# Wstęp do informatyki

Wykład 3
Uniwersytet Wrocławski
Instytut Informatyki

### Dane przetwarzane przez "komputer"

### Tydzień temu:

 Wejście, wyjście, wartości przetwarzane: liczby całkowite (dowolnie duże)

#### Dziś:

- Podstawowa jednostka informacji, binarna reprezentacja informacji;
- Cyfrowa/binarna reprezentacja liczb: naturalnych, całkowitych, rzeczywistych;
- Cyfrowa/binarna reprezentacja: znaków, obrazów, wideo, dźwięku, ...
- TABLICE jako struktura danych w algorytmie

### Podstawowa jednostka informacji

### Bit:

-dwa stany (0 i 1)

### Dlaczego tak "mało":

 urządzenia cyfrowe ("komputery") powinny "automatycznie" i niezawodnie odróżniać wartości

### Jak uzyskać więcej wartości?

ciąg k bitów może przyjmować 2k różnych wartości

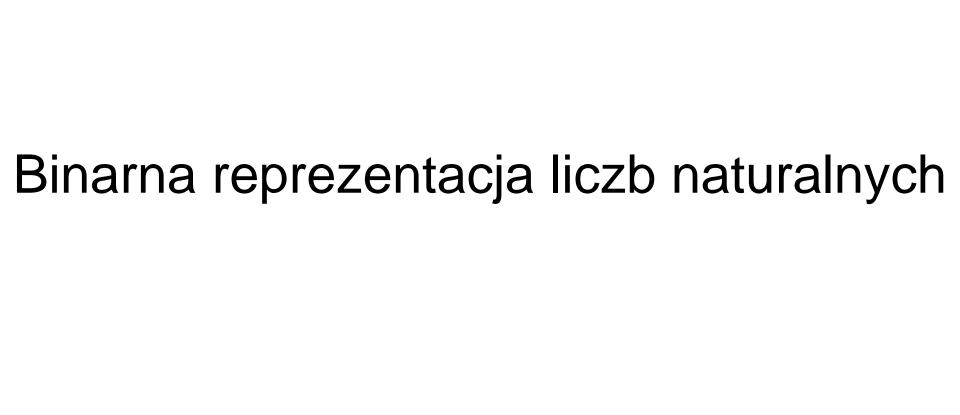
# Bity a komórki pamięci komputera

### Maszyna RAM:

komórka pamięci przechowuje <u>dowolnie</u>
 <u>dużą</u> liczbę całkowitą

### **Świat rzeczywisty:**

- komórka pamięci to ciąg bitów o ustalonej długości – "bajt" lub "słowo maszynowe";
- -1 bajt = 8 bitów (zazwyczaj...);
- –formalnie (czasem…): bajt to najmniejsza "adresowalna" jednostka pamięci komputera



**Ciąg binarny** = ciąg, którego elementami mogą być tylko zera i jedynki.

Binarna reprezentacja liczby naturalnej x>0 to ciąg binarny  $x_k...x_1x_0$  taki, że:

$$x = \sum_{i=0}^{k} x_i \cdot 2^i$$

oraz  $x_k = 1$ .

Binarna reprezentacja zera = 0.

**Fakt.** Każda liczba naturalna posiada dokładnie jedną reprezentację binarną (bez zbędnych zer "wiodących").

### Dowód: Indukcyjny:

- Krok bazowy: n = 0
- Krok indukcyjny:
  - Zał.: Fakt zachodzi dla każdej liczby m<n
  - Teza: Fakt zachodzi dla n
  - Idea dowodu: skorzystaj z zał. indukcyjnego oraz reprezentacji n = 2<sup>k</sup>+m, gdzie 0 ≤ m < 2<sup>k</sup>

