



INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL

ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO



Práctica 3:

Implementación del algoritmo para convertir un AFN en AFD

Alumno:

Meza Vargas Brandon David

Grupo:

3CM13

Profesor:

Sánchez Juárez José

Índice

Objetivo.....	3
Cuestionario	3
Conclusiones.....	17

Objetivo

Implementar un procedimiento para convertir un AFN a un AFD

Cuestionario

1.- Entregar un procedimiento para convertir el AFN en AFD aplicando el algoritmo de subconjuntos

Para pasar un AFN a un AFD con el algoritmo de subconjuntos tenemos que usar dos operaciones:

- Operación cerradura épsilon: cerr-eps()
- Operación movimiento que se aplica a todo el alfabeto: mov(Estado, símbolo).

El procedimiento para convertir de un AFN a AFD es sencillo pues solo requerimos dos pasos.

1. Aplicar la operación cerr-eps() al estado inicial del autómata AFN
2. Aplicar la operación movimiento para todos los símbolos del alfabeto al estado obtenido de aplicar la operación cerradura épsilon al estado inicial del AFN. Esta operación se aplica hasta cuando ya no existe un estado nuevo.

Para que este procedimiento quede más claro veamos un ejemplo. Pasando el AFN de un identificador a su AFD.

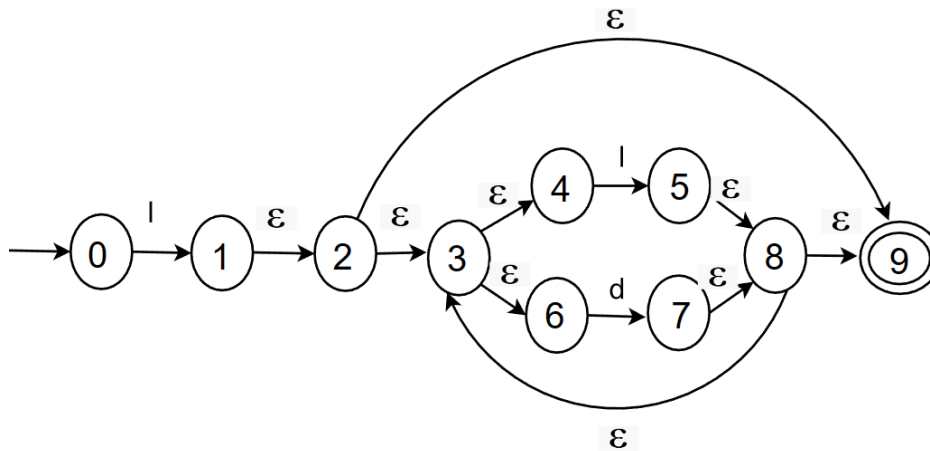


Ilustración 1. AFN de un identificador

El primer paso es aplicar la operación cerr-eps al estado inicial, y a este conjunto lo etiquetaremos como q_0 .

$$\text{Cerr-eps}(\{0\}) = \{0\} = q_0$$

Ahora aplicaremos la operación movimiento considerando el siguiente alfabeto

$$\Sigma = \{l, d\}$$

Teniendo nuestro alfabeto hacemos la operación al estado q_0 .

$$\text{Mov}(q_0, l) = \{1\}$$

A este conjunto de estados se le aplica la operación $\text{cerr-eps}(q_0, 1)$, de esta manera tenemos:

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_0, l)) = \text{cerr-eps}(\{1\}) = \{1, 2, 3, 4, 6, 9\} = q_1$$

Ahora lo haremos para el otro estado:

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_0, d)) = \text{cerr-eps}(\{\emptyset\}) = \{\emptyset\}$$

Ahora aplicaremos las mismas operaciones para el nuevo estado q_1

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_1, l)) = \text{cerr-eps}\{5\} = \{5, 8, 3, 4, 6, 9\} = q_2$$

Ahora con el símbolo d

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_1, d)) = \text{cerr-eps}(\{7\}) = \{7, 8, 3, 4, 6, 9\} = q_3$$

