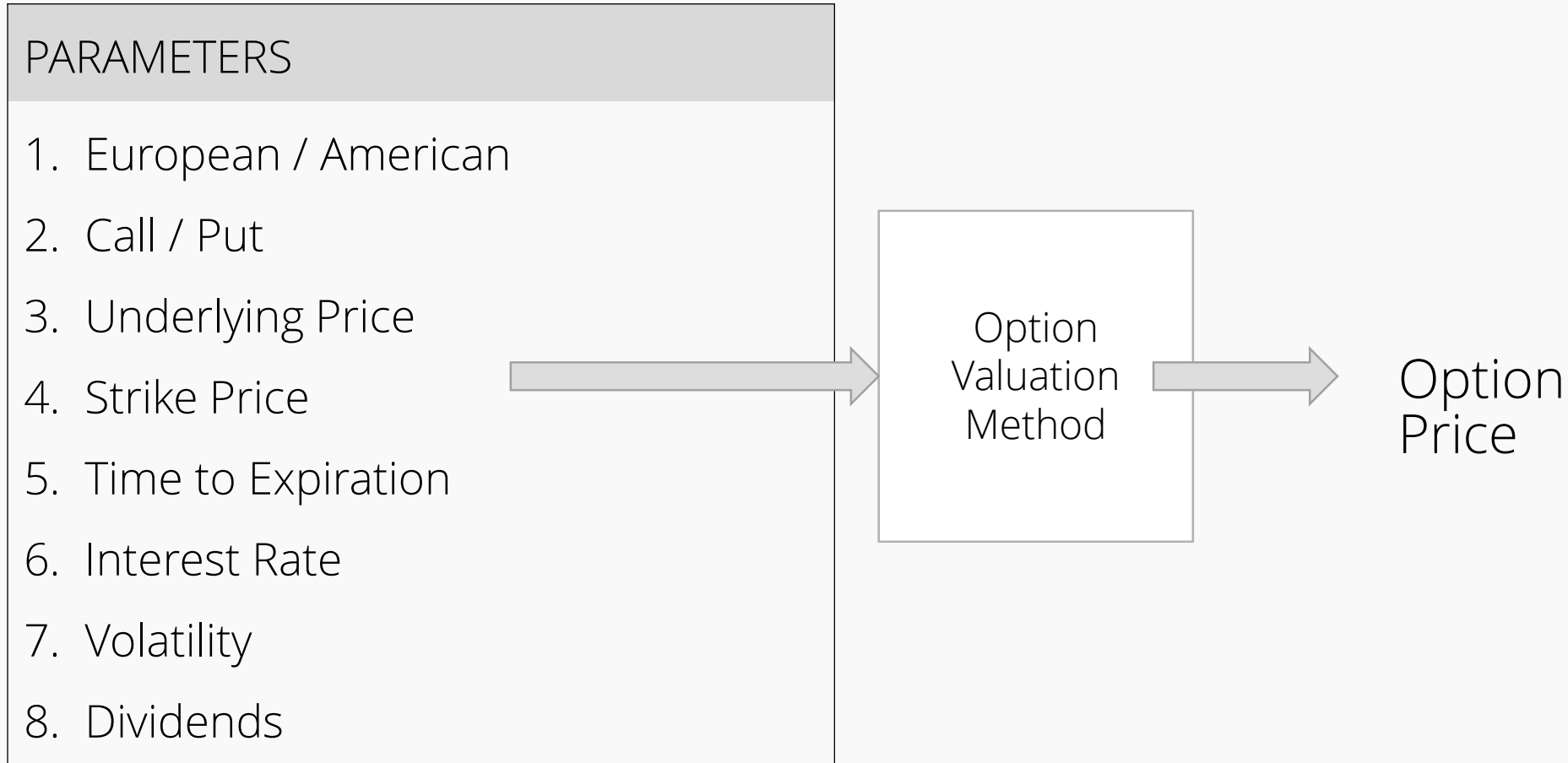


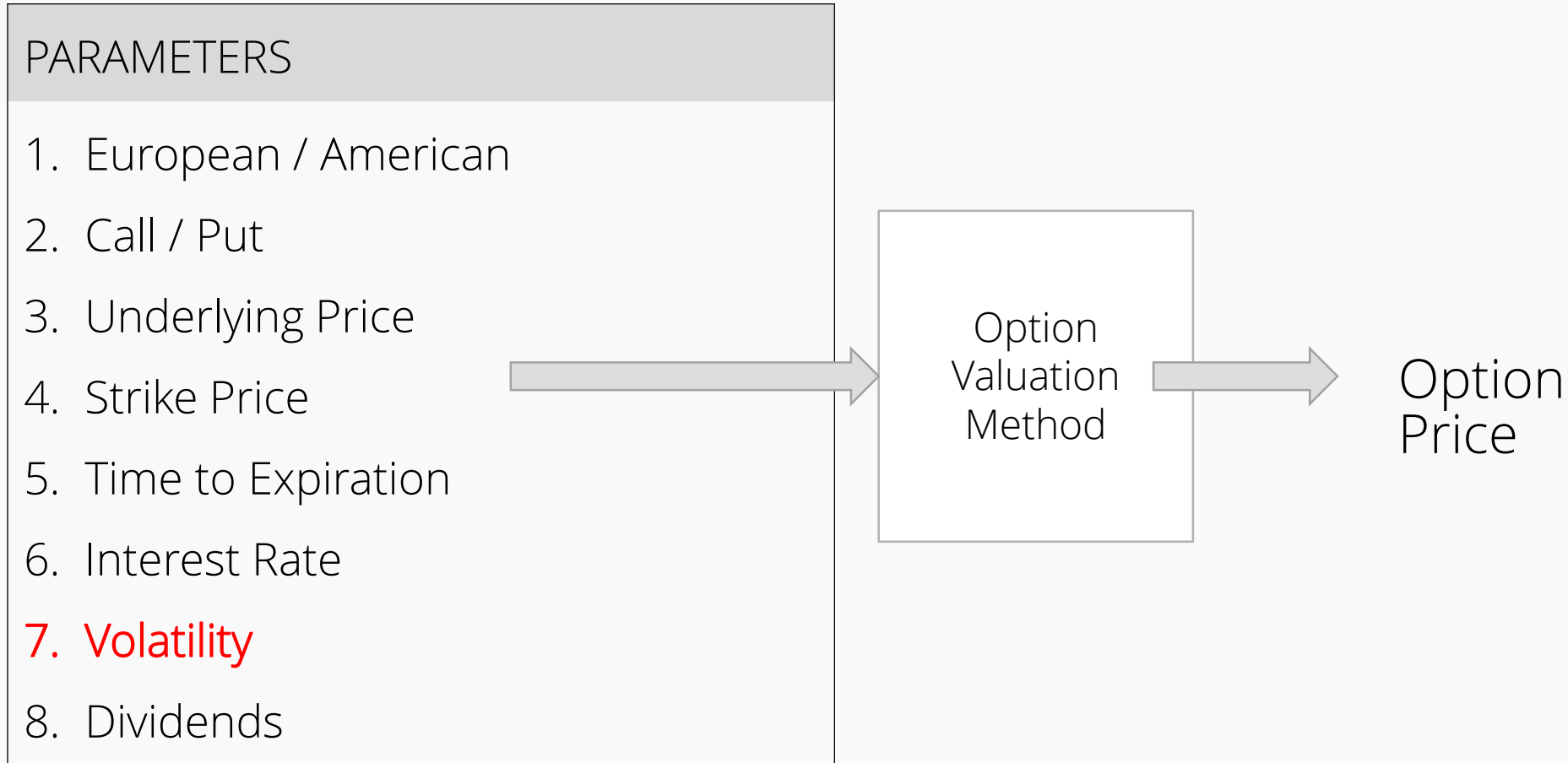
ALGORITHMIC TRADING

3 : Volatility Surface. Market Making. Delta hedge automation.

