逻辑回归相关推导

February 26, 2019

1 基本概念

1、逻辑回归基本形式

$$h_\theta(x) = g(\theta^T x) = \frac{1}{1 + e^{e^{-\theta^T x}}}$$

其中

$$g(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

对 $g(z)$ 求导可得：

$$g^{'}(z) = g(z)(1 - g(z))$$

2、目标函数

假设

$$P(y = 1|x; \theta) = h_\theta(x)$$

$$P(y = 0|x; \theta) = 1 - h_\theta(x)$$

即

$$p(y|x; \theta) = (h_\theta(x))^y (1 - h_\theta(x))^{1-y}$$

其中 $y = 0, 1$ 可利用极大似然法估计参数 θ。

$$\begin{aligned} L(\theta) &= p(y|X; \theta) \\ &= \prod_{t=1}^{m} p(y^{(t)}|x^{(t)}; \theta) \\ &= \prod_{t=1}^{m} (h_\theta(x^{(t)}))^{y^{(t)}} (1 - h_\theta(x^{(t)}))^{1-y^{(t)}} \end{aligned} \tag{1}$$

现在需要最大化对数似然：

$$\begin{aligned} l(\theta) &= logL(\theta) \\ &= \sum_{t=1}^{m} y^{(t)} logh(x^{(t)}) + (1 - y^{(t)}) log(1 - h(x^{(t)})) \end{aligned} \tag{2}$$

对该对数似然函数求偏导数得到 (其中上标表示第几个实例，下标表示第几个特征)：

$$\frac{\partial}{\partial \theta_j} l(\theta) = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^{m} (y^{(t)} - h_\theta(x^{(t)})) x_j^{(t)}$$

详细推导见:http://cs229.stanford.edu/notes/cs229-notes1.pdf

二阶偏导及牛顿法见:https://blog.csdn.net/Fishmemory/article/details/51603836