## ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ ТА ЛАБОРАТОРНА РОБОТА З ТЕМИ № 2
## Моделювання основних операцій для числових множин

**Мета роботи:** Ознайомитись на практиці із основними поняттями теорії множин, навчитись будувати діаграми Ейлера-Венна операцій над множинами, використовувати закони алгебри множин, освоїти принцип включень-виключень для двох і трьох множин та комп'ютерне подання множин.

### 2.1. Основні поняття теорії множин. Операції над множинами

**Множина** – це сукупність об'єктів, які називають елементами.

Кажуть, що множина $A$ є **підмножиною** множини $S$ (цей факт позначають $A \subseteq S$, де $\subseteq$ – знак нестрогого включення), якщо кожен її елемент автоматично є елементом множини $S$. Досить часто при цьому кажуть, що множина $A$ міститься в множині $S$.

Якщо $A \subseteq S$ і $S \neq A$, то $A$ називають **власною (строгою, істинною) підмножиною** $S$ (позначають $A \subset S$, де $\subset$ – знак строгого включення).

Дві множини $A$ та $S$ називаються **рівними**, якщо вони складаються з однакових елементів. У цьому випадку пишуть $A=S$.

Якщо розглядувані множини є підмножинами деякої множини, то її називають **універсумом** або **універсальною множиною** і позначають літерою $U$ (зауважимо, що універсальна множина існує не у всіх випадках). Множини як об'єкти можуть бути елементами інших множин, Множину, елементами якої є множини, інколи називають **сімейством**.

Множину, елементами якої є всі підмножини множини $A$ і тільки вони (включно з порожньою множиною та самою множиною $A$), називають **булеаном** або **множиною-степенем** множини $A$ і позначають $P(A)$. **Потужністю** скінченної множини $A$ називають число її елементів, позначають $|A|$.

Множина, яка не має жодного елемента, називається *порожньою* і позначається $\varnothing$.

Вважається, що порожня множина є підмножиною будь-якої множини, а також $A \subset A$.

Множина всіх підмножин множини $A$ називається *булеаном* і позначається $P(A)$. Потужність скінченної множини дорівнює кількості її елементів, позначається $|A|$. Потужність порожньої множини дорівнює 0.

Якщо $|A| = n$, то $|P(A)| = 2^n$.

<u>Приклад.</u> $\{1, 4, 5\} \subset \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$, але

$\{1, 4, 5\} \notin \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

<u>Приклад.</u> Знайти булеан множини $A = \{a, b, c\}$.

Розв'язання.

Потужності множин $|A| = 3$, $|P(A)| = 8$. Булеан має вигляд

$P(A) = \{\varnothing, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$.

Дві множини $A$ і $B$ *рівні* між собою, якщо $A \subset B$ і $B \subset A$.

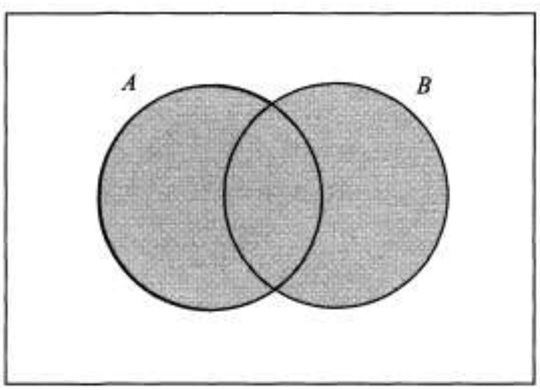
Над множинами можна виконувати дії: об'єднання, переріз, доповнення, різницю, симетричну різницю, декартів добуток.

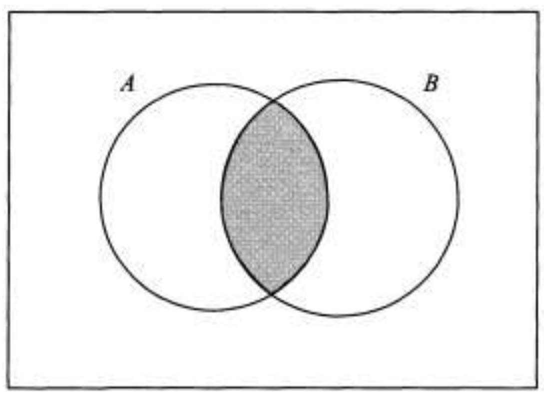
**Об'єднанням** двох множин $A$ і $B$ (рис. 2.1, *а*) називають множину

