МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНОМУ УНІВЕРСИТЕТІ “ЛЬВІВСЬКА ПОЛІТЕХНІКА”

Кафедра систем штучного інтелекту

Лабораторна робота №2

з дисципліни
«Дискретна математика»

Виконав:
студент групи КН-113
Костів Богдан
Викладач: Мельникова Н.І.

Львів – 2019 р.

Тема:

Моделювання основних операцій для числових множин

Мета роботи: Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

Теоретичні відомості:

Основні поняття теорії множин. Операції над множинами

Множина – це сукупність об'єктів, які називають елементами.
Кажуть, що множина A є **підмножиною** множини S (цей факт позначають $A \subseteq S$, де $\subseteq$ – знак нестрогого включення), якщо кожен її елемент автоматично є елементом множини S. Досить часто при цьому кажуть, що множина A міститься в множині S.
Якщо $A \subseteq S$ і $S \neq A$, то A називають **власною (строгою, істинною) підмножиною** S (позначають $A \subset S$, де $\subset$ – знак строгого включення).
Дві множини A та S називаються **рівними**, якщо вони складаються з однакових елементів. У цьому випадку пишуть $A=S$.
Якщо розглядувані множини є підмножинами деякої множини, то її називають **універсумом** або **універсальною множиною** і позначають літерою U (зауважимо, що універсальна множина існує не у всіх випадках).
Множини як об'єкти можуть бути елементами інших множин, Множину, елементами якої є множини, інколи називають **сімейством**.
Множину, елементами якої є всі підмножини множини A і тільки вони (включно з порожньою множиною та самою множиною A), називають **булеаном** або **множиною-степенем** множини A і позначають $P(A)$.
Потужністю скінченної множини A називають число її елементів, позначають $|A|$.
Множина, яка не має жодного елемента, називається *порожньою* і позначається $\varnothing$.
Вважається, що порожня множина є підмножиною будь-якої множини, а також $A \subset A$.

Варіант № 4

Завдання 1:

1. Для даних скінчених множин $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B = \{4,5,6,7,8,9,10\}$, $C = \{2,4,6,8,10\}$ та універсума $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $B \setminus (C \setminus A)$; б) $\neg B \Delta \neg C$.
Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

а) $B \setminus (C \setminus A)$,   C\A={8,10},   B\{8,10} = {4,5,6,7,9}

Комп'ютерне подання: $B \setminus (C \setminus A)$={0,0,0,1,1,1,1,0,1,0};

б) $\neg B\Delta\neg C$,   ¬B={1,2,3},   ¬C={1,3,5,7,9}, $\neg B\Delta\neg C$={2,5,7,9}

Комп'ютерне подання: $\neg B\Delta\neg C$={0,1,0,0,1,0,1,0,1,0};

Завдання 2:

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $\overline{(A \setminus B) \cup C} \cap A$. Знайти його потужність.

A\B={1,2,3}; (A\B)∪C={1,2,3,4,6,8,10}; ¬ ((A\B)∪C) = {5,7,9};

(¬ ((A\B)∪C))∩A = {5,7}.

Булеан {∅, {5}, {7}, {5,7}};

Отже, потужність булеану дорівнює: 2^2=4

Завдання 3:

Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\{1, 2\} \subset \{\{1, 2\}, 2, 3\}$;   б) $Q \cup R = R$;

в) $N \cap R \subset Z$;   г) $Z \setminus N \subset Q \setminus N$;

д) якщо $A \cap \neg B \subset C$, то $A \subset B \cup C$.

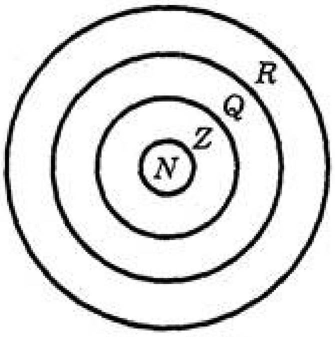


Рис. 127

Відповіді:

а) Твердження є правильним.

б)Так як Q є підмножиною R, тому Q ∪ R = R, отже R=R, то твердження правильне.

в) N ∩ R = N , N ⊂ Z отже твердження є правильним;

г) Твердження є правильним.

д) Елементи які в A та ¬B спільні містяться у множині C, а елементи A, що не спільні з ¬B входять у множину B. Отже, якщо об’єднати B та C, то усі елементи A будуть входити в множину $B \cup C$, а отже $A \subset B \cup C$.