Obtaining option price

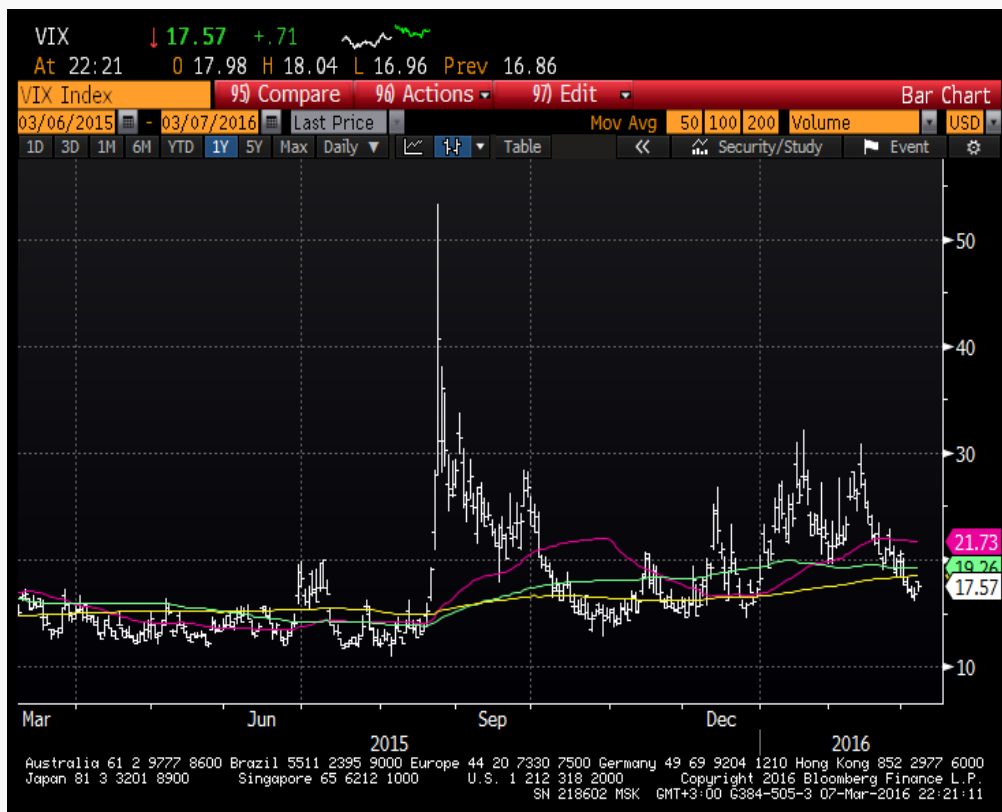


Obtaining option price



What is volatility?

Высокая волатильность



Низкая волатильность



Historical volatility

Как правило под исторической волатильностью понимается корень из выборочной дисперсии:

$$\sigma = \sqrt{\frac{Z}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2},$$

где Z – количество наблюдений в году.

Если берутся цены закрытия – это Historical Close-to-Close Volatility

Historical volatility (2)

Historical High-Low Volatility

$$\sigma = \sqrt{\frac{Z}{n \cdot 4 \ln 2} \sum_{i=1}^n \left(\ln \frac{H_i}{L_i} \right)^2}$$

предложен физиком Майклом Паркинсоном

Historical volatility (3)

Historical Open-High-Low-Close Volatility

Garman-Klass Volatility

$$\sigma = \sqrt{\frac{Z}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{2} \left(\ln \frac{H_i}{L_i} \right)^2 - (2 \ln 2 - 1) \left(\ln \frac{C_i}{O_i} \right)^2 \right)}$$

Yang & Zhang Modification

$$\sigma = \sqrt{\frac{Z}{n} \sum_{i=1}^n \left(\left(\ln \frac{O_i}{C_i - 1} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\ln \frac{H_i}{L_i} \right)^2 - (2 \ln 2 - 1) \left(\ln \frac{C_i}{O_i} \right)^2 \right)}$$

Historical volatility (4)

Historical Open-High-Low-Close Volatility

Roger Satchell Volatility

$$\sigma = \sqrt{\frac{Z}{n} \sum_{i=1}^n \left(\ln \frac{H_i}{C_i} \ln \frac{H_i}{O_i} + \ln \frac{L_i}{C_i} \ln \frac{L_i}{O_i} \right)}$$

What is volatility?

*(&^@#\$\$@#\$\$



What is volatility?

“Волатильность – отвратительное, неопределяемое понятие, которое трудно осознать и еще труднее обсуждать.

В индустрии, полной бестолковых рассуждений, волатильность, чаще всего, предмет нелепых и бесполезных разговоров”

Мартин О’Коннелл

What is volatility?

Если не брать в расчет торговлю опционами, то волатильность нужна лишь как мера сравнения «силы» изменений значения цен торгуемых активов.

Грубо говоря: волатильность актива А больше волатильности актива Б.

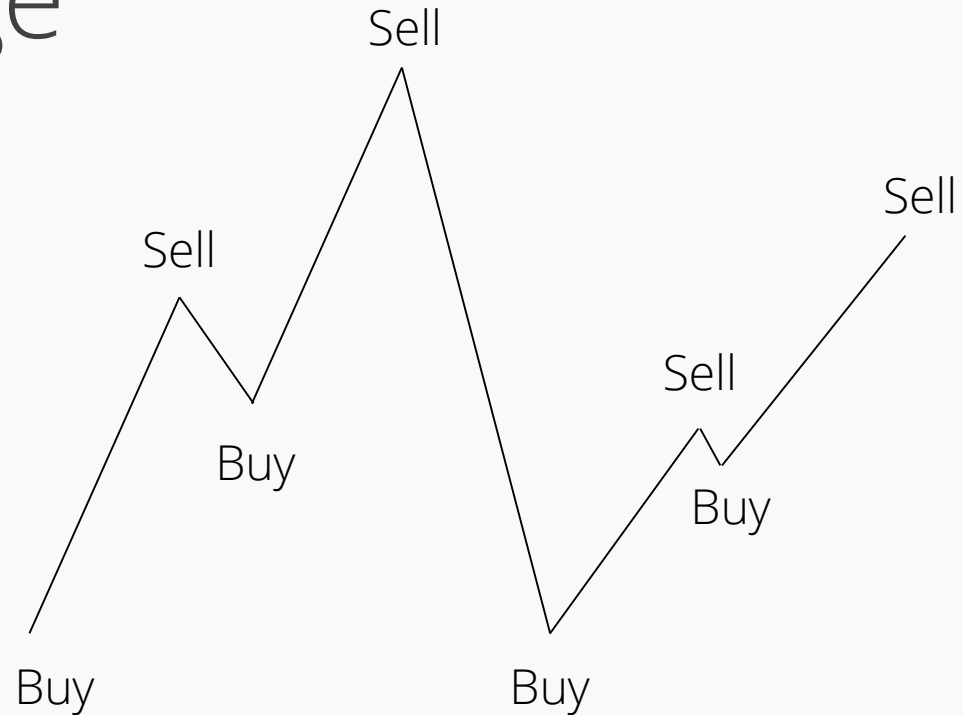
В индустрии (в основном) используется стандартное определение – корень выборочной дисперсии, это де факто, как и модель оценки Black Scholes.