$$A \cup B = \{x : (x \in A) \quad \vee \quad (x \in B)\}.$$

**Перетином** (**перерізом**) двох множин $A$ і $B$ (рис. 2.1, *б*) називають множину

$$A \cap B = \{x : (x \in A) \quad \wedge \quad (x \in B)\}.$$




*а)* *б)*

*Рис. 2.1. Діаграми Ейлера-Венна об'єднання та перетину двох множин*

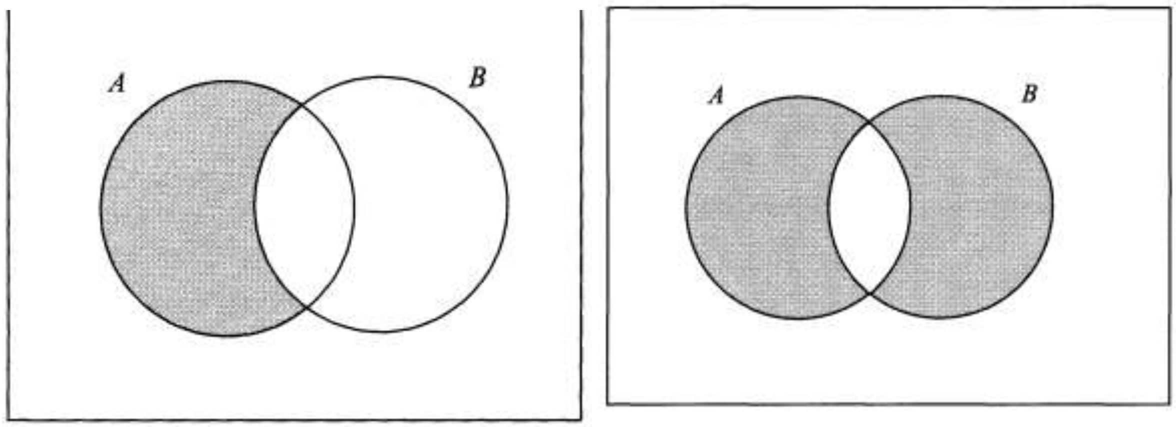
**Різницею** множин $A$ та $B$ (рис. 2.2, *а*) називають множину

$$A \setminus B = \{x : (x \in A) \quad \wedge \quad (x \notin B)\}.$$

Зазначимо, що $A \setminus B = A \cap \overline{B}$.

**Симетричною різницею** множин $A$ та $B$ (рис. 2.2, *а*) називають множину

$$A \Delta B = \{x : ((x \in A) \quad \wedge \quad (x \notin B)) \quad \vee ((x \in B) \quad \wedge \quad (x \notin A))\}.$$




*а)* *б)*

*Рис. 2.2. Діаграма Ейлера-Венна різниці та симетричної різниці двох множин*

В означенні різниці не розглядають випадок $B \subset A$. Якщо $B \subset A$, то різницю $A \setminus B$ називають **доповненням множини *B* до множини *A*** і позначають $B_A$. Для підмножини $A$ універсальної множини $U$ можна розглядати доповнення $A$ до $U$, тобто $U \setminus A$, її позначають $\overline{A} = \{x : \neg(x \in A)\} \Leftrightarrow \overline{A} = \{x : x \notin A)\}$ і називають **доповненням множини** $A$ (рис. 2.3).

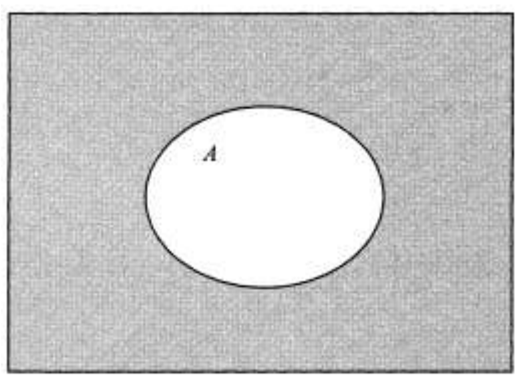



*Рис. 2.3. Діаграма Ейлера-Венна доповнення множини*

*Пріоритет виконання операцій* у спадному порядку – доповнення, переріз, об’єднання, різниця, симетрична різниця.

