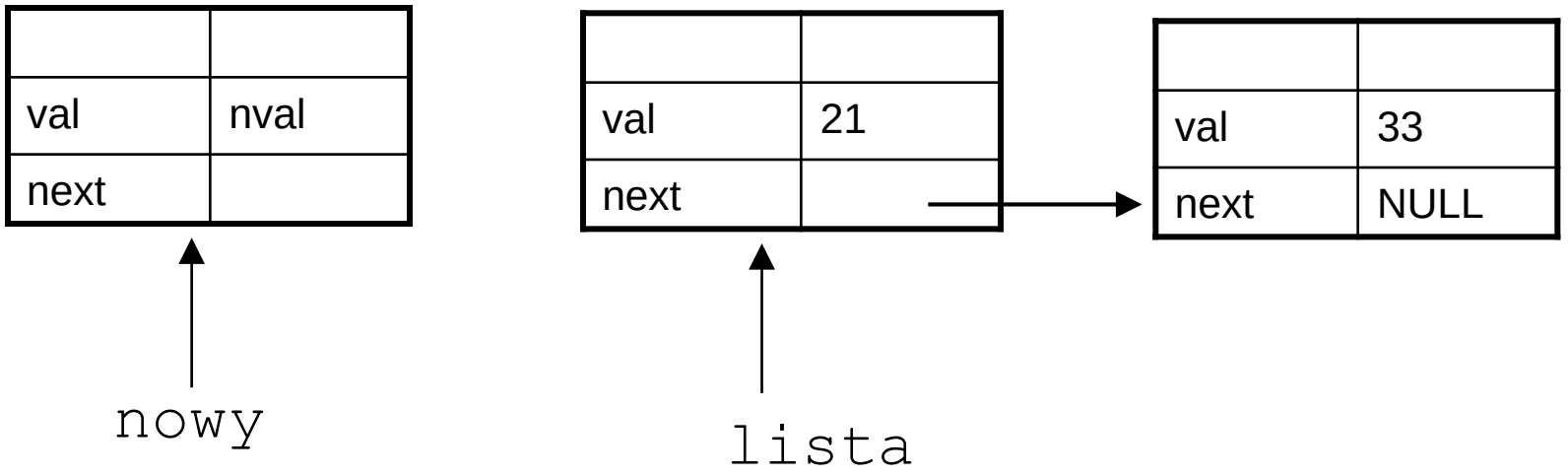

Python: lis = ListItem( wart )

C: lis = utworz( wart )

# Lista : nowy element na początek

```
struct elem *wstawPocz(struct elem *lista, int nval)
{  // val dodajemy na poczatek listy lista
    struct elem *nowy;
    nowy=utworz(nval);
    nowy->next = lista;
    return nowy;
}
```

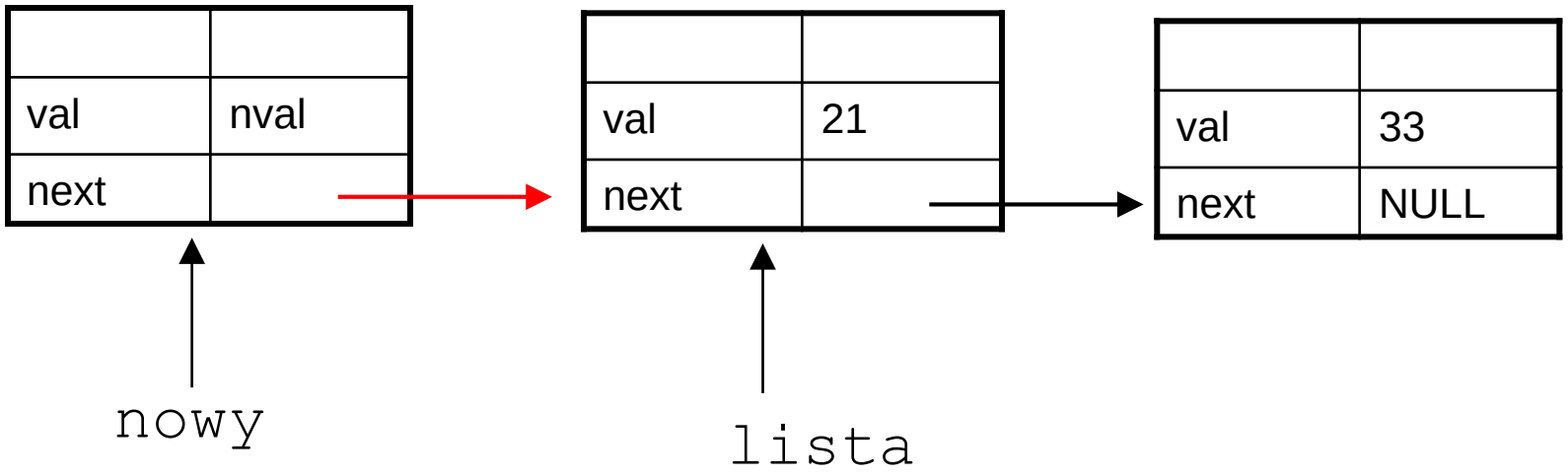
```
def wstawPocz(lista, nval):
# val dodajemy na poczatek listy
  nowy=ListItem(nval)
  nowy.next = lista
  return nowy
```



# Lista : nowy element na początek

```
struct elem *wstawPocz(struct elem *lista, int nval)
{  // val dodajemy na poczatek listy lista
    struct elem *nowy;
    nowy=utworz(nval);
    nowy->next = lista;
    return nowy;
}
```

```
def wstawPocz(lista, nval):
# val dodajemy na poczatek listy
  nowy=ListItem(nval)
  nowy.next = lista
  return nowy
```



