



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

Лабораторная работа № 4

Дисциплина Методы вычислений

Тема Метод Ньютона

Вариант №2

Студент Брянская Е.В.

Группа ИУ7-21М

Оценка (баллы) \_\_\_\_\_

Преподаватель Власов П.А.

Москва.  
2023 г.

**Цель работы:** изучение метода Ньютона для решения задачи одномерной оптимизации.

### Содержание работы

1. реализовать модифицированный метод Ньютона с конечно-разностной аппроксимацией производных в виде программы на ЭВМ;
2. провести решение задачи

$$\begin{cases} f(x) \rightarrow \min \\ x \in [a, b] \end{cases}$$

для данных индивидуального варианта;

3. организовать вывод на экран графика целевой функции, найденной точки минимума  $(x^*, f(x^*))$  и последовательности отрезков  $(x_i, f(x_i))$ , аппроксимирующих точку искомого минимума (для последовательности точек следует предусмотреть возможность «отключения» вывода её на экран).
4. провести решение задачи с использованием стандартной функции `fminbnd` пакета MatLAB.

| Целевая функция $f(x)$  | $[a, b]$ |
|---|----------|
| $\cos\left(x^5 - x + 3 + 2^{\frac{1}{3}}\right) + \arctg\left(\frac{x^3 - 5\sqrt{2}x - 4}{\sqrt{6}x + \sqrt{3}}\right) + 1.8$ | $[0, 1]$ |

Основная идея метода Ньютона: за очередное приближение корня уравнения принимается точка пересечения с осью ОХ касательной к графику функции в точке, отвечающей текущему приближению.

Расчётное соотношение имеет вид:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{g(x_i)}{g'(x_i)}$$

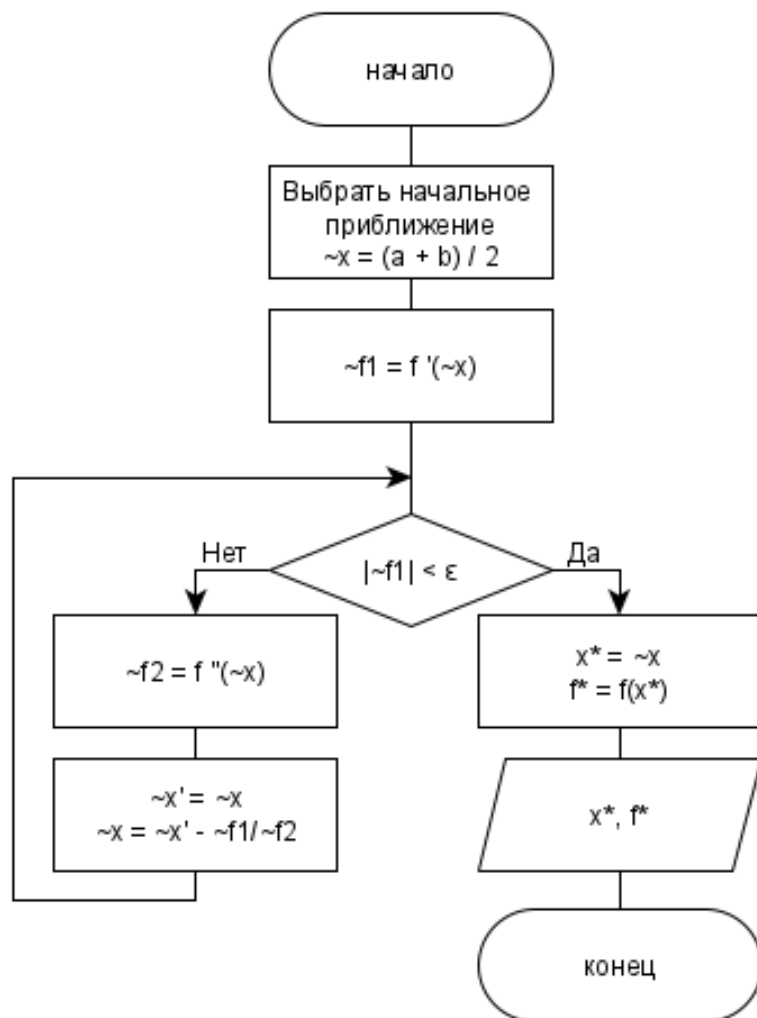
Необходимо реализовать модифицированный метод Ньютона, использующий конечно-разностные аппроксимации вместо первой и второй производных:

$$f'(x_i) \approx \frac{f(x_i + h) - f(x_i - h)}{2h}$$

$$f''(x_i) \approx \frac{f(x_i + h) - 2f(x_i) + f(x_i - h)}{h^2}$$

где  $h$  – достаточно малая величина.

Условие окончания итераций:  $\begin{cases} |x_{i+1} - x_i| < \varepsilon, \\ |g(x_i)| < \varepsilon \end{cases}$



Текст программы представлен на Листинге 1

Листинг 1

```

function lab04()
    clc();

    debugFlg = 1;
    delayS = 0.8;
    a = 0;
    b = 1;
    eps = 1e-6;
    h = 1e-4;

    fplot(@f, [a, b]);
    hold on;

    pause(3);
    modified_newton_method(a, b, eps, h, debugFlg, delayS);
end

function modified_newton_method(a, b, h, eps, debugFlg, delayS)
    x = (a + b) / 2;

    i = 1;
  
```

```

while 1
    f_inc = f(x + h);
    f_dec = f(x - h);
    f_x = f(x);

    f1 = (f_inc - f_dec) / (2 * h);

    if debugFlg
        fprintf('№ %2d:\t x = %.10f, f(x) = %.10f, f\'(x) = %.10f \n', i, x,
f_x, f1);
        plot(x, f_x, 'xk');
        hold on;
        pause(delayS);
    end

    if abs(f1) < eps
        break;
    end

    f2 = (f_inc - 2 * f_x + f_dec) / (h^2);
    x_temp = x;
    x = x_temp - f1 / f2;

    i = i + 1;
end

x_star = x;
f_star = f_x;

if debugFlg
    fprintf('RESULT: %2d iterations: x=%.10f, f(x)=%.10f\n', i, x_star,
f_star);
    scatter(x_star, f_star, 'r', 'filled');
end

function y = f(x)
    y = cos(power(x,5) - x + 3 + power(2, 1/3)) + atan((power(x,3) - 5 * sqrt(2)*x
- 4) / (sqrt(6)*x + sqrt(3))) + 1.8;
end

```

### Результаты расчетов для задачи из индивидуального варианта.

| № п/п | $\varepsilon$ | N  | $x^*$        | $f(x^*)$      |
|-------|---------------|----|--------------|---------------|
| 1     | 0.01          | 15 | 0.6638926825 | -0.2251354780 |
| 2     | 0.0001        | 15 | 0.6639626114 | -0.2251354862 |
| 3     | 0.000001      | 15 | 0.6639626185 | -0.2251354862 |

**Обобщающая таблица (для  $\varepsilon = 1e-6$ )**

| № п/п | Метод                       | N  | $x^*$        | $f(x^*)$      |
|-------|-----------------------------|----|--------------|---------------|
| 1     | Поразрядного поиска         | 47 | 0.6639623642 | -0.2251354862 |
| 2     | Золотого сечения            | 30 | 0.6639624766 | -0.2251354862 |
| 3     | Парабол                     | 13 | 0.6639622119 | -0.2251354862 |
| 4     | Ньютона<br>модифицированный | 15 | 0.6639626185 | -0.2251354862 |
| 5     | Функция fminbnd             | 9  | 0.6639606791 | -0.2251354862 |