## 2.2. Закони алгебри множин

| | |
|---|---|
| Закони асоціативності | |
| $A\cup(B\cup C)=(A\cup B)\cup C$ | $A\cap(B\cap C)=(A\cap B)\cap C$ |
| Закони комутативності | |
| $A\cup B=B\cup A$ | $A\cap B=B\cap A$ |
| Закони тотожності | |
| $A\cup\varnothing=A$ | $A\cap U=A$ |
| Закони домінування | |
| $A\cup U=U$ | $A\cap\varnothing=\varnothing$ |
| Закони ідемпотентності | |
| $A\cup A=A$ | $A\cap A=A$ |
| Закони дистрибутивності | |
| $A\cap(B\cup C)=(A\cap B)\cup(A\cap C)$ | $A\cup(B\cap C)=(A\cup B)\cap(A\cup C)$ |
| Закони поглинання | |
| $(A\cup B)\cap A=A$ | $(A\cap B)\cup A=A$ |
| Закони доповнення | |
| $A\cup\overline{A}=U$ | $A\cap\overline{A}=\varnothing$ |
| $\overline{U}=\varnothing$ | $\overline{\varnothing}=U$ |
| $\overline{\overline{A}}=A$ | $\overline{\overline{A}}=A$ |
| Закони де Моргана | |
| $\overline{(A\cup B)}=\overline{A}\cap\overline{B}$ | $\overline{(A\cap B)}=\overline{A}\cup\overline{B}$ |

Вивчення законів алгебри множин дозволяє зауважити, що кожна з тотожностей правої колонки може бути одержана з відповідної тотожності лівої шляхом заміни $\cup$ на $\cap$, $\varnothing$ на $U$ і навпаки. Таку відповідність тотожностей називають *законом двоїстості*, а відповідні тотожності – *двоїстими* одна одній. Використовуючи цей закон, можна обгрунтувати двоїсту тотожність, довівши пряму і обернувши операції.

## 2.3. Формули включень та виключень для двох і трьох множин. Комп'ютерне подання множин

$$|A\cup B|=|A|+|B|-|A\cap B|,$$

$$|A\cup B\cup C|=|A|+|B|+C-\left(|A\cap B|+|B\cap C|+|A\cap C|\right)+|A\cap B\cap C|.$$

Одним із найпоширеніших та найпростіших способів є подання множин за допомогою *бітових рядків*. Нехай універсальна множина $U$

містить $n$ елементів. Упорядкуємо довільним способом елементи універсальної множини. Тоді $U = \{a_1, a_2, a_3, ...a_{n-1}, a_n\}$.

Множину $A \subset U$ зображають у комп'ютері рядком із 0 та 1 довжини $n$ так: якщо $a_i \in A$, то $i$-й біт дорівнює 1, якщо $a_i \notin A$, то $i$-й біт дорівнює 0. Такий рядок бітів називають *характеристичним вектором* підмножини $A$.

## 2.4. Розв'язування задач

**1.** Як універсальну множину задачі зафіксуємо $U = \{p, q, r, s, t, u, v, w\}$. Нехай $A = \{p, q, r, s\}$, $B = \{r, t, v\}$ і $C = \{p, s, t, u\}$. Знайдіть елементи таких множин:

а) $B \cap C$; б) $A \cup C$; в) $\overline{C}$; г) $A \cap B \cap C$;

д) $(A \cup B) \cap (A \cap C)$; е) $\overline{(A \cup B)}$; ж) $B \setminus C$; з) $B \Delta C$.

**Розв'язання.**

а) $\{t\}$, б) $\{p, q, r, s, t, u\}$, в) $\{q, r, v, w\}$, г) $\varnothing$.,

д) $\{p, s\}$, е) $\{u, w\}$, ж) $\{r, v\}$, з) $\{p, r, s, u, v\}$.

**2.** Розглянемо підмножини стандартного словника української мови:

$A$={$x$: $x$ – слово, яке знаходиться перед «собака»},

$B$={$x$: $x$ – слово, яке знаходиться після «кішка»},

$C$={$x$: $x$ – слово, яке має подвоєння приголосних}.

Виясніть, які з висловлювань істинні:

а) $C \subset A \cup B$, б) «завдання» $\in \overline{B} \cap C$, в) «суцвіття» $\in B \Delta C$, г) $A \cap B = \varnothing$.

Опишіть словами елементи таких множин:

д) $A \cap B \cap C$, е) $(A \cup B) \cap \overline{C}$.

**Розв'язання.**

а) Істинне, бо $A \cup B$ містить всі слова зі словника, в т. ч. і з подвоєнням приголосних.