Ahora lo haremos con q_2

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_2, l)) = \text{cerr-eps}(\{5\}) = \{5, 8, 3, 4, 6, 9\} = q_2$$

Para el símbolo d :

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_2, d)) = \text{cerr-eps}(\{7\}) = \{7, 8, 3, 4, 6, 9\} = q_3$$

Ahora para el estado q_3

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_3, l)) = \text{cerr-eps}(\{5\}) = \{5, 8, 3, 4, 6, 9\} = q_2$$

Ahora para el símbolo d :

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_3, d)) = \text{cerr-eps}(\{7\}) = \{7, 8, 3, 4, 6, 9\} = q_3$$

Como no hay estados nuevos hemos finalizado, ya solo tenemos que crear nuestro AFD con los estados resultantes, resultando en el siguiente AFD.

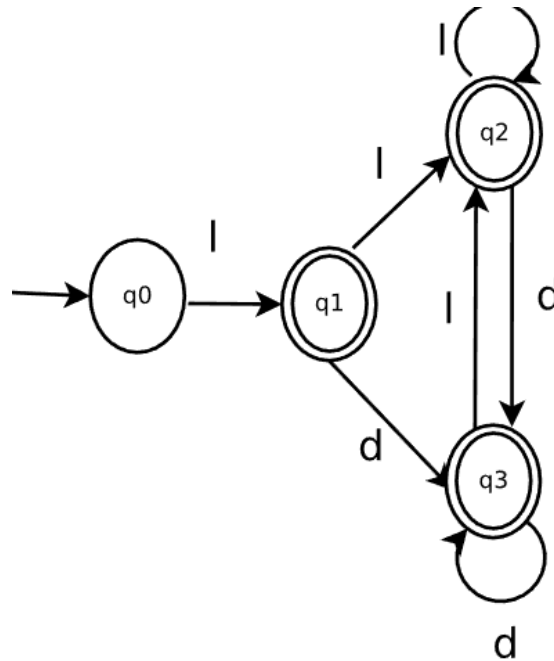




Ilustración 2. AFD


2.- Entregar un procedimiento para convertir el AFN en AFD aplicando el árbol de análisis sintáctico


Este procedimiento se utiliza para pasar de una ER a un AFD mínimo. Aquí tenemos que considerar los siguientes tipos de nodos.

TIPOS DE NODOS

Nodo concatenación que se representa con 

Nodo alternativa que se representa con 

Nodo cerradura de Kleene se representa con 

Nodo cerradura positiva se representa con 

Los nodos hoja representan los símbolos del alfabeto.



Ilustración 3. Tipos de nodos

De igual forma tenemos que considerar las siguientes reglas para la aplicación de las funciones.

Función anulable(). Es **true** para un nodo **n** de un árbol de análisis sintáctico y si y solamente si la subexpresión representada por **n** tiene ϵ en su lenguaje. Esto es, la

subexpresión se puede hacer nula o cadena vacía, aunque hay muchas otras cadenas que pueden representarse también. Es necesario conocer qué nodos son las raíces de las subexpresiones que generan lenguajes que incluyen la cadena vacía. A dichos nodos se les denomina anulables, y la función **anulable(n)** se define como **true** si el nodo **n** es anulable, y **false** en caso contrario.

Etiquetación de las hojas n. Si la hoja **n** está etiquetada con el carácter vacío ϵ , la función **anulable(n)** es **true**. O si la hoja **n** está etiquetada con la posición **i** entonces la función **anulable(n)** es **false**. La función **anulable** también se aplica a las operaciones de: Concatenación, Alternativa y cerradura.