Volatility and Delta Hedge

Long volatility

- Price down \longrightarrow Buy
- Price up \longrightarrow Sell

In result we have some PL,
if (PL from trades $>$ Time Decay) we have Profit
else we have Loss



Volatility and Delta Hedge (2)

What Greek is the most important one for delta hedging?



Volatility and Delta Hedge (2)

What Greek is the most important one for delta hedging?

Gamma

Volatility and Delta Hedge (3)

In most cases *Long Gamma* \rightarrow *Negative Theta* and vice versa.

So what do we want as a traders?



Volatility and Delta Hedge (3)

In most cases *Long Gamma* → *Negative Theta* and vice versa.

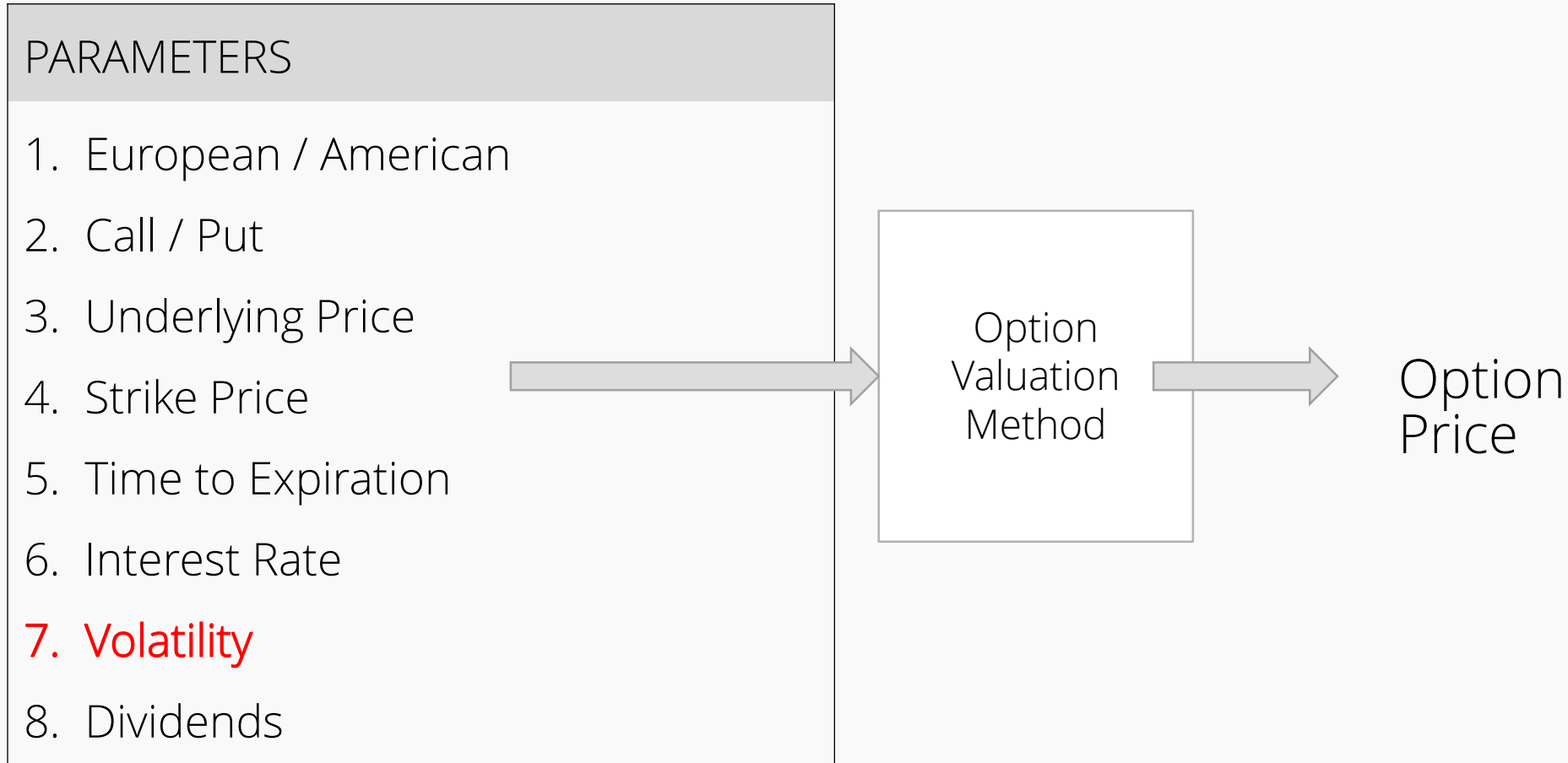
So what do we want as a traders?

- Have long gamma in *High Volatility* assets
- Have short gamma in *Low Volatility* assets

Или (терминология индустрии)

- Being **long volatility** in High Volatile assets
- Being **short volatility** in High Volatile assets