б) Істинне, бо слово «завдання» знаходиться перед словом «кішка», тому не міститься в $B$; крім того, дане слово має подвоєнну букву «н».

в) Хибне, бо симетричну різницю можна записати як $(B \cup C) \setminus (B \cap C)$, а слово «суцвіття» належить і множині $B$, і $C$, тобто воно лежить в їх перетині.

г) Хибне, бо у словнику між словами «кішка» і «собака» є немало інших слів, наприклад, слово «миша».

д) Слова словника, які містяться між словами «кішка» і «собака» та мають подвоєння приголосних (колосся).

е) Всі слова словника, що не мають подвоєнної приголосної.

**3.** Нарисуйте серію діаграм Ейлера-Венна, які ілюструють закон дистрибутивності: $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$. Доведіть, що цей закон справедливий для будь-яких множин *A, B* і *C*.

**Розв'язання.**

Відповідні діаграми подані на рис. 2.4. Якщо $x \in A \cap (B \cup C)$, то $(x \in A) \wedge ((x \in B) \vee (x \in C))$. Отже, $((x \in A) \wedge (x \in B)) \vee ((x \in A) \wedge (x \in C))$. Іншими словами, $x \in (A \cap B) \cup (A \cap C)$. Звідси випливає істинність включення $A \cap (B \cup C) \subseteq (A \cap B) \cup (A \cap C)$. Обернене включення перевіряється аналогічно.

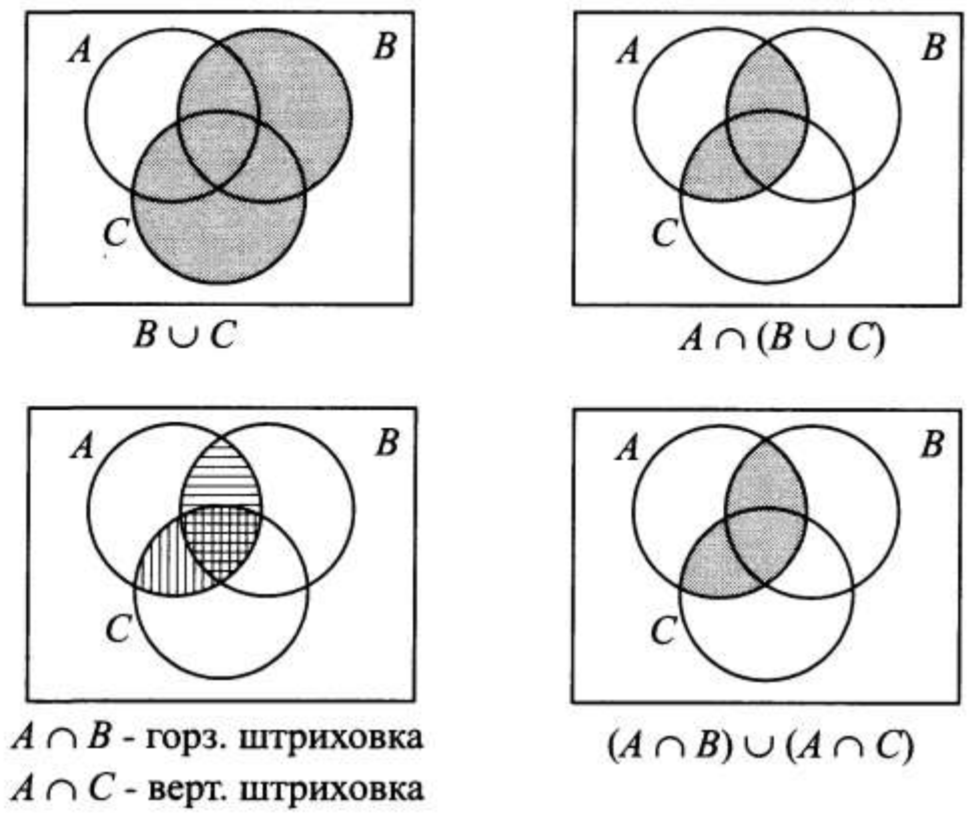



*Рис. 2.4. Ілюстрація закону дистрибутивності для трьох множин*

**4.** Нарисуйте серію діаграм Ейлера-Венна, які ілюструють тотожність:

$$A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C).$$

**Розв'язання.**

Відповідні діаграми Ейлера-Венна наведені на рис. 2.5:

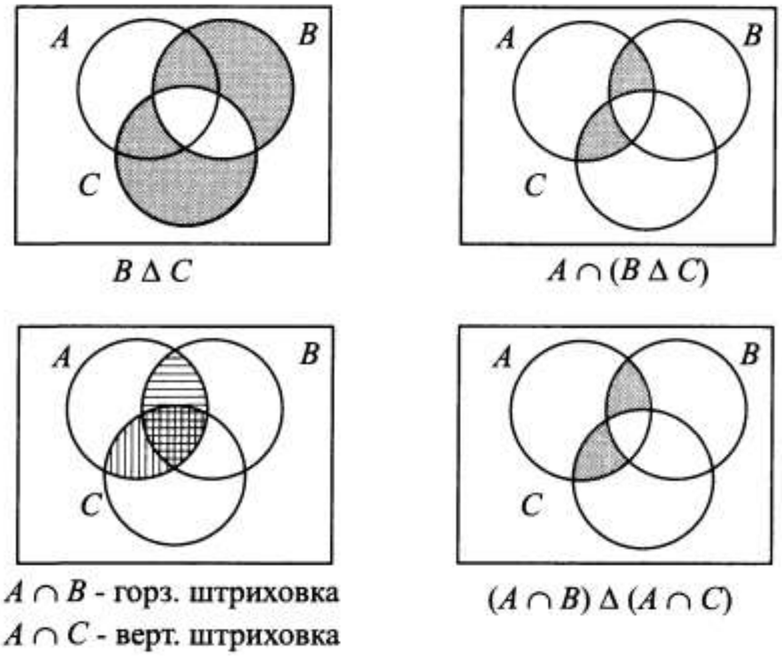



*Рис. 2.5. Ілюстрація тотожності* $A\cap(B\Delta C)=(A\cap B)\Delta(A\cap C)$.

**5.** Доведіть за допомогою законів алгебри множин такі тотожності:

а) $\overline{A\cap\overline{B}}\cup B=\overline{A}\cup B,$

б) $\overline{\overline{A}\cap(\overline{\overline{B}\cup\overline{C}})}=A\cup B\cup C,$

в) $(A\cup B\cup C)\cap(A\cup\overline{B}\cup C)\cap\overline{(A\cup C)}=\varnothing,$

г) $(A\setminus B)\setminus C=(A\cap\overline{B})\setminus C=A\setminus(B\cup C),$

д) $A\Delta A\Delta A=A.$

**Розв'язання.**

а) Виконаємо перетворення:

| | |
|---|---|
| $\overline{A\cap\overline{B}}\cup B=(\overline{A}\cup B)\cup B=$ | з. де Моргана і доповн. |
| $=\overline{A}\cup(B\cup B)=$ | з. асоціат. |
| $=\overline{A}\cup B$ | з. ідемподент. |

б) Скористаємось законами алгебри множин:

| | |
|---|---|
| $\overline{\overline{A}\cap(\overline{\overline{B}\cup\overline{C}})}=A\cup(B\cup C)=$ | з. де Моргана і доповн. |
| $=A\cup B\cup C$ | з. асоціат. |

в) Спираючись на закони комутативності і асоціативності, маємо:

$(A\cup B\cup C)\cap(A\cup\overline{B}\cup C)\cap\overline{(A\cup C)}=((B\cup(A\cup C)))\cap(\overline{B}\cup(A\cup C))\cap\overline{(A\cup C)}=$

$=((B\cap\overline{B})\cup(A\cup C))\cap\overline{(A\cup C)}=$ з. дистиб.

$= (\varnothing \cup (A \cup C)) \cap \overline{(A \cup C)} =$ з. доповнення

$= (A \cup C) \cap \overline{(A \cup C)} = \varnothing.$ з. тотожності і доповн.

г) Зробимо перетворення:

$(A \setminus B) \setminus C = (A \cap \overline{B}) \setminus C =$ за озн. «\»

$= (A \cap \overline{B}) \cap \overline{C} =$ за озн. «\»

$= A \cap (\overline{B} \cap \overline{C}) =$ з. асоціат.

$= A \cap (\overline{B \cup C}) =$ з. де Моргана

$= A \setminus (B \cup C)$ за озн. «\»

д) Враховуючи означення симетричної різниці і закони алгебри множин, одержуємо:

$A \Delta A = (A \setminus A) \cup (A \setminus A) =$ за озн. «$\Delta$»

$= A \setminus A =$ за з. ідемп.

$= A \cap \overline{A} =$ за озн. «\»

$= \varnothing$ за з. доповн.