# Lista : znajdź sval

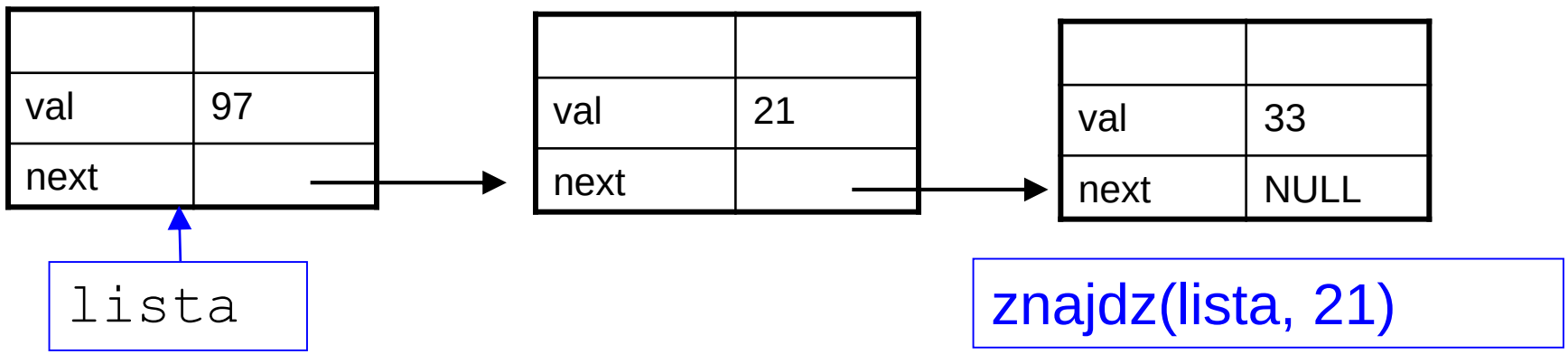
```
struct elem *znajdz(struct elem *lista, int sval)
{   // zwraca wskaźnik na element zawierający sval
    // zwraca NULL gdy brak takiego elementu
    while (lista!=NULL) {
        if (lista->val==sval) return lista;
        lista = lista->next;
    }
    return NULL;
}
```

```
def znajdz(lista, sval):
# zwraca wskaźnik na el. zawierający sval
# zwraca None gdy brak takiego elementu
  while lista!=None:
    if (lista.val==sval): return lista
    lista = lista.next
  return None
```

# Lista : znajdź sval

```
struct elem *znajdz(struct elem *lista, int sval)
{     // zwraca wskaźnik na element zawierający sval
      // zwraca NULL wpp
    while (lista!=NULL) {
        if (lista->val==sval)
          return lista;
        lista = lista->next;
    }
    return NULL;
}
```

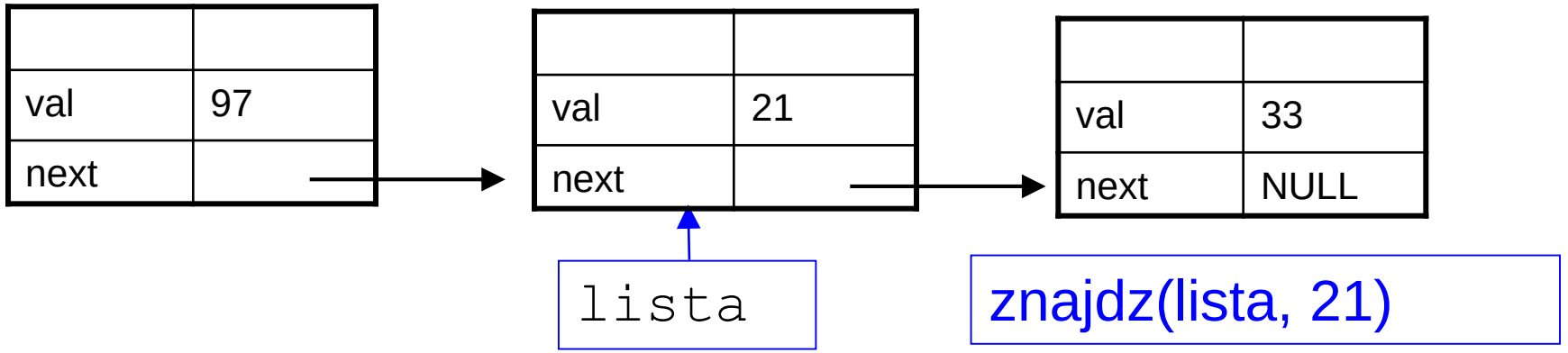
```
def znajdz(lista, sval):
# zwraca wskaźnik na el. zawierający sval
# zwraca None gdy brak takiego elementu
  while lista!=None:
    if (lista.val==sval): return lista
    lista = lista.next
  return None
```



# Lista : znajdź sval

```
struct elem *znajdz(struct elem *lista, int sval)
{     // zwraca wskaźnik na element zawierający sval
      // zwraca NULL wpp
    while (lista!=NULL) {
        if (lista->val==sval)
          return lista;
        lista = lista->next;
    }
    return NULL;
}
```

```
def znajdz(lista, sval):
# zwraca wskaźnik na el. zawierający sval
# zwraca None gdy brak takiego elementu
  while lista!=None:
    if (lista.val==sval): return lista
    lista = lista.next
  return None
```



