Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Лабораторная работа № 3

Дисциплина Методы вычислений

Тема Метод парабол

Вариант №2

Студент Брянская Е.В.

Группа ИУ7-21М

Оценка (баллы) ______________

Преподаватель Власов П.А.

Москва.
2023 г.

Цель работы: изучение метода парабол для решения задачи одномерной оптимизации.

Содержание работы

1. реализовать метод парабол в сочетании с методом золотого сечения в виде программы на ЭВМ;
2. провести решение задачи
$$\begin{cases} f(x) \to min \\ x \in [a, b] \end{cases}$$
для данных индивидуального варианта;
3. организовать вывод на экран графика целевой функции, найденной точки минимума $(x^*,\ f(x^*))$ и последовательности отрезков $[x_{1,i}, x_{3,i}]$, содержащих точку искомого минимума (для последовательности отрезков следует предусмотреть возможность «отключения» вывода её на экран).

Целевая функция *f(x)*	***[a, b]***
$\cos\left(x^5 - x + 3 + 2^{\frac{1}{3}}\right) + arctg\left(\frac{x^3 - 5\sqrt{2}x - 4}{\sqrt{6}x + \sqrt{3}}\right) + 1.8$	*[0, 1]*

Общая идея метода заключается в том, что целевая функция аппроксимируется квадратичной функцией, точку минимума которой можно найти аналитически. При этом точка минимума аппроксимирующей функции принимается в качестве приближения точки минимума исходной целевой функции.

Выбираются пробные точки x_1, x_2, x_3 внутри рассматриваемого интервала [a, b], так что:

1. $x_1 < x_2 < x_3$ (*)
2. $f(x_1) \geq f(x_2) \leq f(x_3)$, где по крайней мере одно неравенство является строгим.

В силу унимодальности целевой функции можно утверждать, что точка минимума x*, как и x_2 удовлетворяет условию x* ∈ $[x_1, x_3]$.

В методе парабол в качестве аппроксимирующей функции используется квадратичная. Она проходит через точки $(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2)), (x_3, f(x_3))$.

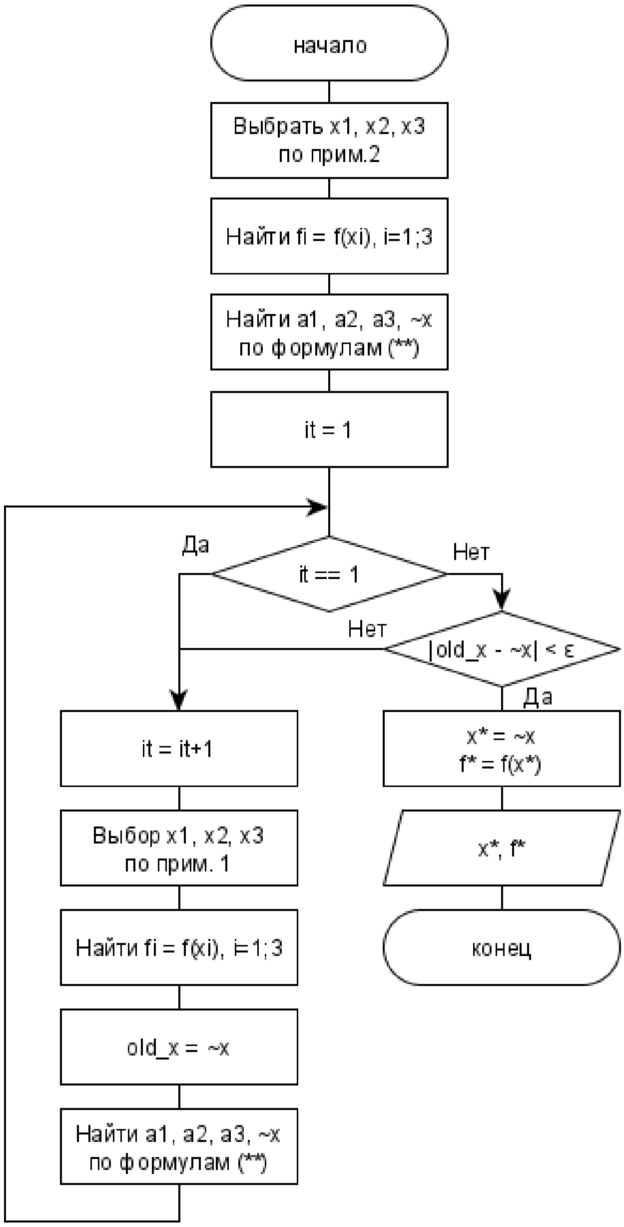
Уравнение параболы:

$$g(x) = a_0 + a_1(x - x_1) + a_2(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\begin{cases} a_0 = f_1, \\ a_1 = \dfrac{f_2 - f_1}{x_2 - x_1} \\ a_2 = \dfrac{1}{x_3 - x_2}\left[\dfrac{f_3 - f_1}{x_3 - x_1} - \dfrac{f_2 - f_1}{x_2 - x_1}\right] \\ \sim x = \dfrac{1}{2}\left[x_1 + x_2 - \dfrac{a_1}{a_2}\right] \end{cases} \qquad (**)$$

Прим.1: В качестве $x_1' x_2', x_3'$ на следующей итерации используются точки, принадлежащие оставшемуся отрезку, и точка x_2 или $\sim x$, которая оказалась внутри.