### Problem algorytmiczny

Wejście: a – liczba naturalna

Wyjście: x<sub>k</sub>...x<sub>1</sub>x<sub>0</sub> – ciąg tworzący binarną

reprezentację liczby a

### **Algorytm**

- 1.  $i \leftarrow 0$
- 2.  $x[0] \leftarrow a \mod 2$
- 3.  $a \leftarrow a \text{ div } 2$
- 4. dopóki a > 0:
  - a)  $i \leftarrow i + 1$
  - b) x[i] ← a mod 2
  - c) a ← a div 2
- 5. dopóki i ≥ 0:
  - a) wypisz x[i]
  - b)  $i \leftarrow i 1$

### Oznaczenia:

- a mod b = reszta z dzielenia a przez b
- a div b = wynik
   dzielenia całkowitego
   a przez b
   (zaokrąglenie wyniku
   w dół do liczby
   całkowitej)
- x[0], x[i]... co to? tablica

### Poprawność algorytmu - idea:

- ostatnia cyfra reprezentacji binarnej liczby a jest równa a mod 2
- $-a = (a div 2) \cdot 2 + (a mod 2)$
- reprezentację binarną liczby ( a div 2 ) uzyskujemy poprzez usunięcie ostatniej cyfry repręzentacji binarnej liczby a:

$$a = \sum_{i=0}^{k} a_i \cdot 2^i$$

$$a \text{ div } 2 = \left(\sum_{i=0}^{k} a_i \cdot 2^i\right) \text{ div } 2 = \sum_{i=1}^{k} a_i \cdot 2^{i-1}$$

# **TABLICE**

#### Tablica:

struktura danych przechowująca ustaloną liczbę elementów n tego samego typu,

indeksowanych kolejnymi liczbami naturalnymi 0,
 1, 2,..., n – 1 (Ansi C).

# Tablica C: #define N 200 int n = 100 int tabA[ 100 ], tabB[ N ], tabC[ n ]; tabA[ 55 ] = 7;

tabC[n-1] = tabA[0] + tabB[1];

Tablica Python (array\_demo.py):

```
from wdi import *
print "Tablica jednowymiarowa\n"
N = 10
A = Array(N)
                      # Tworzenie tablicy
B = Array(N)
for i in range(N):
   A[i] = i * i
   print A[i]
B[5] = A[0] + B[3]
```

Tablica Python (array\_demo.py):

Na Wdl nie używamy list pythonowych!

```
A = Array(10)
```

Tablica Python (array\_demo.py):

### Na WdI nie używamy list pythonowych!

```
A = []

A = Array(10)

append, extend, insert, remove, count, pop, ...
```

**Binarna reprezentacja** liczby rzeczywistej a>0 to  $x_k...x_1x_0$ ,  $x_{-1}x_{-2}x_{-3}x_{-4}...$  taka, że:

$$a = \sum_{i=0}^{k} x_i \cdot 2^i + \sum_{i=1}^{\infty} x_{-i} \cdot 2^{-i}$$

oraz  $x_k=1$  lub k=0,  $x_i \in \{0,1\}$  dla każdego i.

<b>x</b> <sub>4</sub>	<b>X</b> <sub>3</sub>	X <sub>2</sub>	<b>X</b> <sub>1</sub>	X <sub>0</sub>	,	X <sub>-1</sub>	X <sub>-2</sub>	X <sub>-3</sub>	X <sub>-4</sub>	X <sub>-5</sub>	
24	<b>2</b> <sup>3</sup>	<b>2</b> <sup>2</sup>	21	20	,	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5	

**Binarna reprezentacja** liczby rzeczywistej a>0 to  $x_k...x_1x_0$ ,  $x_{-1}x_{-2}x_{-3}x_{-4}...$  taka, że:

$$a = \sum_{i=0}^{k} x_i \cdot 2^i + \sum_{i=1}^{\infty} x_{-i} \cdot 2^{-i}$$

- oraz  $x_k=1$  lub k=0,  $x_i \in \{0,1\}$  dla każdego i.
- Reprezentacja nieskończona?
  - Jeśli  $x_p=0$  dla każdego p>j: wartości  $x_{-j-1}, x_{-j-2}, x_{-j-3}, \dots$  pomijamy!
  - Analogia: dziesiętna reprezentacja ½, 1/3,...