# Lista uporządkowana

# Lista uporządkowana: nowy element

**Problem** (opisuje wstawPorz(lis, nval))

**Wejście:**

lis – wskaźnik na listę z kluczami uporządkowanymi niemalejąco

nval – nowy klucz do wstawienia

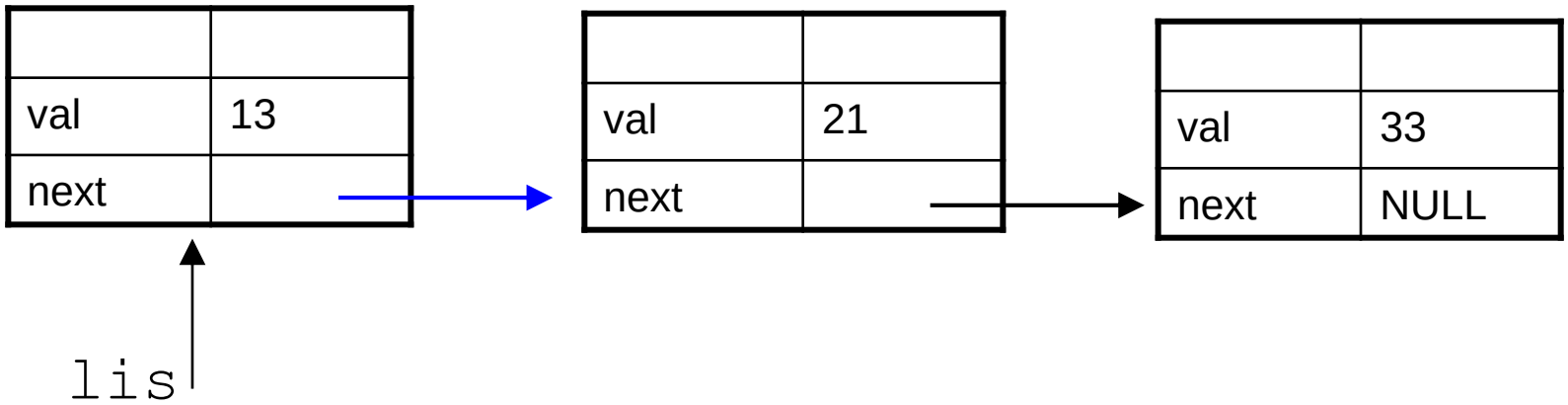
**Wyjście:**

lista otrzymana przez dodanie nval do lis, z zachowaniem porządku kluczy

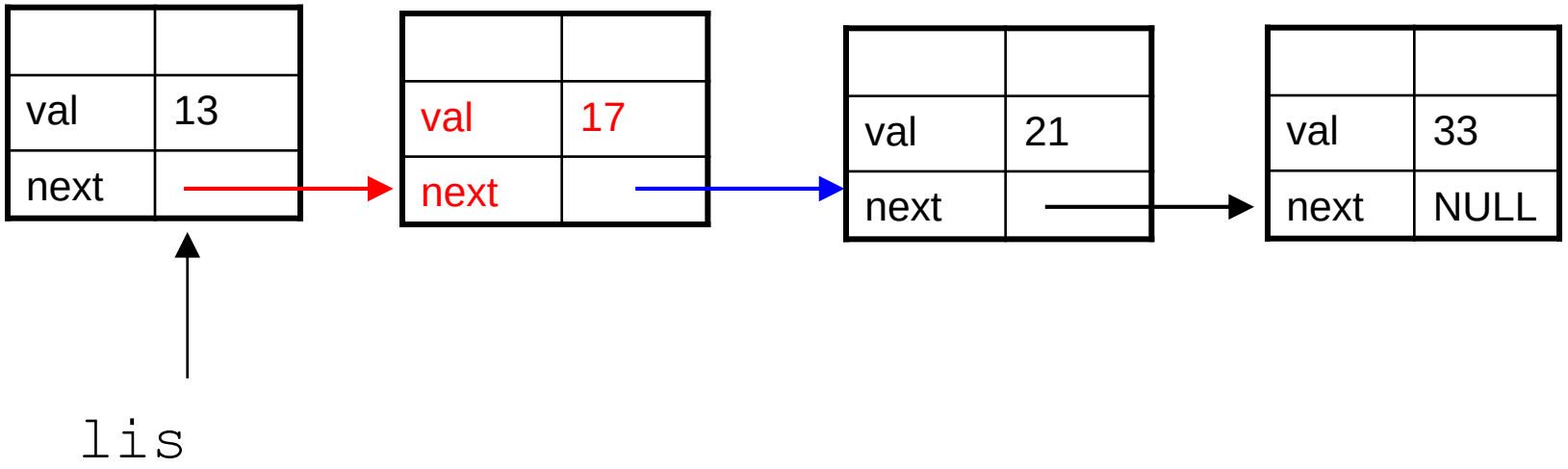
# Lista uporządkowana: nowy element

wstawPorz(lis, 17)

Przed:




Po:



# Lista uporządkowana: nowy element

**Analiza przypadków:**

1. Nowy element jest najmniejszy (zmiana „głowy” listy)
2. Nowy element jest największy (za ostatnim)
3. Nowy element pomiędzy dwoma innymi

# Lista uporządkowana: nowy element

```
struct elem *wstawPorz(struct elem *lis,
        int nval)
{ struct elem *nowy, *pom;


  nowy = utworz(nval);
  if (lis==NULL || lis->val >= nval){
    nowy->next = lis;
    return nowy;}
  else {
    pom=lis;
    while (pom->next != NULL &&
            pom->next->val < nval)
          pom=pom->next;
    nowy->next=pom->next;
    pom->next=nowy;
    return lis;
  }
}
```

```
def wstawPorz(lis, nval):
  nowy = ListItem(nval)
  if lis==None or lis.val >= nval:
    nowy.next = lis
    return nowy
  else:
    pom=lis
    while (pom.next != None and
        pom.next.val < nval):
      pom=pom.next
    nowy.next=pom.next
    pom.next=nowy
    return lis
```