Отже, $A \Delta A \Delta A = A \Delta \varnothing = (A \setminus \varnothing) \cup (\varnothing \setminus A) =$ за озн. «$\Delta$»

$= (A \setminus \varnothing) \cup (\varnothing \setminus A) = (A \cap \overline{\varnothing}) \cup (\varnothing \cap \overline{A}) =$ за озн. «\»

$= (A \cap \overline{\varnothing}) \cup (\varnothing \cap \overline{A}) = A \cup \varnothing = A$ за з. доповн., комутат. і тот.

**6.** На курсі 37 студентів добре знають математику, 25 – електроніку і 19 – і математику, і електроніку. Скільки студентів на курсі добре знають лише один предмет?

**Розв'язання.**

Позначимо через *A* множину студентів, що добре знають математику, через *B* – множину студентів, які добре знають електроніку. Тоді

$|A|=37$, $|B|=25$, $|A \cap B|=19$.

$|A \Delta B|$ - ?

$|A \Delta B| = |A \cup B| - |A \cap B|$.

Потужність об'єднання множин знаходимо за формулою включень і виключень:

$|A \cup B|=37+25-19=43$,

$|A \Delta B|=43-19=24$.

**7.** Студенти першого курсу, які вивчають інформатику в університеті, можуть відвідувати додаткові дисципліни. 25 з них вирішили вивчати бухгалтерію, 27 вибрали бізнес, 12 – туризм. Крім того, було 20 студентів, які слухали курси бухгалтерії і бізнесу, 5 вивчали бухгалтерію і туризм, а троє – туризм і бізнес. Відомо, що ніхто зі студентів не наважився відвідувати зразу три додаткові курси. Скільки студентів відвідували щонайменше один додатковий курс? Скільки з них були захоплені лише туризмом?

**Розв'язання.**

Позначимо через *A* множину студентів, що вивчають бухгалтерію, через *B* – множину студентів, які слухають курс бізнесу, а через *C* – множину студентів, які займаються туризмом. З умови задачі і попереднього пункту випливає, що $|A \cup B \cup C| = 25 + 27 + 12 - 20 - 5 - 3 = 36$.

Отже, 36 студентів відвідують хоча б один додатковий курс. Зобразимо схематично множини студентів (рис. 2.6). З нього видно, що 4 студентів відвідували з додаткових лише лекції з туризму.

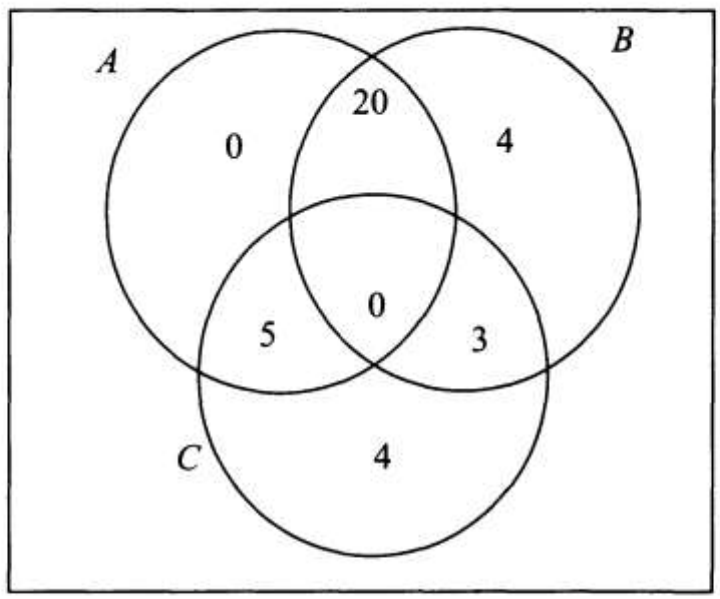



*Рис. 2.6. Знаходження кількості елементів підмножин за допомогою принципу включень і виключень для трьох множин*

Остаточна відповідь 12-5-3=4.

**8.** Про множини *A, B* і *C* відомо, що

$A \cup B = \{a, b, c\},$ (1)

$A \cap C = \{c\},$ (2)

$A \setminus B = \{c\},$ (3)

$B \Delta C = \{a, b, c, d, e\},$ (4)

$(C \setminus B) \setminus A = \{d, e\},$ (5)

$(A \cup B) \cap C = \{c\},$ (6)

$A \setminus C = \{a, b\}.$ (7)

Знайдемо множини *A, B, C*.