Jeśli liczba *a* posiada skończoną reprezentację binarną, to reprezentacja ta jest jednoznaczna. (inaczej: każda liczba posiada co najwyżej jedną skończoną reprezentację binarną)

#### Dowód – idea:

**Fakt** 

- część całkowita p. dowód wcześniej
- część ułamkowa indukcja ze względu na liczbę cyfr najkrótszej reprezentacji, wykorzystanie nierówności (j>k):  $2^{-k}>\sum_{i=1}^{j}2^{-i}$

# Problem algorytmiczny Wejście:

- a liczba rzeczywista z przedziału (0;1);
- n dodatnia liczba naturalna

### Wyjście:

```
x_{-1}x_{-2}...x_{-n+1}x_{-n} - n pierwszych bitów ułamkowej części w binarnej reprezentacji liczby a (czyli a = 0, x_{-1}x_{-2}...x_{-n+1}x_{-n}...)
```

### **Algorytm**

- 1.  $i \leftarrow 1$
- 2. dopóki (a  $\neq$  0) oraz ( i  $\leq$  n ):
  - 1.  $a \leftarrow 2 \cdot a$
  - 2. jeśli (a≥1):
    - a) wypisz 1 (czyli x<sub>-</sub>←1)
    - b)  $a \leftarrow a 1$
  - 3. w przeciwnym przypadku:
    - a) wypisz 0 (czyli  $x_{-}\leftarrow 0$ )
  - 4.  $i \leftarrow i + 1$

Poprawność algorytmu: p. efekt mnożenia przez 2 liczby z przedziału (0;1) ...

# Binarna/cyfrowa reprezentacja liczb całkowitych

# Cyfrowa reprezentacja liczb całkowitych

### Reprezentacje liczb całkowitych:

- znak-moduł
- kod uzupełnień do 1
- kod uzupełnień do 2

# Wspólna cecha powyższych reprezentacji liczb całkowitych:

- k <u>ustalona</u> długość reprezentacji (liczba bitów)
- najstarszy bit (skrajnie lewy) pozwala określić znak liczby

### Reprezentacja znak-moduł

### Wartość opisywana ciągiem $x_{k-1}$ $x_{k-2}$ ... $x_1$ $x_0$

– wartość bezwzględna odpowiada binarnej reprezentacji  $x_{k-2} \dots x_1 x_0$ czyli

$$\sum_{i=0}^{k-2} x_i \cdot 2^i$$

- znak liczby:
  - -dodatnia gdy  $x_{k-1} = 0$ ,
  - –ujemna gdy  $x_{k-1} = 1$

# Kod uzupełnień do 1 (U1)

### Wartość opisywana ciągiem $x_{k-1}$ $x_{k-2}$ ... $x_1$ $x_0$

– Jeśli  $x_{k-1}$ =0: "standardowa" reprezentacja liczby dodatniej

$$\sum_{i=0}^{k-2} x_i \cdot 2^i$$

– Jeśli  $x_{k-1}$ =1: liczba ujemna, bity wartości bezwzględnej zanegowane

$$-\sum_{i=0}^{k-2} (1-x_i) \cdot 2^i$$

# Kod uzupełnień do 2 (U2)

Wartość opisywana ciągiem  $x_{k-1}$   $x_{k-2}$  ...  $x_1$   $x_0$  jest równa  $-x_{k-1} \cdot 2^{k-1} + \sum_{i=1}^{k-2} x_i \cdot 2^i$ 

Zakres reprezentowanych liczb:

Kodowanie	Zakres	Najmniejsza	Największa	zero
Znak-moduł	$[-(2^{k-1}-1), 2^{k-1}-1]$	1 1111	01111	0000
U1	$[-(2^{k-1}-1), 2^{k-1}-1]$	1 0000	01111	0000 1111
U2	$[-2^{k-1}, 2^{k-1} -1]$	1 0000	01111	0000