# Lista uporządkowana: nowy element

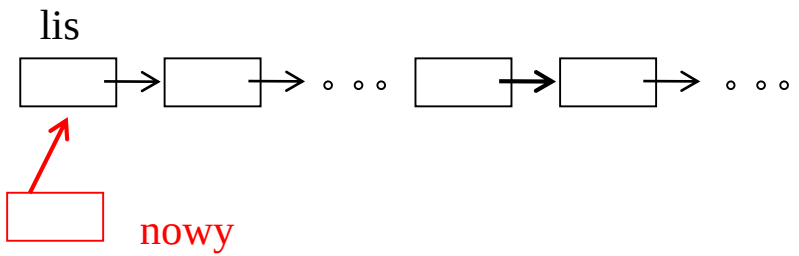
```
struct elem *wstawPorz(struct elem *lis,
        int nval)
{ struct elem *nowy, *pom;

  nowy = utworz(nval);
  if (lis==NULL || lis->val >= nval){
    nowy->next = lis;
    return nowy;}
  else {
    pom=lis;
    while (pom->next != NULL
            && pom->next->val < nval)
          pom=pom->next;
    nowy->next=pom->next;
    pom->next=nowy;
    return lis;
  }
}
```

Komentarz:

(lis==NULL || lis->val >= nval)

gdy nowy element powinien być umieszczony na początku listy.



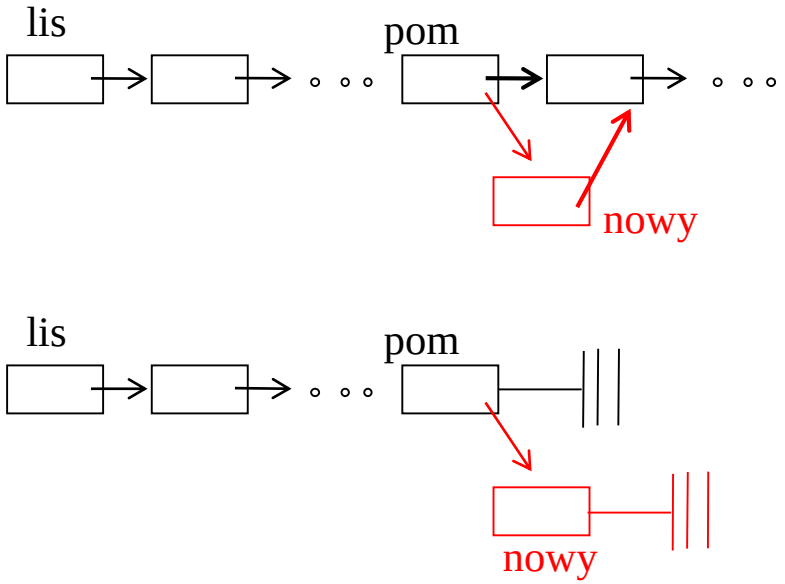
# Lista uporządkowana: nowy element

```
struct elem *wstawPorz(struct elem *lis,
        int nval)
{ struct elem *nowy, *pom;

  nowy = utworz(nval);
  if (lis==NULL || lis->val >= nval){
    nowy->next = lis;
    return nowy;}
  else {
    pom=lis;
    while (pom->next != NULL
           && pom->next->val < nval)
        pom=pom->next;
    nowy->next=pom->next;
    pom->next=nowy;
    return lis;
  }
}
```

**Komentarz dla „else”:**

„zatrzymujemy” przeglądanie listy na elemencie **poprzedzającym** miejsce, w które należy wstawić nowy element (jego następnikiem będzie nowy).



# Lista uporządkowana: usuwanie

**Problem** (opisuje usun(lis, uval))

**Wejście:**

lis – wskaźnik na listę

uval – klucz do usunięcia (usuwamy pierwsze wystąpienie)

**Wyjście:**

lista otrzymana przez usunięcie uval z lis (usuwamy pierwsze wystąpienie)

# Lista: usuwanie

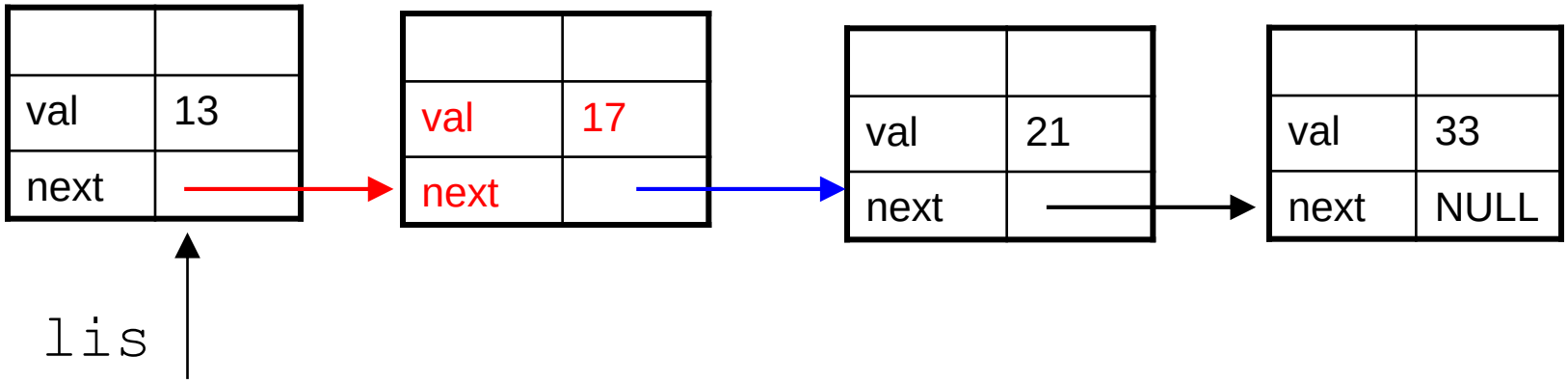
Analiza przypadków:

1. uval nie występuje na liście
2. uval pierwszy na liście
3. uval występuje, ale nie jest pierwszy na liście

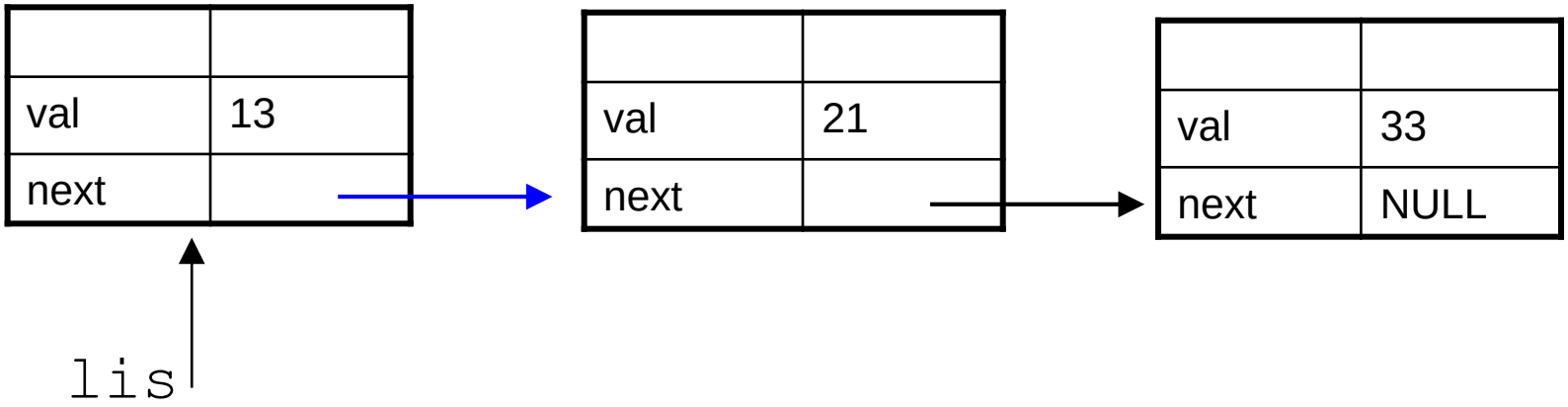
# Lista: usuwanie

usun(lis, 17)

Przed:



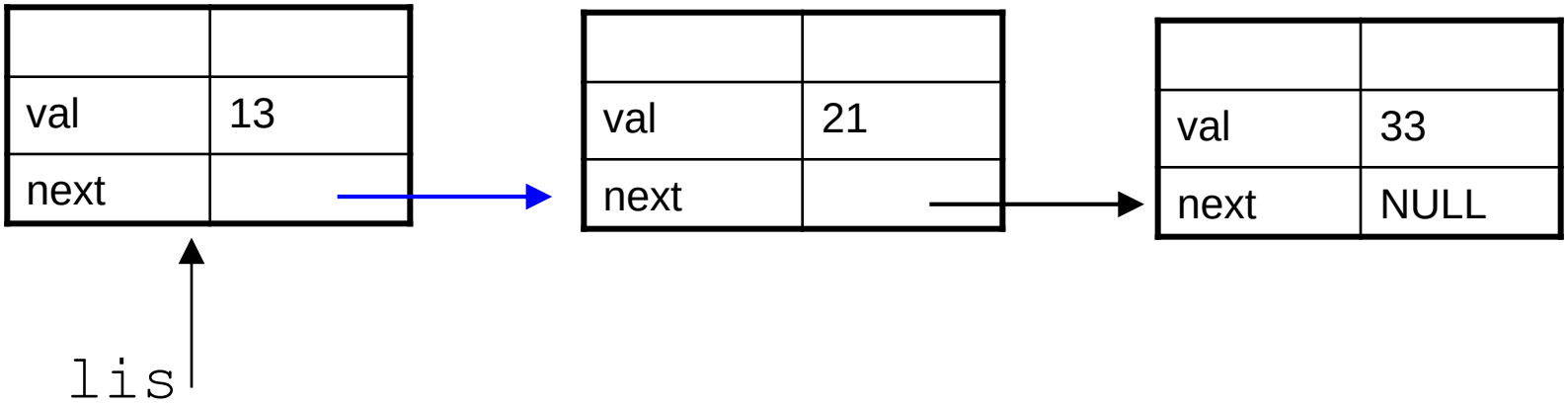

Po:



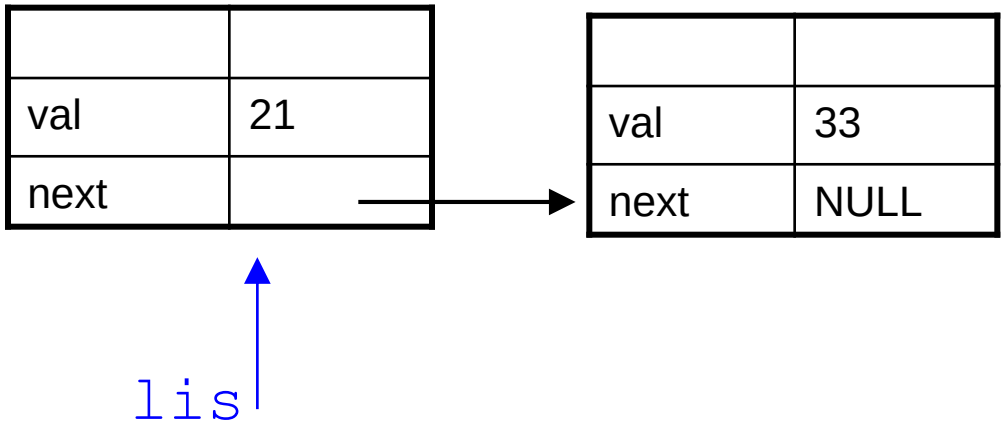
# Lista: usuwanie

usun(lis, 13)