Obtaining option price

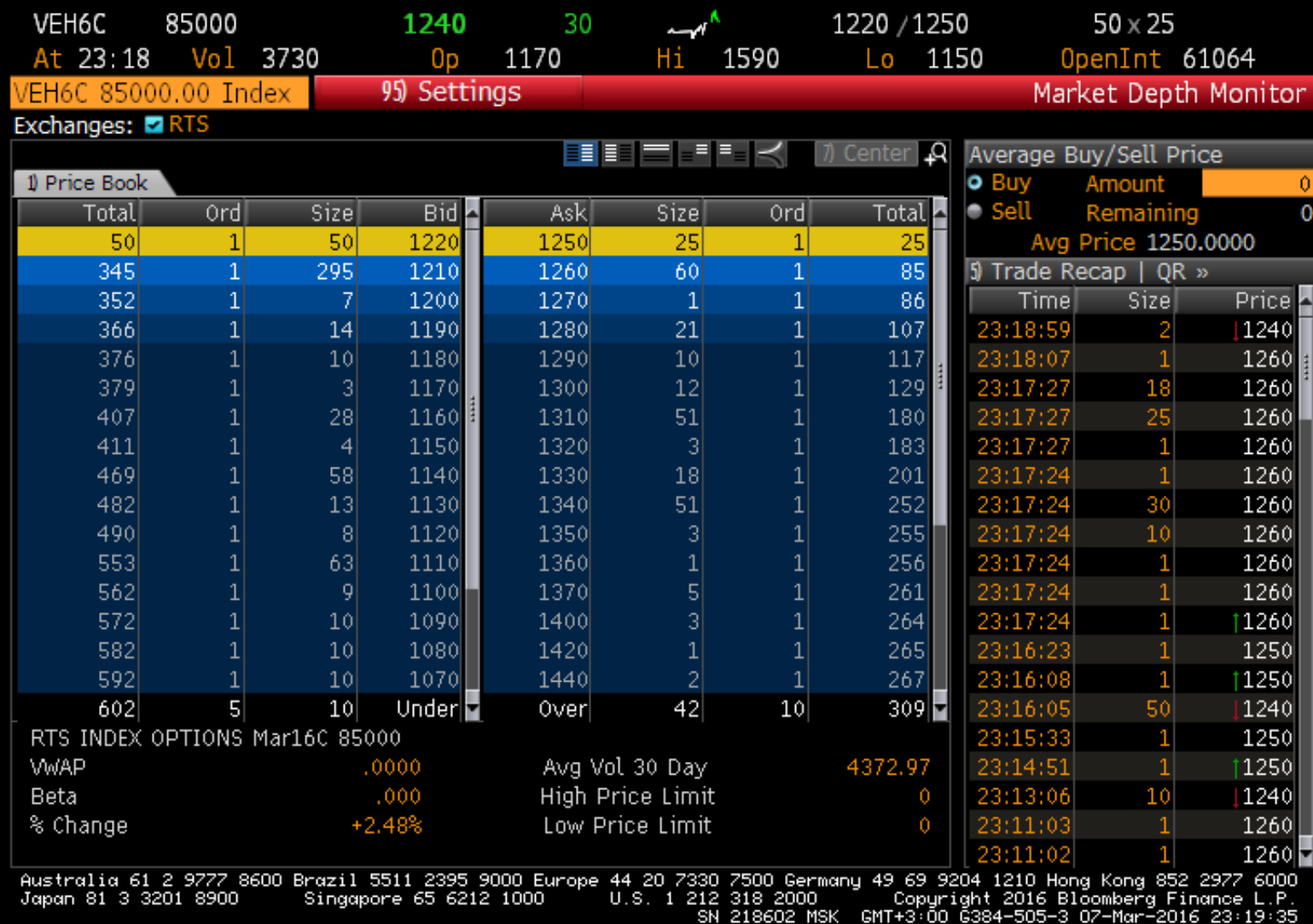


В реальности мы имеем:

1. Спецификацию «опционного биржевого контракта»
2. Цена этого контракта



Option specification



Option depth screen

В реальности мы имеем:

1. Спецификацию «опционного биржевого контракта»
2. Цена этого контракта

Мы хотим понимать, какую волатильность «подразумевает» цена опциона в стакане – тут возникает обратная задача, и новый термин:

Implied Volatility,

и тут, в отличие, от определения исторической волатильности, никаких противоречий нет.

Inverse problem: Calculating implied volatility



ESH6 ↑1988.00 -11.00 1987.75 / 1988.00 215 x 308 Prev 1999.00

At 20:08 Vol 1190216 Op 1999.00 Hi 2000.25 Lo 1977.50 OpenInt 3005808

ESH6 Index 95) Actions 97) Settings Option Monitor

S&P500 EMINI FUT Mar16 ↑1988.00 -11.00 -.5503% 1987.75 / 1988.00 Hi 2000.25 Lo 1977.50 Volm 1190215 HV 18.69

Center 1988.00 Strikes 5 Exp Mar-16 on ESH6 Exch 92) Events Calendar | EVTS »

Calc Mode

81) Center Strike 82) Calls/Puts 83) Calls 84) Puts 85) Term Structure 86) Straddle

Calls					Strike	Puts				
Ticker	IVB	Bid	Ask	IVA		Ticker	IVB	Bid	Ask	IVA
Mar-16 (11d 3/18/16); CSize 50; IDiv 2307534.38; ESH6					9	Mar-16 (11d 3/18/16); CSize 50; IDiv 2307534.38; ESH				
1) ESH6C	18.02	33.50	34.25	18.74	1970	39) ESH6P	17.99	15.75	16.00	18.42
2) ESH6C	17.81	30.25	30.75	18.32	1975	40) ESH6P	17.81	17.25	17.75	18.12
3) ESH6C	17.59	27.00	27.75	18.17	1980	41) ESH6P	17.42	19.25	19.75	18.07
4) ESH6C	17.33	24.00	24.50	17.71	1985	42) ESH6P	17.14	21.25	21.75	17.62
5) ESH6C	17.12	21.25	21.75	17.50	1990	43) ESH6P	16.92	23.25	24.00	17.60
6) ESH6C	16.77	18.50	19.00	17.25	1995	44) ESH6P	16.56	25.75	26.25	17.16
7) ESH6C	16.56	16.00	16.50	16.95	2000	45) ESH6P	16.45	28.50	28.75	16.98
8) ESH6C	16.38	13.75	14.25	16.70	2005	46) ESH6P	16.03	30.75	31.50	16.83
9) ESH6C	16.02	11.75	12.25	16.44	2010	47) ESH6P	15.61	33.50	34.75	16.65
Apr-16 (39d 4/15/16); CSize 50; ESM6 1978.25					9	Apr-16 (39d 4/15/16); CSize 50; ESM6 1978.25				
10) ESJ6C	17.05	53.00	53.75	17.40	1960	48) ESJ6P	17.04	34.75	35.25	17.20
11) ESJ6C	16.94	50.00	50.50	17.14	1965	49) ESJ6P	16.84	36.50	37.00	16.99
12) ESJ6C	16.70	46.75	47.25	16.95	1970	50) ESJ6P	16.60	38.25	39.00	16.90
13) ESJ6C	16.48	43.50	44.25	16.55	1975	51) ESJ6P	16.38	40.25	41.00	16.77
14) ESJ6C	16.11	40.50	41.25	16.36	1980	52) ESJ6P	16.17	42.25	42.75	16.41
15) ESJ6C	15.93	37.75	38.25	16.13	1985	53) ESJ6P	15.92	44.25	44.75	16.16
16) ESJ6C	15.66	34.75	35.25	15.85	1990	54) ESJ6P	15.68	46.25	47.00	15.97
17) ESJ6C	15.55	32.25	32.75	15.74	1995	55) ESJ6P	15.45	48.50	49.50	15.79
18) ESJ6C	15.33	29.50	30.00	15.53	2000	56) ESJ6P	15.22	51.00	51.75	15.52

Australia 61 2 9777 8600 Brazil 5511 2395 9000 Europe 44 20 7330 7500 Germany 49 69 9204 1210 Hong Kong 852 2977 6000

Japan 81 3 3201 8900 Singapore 65 6212 1000 U.S. 1 212 318 2000 Copyright 2016 Bloomberg Finance L.P.