### Reprezentacje liczb całkowitych

Przykład. *k*=8

Liczba	Znak-moduł	U1	U2
0	00000000 10000000	00000000 11111111	0000000
109	01101101	01101101	01101101
-109	11101101	10010010	10010011

# Kod uzupełnień do 2 (U2) – liczby przeciwne

### Wejście:

k – liczba naturalna,

 $x=x_{k-1},x_{k-2},...x_1,x_0$  – reprezentacja liczby a w U2 na k bitach

Wyjście: y – reprezentacja liczby –a w U2 na k bitach

### Algorytm – idea:

- zaneguj wszystkie bity w ciągu x (negowanie: 1→0, 0 →1);
- 2. do zanegowanego ciągu (traktowanego jako liczba naturalna w zapisie binarnym) dodaj 1.

### Kod uzupełnień do 2 (U2) – liczby przeciwne

### Wejście:

k – liczba naturalna

 $x=x_{k-1},x_{k-2},...x_1,x_0$  – reprezentacja liczby a w U2 na k bitach

**Wyjście:** y – reprezentacja liczby –a w U2 na k bitach **Algorytm:** 

- Jeśli x=100...0:
   zwróć "Brak reprezentacji"
- 2. x' ← x z zanegowanym każdym bitem
- 3. x" ← binarna reprezentacja bez znaku x'+1
- 4. y ← x"
- 4. Zwróć y

### Kod uzupełnień do 2 (U2) – liczby przeciwne

### Poprawność algorytmu:

- zanegowanie bitów 0, 1,..., k 2: zamiana wartości liczby naturalnej bez znaku w na 2<sup>k-1</sup> 1 w
- jeśli *a*≥0:
  - $x_{k-1}=0$ , a=w, zanegowanie  $x_{k-1}$  daje wartość  $2^{k-1}-1-w-2^{k-1}=-w-1=-a-1$
- jeśli a<0:
  - $x_{k-1}=1$ ,  $a=w-2^{k-1}$ , zanegowanie  $x_{k-1}=1$  "usuwa" ujemny składnik  $-2^{k-1}$  i daje wartość  $2^{k-1}-1-w=-(w-2^{k-1})-1=-a-1$

# Kod uzupełnień do 2 (U2)

#### **Problem**

### Wejście:

- x liczba całkowita,k dodatnia liczba naturalna
- Wyjście:

zapis liczby x w kodzie U2 na k bitach

### Algorytm – idea:

- Jeśli x poza przedziałem
   [-2<sup>k-1</sup>, 2<sup>k-1</sup> -1]: liczba poza zakresem; zakończ
- Jeśli x≥0: zwróć binarną (kbitową) reprezentację x
- 3. Jeśli x<0:
  - Zaneguj wszystkie bity binarnej (k-bitowej) reprezentacji -x
  - Dodaj 1
  - Zwróć wynik dodawania

# Kod uzupełnień do 2 (U2)

#### **Problem**

### Wejście:

x - liczba całkowita,k – dodatnia liczba

naturalna

#### Wyjście:

zapis liczby x w kodzie U2 na k bitach

#### **Uwaga**:

binarna(x) zwraca zapis binarny liczby x. neg(x) oznacza ciąg utworzony przez zanegowanie każdego bitu w x

### **Algorytm**

- 1.  $x' \leftarrow |x|$
- 2. Jeśli x= 2<sup>k-1</sup>: zwróć 10...0
- 3.  $bx \leftarrow binarna(x')$
- 4.  $p \leftarrow dlugość(bx)$
- 5. Jeśli p>k-1: liczba przekracza zakres; stop
- Uzupełnij bx z lewej strony k p zerami;
- 7. Jeśli x≥0: zwróć bx,w przeciwnym przypadku:bx ← neg(bx) + 1
- 8. Zwróć bx

