INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL
ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO

Nombre del alumno: Meza Vargas Brandon David Unidad de Aprendizaje: PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA
Número de boleta: 2020630288 Academia: Ciencias Básicas
Grupo: ____________________________________ Profesora: Elena Fabiola Ruiz Ledesma
Fecha: 6 de mayo de 2020 Segundo examen (Unidad 2 y 4).

CALIFICACIÓN EXAMEN: _________ FINAL: _________

Resuelva los siguientes problemas.

Lea detenidamente cada problema, realice los planteamientos requeridos y escriba un enunciado que exprese la respuesta a cada pregunta solicitada. Puede usar calculadora, pero no se permite el uso de celular.

Problema 1
Una empresa industrial grande compra varios procesadores de textos nuevos al final de cada año; el número exacto depende de la frecuencia de reparaciones del año anterior. Suponga que el número de procesadores de textos, *X*, que se compran cada año tiene la siguiente distribución de probabilidad:

x	0	1	2	3
f(x)	1/10	3/10	2/5	1/5

Si el costo del modelo deseado es de $1200 por unidad y al final del año la empresa obtiene un descuento de $50X^2$ dólares, ¿cuánto **espera gastar** esta empresa en nuevos procesadores de textos durante este año?

2 puntos

Problema 2 Considere la siguiente función de densidad de probabilidad conjunta de las variables aleatorias *X* y *Y*:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3x - y}{9}, & 1 < x < 3,\ 1 < y < 2, \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

a) Calcule las funciones de densidad marginal de *X* y *Y*.
b) ¿*X* y *Y* son independientes?
c) Calcule $P(X > 2)$.

Total 5 puntos

Meza Vargas Brandon David - 2CM16

Examen Segundo Departamental

1 costo = \$1200
descuento = $50x^2$

X: número de procesadores de texto

si hacemos $g(x) = 1200X - 50X^2$

Evaluamos $x = 0, 1, 2, 3$ en $g(x)$

$g(0) = 1200(0) - 50(0)^2 = 0$ $\qquad$ $g(2) = 1200(2) - 50(2)^2 = 2200$
$g(1) = 1200(1) - 50(1)^2 = 1150$ $\qquad$ $g(3) = 1200(3) - 50(3)^2 = 3150$

Calculamos el valor esperado:

$$\mu = E(g(x)) = \sum_x g(x) f(x) = \sum_0^3 (1200X - 50x^2) f(x)$$

$$\mu = (0)\left(\tfrac{1}{10}\right) + (1150)\left(\tfrac{3}{10}\right) + (2200)\left(\tfrac{2}{5}\right) + (3150)\left(\tfrac{1}{5}\right) = 0 + 345 + 880 + 630 = \underline{\$1855}$$

∴ Se espera gastar \$1855

② $f(x,y) = \begin{cases} \frac{3x-y}{9}, & 1<x<3,\ 1<y<2 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}$

a) $g(x) = \int_1^2 \frac{3x-y}{9}\, dy = \int_1^2 \frac{3x}{9} - \frac{y}{9}\, dy = \frac{1}{9}\int_1^2 3x - y\, dy = \frac{1}{9}\left(3xy - \frac{y^2}{2}\right)\Big|_1^2$

$= \left(\frac{xy}{3} - \frac{y^2}{18}\right)\Big|_1^2 = \left(\frac{x(2)}{3} - \frac{2^2}{18}\right) - \left(\frac{x}{3} - \frac{1}{18}\right) = \frac{2x}{3} - \frac{2}{9} - \frac{x}{9} + \frac{1}{18}$

$\therefore = \frac{1}{3}x - \frac{1}{6}$ para $1<x<3$

$h(y) = \int_1^3 \frac{3x-y}{9}\, dx = \frac{1}{9}\int_1^3 (3x-y)\,dx = \frac{1}{9}\left(\frac{3x^2}{2} - yx\right)\Big|_1^3 = \frac{x^2}{6} - \frac{yx}{9}\Big|_1^3$

$= \left(\frac{3^2}{6} - \frac{y(3)}{9}\right) - \left(\frac{1}{6} - \frac{y}{9}\right) = \frac{3}{2} - \frac{y}{3} - \frac{1}{6} + \frac{y}{9} = \frac{4}{3} - \frac{2}{9}y$ para $1<y<2$

b) ¿X y Y independientes?

$g(x)\,h(y) = \left(\frac{x}{3} - \frac{1}{6}\right)\left(\frac{4}{3} - \frac{2y}{9}\right) = \frac{4x}{9} - \frac{2xy}{27} - \frac{4}{18} + \frac{2y}{54}$

$f(x,y) \neq g(x)\,h(y)$ ∴ son independientes

c) $P(X>2)$

$P(2<X<3,\ 1<Y<2) = \int_2^3 \int_1^2 \frac{3x-y}{9}\, dy\, dx = \int_2^3 \left(\frac{xy}{3} - \frac{y^2}{18}\right)\Big|_1^2 dx$

$= \int_2^3 \left(\frac{2x}{3} - \frac{4}{18}\right) - \left(\frac{x}{3} - \frac{1}{18}\right) dx = \int_2^3 \frac{1}{3}x - \frac{3}{18}\, dx = \int_2^3 \frac{2x-1}{6}\, dx$

$= \frac{x^2}{6} - \frac{x}{6}\Big|_2^3 = \left(\frac{3^2}{6} - \frac{3}{6}\right) - \left(\frac{2^2}{6} - \frac{2}{6}\right) = \frac{3}{2} - \frac{3}{6} - \frac{2}{3} + \frac{2}{6} = \frac{2}{3}$

$\therefore P(X>2) = \frac{2}{3}$