SN 218602 MSK GMT+3:00 H266-5992-3 08-Mar-2016 20:08:10

Volatility Quotes for options on SPX Mini

IVB – Implied Vol Bid

IVA – Implied Vol Ask

COK6 ↑ 39.81		-1.03	39.81 / 39.82		15 x 8	Prev 40.84				
At 20:16d		Vol 274740	Op 40.71	Hi 41.48	Lo 39.63	OpenInt 477783				
COK6 Comdty		95) Actions	97) Settings	Option Monitor						
BRENT CRUDE FUTR May16		↑ 39.81	-1.03	-2.522%	39.81 / 39.82	Hi 41.48	Lo 39.63			
Center 39.81		Strikes 5	Exp May-16 on COK6	Related Products		COA Comdty				
Calc Mode										
81) Center Strike		82) Calls/Puts		83) Calls	84) Puts	85) Term Structure				
						86) Straddle				
Calls					Strike	Puts				
Ticker	IVB	Bid	Ask	IVA		Ticker	IVB	Bid	Ask	IVA
May-16 (16d 3/24/16); CSize 1000; COK6 39.81					9	May-16 (16d 3/24/16); CSize 1000; COK6 39.81				
1) COK6C	53.02	2.75	2.89	57.80	38.0	54) COK6P	54.39	.99	1.02	55.53
2) COK6C	53.39	2.45	2.56	57.18	38.5	55) COK6P	54.15	1.16	1.19	55.01
3) COK6C	53.32	2.16	2.20	54.77	39.0	56) COK6P	53.29	1.35	1.39	54.55
4) COK6C	52.85	1.88	1.93	54.39	39.5	57) COK6P	52.84	1.57	1.61	54.08
5) COK6C	52.60	1.63	1.68	54.13	40.0	58) COK6P	52.45	1.82	1.87	53.83
6) COK6C	52.38	1.40	1.45	53.78	40.5	59) COK6P	51.65	2.08	2.14	53.64
7) COK6C	52.41	1.19	1.24	53.51	41.0	60) COK6P	51.36	2.37	2.44	53.55
8) COK6C	51.91	1.01	1.06	53.29	41.5	61) COK6P	46.57	2.54	2.91	58.24
9) COK6C	51.82	.86	.90	53.17	42.0	62) COK6P		1.18	4.78	107.72
Jun-16 (49d 4/26/16); CSize 1000; COM6 40.41					9	Jun-16 (49d 4/26/16); CSize 1000; COM6 40.41				
10) COM6C	48.37	3.83	3.95	50.56	38.5	63) COM6P	48.86	1.95	2.00	49.77
11) COM6C	48.30	3.54	3.65	50.26	39.0	64) COM6P	48.48	2.15	2.20	49.37
12) COM6C	48.15	3.26	3.33	49.16	39.5	65) COM6P	48.08	2.37	2.42	49.17
13) COM6C	48.06	3.01	3.06	48.92	40.0	66) COM6P	47.97	2.60	2.67	49.02
14) COM6C	47.84	2.76	2.81	48.69	40.5	67) COM6P	47.75	2.85	2.91	48.69
15) COM6C	47.38	2.52	2.57	48.40	41.0	68) COM6P	47.55	3.12	3.17	48.40
16) COM6C	47.36	2.30	2.35	48.21	41.5	69) COM6P	47.28	3.39	3.46	48.29
17) COM6C	47.28	2.10	2.15	48.07	42.0	70) COM6P	47.04	3.69	3.75	48.14
18) COM6C	47.17	1.91	1.95	47.80	42.5	71) COM6P	46.80	3.99	4.06	48.02
Australia 61 2 9777 8600 Brazil 5511 2395 9000 Europe 44 20 7330 7500 Germany 49 69 9204 1210 Hong Kong 852 2977 6000										
Japan 81 3 3201 8900 Singapore 65 6212 1000 U.S. 1 212 318 2000 Copyright 2016 Bloomberg Finance L.P.										
SN 218602 MSK GMT+3:00 H266-5992-3 08-Mar-2016 20:26:17										

Volatility Quotes for options on BRENT Generic Futures

IVB – Implied Vol Bid

IVA – Implied Vol Ask

Why volatility is different for different options?



Where implied volatility comes from

Представим что:

1. У нас совершенный, идеальный Дельта Хедж
2. Весь рынок использует одинаковые правила для Дельта Хеджирования
3. Математические модели, лежащие в основе оценки опционов верны

Тогда:

Proceeds from Delta Hedge = Time Decay или

Realized Volatility (by Delta Hedge) = Implied Volatility

Where implied volatility comes from

Т.е. мы можем решить задачу таким образом:

1. У нас есть какие-то ожидания событий (с весами вероятности этих событий)
2. Мы предполагаем где будет находиться уровень реализованной волатильности
3. Грубо говоря приравниваем значение implied volatility уровню ожидаемой реализованной волатильности на новом уровне

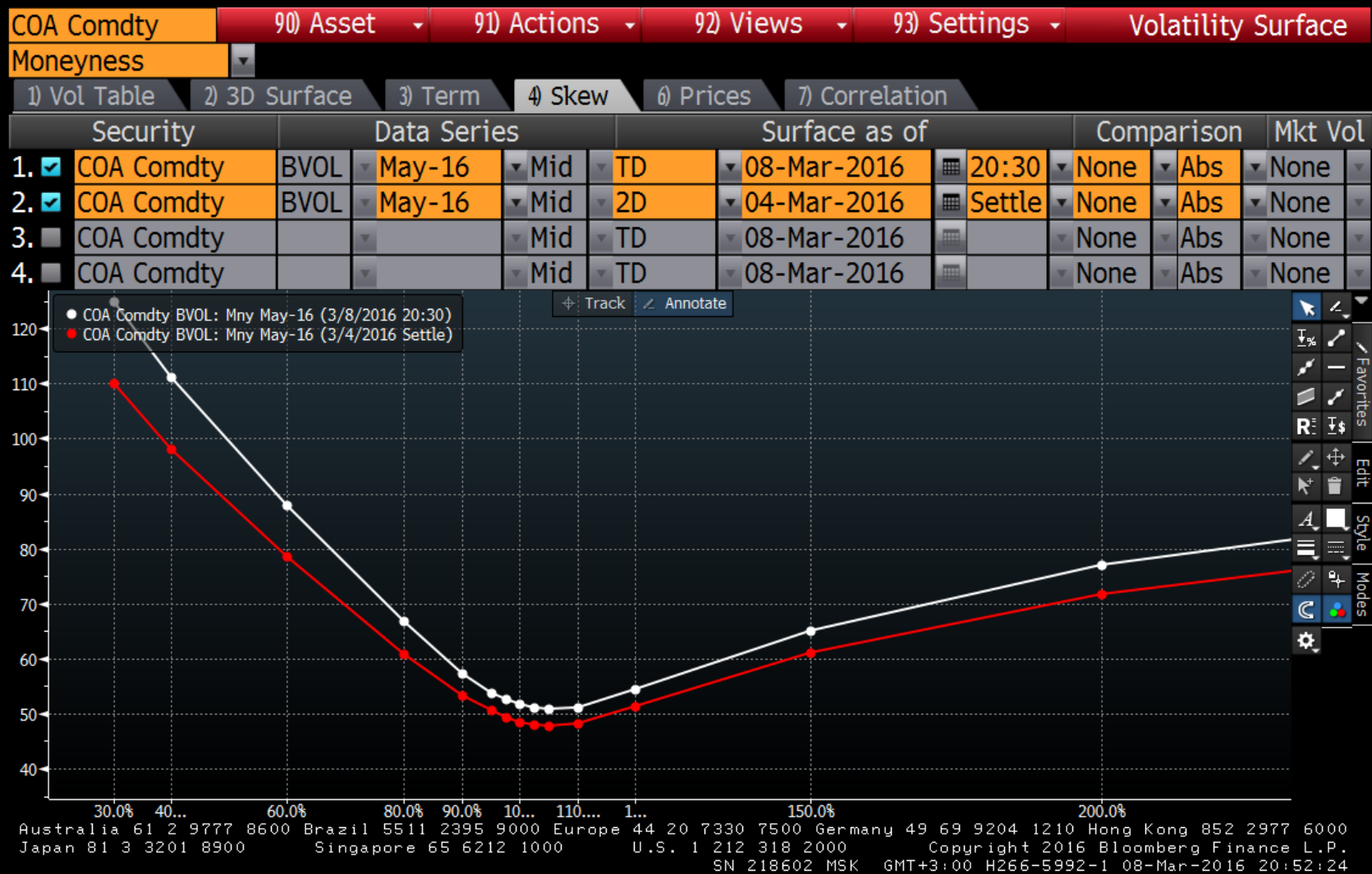
Нужно отметить, что поставить рынок по волатильности в активе, у которого нет торгуемых на бирже инструментов – абсолютно не тривиальная задача.