La función anulable(n) para la concatenación (nodo-cat). Se aplica a cada una de las alternativas la función **anulable(a)** y **anulable(b)**. **La función primerapos().** Es **if anulable(n) then primerapos(n1) U primerapos(n2) else primerapos(n1).** **La función ultimapos().** Es **if anulable(n) then ultimapos(n1) U ultimapos(n2) else ultimapos(n1).**

La función anulable(n) para la alternativa (nodo-o). Se aplica a cada una de las alternativas la función **anulable()**. Y se aplica **anulable(a)** or **anulable(b)**. **La función primerapos().** Es **primerapos(a) U primerapos(b).** **La función ultimapos().** Es **ultimapos(a) U ultimapos(b).**

La función anulable(n) para la cerradura de Kleene (nodo-ast). Se aplica de manera directa ya que para la cerradura es **true**. **La función primerapos().** Es **primerapos(n).** **La función ultimapos().** Es **ultimapos(n).**

La función anulable(n) para la cerradura positiva (nodo-posi). Se aplica de manera directa a su hijo que puede ser **true** o **false**. **La función primerapos().** Es **primerapos(n).** **La función ultimapos().** Es **ultimapos(n).**

La función anulable(n) para la interrogación (nodo-inte). Se aplica de manera directa es **true**. **La función primerapos().** Es **primerapos(n).** **La función ultimapos().** Es **ultimapos(n).**

Función primerapos(). La que proporciona el conjunto de posiciones que pueden concordar con el primer símbolo de una cadena generada por la subexpresión con raíz en **n**.

Función siguienteptos(). Es el conjunto de posiciones **j** tales que hay alguna cadena de entrada **cd** tal que **i** corresponde a la aparición de **c** y **j** a la aparición de **d**.

Función últimapos(). La que proporciona el conjunto de posiciones que pueden concordar con el último símbolo en esa cadena.

Árbol de análisis sintáctico. Este árbol presenta en cada uno de sus nodos el símbolo no terminal, de tal manera que se presenta la sintaxis de la gramática. Considerando lo anterior el procedimiento de este algoritmo es el siguiente.

1. Aumentar la expresión regular escribiendo el símbolo # al final de la ER
2. Se terminan los tipos de nodos que contiene la expresión regular
3. Se construye su árbol de análisis enumerando los nodos hoja de izquierda a derecha.
4. Se calculan las funciones detalladas anteriormente, para esto nos podemos ayudar de la siguiente tabla.

Nodo	anulable()	primerapos()	ultimapos()
n es un nodo hoja etiquetado con ϵ	true	Φ	Φ
n es un nodo hoja etiquetado con la posición i	false	{i}	{i}
nodo-o con hijos hI y hD	anulable(hI) OR anulable(hD)	primerapos(hI) U primerapos(hD)	ultimapos(hI) U ultimapos(hD)
nodo-cat con hijos hI y hD	anulable(hI) AND anulable(hD)	if anulable(hI) then primerapos(hI) U primerapos(hD) else primerapos(hI)	if anulable(hD) then ultimapos(hI) U ultimapos(hD) else ultimapos(hD)
nodo-ast con hijo h	true	primerapos(hI)	ultimapos(hI)
nodo-posi con hijo h	anulable(hI)	primerapos(hI)	ultimapos(hI)
nodo-int con hijo h	true	primerapos(hI)	ultimapos(hI)

5. Los conjuntos obtenidos de primerapos() se escriben a la izquierda del nodo, los conjuntos obtenidos de ultimapos() se escriben a la derecha del nodo
6. Aplicar la operación transición con todo el vocabulario
7. Se crea el AFD a partir de la tabla generada con las operación transición.

2.- Aplicar los procedimientos de las preguntas 1 y 2 al siguiente código de entrada para obtener un AFD

```

if(a < b)
    return a + b;
else
    return a - b;

```

Para la realización del ejercicio se tomará la expresión regular **if(a<b)** a partir de esta obtendremos su AFN y con los algoritmos de las preguntas 1 y 2 obtendremos el AFD