Przed:




Po:

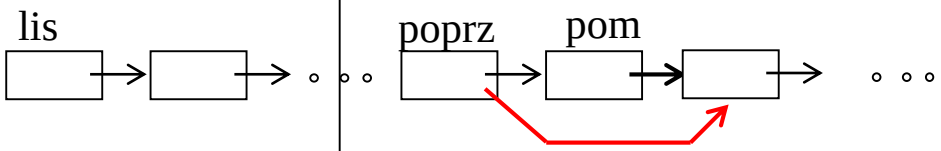


# Lista: usuwanie

```
struct elem *usun(struct elem *lis, int uval)
{struct elem *pom, *poprz;
 pom = lis;
 while (pom != NULL && pom->val != uval){
        //poszukiwanie elementu uval
        poprz = pom;
        pom = pom->next;
 }
 if (pom != NULL) // na liscie wystapil uval
   if (pom == lis) { //do usuniecia pierwszy element
        lis=lis->next;
        free(pom);
   }
   else { // tworzymy powiazanie omijajace usuw.el.
        poprz->next = pom->next;
        free(pom);
   }
 return lis;
}
```

Komentarz:

- pierwsza pętla przechodzi przez listę w poszukiwaniu elementu o wartości pola val równej uval;
- usunięcie elementu z listy wymaga **zmiany następnika jego poprzednika**, dlatego pierwsza pętla przechowuje wskaźnik na element poprzedni w zmiennej poprz
- w sytuacji, gdy usuwamy pierwszy element, zmianie musi też ulec wartość wskaźnika na początek listy.

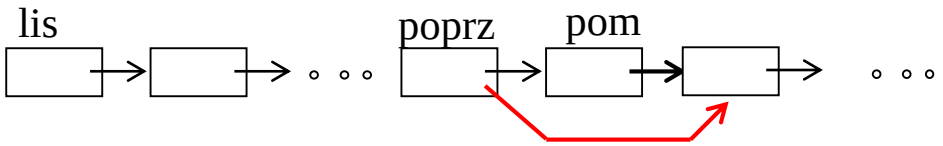


# Lista: usuwanie

```
def usun(lis, uval):
  pom = lis;
  while pom != None and pom.val != uval:
    #poszukiwanie elementu uval
    poprz = pom
    pom = pom.next
  if pom != None: # na liscie wystapil uval
    if pom == lis: #do usuniecia pierwszy
      lis=lis.next
    else:  #tworzymy powiąz. omijajace
      poprz.next = pom.next
  return lis
```

Komentarz:

- pierwsza pętla przechodzi przez listę w poszukiwaniu elementu o wartości pola val równej uval;
- usunięcie elementu z listy wymaga **zmiany  następnika jego poprzednika**, dlatego pierwsza pętla przechowuje wskaźnik na element poprzedni w zmiennej poprz
- w sytuacji, gdy usuwamy pierwszy element, zmianie musi też ulec wartość wskaźnika na początek listy.

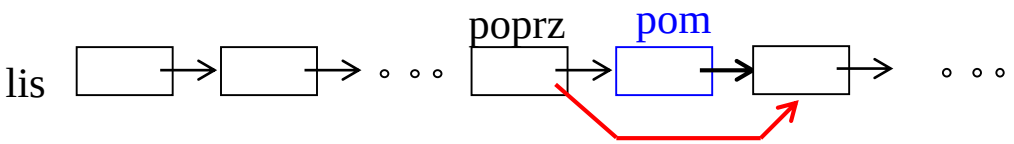


# Lista: usuwanie

```
struct elem *usun(struct elem *lis, int uval)
{struct elem *pom, *poprz;
 pom = lis;
 while (pom != NULL && pom->val != uval){
        //poszukiwanie elementu uval
        poprz = pom;
        pom = pom->next;
 }
 if (pom != NULL) // na liscie wystapil uval
   if (pom == lis) { //do usuniecia pierwszy element
        lis=lis->next;
        free(pom);
   }
   else { // tworzymy powiazanie omijajace usuw.el.
        poprz->next = pom->next;
        free(pom);
   }
 return lis;
}
```

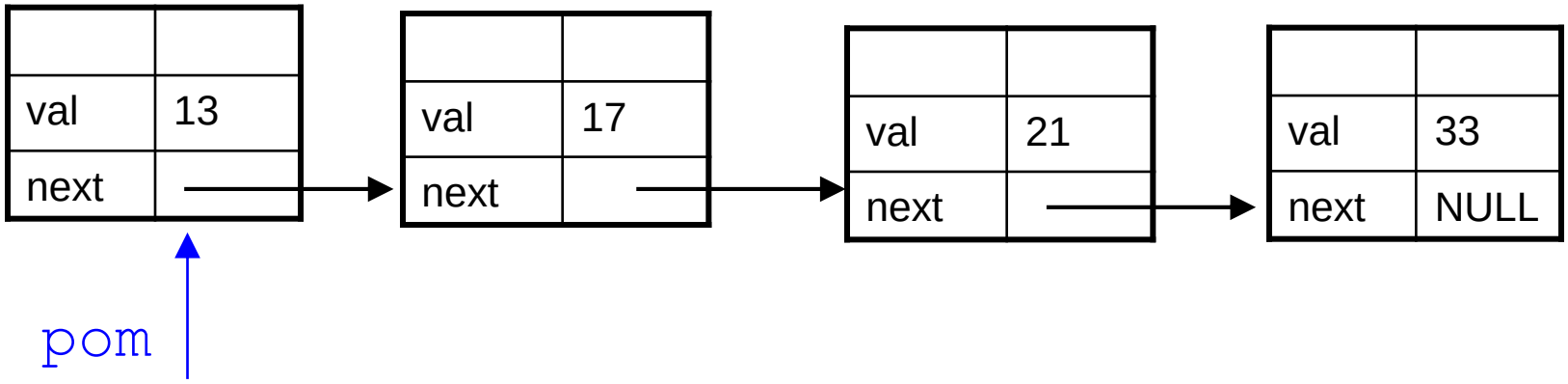
**Komentarz**:

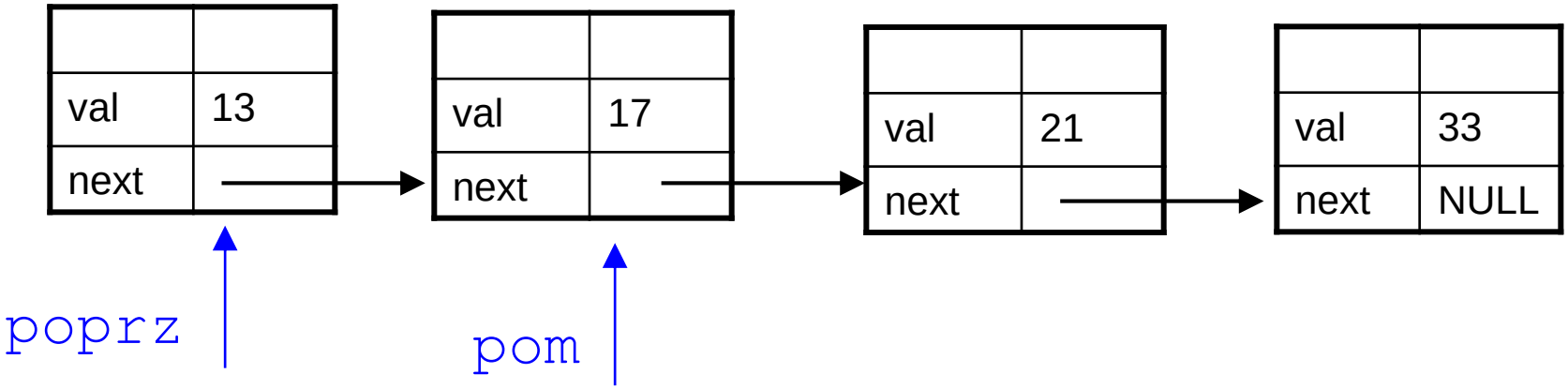
- dynamicznie tworzone obiekty zajmują obszar „sterty”
- C: free(pom) zwalnia pamięć na stercie zajmowaną przez usuwany element
- Python: „automatyczne odśmiecanie” **sterty** (garbage collector)



# Lista: usuwanie

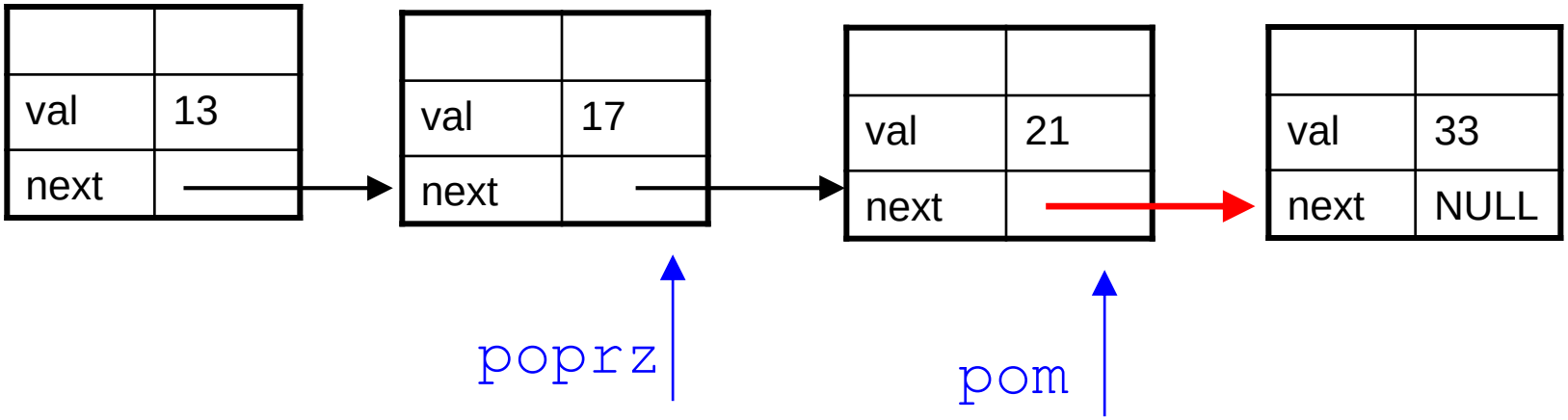
usun(lis, 21)