Завдання 4:

Логічним методом довести тотожність: $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$.

Нехай $x \in A \setminus (B \cup C) \xrightarrow{\text{Позбавлення операції різниці}} A \cap \overline{(B \cup C)} \xrightarrow{\text{Де Моргана}} A \cap (\overline{B} \cap \overline{C}) \xrightarrow{\text{Асоціативність}}$

$(A \cap \overline{B}) \cap \overline{C} \xrightarrow{\text{Позбавлення диз'юнкції}} (A \setminus B) \cap \overline{C} \xrightarrow{\text{Позбавлення диз'юнкції}} (A \setminus B) \setminus C$

Отже $x \in (A \setminus B) \setminus C$

Нехай $x \in (A \setminus B) \setminus C \xrightarrow{\text{Позбавлення операції різниці}} (A \setminus B) \cap \overline{C} \xrightarrow{\text{Позбавлення операції різниці}} (A \cap \overline{B}) \cap \overline{C} \xrightarrow{\text{Асоціативність}}$

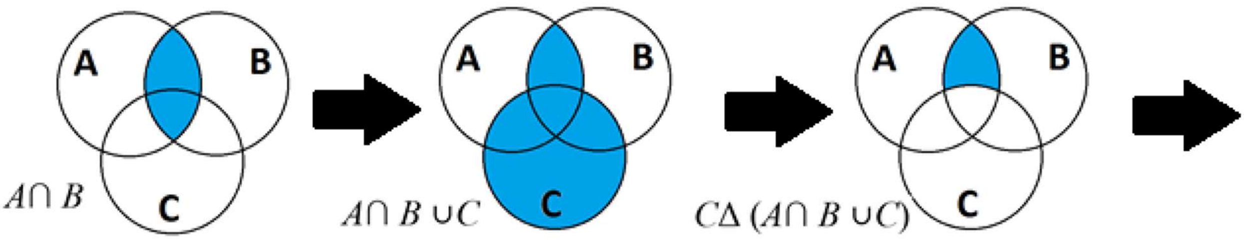
$A \cap (\overline{B} \cap \overline{C}) \xrightarrow{\text{Де Моргана}} A \cap \overline{(B \cup C)} \xrightarrow{\text{Позбавлення диз'юнкції}} A \setminus (B \cup C)$

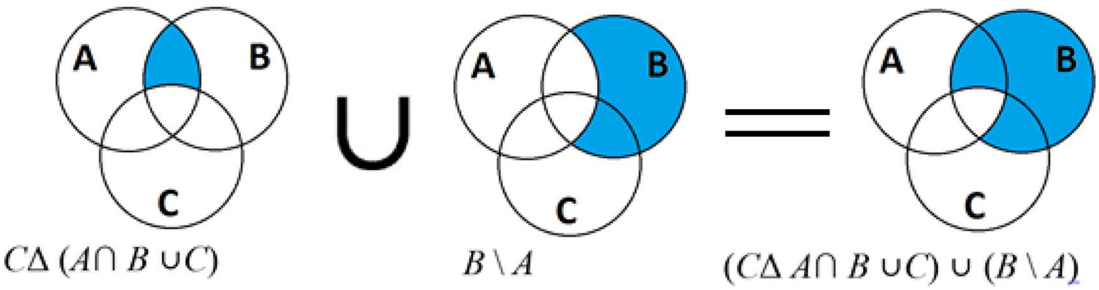
Отже $x \in A \setminus (B \cup C)$

Отже $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C$

Завдання 5:

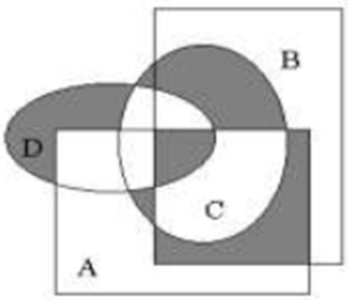
Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину: $(C\Delta\ A \cap B \cup C) \cup (B \setminus A)$.





Завдання 6:

Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



Відповідь: $((A \cap B) \Delta C) \Delta D \setminus ((D \cap A) \setminus C)$.

Завдання 7:

Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $\left(\left(A \Delta B \cup C\right) \cup \neg A\right) \cap C$.