### Kod U2 – dodawanie

# Problem Wejście:

k – liczba naturalna x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub> – k-bitowe zapisy liczb całkowitych w U2 **Wyjście:** 

k-bitowy zapis w U2 liczby  $x_1+x_2$ 

#### Algorytm (idea)

- x←x<sub>1</sub>+x<sub>2</sub> gdzie x<sub>1</sub> i x<sub>2</sub> traktowane jako liczby zapisane binarnie bez znaku,
- 2. Obetnij x do k skrajnie prawych bitów!
- 3. Potraktuj x jako liczbę w U2 oraz:
  - a) jeśli znak(x₁)=znak(x₂) oraz znak(x₁)≠znak(x): zwróć "przekroczenie zakresu"
  - b) zwróć x

### Kod U2 – liczby rzeczywiste

#### Reprezentacja liczb rzeczywistych w U2:

- k liczba bitów na część całkowitą
- p liczba bitów na część ułamkową

#### **Zapis**

$$X_{k-1} X_{k-2} \dots X_2 X_1 X_0, X_{-1} X_{-2} \dots X_{-(p-1)} X_{-p}$$

#### reprezentuje liczbę

$$-x_{k-1} \cdot 2^{k-1} + \sum_{i=0}^{k-2} x_i \cdot 2^i + \sum_{i=1}^p x_{-i} \cdot 2^{-i}$$

# Zmiennopozycyjna reprezentacja liczb rzeczywistych

**Fakt** Każdą liczbę rzeczywistą x≠0 można jednoznacznie zapisać

$$x = (-1)^s \cdot m \cdot 2^c$$

gdzie

- $s \in \{0, 1\}$
- m to liczba rzeczywista, m ∈[1,2)
- c to liczba całkowita

#### Reprezentacja cyfrowa liczby

$$x = (-1)^s \cdot m \cdot 2^c$$

gdzie  $s \in \{0, 1\}$ ,  $m \in [1,2)$ , c to liczba całkowita:

- s jeden bit
- binarny (<u>zaokrąglony</u>) zapis 1,m<sub>1</sub>m<sub>2</sub>m<sub>3</sub>...<sub>(2)</sub> liczby *m* reprezentujemy przy pomocy ciągu m<sub>1</sub>m<sub>2</sub>m<sub>3</sub>...m<sub>M</sub>, gdzie M ustalone
- c liczba w zapisie U2 na C bitach.

#### Razem:

Zapis na 1 + M + C bitach.

#### Zakres wartości

$$x = (-1)^s \cdot m \cdot 2^c$$

dla ustalonych M i C:

$$m \in \left[1, 1 + \sum_{i=1}^{M} \frac{1}{2^i}\right] = \left[1, 2 - \frac{1}{2^M}\right]$$
  $c \in \left[-2^{C-1}, 2^{C-1} - 1\right]$ 

Liczba o największym module (wartości bezwzgl.):

$$\pm \left(2 - \frac{1}{2^{M}}\right) \cdot 2^{2^{C-1} - 1} \approx \pm 2^{2^{C-1}}$$

Liczba o najmniejszym module:

$$\pm 2^{-2^{(C-1)}}$$

#### Przykład

$$x = (-1)^s \cdot m \cdot 2^c$$

dla M=4 i C=3:

$$m \in \left[1,1+\sum_{i=1}^{4}\frac{1}{2^{i}}\right] = \left[1,2-\frac{1}{2^{4}}\right] = \left[1,1\frac{15}{16}\right] \quad c \in \left[-2^{2},2^{2}-1\right] = \left[-4,3\right]$$

#### Liczba o największym module:

$$\pm \left(2 - \frac{1}{2^{M}}\right) \cdot 2^{2^{C-1} - 1} = \pm 1 \frac{15}{16} \cdot 2^{3} \approx \pm 2^{4}$$