Obteniendo el AFN

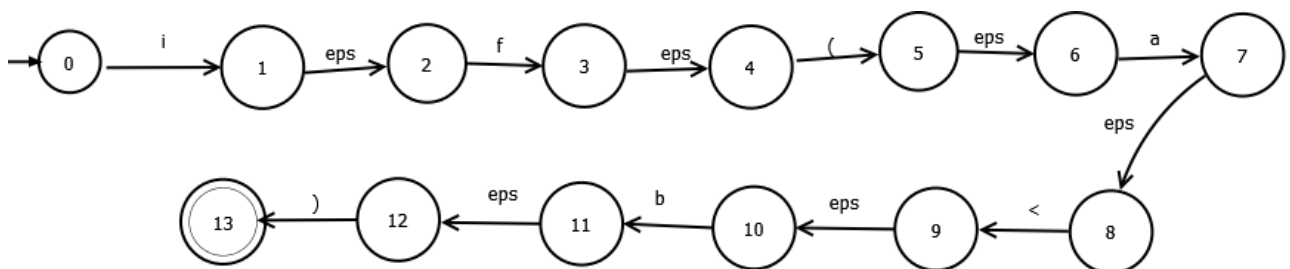


Ilustración 4. AFN

Algoritmo de subconjuntos

El primer paso es aplicar la operación cerr-eps al estado inicial, y a este conjunto lo etiquetaremos como q_0 .

$$\text{Cerr-eps}(\{0\}) = \{0\} = q_0$$

Ahora aplicaremos la operación movimiento considerando el siguiente alfabeto

$$\Sigma = \{i, f, (, a, <, b,)\}$$

Teniendo nuestro alfabeto hacemos la operación al estado q_0 .

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_0, i)) = \text{cerr-eps}(\{1\}) = \{2\} = q_1$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_0, f)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_0, ()) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_0, a)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_0, <)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_0, b)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_0,))) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

Ahora aplicaremos las mismas operaciones para el nuevo estado q_1 y el alfabeto

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_1, i)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_1, f)) = \text{cerr-eps}\{3\} = \{3, 4\} = q_2$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_1, ()) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_1, a)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_1, <)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_1, b)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_1,))) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

Ahora aplicaremos las mismas operaciones para el nuevo estado q_2 y el alfabeto

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_2, i)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_2, f)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_2, ()) = \text{cerr-eps}\{5\} = \{5, 6\} = q_3$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_2, a)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_2, <)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_2, b)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_2,)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

Ahora aplicaremos las mismas operaciones para el nuevo estado q_3 y el alfabeto

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_3,i)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_3,f)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_3,)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_3,a)) = \text{cerr-eps}\{7\} = \{7, 8\} = q_4$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_3,<)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_3,b)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_3,)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

Ahora aplicaremos las mismas operaciones para el nuevo estado q_4 y el alfabeto

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_4,i)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_4,f)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_4,)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_4,a)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_4,<)) = \text{cerr-eps}\{9\} = \{9,10\} = q_5$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_4,b)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_4,)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

Ahora aplicaremos las mismas operaciones para el nuevo estado q_5 y el alfabeto

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_5,i)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_5,f)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_5,)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_5,a)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_5,<)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_5,b)) = \text{cerr-eps}\{11\} = \{11, 12\} = q_6$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q_5,)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

Ahora aplicaremos las mismas operaciones para el nuevo estado q6 y el alfabeto

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q6,i)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q6,f)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q6,)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q6,a)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q6,<)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q6,b)) = \text{cerr-eps}\{\emptyset\} = \{\emptyset\}$$

$$\text{Cerr-eps}(\text{mov}(q6,))) = \text{cerr-eps}\{13\} = \{13\} = q7$$

Formando el AFD queda.