Розв'язок:

$(((A\backslash(B \cup C))\cup((B \cup C)\backslash A))\cup \bar{A})\cap C=(((A\cap(\overline{B \cup C}))\cup((B \cup C) \cap \bar{A}))\cup \bar{A})\cap C=$

$=(((A \cap \bar{B}) \cap \bar{C})\cup((B \cap \bar{A})\cup (\bar{A} \cap C))\cup \bar{A})\cap C=$

$=((((A \cap \bar{B}) \cap \bar{C})\cup((B \cap \bar{A})\cup (\bar{A} \cap C))\cap C) \cup (\bar{A} \cap C)=$

$=((((A \cap \bar{B}) \cap \bar{C})\cap C) \cup(((B \cap \bar{A})\cup (\bar{A} \cap C))\cap C)) \cup (\bar{A} \cap C)$

$((((A\cap\bar{B})\cap\bar{C})\cap C)\cup(((B\cap\bar{A})\cup(\bar{A}\cap C))\cap C))\cup(\bar{A}\cap C)$

$\underbrace{((A\cap\bar{B})\cap\bar{C})\cap\overbrace{(C\cap\bar{C})}^{\varnothing}}_{\varnothing}$

$(((B\cap\bar{A})\cap C)\cup(\bar{A}\cap C))\cup(\bar{A}\cap C)$

$((B\cap\bar{A})\cap C)\cup(\bar{A}\cap C)$

$(B\cap(\bar{A}\cap C))\cup(\bar{A}\cap C)$

$B\cup(\bar{A}\cap C)$

Відповідь: $B\cup(\bar{A} \cap C)$.

Завдання 8:

Скільки існує натуральних чисел, що менші за 1000, які не діляться ні на 11, ні на 17?

Розв’яжемо це завдання програмним способом

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

int main()
{
  int b=0;
  for(int n=1;n<1000;n++)
  {
      if (n%11==0&&n%17==0)
      {
        b++;
      }
  }
  printf("We have %d numbers\n",1000-b);
    return 0;
}

```

```
We have 995 numbers
```

Додаток 2

Ввести з клавіатури дві множини цілих чисел. Реалізувати операції перерізу та симетричної різниці над цими множинами. Вивести на екран новоутворені множини. Знайти програмно їх потужність.

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
int n,x;
int main()
{
    printf("Array a elements:");
    scanf("%d",&n);
    int a[n];
    printf("Array b elements:");
    scanf("%d",&x);
    int b[x];
    for (int i=0;i<n;i++)
    {
        printf("a[%d]=",i);
        scanf("%d", &a[i]);
    }
    for (int i=0;i<x;i++)
    {
        printf("b[%d]=",i);
        scanf("%d", &b[i]);
    }
    printf("Pereriz = { ");
    int m = 0;
    for(int j=0;j<n;j++)
    {
        for (int i=0;i<x;i++)
        {
            if(a[j]==b[i]){
            printf("%d ",a[j]);
            m++;
            }
        }
    }
    printf("}\n");
    printf("|pereriz| = %d\n", m);
    int h=0;
    printf("Symetrychna riznytsya = { ");
    int c=0;
    for (int j=0;j<n;j++)
```

```c
    for (int j=0;j<n;j++)
    {
        for(int i=0;i<x;i++)
        {
            if(a[j]!=b[i])
            {
            h++;
            }
        }
        if(h%x==0)
        {
            printf("%d ", a[j]);
            c++;
        }
        h=0;
    }
    int v=0;
    for(int j=0;j<x;j++)
    {
        for(int i=0;i<n;i++)
        {
            if(b[j]!=a[i])
            {
            h++;
            }
        }
        if(h%n==0)
        {
            printf("%d ",b[j]);
            v++;
        }
        h=0;
    }
    printf("}\n");
    printf("|Symetrychna riznytsya| = %d\n",v+c);

    return 0;
}
```

```
Array a elements:3
Array b elements:4
a[0]=1
a[1]=2
a[2]=3
b[0]=3
b[1]=4
b[2]=5
b[3]=6
Pereriz = { 3 }
|pereriz| = 1
Symetrychna riznytsya = { 1 2 4 5 6 }
|Symetrychna riznytsya| = 5
```

Висновок: ми ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчились будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїли принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп’ютерне подання множин.