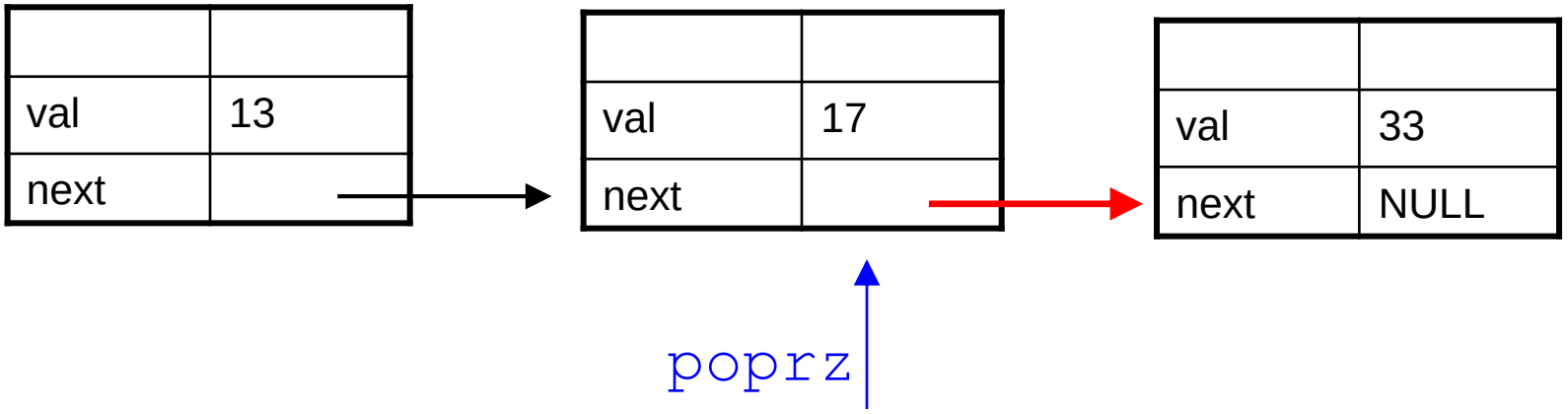


# Lista: usuwanie

usun(lis, 21)



# Lista – rekurencyjnie

**Wypisanie elementów:**

```
void wypiszR(struct elem *lis)
{
 if (lis != NULL){
   printf("%d\n", lis->val);
   wypiszR(lis->next);
 }
}
```

```
def wypiszR(lis):
  if lis != None:
    print lis.val
    wypiszR(lis.next)
```

# Lista – rekurencyjnie

**Wstawienie wartości nval do listy uporządkowanej lis:**

- Jeśli lis pusta lub pierwszy element większy (lub równy) nval – wstaw nval na początek;
- W przeciwnym razie: wstaw nval do lis->next (lis.next)

# Lista – rekurencyjnie

**Wstawienie do listy uporządkowanej:**

```
struct elem *wstawPorzR(struct elem *lis, int nval)
{ struct elem *nowy, *pom;

  if (lis==NULL || lis->val >= nval){
    nowy = utworz(nval);
    nowy->next = lis;
    return nowy;}
  else {
    pom = wstawPorzR(lis->next,nval);
    lis->next = pom;
    return lis;
  }
}
```

# Lista – rekurencyjnie

**Wstawienie do listy uporządkowanej:**

```
def wstawPorzR(lis, nval):
  if lis==None or lis.val >= nval:
    nowy = ListItem(nval)
    nowy.next = lis
    return nowy
  else:
    pom = wstawPorzR(lis.next,nval)
    lis.next = pom
    return lis
```

# Lista – rekurencyjnie

**Usunięcie elementu o wartości uval z lis:**

1. Jeśli lis pusta – zwróć list
2. Jeśli uval równy elementowi w głowie lis: zwróć lis->next (lis.next)

   W przeciwnym razie: usuń uval z lis->next (lis.next)

# Lista – rekurencyjnie

**Usunięcie elementu z listy:**

```
struct elem *usunRek(struct elem *lis, int uval)
{ struct elem *pom;

  if (lis != NULL)
    if (lis->val == uval) {  //do usuniecia pierwszy element
      pom = lis;
      lis = lis->next;
      free(pom); }
    else{
      pom = usunRek(lis->next, uval);
      lis->next = pom;
    }
  return lis;
}
```

# Lista – rekurencyjnie

**Usunięcie elementu z listy:**

```
def usunRek(lis, uval):
  if lis != None:
    if (lis.val == uval): #do usuniecia pierwszy element
      lis = lis.next
    else:
      pom = usunRek(lis.next, uval)
      lis.next = pom
  return lis
```

# Lista – rekurencyjnie

**Pytanie: Czemu służy i dlaczego ważne są podstawienia:**

pom = usunRek(lis.next, uval)

lis.next = pom

???

**Wskazówka:**

Sprawdź efekt samego

usunRek(lis.next, uval)

w sytuacji, gdy usuwany jest lis.next (tzn. głowa listy lis.next)

# Stos, Kolejka

# Stos jako abstrakcyjna struktura danych

**STOS** (LIFO – last in, first out):

- Wartości: ciągi elementów określonego typu
- Operacje:
  - Wstaw na szczyt stosu (początek ciągu)
  - Odczytaj element ze szczytu stosu
  - Usuń element ze szczytu stosu
  - Zainicjuj stos (utwórz stos pusty)
- Uwaga: nie można wstawiać/usuwać na innych pozycjach w stosie!

Metody implementacji:

- Tablica?
- Lista liniowa (czyli wiązana)?

# Kolejka jako abstrakcyjna struktura danych

**KOLEJKA** (FIFO – first in, first out):

- Wartości: ciągi elementów określonego typu
- Operacje:
  - Dodaj element na koniec kolejki
  - Odczytaj element z początku kolejki
  - Usuń element z początku kolejki
  - Zainicjuj kolejkę (utwórz pustą kolejkę)
- Uwaga: nie można wstawiać/usuwać na innych pozycjach w stosie!

Metody implementacji:

- Tablica?
- Lista liniowa (czyli wiązana)? Z bezpośrednim dostępem do pierwszego i **ostatniego** elementu listy!

# Podsumowanie

- **Abstrakcyjny** typ danych jako narzędzie programowania strukturalnego/obiektowego
- Listy **wiązane** – efektywne narzędzie implementacji w zastosowaniach, gdzie wstawianie/usuwanie głównie na koniec/początek
- **Kolejka, stos** – popularne abstrakcyjne struktury danych implementowane za pomocą list wiązanych