Volatility SKEW

- a. Как правило для инструментов, в основе которых лежат акции и commodities – имеют волатильность на нижних страйках выше волатильности на высоких страйках
- b. Для валют график волатильности, как правило, имеет форму скошенной улыбки
- c. Кривая Implied Volatilities (IV) для одного срока экспирации называется Volatility Skew (or Volatility Smile)

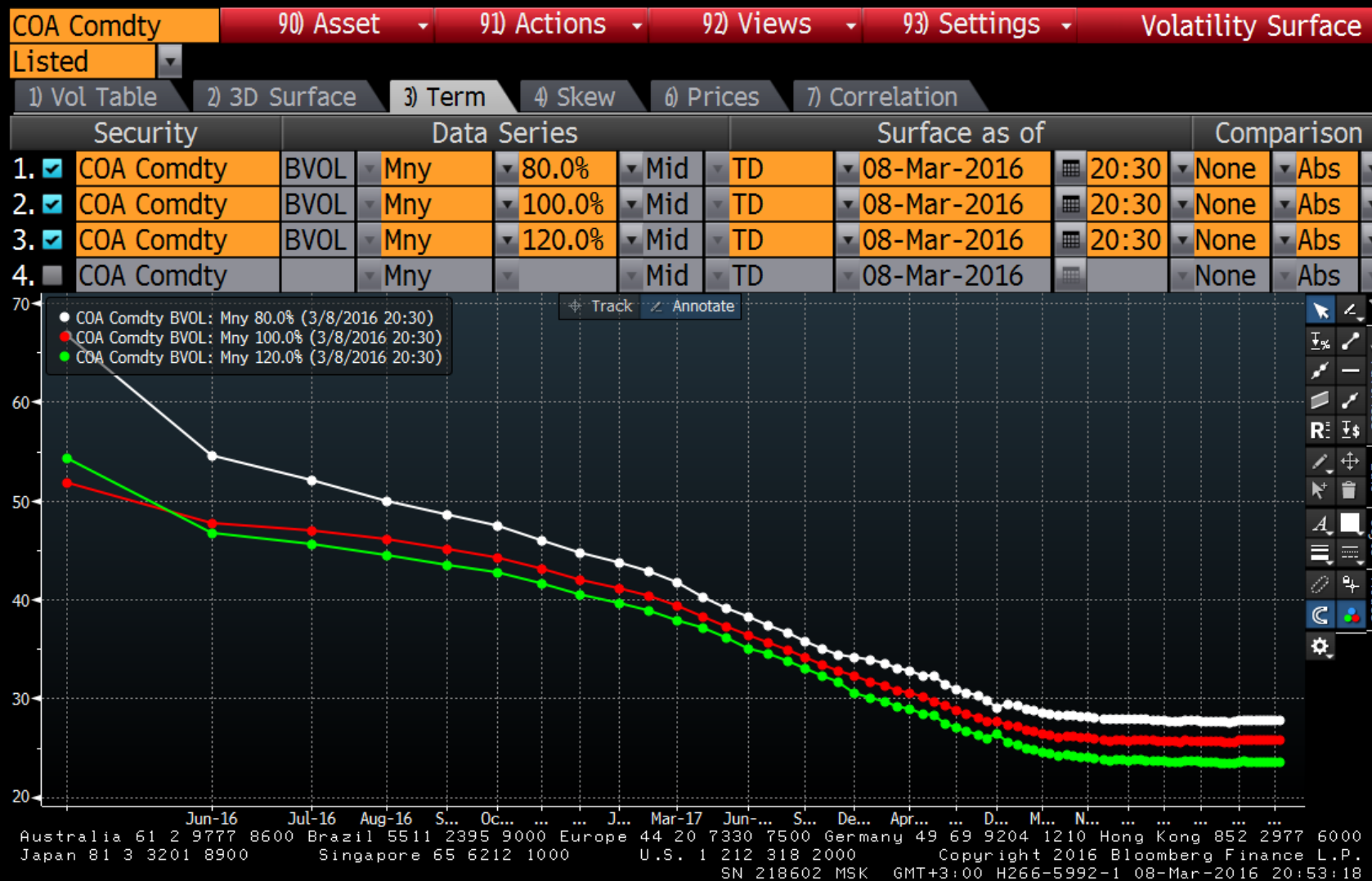
Volatility Term Structure

- a. Как правило для инструментов, в основе которых лежат акции и commodities – имеют волатильность на ближних страйках выше волатильности на дальних страйках
- b. Тем не менее часто бывает и наоборот, а также различные вариации соотношений
- c. Вектор Implied Volatilities (IV) для одного страйка и разных дат экспирации называется Volatility Term Structure