**Розв'язання.**

Нарисуємо діаграми Ейлера-Венна перерахованих в умові задачі множин (рис. 2.6):

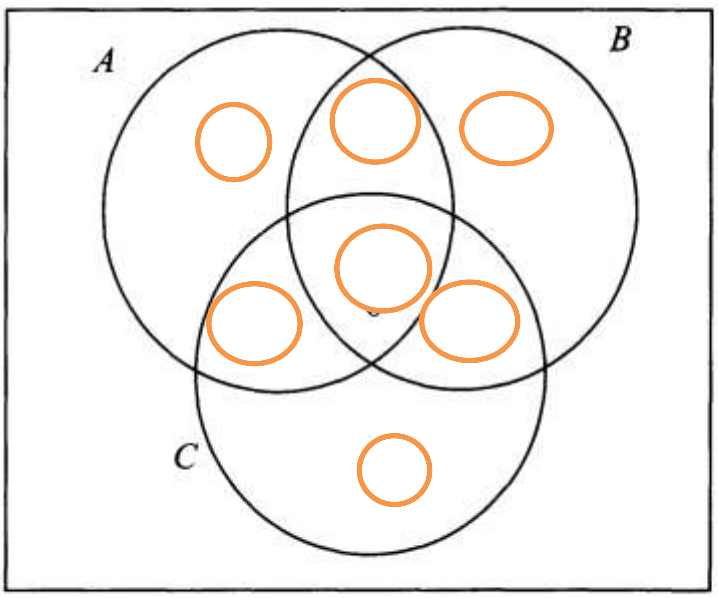



*Рис. 2.7. Знаходження елементів множин за допомогою принципу включень і виключень для трьох множин*

Перенумеруємо підмножини на загальній діаграмі, запишемо рівняння, що відповідають умовам задачі:

1+2+3+4+5+6=$\{a, b, c\}$ (1)

3+4=$\{c\}$, (2)

1+4=$\{c\}$, (3)

2+5+4+7=$\{a, b, c, d, e\}$, (4)

7=$\{d, e\}$, (5)

3+4+6=$\{c\}$ (6)

1+2=$\{a, b\}$ (7)

Починаємо з тих умов, де є менша кількість елементів.
З умов (2) і (6) випливає, що 6=$\varnothing$,
З умов (2) і (3) – 3=$\varnothing$, 4={3}, 1=$\varnothing$,
з умови (4) та враховуючи, що [3]=$\varnothing$, [6]=$\varnothing$, – [2,5]={1,2}, а
з умови (7), враховуючи, що 1=$\varnothing$, – 2={$a$, $b$}, тому [5]=$\varnothing$.
Умову (1) задоволено, вона виявилась надлишковою.
Отже, $A$={$a$, $b$, $c$}, $B$={$a$, $b$}, $C$={$c$, $d$, $e$}.

**9.** а) Знайдіть множину-степінь (булеан) $P(A)$, якщо $A$={1, 2, 3}.
б) Доведіть, що $P(A)\cap P(B)=P(A\cap B)$ для будь-яких множин $A$ і $B$.
в) Покажіть на прикладі, що $P(A)\cup P(B)$ не завжди співпадає $P(A\cup B)$
.

**Розв'язання.**
а) $P(A)$={ $\varnothing$, {1}, {2}, {3}, {1,2}, {1,3}, {2,3}, {1,2,3}}.
б) Нехай $C\in P(A)\cap P(B)$, тоді $C\subset A$ і $C\subset B$, тому $C\subset(A\cap B)$. Отже,
$$(P(A)\cap P(B))\subseteq P(A\cap B). \tag{2.1}$$
Тепер візьмемо $C\in P(A\cap B)$, тоді $C\subset(A\cap B)$, тобто $C\subset A$ і $C\subset B$. Отже,
$$P(A\cap B)\subseteq(P(A)\cap P(B)). \tag{2.2}$$
З включень (2.1) та (2.2) випливає потрібна рівність.

в) Елементами об'єднання $P(A)\cup P(B)$ є підмножини, які лежать в $A$, і підмножини, які лежать в $B$. Тому $(P(A)\cup P(B))\subset P(A\cup B)$. Оберненого включення нема, оскільки підмножина $A\cup B$ не обов'язково повністю міститься або в $A$, або в $B$. Нехай, наприклад, $A$={1,2,3}, $B$={4,5}, $C$={1,2,5}. Тоді, звичайно, $C\in P(A\cup B)$, але, очевидно, $C\notin(P(A)\cup P(B))$.