#### Liczba o najmniejszym module:

$$\pm 2^{-2^{(C-1)}} = \pm 2^{-4}$$

## Reprezentacja zmiennopozycyjna - normalizacja

#### Normalizacja liczby

$$x = (-1)^s \cdot m \cdot 2^c$$

dla  $s \in \{0,1\}$ ,  $m \in \Re_+$  oraz liczby całkowitej c polega na znalezieniu m' oraz c' takich, że

$$x = (-1)^{s} \cdot m \cdot 2^{c} = (-1)^{s} \cdot m' \cdot 2^{c'}$$

oraz  $m' \in [1,2)$ , c' całkowite.

#### Przykład

$$x = 47 = 101111_{(2)} = 1.101111_{(2)} \cdot 2^0 = 1.1,01111_{(2)} \cdot 2^5$$

Dla M=6 i C=4 liczba x ma następującą reprezentację:

S	m	C
0	011110	0101

## Reprezentacja zmiennopozycyjna - mnożenie

#### Wejście:

zmiennopozycyjne reprezentacje liczb x<sub>1</sub> i x<sub>2</sub>:

$$x_1 = (-1)^{s_1} \cdot m_1 \cdot 2^{s_1}, \ x_2 = (-1)^{s_2} \cdot m_2 \cdot 2^{s_2}$$

#### Wyjście:

zmiennopozycyjna reprezentacja

$$x = x_1 \cdot x_2 = (-1)^s \cdot m \cdot 2^c$$

## Reprezentacja zmiennopozycyjna - mnożenie

Wejście: 
$$s_1$$
,  $m_1$ ,  $c_1$ ,  $s_2$ ,  $m_2$ ,  $c_2$   
 $x_1 = (-1)^{s_1} \cdot m_1 \cdot 2^{c_1}$ ,  $x_2 = (-1)^{s_2} \cdot m_2 \cdot 2^{c_2}$ 

**Wyjście:** s, m, c, takie, że  $s \in \{0, 1\}$ , m  $\in [1,2)$ , c to liczba całkowita

$$x = x_1 \cdot x_2 = (-1)^s \cdot m \cdot 2^c$$

#### Algorytm:

- dodaj znaki modulo 2:  $s = (s_1 + s_2) \mod 2$
- pomnóż mantysy: m = m<sub>1</sub> · m<sub>2</sub>
- dodaj cechy:  $c = c_1 + c_2$
- znormalizuj wynik!!

## Reprezentacja zmiennopozycyjna - mnożenie

#### Przykład (założenie M=3):

#### Reprezentacja zmiennopozycyjna - dodawanie

Wejście:  $s_1$ ,  $m_1$ ,  $c_1$ ,  $s_2$ ,  $m_2$ ,  $c_2$ 

$$x_1 = (-1)^{s_1} \cdot m_1 \cdot 2^{c_1}, \ x_2 = (-1)^{s_2} \cdot m_2 \cdot 2^{c_2}$$

Wyjście: s, m, c takie,  $\dot{z}e$ :  $x = x_1 + x_2 = (-1)^s \cdot m \cdot 2^c$  Algorytm:

- 1. wyrównaj cechy do większej
- 2. dodaj mantysy ze znakiem:  $m \leftarrow (-1)^{s_1} m_1 + (-1)^{s_2} m_2$
- 3. Ustal znak na podstawie sumy mantys **ze znakiem** (i zamień mantysę na jej wartość bezwzględną):
  - Jeśli (m>0): s ←0,
     wpp s ←1
  - m ← | m |
- 4. Normalizuj wynik!