Прим.2: Изначально точки x_1, x_2, x_3 выбираются при помощи метода золотого сечения. Делается несколько итераций, пока две пробные точки и одна из граничных не начнут удовлетворять



Текст программы представлен на Листинге 1

Листинг 1

```
function lab03()
   clc();
   debugFlg = 1;
   delayS = 0.8;
   a = 0;
   b = 1;
   eps = 1e-6;

   fplot(@f, [a, b]);
   hold on;
   pause(3);
   parabolic_method(a, b, eps, debugFlg, delayS);
end

function parabolic_method(a, b, eps, debugFlg, delayS)
   tau = (sqrt(5)-1) / 2;
   l = b - a;

   x1 = b - tau*l;
   x2 = a + tau*l;
   f1 = f(x1);
   f2 = f(x2);

   fprintf('Golden ratio method (looking for initial points x1, x2, x3)\n');
   i = 0;
   if debugFlg
      fprintf('Iteration %2d:\t [a, b] = [%.10f, %.10f], f(a) = %.10f, f(b) = %.10f\n', i, a, b, f(a), f(b));
      line([a b], [f(a) f(b)], 'color', 'b');
      hold on;
   end
   while l > 2*eps
      i = i + 1;
      if debugFlg
         line([a b], [f(a) f(b)], 'color', 'b');
         hold on;
      end
      if f1 <= f2
         b = x2;
         l = b - a;
         new_x = b - tau*l;
         new_f = f(new_x);
         if f1 <= new_f
           x3 = x2;     f3 = f2;
           x2 = x1;     f2 = f1;
           x1 = new_x;  f1 = new_f;
           break;
         end

         x2 = x1;        f2 = f1;
         x1 = new_x;     f1 = new_f;
      else
         a = x1;
         l = b - a;

         new_x = a + tau*l;
         new_f = f(new_x);

         if f2 <= new_f
```

```
            x1 = a;
            x3 = new_x; f3 = new_f;
            break;
        end

        x1 = x2;      f1 = f2;
        x2 = new_x;    f2 = new_f;
    end
    if debugFlg
        fprintf('Iteration %2d:\t [a, b] = [%.10f, %.10f], f(a) = %.10f, f(b) = %.10f\n', i, a, b, f(a), f(b));
        line([a b], [f(a) f(b)], 'color', 'r');
        hold on;
        pause(delayS);
    end
end

if debugFlg
    fprintf('Found points x1, x2, x3: %.10f, %.10f, %.10f\n', x1, x2, x3);
    scatter(x1, f1, 'green', 'filled');
    scatter(x2, f2, 'green', 'filled');
    scatter(x3, f3, 'green', 'filled');
    line([x1 x3], [f1 f3], 'color', 'b');
    hold on;
    pause(delayS*2);
end

fprintf('Parabolic method\n');

a1 = (f2 - f1) / (x2 - x1);
a2 = ((f3 - f1)/(x3 - x1) - (f2 - f1)/(x2 - x1)) / (x3 - x2);
x_ = 1 / 2 * (x1 + x2 - a1/a2);
f_ = f(x_);

for i = 1:1000
    old_x_ = x_;
    if x_ > x2
        x1 = x2; f1 = f2;
        x2 = x_; f2 = f_;
    else
        x3 = x2; f3 = f2;
        x2 = x_; f2 = f_;
    end

    if debugFlg
        fprintf('Iteration %2d:\t [x1, x3] = [%.10f, %.10f], f(x1) = %.10f, f(x3) = %.10f\n', i, x1, x3, f1, f3);
        fprintf('Current min point: x=%.10f, f(x)=%.10f\n', x_, f_);
        line([x1 x3], [f1 f3], 'color', 'b');
        hold on;
        pause(delayS);
    end

    a1 = (f2 - f1) / (x2 - x1);
    a2 = ((f3 - f1)/(x3 - x1) - (f2 - f1)/(x2 - x1)) / (x3 - x2);
    x_ = 1 / 2 * (x1 + x2 - a1/a2);
    f_ = f(x_);

    if abs(old_x_ - x_) <= eps
        break
    end
end
x_res = x_; f_res = f_;
```

```
    if debugFlg
        scatter(x_res, f_res, 'r', 'filled');
        fprintf('Final result after %2d iterations: x=%.10f, f(x)=%.10f\n', i, x_res, f_res);
    end
end

function y = f(x)
    y = cos(power(x,5) - x + 3 + power(2, 1/3)) + atan((power(x,3) - 5 * sqrt(2)*x - 4) / (sqrt(6)*x + sqrt(3))) + 1.8;
end
```

Результаты расчетов для задачи из индивидуального варианта.

№ п/п	ε	N	x^*	$f(x^*)$
1	0.01	6	0.6626400573	-0.2251325465
2	0.0001	9	0.6639224611	-0.2251354835
3	0.000001	13	0.6639622119	-0.2251354862