

# Wstęp do Informatyki 2023/2024

## Lista 3

Instytut Informatyki, Uniwersytet Wrocławski

23-27 października 2023

1. Sprawdź czy zachodzą poniższe zależności. Odpowiedzi uzasadnij!

(a) [1]  $n^2 = O(2^n)$

*Wskazówka:* pokaż indukcyjnie, że  $n^2 \leq 2^n$ .

(b) [1]  $2^n = O(n^2)$

*Wskazówka:* pokaż indukcyjnie, że  $2^n/n^2 > n$  dla odpowiednio dużych  $n$ .

(c) [1]  $100n^2+13n+10 = O(n^3)$ ,  $100n^2+13n+10 = O(2n^2)$ ,  $100n^2+13n+10 = O(n)$

(d) [1]  $2^n = O(3^n)$ ,  $3^n = O(2^n)$

(e) [1]  $\log n = O(n)$

(f) [1]  $100n \log n + 5n = O(n^2)$

(g) [2]  $\log(n^n) = O(\log(n!))$ ,  $\log(n!) = O(\log(n^n))$

*Uwaga:* wszystkie logarytmy w tym zadaniu mają podstawę 2.

2. [1] Ustaw funkcje:

- $f_1(n) = 4^n$
- $f_2(n) = n^2 + 2^{2n}$
- $f_3(n) = n \log(n)$
- $f_4(n) = \log^2(n)$
- $f_5(n) = n^2 + 2^n$
- $f_6(n) = n^3$

w takiej kolejności, że jeśli  $f_i(n)$  jest przed  $f_j(n)$ , to  $f_i(n) = O(f_j(n))$ . Ponadto, wskaż dwie funkcje  $f_i(n)$  i  $f_j(n)$  dla  $1 \leq i < j \leq 6$  takie, że  $f_i(n) = O(f_j(n))$  oraz  $f_j(n) = O(f_i(n))$ , oraz uzasadnij obie te zależności.

3. [1] Rozważmy następujący problem algorytmiczny

**Wejście:**  $a$  — liczba naturalna

**Wyjście:** ciąg bitów  $x_k, \dots, x_1, x_0$  tworzący binarną reprezentację liczby  $a$

Oszacuj złożoność czasową i pamięciową podanego na wykładzie algorytmu rozwiązującego ten problem.

*Wskazówka:* Pokaż, że długość reprezentacji binarnej liczby naturalnej  $a$  jest nie większa niż  $1 + \log_2 a$ .

4. [1] Podaj reprezentacje (o ile istnieją) następujących liczb:

$$97, -128, 127, -255, 255, 256$$

w kodzie uzupełnień do 2 (kod  $U2$ ) dla podanych długości słów:

- (a) 8
- (b) 16
- (c) 24

5. [1] Przyjmijmy, że stosujemy reprezentację stałopozycyjną, uzupełnieniową do 2 ( $U2$ ) na 8 bitach, przy czym 3 bity reprezentują “ułamkową” część liczby. Podaj

- (a) najmniejszą i największą liczbę, którą można reprezentować w taki sposób
- (b) reprezentacje liczb o następujących zapisach dziesiętnych:

$$-7.125, 8.3, 16.75, -11.25$$

**Zadania dodatkowe**, niedeklarowane (nie wliczają się do puli punktów do zdobycia na ćwiczeniach, punktacja została podana tylko jako informacja o trudności zadań wg wykładowcy):

6. [0] Podaj binarną reprezentację liczb o dziesiętnych zapisach:

$$103.75, 1.125, 1.1, 999.01$$

Ustal, które z powyższych liczb mają skończoną reprezentację binarną.

- 7. [1.5] Sprawdź czy  $\log n = O(n^c)$  dla każdej stałej  $c > 0$ .
- 8. [2] Udowodnij, że podany na wykładzie sposób wyznaczania liczby przeciwnej w zapisie  $U2$  daje poprawne wyniki.
- 9. [2] Udowodnij, że podany na wykładzie sposób dodawania liczb w zapisie  $U2$  daje poprawne wyniki.
- 10. [1] ] Wyjaśnij skąd pochodzą nazwy “kod uzupełnień do dwóch” i “kod uzupełnień do jedności”.
- 11. [1] Sformułuj specyfikację i podaj algorytm ją realizujący (w postaci listy kroków lub schematu blokowego) dla następującego problemu: dodaj dwie liczby całkowite podane na wejściu w zapisie  $U2$ , jako ciągi cyfr.
- 12. [1] Zmiennopozycyjna reprezentacja liczb podana na wykładzie nie umożliwia reprezentacji liczby 0. Dowiedz się jak ten problem jest rozwiązywany w praktyce, np. w standardach technicznych.