Volatility SKEW for BRENT Generic Futures

White as of 8 Mar
 Red as of 4 Mar



Volatility Term Structure for BRENTE Generic Futures

White 80% / Red 100% / Green 120%

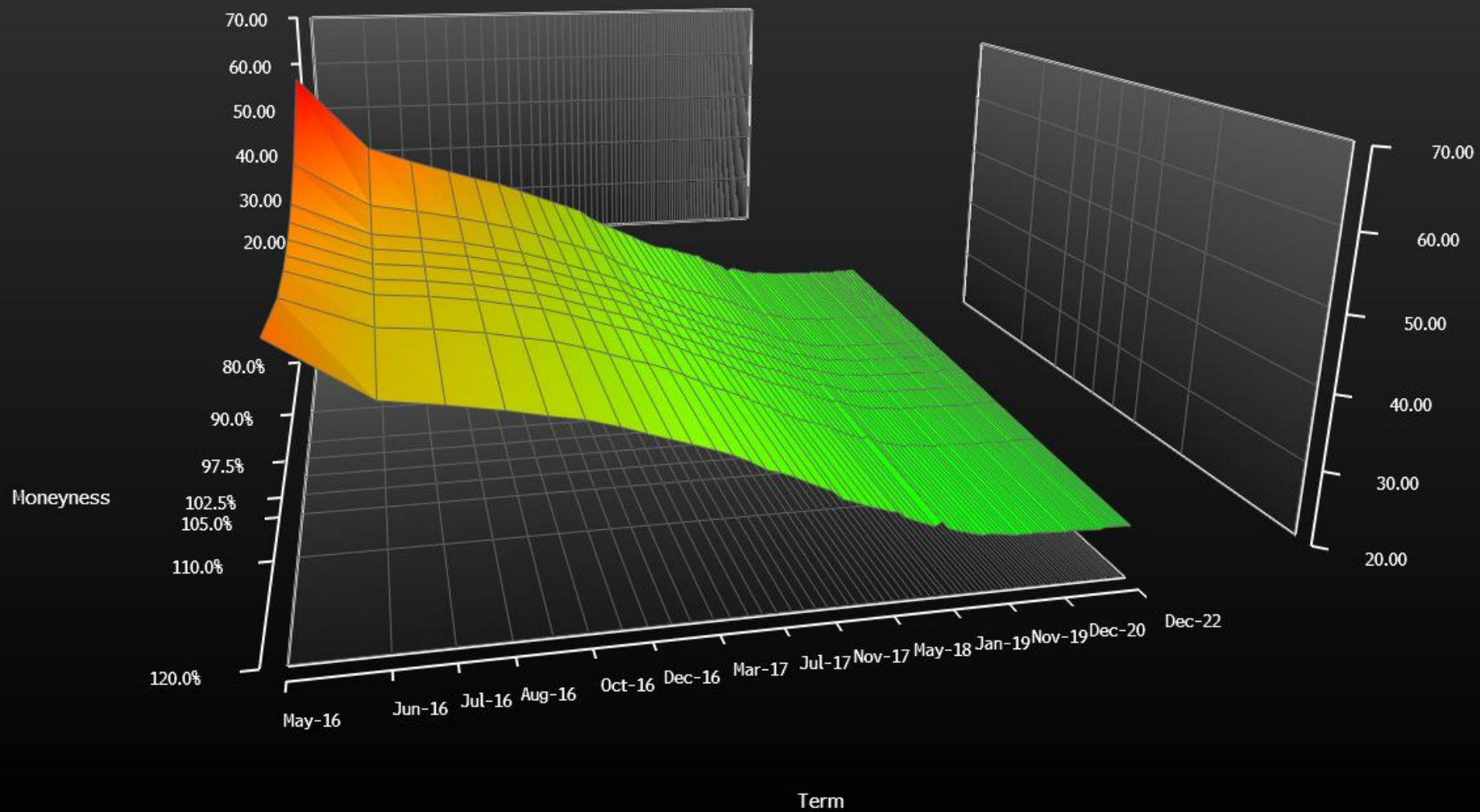
Volatility Surface

Putting Skew and Term structure together we get the most important thing in volatility trading : Volatility Surface

Click a volatility point for details

COA Comdty		90) Asset		91) Actions		92) Views		93) Settings		Volatility Surface	
BRENT CRUDE FUTR				Bloomberg		As of		< 08-Mar-2016		> 20:30	
1) Vol Table		2) 3D Surface		3) Term		4) Skew		6) Prices		7) Correlation	
Moneyiness		Listed		16) Edit		FUT		Dates		Strikes	
Spread											
Contract	Futures	80.0%	90.0%	95.0%	97.5%	100.0%	102.5%	105.0%	110.0%	120.0%	
May-16	39.94	66.78	57.24	53.85	52.68	51.81	51.20	50.87	51.04	54.34	
Jun-16	40.53	54.64	50.24	48.79	48.21	47.72	47.32	47.00	46.58	46.68	
Jul-16	41.07	52.06	49.00	47.88	47.41	47.01	46.65	46.34	45.90	45.62	
Aug-16	41.66	50.03	47.68	46.80	46.41	46.06	45.74	45.45	44.99	44.50	
Sep-16	42.21	48.56	46.56	45.78	45.43	45.09	44.79	44.51	44.06	43.52	
Oct-16	42.69	47.45	45.57	44.84	44.52	44.22	43.95	43.70	43.28	42.74	
Nov-16	43.13	46.00	44.31	43.64	43.34	43.06	42.81	42.57	42.16	41.60	
Dec-16	43.56	44.79	43.18	42.55	42.28	42.03	41.79	41.56	41.14	40.53	
Jan-17	43.93	43.72	42.27	41.65	41.36	41.09	40.84	40.61	40.19	39.60	
Feb-17	44.29	42.84	41.46	40.89	40.63	40.38	40.14	39.92	39.50	38.85	
Mar-17	44.66	41.75	40.40	39.85	39.60	39.36	39.13	38.92	38.53	37.90	
Apr-17	45.01	40.24	39.10	38.63	38.42	38.23	38.06	37.90	37.61	37.13	
May-17	45.31	39.09	38.04	37.59	37.39	37.21	37.04	36.88	36.58	36.09	
Jun-17	45.57	38.30	37.23	36.79	36.58	36.38	36.18	35.99	35.62	35.02	
Jul-17	46.85	37.45	36.46	36.03	35.83	35.65	35.47	35.30	35.00	34.51	
Aug-17	47.09	36.62	35.67	35.26	35.07	34.89	34.72	34.55	34.25	33.74	
Sep-17	47.30	35.81	34.87	34.47	34.29	34.11	33.94	33.78	33.48	32.98	
98) Legend						Zoom - 100%					
Australia 61 2 9777 8600 Brazil 5511 2395 9000 Europe 44 20 7330 7500 Germany 49 69 9204 1210 Hong Kong 852 2977 6000 Japan 81 3 3201 8900 Singapore 65 6212 1000 U.S. 1 212 318 2000 Copyright 2016 Bloomberg Finance L.P. SN 218602 MSK GMT+3:00 H266-5992-1 08-Mar-2016 20:58:28											

Mid IV Points for listed options on BRENT Generic



Vol Surface for BRENT Generic

ALGORITHMIC TRADING

3 : Volatility Surface. Market Making. Delta hedge automation.

Before we start : Back-Testing

Back-Testing – это тестирование нашей стратегии, на исторических данных.

В идеале – тиковые данные, и программная симуляция торгов, учитывающая в том числе влияние ваших котировок на другие котировки в стакане.

Market Making

There are lots of classification of Market Participants, one of them is:

MARKET MAKERS	MARKET TAKERS
Staying on Bid and on the Offer at the same time	Trading with Market Makers

Also we may look at them as:

LIQUIDITY PROVIDERS	LIQUIDITY CONSUMERS
Puts limit order in the market, and waiting while it's executed	Hits existing orders in the market

Market Making (Naïve)

Грубо говоря, в простейшем случае, у нас есть два параметра для того, чтобы котировать какой-то актив:

1. Размер спреда
2. Размер заявок

Example:

- Покажи рынок на ближний Brent 10 lots
- Текущая цена \$39.80
- Ваш ответ: \$39.75 - \$39.85 (или 75 на 85, подразумевая фигуру 39)

Вы не знаете купите вы или продадите, но знаете, что скорее всего, сможете «перекрыть» полученный риск на рынке, с небольшой прибылью. Если, при этом, в момент когда вы говорите рынок цена меняется, например на 39.74 – вы «берете на себя» убыток по этой сделке.

Market Making in Option (Naïve)

В случае котирования опционов мы котируем волатильность :

ESH6C	17.95	35.25	36.00	18.43	1970
ESH6C	17.82	32.00	32.75	18.42	1975
ESH6C	17.57	28.75	29.25	17.85	1980
ESH6C	17.39	25.75	26.25	17.78	1985
ESH6C	17.18	22.75	23.25	17.66	1990
ESH6C	16.83	20.00	20.50	17.30	1995
ESH6C	16.62	17.50	17.75	16.82	2000
ESH6C	16.35	15.00	15.50	16.67	2005
ESH6C	16.11	12.75	13.25	16.44	2010

Market Making in Option (Naïve)

То есть мы предполагаем, что (и/или):

1. Мы сможем «перекрыть» полученный риск на рынке в том же контракте
2. Мы сможем сформировать относительно нейтральный по грекам портфель опционов на этот актив (и не сильно пострадаем от Pin рисков)
3. Мы сможем перекрыть полученный риск в похожем по поведению активе по более выгодным ценам
4. Мы готовы и купить и продать по нашим ценам и делать дельта-хедж позиций до тех пор, пока не сможем более выгодно закрыть полученные позиции

Опций на порядок больше, но тем не менее давайте пока не усложнять.

