Análisis y Diseño de Algoritmos

Práctica Calificada 2 | Semestre 2020-1

1. (6 puntos) Demuestre las siguientes propiedades: Sean las funciones $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$ se cumple lo siguiente:

   a) $\mathcal{O}(f(n)) \subset \mathcal{O}(g(n)) \leftrightarrow f(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \land g(n) \notin \mathcal{O}(f(n))$

   b) $\mathcal{O}(f(n)) = \mathcal{O}(g(n)) \leftrightarrow f(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \land g(n) \in \mathcal{O}(f(n))$

   c) $f(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \land g(n) \in \mathcal{O}(h(n)) \to f(n) \in \mathcal{O}(h(n))$

   d) $f(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \land f(n) \in \mathcal{O}(h(n)) \to f(n) \in \mathcal{O}(min(g(n), h(n)))$

   e) $f_1(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \land f_2(n) \in \mathcal{O}(h(n)) \to f_1(n) + f_2(n) \in \mathcal{O}(max(g(n), h(n)))$

   f) $f_1(n) \in \mathcal{O}(g(n)) \land f_2(n) \in \mathcal{O}(h(n)) \to f_1(n) \cdot f_2(n) \in \mathcal{O}(g(n) \cdot h(n))$

2. (4 puntos) Demuestre las siguientes propiedades Sean las funciones $f, g : \mathbb{N} \to \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$

   a) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{f(n)}{g(n)} = k \neq 0 \to \mathcal{O}(f(n)) = \mathcal{O}(g(n))$.

   b) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{f(n)}{g(n)} = \infty \to \mathcal{O}(g(n)) \subset \mathcal{O}(f(n))$.

3. (6 puntos) Diseñe la solución de los siguientes problemas aplicando recursividad y determine la complejidad de los siguientes algoritmos de ordenamiento:

   - Las torres de Hanoi.
   - Recorrer los nodo de un árbol binario de búsqueda.
   - Máximo común divisor.

4. (4 puntos) Dada la siguiente función recursiva:

   $int\ Rec3\ (int\ n)\{$
   $\quad if(n <= 1)$
   $\qquad return(1);$
   $\quad else$
   $\qquad return(Rec3(n-1) + Rec3(n-1));$
   $\}$

   determine su complejidad.