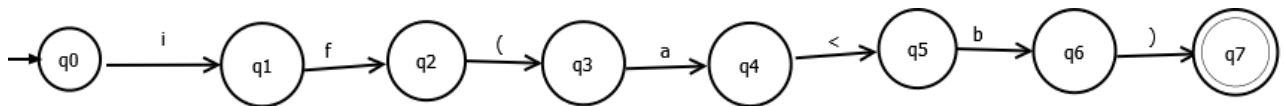


Ilustración 5. AFD

Método del árbol

Primero aumentamos la ER

If(a<b)#

Creando árbol

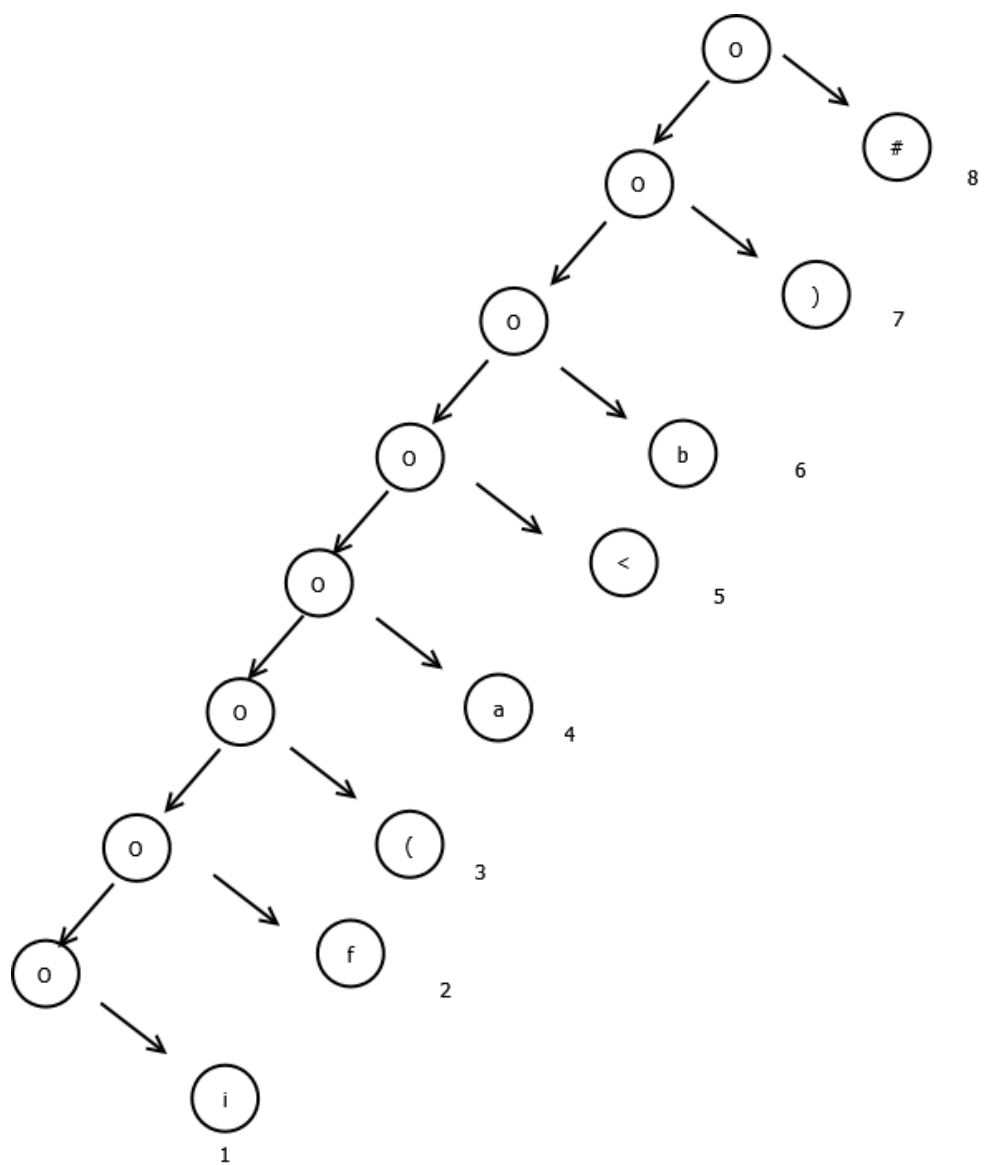


Ilustración 6. Árbol

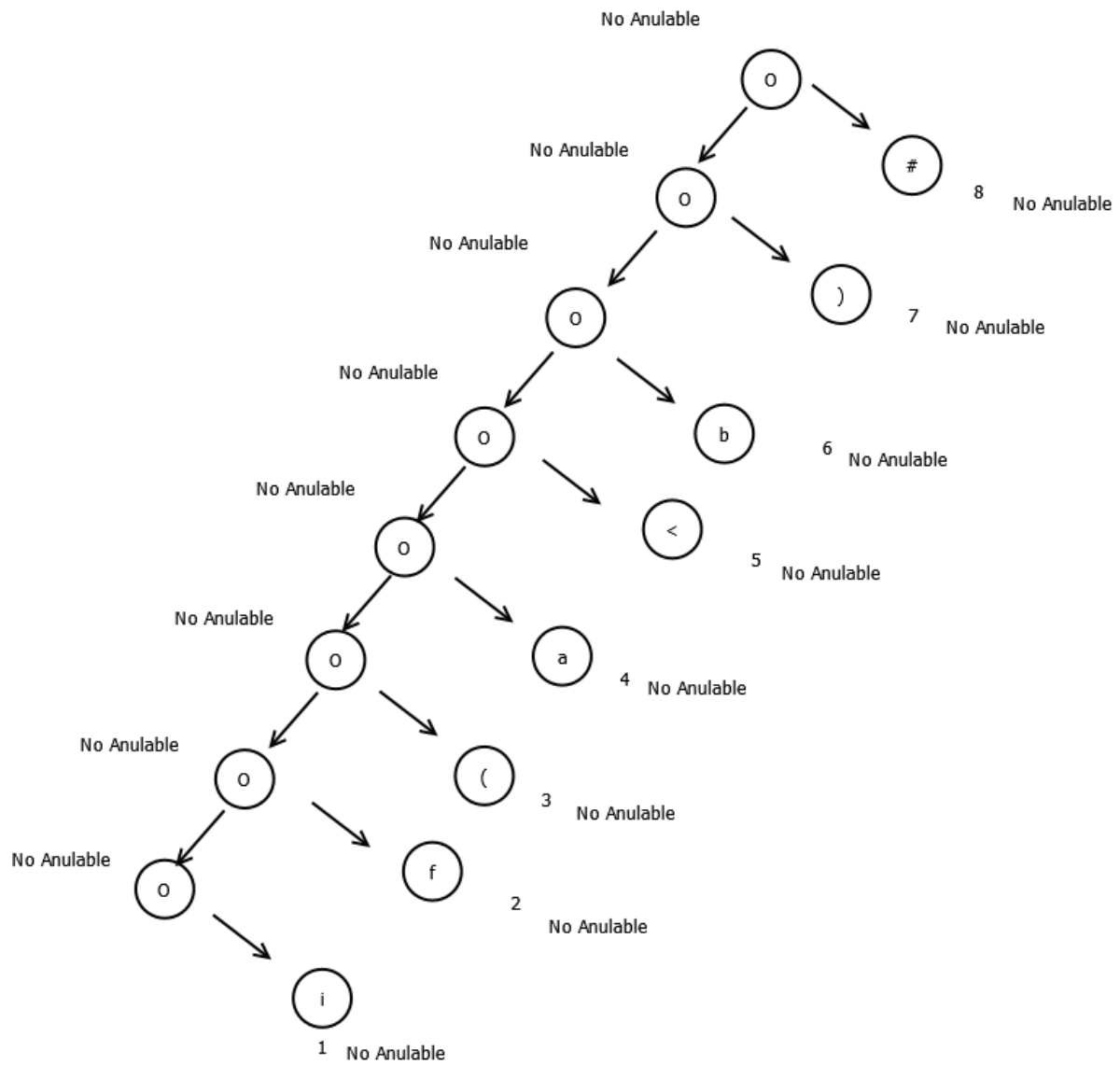


Ilustración 7. Anulable()