## Reprezentacja zmiennopozycyjna - dodawanie

#### Przykład:

```
(-1)^{0} \cdot 1,101_{(2)} \cdot 2^{8} + (-1)^{1} \cdot 1,001_{(2)} \cdot 2^{6} =
1,101_{(2)} \cdot 2^{8} - 0,01001_{(2)} \cdot 2^{8} =
(1,101_{(2)} - 0,01001_{(2)}) \cdot 2^{8} =
1,01011_{(2)} \cdot 2^{8} =
(-1)^{0} \cdot 1,01011_{(2)} \cdot 2^{8} =
\text{normalizacja}
```

Uwaga: w realizacji komputerowej wystąpić może <u>zaokrąglenie</u> lub błąd wynikające z długości cechy i mantysy (M i C).

## Reprezentacja zmiennopozycyjna a reprezentacja stałopozycyjna

#### Stałopozycyjna:

- Wyniki obliczeń bez błędów
- Mały zakres LUB duży rozmiar pamięci

#### Zmiennopozycyjna

- Błędy zaokrągleń reprezentacji
- Błędy wyników operacji arytmetycznych
- Duży zakres wartości
- Oszczędność pamięci

### Reprezentacja stałopozycyjna w C i Pythonie

#### Ansi C:

- Typ zmiennej określa zakres wartości i rozmiar pamięci zajmowanej przez zmienną (liczbę bajtów)
- Przekroczenie zakresu wartości oznacza błędne wyniki/wartości

#### **Python**

 W niektórych typach interpreter dopasowuje zakres (a zarazem rozmiar pamięci) do aktualnej wartości zmiennej

# Reprezentacja tekstu, grafiki, wideo, dźwięku,...

### Reprezentacja tekstu

#### Rozwiązanie "bazowe"

- 1. Ustal zestaw znaków, jego rozmiar
- 2. Przyporządkuj znaki kolejnym liczbom naturalnym

#### Modyfikacje i uszczegółowienia

- Ustal liczbę bajtów kodujących jeden znak
- Możliwa różna liczba bajtów dla różnych znaków (np. Unicode)

#### **Przykłady**

ASCII Unicode (UTF)

### Reprezentacja obrazu

#### Sposoby reprezentacji grafiki:

- grafika rastrowa: prostokątna siatka pikseli
- grafika wektorowa: matematyczny opis punktów, odcinków, figur płaskich, brył, krzywych itp. w układzie współrzędnych

#### **Uwaga**:

 Prezentacja grafiki na ekranie komputera wymaga (przetłumaczenia do) grafiki rastrowej.

#### Opis zawartości piksela:

- obraz monochromatyczny: intensywność jako liczba z określonego zakresu
- obraz kolorowy: trzy obrazy "monochromatyczne" np. RGB (red, green, blue)

### Dźwięk i wideo

#### Reprezentacja dźwięku:

- dźwięk jako funkcja w dziedzinie czasu (wartości funkcji to "poziom dźwięku", "ciśnienie",...)
- reprezentacja cyfrowa próbkowanie (pomiar wartości funkcji w ustalonych odstępach czasowych)

#### Sekwencja wideo:

- ciąg obrazów/klatek (np. 50 na sekundę)
- ścieżka dźwiękowa

### Kompresja: dźwięk i wideo

Reprezentacja obrazów, dźwięku, wideo – ogromny rozmiar danych:

- zdjęcie dobrej jakości zawiera około 10<sup>6</sup> pikseli
- dźwięk kilkadziesiąt tysięcy próbek na sekundę
- wideo kilkadziesiąt "klatek" (obrazów) na sekundę

## Kompresja – oszczędny sposób reprezentacji, (czasem) kosztem utraty jakości, np.:

- JPG obraz
- MP3 dźwięk
- MPEG wideo

#### Podsumowanie

- Bit, bajt podstawowe jednostki informacji
- 2. Binarny zapis liczb naturalnych, rzeczywistych
- 3. Cyfrowy zapis liczb całkowitych (U2)
- 4. Zmiennopozycyjny zapis liczb rzeczywistych
- 5. Operacje arytmetyczne na zapisie zmiennopozycyjnym
- 6. Cyfrowa reprezentacja
  - tekstu
  - grafiki
  - dźwięku
  - wideo