Market Making in Option (Naïve)

Что мы всегда должны делать, вне зависимости от способа хеджирования полученных позиций по волатильности в результате Market Making'a?



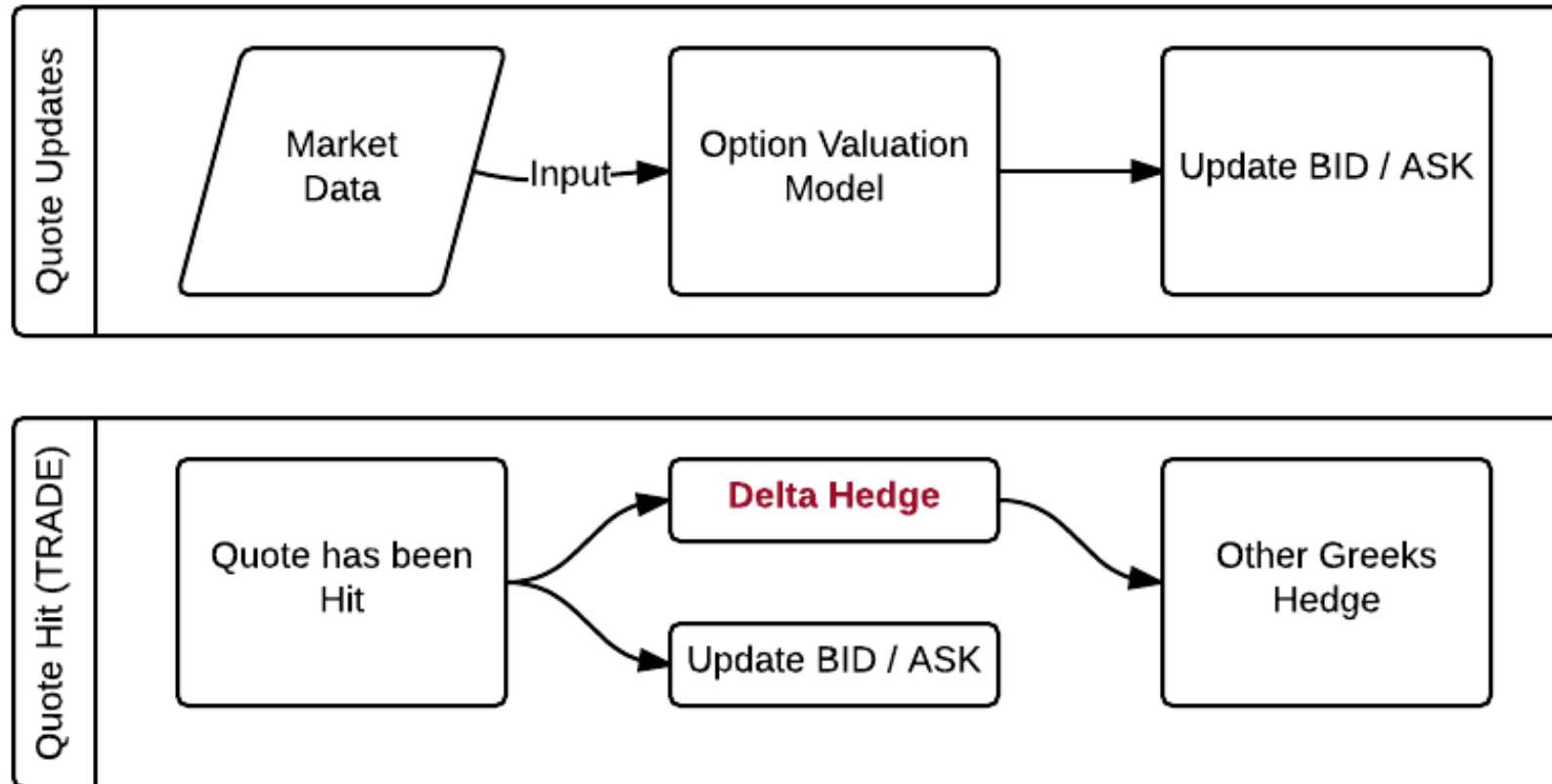
Market Making in Option (Naïve)

Что мы всегда должны делать, вне зависимости от способа хеджирования полученных позиций по волатильности в результате Market Making'a?

Delta Hedge

Market Making in Option (Naïve)

Очень грубая схема нашего процесса



Market Making in Option (Naïve)

Для того, чтобы потрогать все это руками – мы делаем следующее:

1. Берем котировки опционов, например, на фьючерс на индекс РТС
2. Считаем IV_{Bid} / IV_{Ask} , получаем $IV_{Mid} = 0.5(IV_{Bid} + IV_{Ask})$
3. Выбираем спред по волатильности, например 1.5%
4. Модель считает цены опционов для $IV_{Mid} - 0.75\%$ и $IV_{Mid} + 0.75\%$
5. Ставим котировки в стакан
6. Выбираем алгоритм обновления котировок опциона при получении новых котировок акции

и ...

Market Making in Option (Naïve)

Для того, чтобы потрогать все это руками – мы делаем следующее:

1. Берем котировки опционов, например, на фьючерс на индекс РТС
2. Считаем IV_{Bid} / IV_{Ask} , получаем $IV_{Mid} = 0.5(IV_{Bid} + IV_{Ask})$
3. Выбираем спред по волатильности, например 1.5%
4. Модель считает цены опционов для $IV_{Mid} - 0.75\%$ и $IV_{Mid} + 0.75\%$
5. Ставим котировки в стакан
6. Выбираем алгоритм обновления котировок опциона при получении новых котировок акции

и ... **ЖДЁМ** 😊

Market Making in Option (Naïve)

Для того, чтобы потрогать все это руками – мы делаем следующее:

1. Берем котировки опционов, например, на фьючерс на индекс РТС
2. Считаем IV_{Bid} / IV_{Ask} , получаем $IV_{Mid} = 0.5(IV_{Bid} + IV_{Ask})$
3. Выбираем спред по волатильности, например 1.5%
4. Модель считает цены опционов для $IV_{Mid} - 0.75\%$ и $IV_{Mid} + 0.75\%$
5. Ставим котировки в стакан
6. Выбираем алгоритм обновления котировок опциона при получении новых котировок акции

и ... **ЖДЁМ** 😊

Market Making in Option (Naïve)

После совершения сделки по нашей котировки, наши действия (одновременно):

1a. Initial Delta Hedge

1b. Vol adjust (move higher / lower), i.e. Quote Update

Затем, в нашем простом случае, мы просто будем торговать дельту портфеля:

2. Portfolio Delta Hedge

Delta Hedge Automation (Naïve)

Дельта хеджирование в конечном счете – это сделка с базовым активом, определенной количество которого мы должны купить или продать. Т.е.:

1. Initial Delta Hedge – это Buy / Sell некоторого количества базового актива
2. Portfolio Delta Hedge – это продолжительное дельта хеджирование по какому-то определенному алгоритму, например
 1. Если цена базового актива изменилась на $X\%$
 2. Каждую минуту/час/день/месяц и т.д.
 3. Любые индикаторы, какие вам больше нравятся

Delta Hedge Automation (Naïve)

So we are ready to
be Market Makers
in options ...
almost ...



**KEEP
CALM
AND
DO YOUR
HOMEWORK**