Calculando primera y última posición

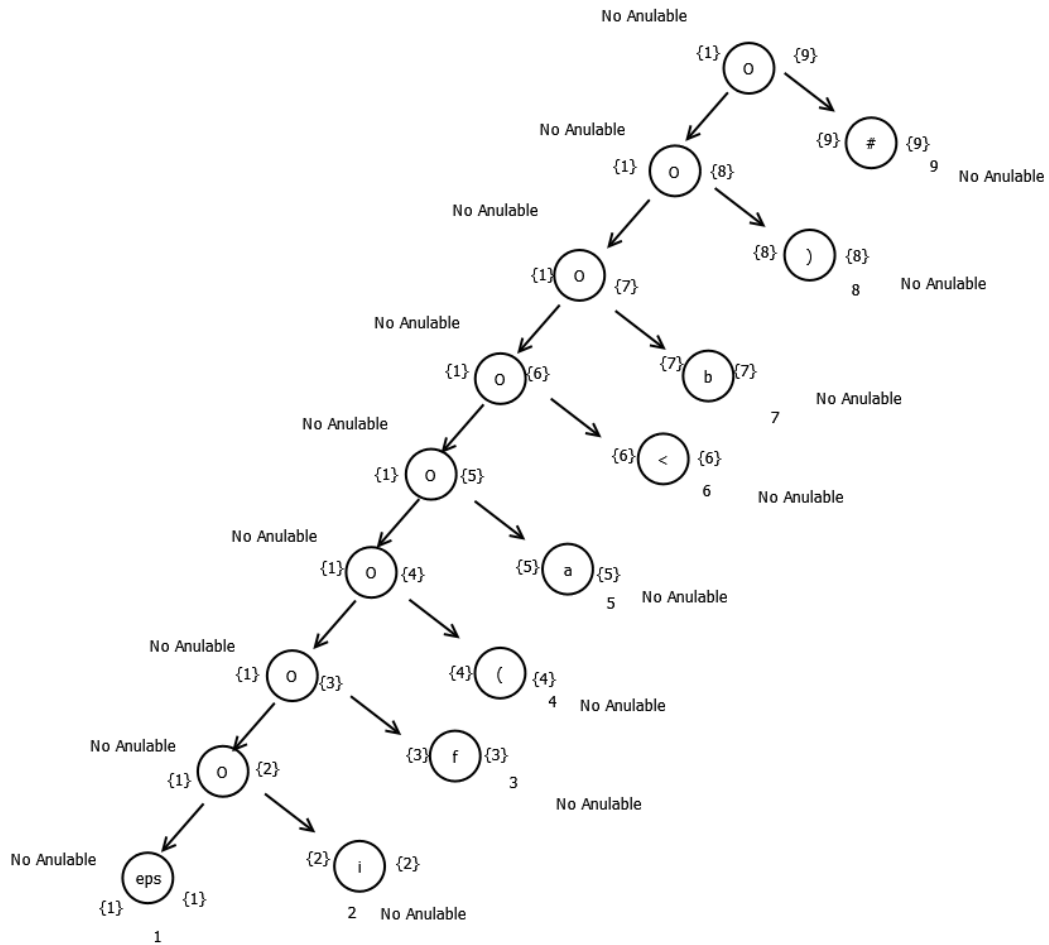


Ilustración 8. Calculando primera y última posición

Obteniendo siguiente posición

Nodo i	Siguiente pos
1	{2}
2	{3}
3	{4}
4	{5}
5	{6}
6	{7}
7	{8}
8	{9}
9	{10}
10	-

Calculando estados

$$\text{Primerapos(raíz)} = \{2\} = q_0$$

Obteniendo tran y tranD de todo el vocabulario

$\text{Tran}[q_0, i] = \{2\}$
 $\text{tranD}[q_0, i] = \text{siguientepos}(2) = \{3\} = q_1$
 $\text{Tran}[q_0, f] = \{ \emptyset \}$
 $\text{Tran}[q_0, ()] = \{\emptyset\}$
 $\text{Tran}[q_0, a] = \{\emptyset\}$
 $\text{Tran}[q_0, <] = \{\emptyset\}$
 $\text{Tran}[q_0, b] = \{\emptyset\}$
 $\text{Tran}[q_0,)] = \{\emptyset\}$

Con q_1 :

$\text{Tran}[q_1, i] = \{\emptyset\}$
 $\text{Tran}[q_1, f] = \{3\}$
 $\text{tranD}[q_1, f] = \text{siguientepos}(3) = \{4\} = q_2$
 $\text{Tran}[q_1, ()] = \{4\}$
 $\text{Tran}[q_1, a] = \{\emptyset\}$
 $\text{Tran}[q_1, <] = \{\emptyset\}$
 $\text{Tran}[q_1, b] = \{\emptyset\}$
 $\text{Tran}[q_1,)] = \{\emptyset\}$

Con q_2 :

$\text{Tran}[q_2, i] = \{\emptyset\}$
 $\text{Tran}[q_2, f] = \{\emptyset\}$
 $\text{Tran}[q_2, ()] = \{ \emptyset \}$
 $\text{tranD}[q_2, ()] = \text{siguientepos}(4) = \{5\} = q_3$
 $\text{Tran}[q_2, a] = \{ \emptyset \}$
 $\text{Tran}[q_2, <] = \{\emptyset\}$
 $\text{Tran}[q_2, b] = \{\emptyset\}$
 $\text{Tran}[q_2,)] = \{\emptyset\}$

Con q_3 :

$$\text{Tran}[q3,i] = \{\emptyset\}$$

$$\text{Tran}[q3,f] = \{\emptyset\}$$

$$\text{Tran}[q3,(] = \{\emptyset\}$$

$$\text{Tran}[q3,a] = \{5\}$$

$$\text{tranD}[q3,a] = \text{siguientepos}(5) = \{6\} = q4$$

$$\text{Tran}[q3,<] = \{\emptyset\}$$

$$\text{Tran}[q3,b] = \{\emptyset\}$$

$$\text{Tran}[q3,)] = \{\emptyset\}$$

Con q4:

$$\text{Tran}[q4,i] = \{\emptyset\}$$

$$\text{Tran}[q4,f] = \{\emptyset\}$$

$$\text{Tran}[q4,(] = \{\emptyset\}$$

$$\text{Tran}[q4,a] = \{\emptyset\}$$

$$\text{Tran}[q4,<] = \{6\}$$

$$\text{tranD}[q4,<] = \text{siguientepos}(6) = \{7\} = q5$$

$$\text{Tran}[q4,b] = \{\emptyset\}$$

$$\text{Tran}[q4,)] = \{\emptyset\}$$

Con q5:

$$\text{Tran}[q5,i] = \{\emptyset\}$$

$$\text{Tran}[q5,f] = \{\emptyset\}$$

$$\text{Tran}[q5,(] = \{\emptyset\}$$

$$\text{Tran}[q5,a] = \{\emptyset\}$$

$$\text{Tran}[q5,<] = \{\emptyset\}$$

$$\text{Tran}[q5,b] = \{7\}$$

$$\text{tranD}[q5,b] = \text{siguientepos}(7) = \{8\} = q6$$

$$\text{Tran}[q5,)] = \{\emptyset\}$$

Con q6:

$\text{Tran}[q7,i] = \{\emptyset\}$

$\text{Tran}[q7,f] = \{\emptyset\}$

$\text{Tran}[q7,(] = \{\emptyset\}$

$\text{Tran}[q7,a] = \{\emptyset\}$

$\text{Tran}[q7,<] = \{\emptyset\}$

$\text{Tran}[q7,b] = \{\emptyset\}$

$\text{Tran}[q7,)] = \{8\}$

$\text{tranD}[q5,)] = \text{siguientepos}(8) = \{9\} = q7$

Obteniendo el AFD mínimo

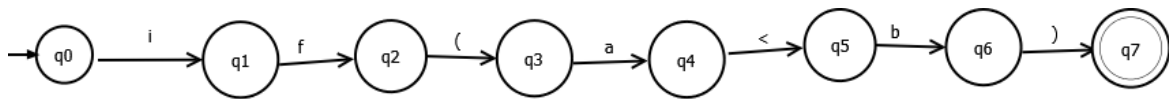


Ilustración 9. AFD método árbol

Conclusiones

Gracias a esta práctica y el ejercicio que venía de transformar una AFN a AFD pude comprender de mejor manera como funciona este método, además de aplicar otro método que es el del árbol para convertir una ER a un AFD, debo decir que este último es más largo y un poco más complicado que el algoritmo de subconjuntos, sin embargo al final se logró resolver el objetivo de la práctica sin mayores complicaciones.