**10.** Нехай $U$={1, 2, 3, 4, 5, 6} – універсальна множина. Випишіть характеристичні вектори (ХВ) підмножин: $A$={1, 2, 4, 5} і $B$={3, 5}. Знайдіть ХВ підмножин $A\cup\overline{B}, A\cap B, A\setminus B, A\Delta B$ та перерахуйте їхні елементи.

**Розв'язання.**
Характеристичними векторами множин $A$ і $B$ є вектори $a$=(110110) та $b$=(001010) відповідно. Обчислимо ХВ множин

$A\cup\overline{B}$: $\quad a\vee\overline{b}$ =(110110) $\vee$ (110101)=(110111);

$A \cap B$: $a \wedge b =$(110110) $\vee$ (001010)=(000010);

$A \setminus B$: $a \wedge \overline{b} =$(110110) $\wedge$ (110101)=(110100);

$A \Delta B$: $a \oplus b =$ (110110) $\oplus$ (001010)=(111100).

Тому $A \cup \overline{B}=\{1,2,4,5,6\}$, $A \cap B=\{5\}$, $A \setminus B=\{1,2,4\}$, $A \Delta B=\{1,2,3,4\}$.

## Контрольні запитання до практичних занять та лабораторної роботи з теми № 2

1. Що називають булеаном множини *A*?
2. Коли підмножина є власною підмножиною множини?
3. Які операції над множинами ви знаєте?
4. Назвіть закони алгебри множин.
5. Що називають законом двоїстості і як його використовують?
6. Сформулюйте і доведіть формулу включень і виключень для двох множин.
7. Сформулюйте і доведіть формулу включень і виключень для трьох множин.
8. Яким є найпоширеніший і найпростіший спосіб комп’ютерного подання множин?
9. Що називають характеристичним вектором підмножини універсальної множини?
10. Наведіть відповідність між операціями над множинами і логічними операціями.

**Завдання до практичних занять та лабораторної роботи з теми № 2**

1. Отримати індивідуальний варіант завдань.
2. Розв’язати індивідуальне завдання згідно варіанту з Додатку № 1.
3. Написати на будь-якій відомій студентові мові програмування програму для реалізації вказаних операцій над заданими множинами відповідно до варіанту з Додатку №2.
4. Оформити звіт про виконану роботу.
5. Продемонструвати викладачеві результати, відповісти на запитання стосовно виконання роботи. Лабораторна робота вважається зарахованою, якщо програма протестована разом з викладачем та отримано вірний результат під час аудиторних занять.

***Вимоги до програми***

Програма має передбачати такі можливості:

1. Автоматичне знаходження результуючих множин, поданих списками елементів, для відповідного завдання:
   - запис характеристичних векторів заданих множин (в універсальну включити всі елементи заданих);
   - запис отриманих множин списком елементів;
   - запис потужності утворених множин;
   - запис булеану однієї з них.
2. Введення вхідних даних вручну:
   - задати елементи першої множини;
   - задати елементи другої множини.
3. Некоректне введення даних (символьних чи числових).
4. Виведення відповідного повідомлення у випадку неіснування розв’язку.

## Додаток № 1 до практичних занять з теми № 2

## ІНДИВІДУАЛЬНІ ЗАВДАННЯ

### Варіант № 1

1. Для скінченних множин $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B=\{4,5,6,7,8,9,10\}$, $C=\{2,4,6,8,10\}$ та універсума $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $(A\cap B)\cup C$; б) $(A\cup C)\backslash B$. Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $\overline{(B\setminus \overline{A})\cup C}$. Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\{2,3\}\in\{\{1,2\}, 2,3\}$; б) $Q\subset R$;

в) $Q\cup N\subset N$; г) $N\cap Z\subset Z\cap Q$;

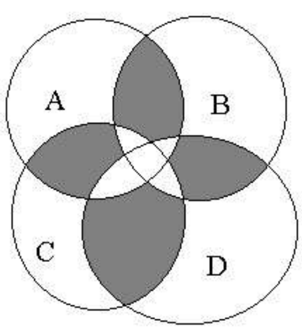
д) якщо $C\subset \overline{A}\cup\overline{B}$, то $A\cap B\subset\overline{C}$.

4. Логічним методом довести тотожність:

$A\cap(B\setminus C)=(A\cap B)\setminus(A\cap C)$.

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину: $((A\cap B)\Delta C)\setminus(A\cup C)$.

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.




7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу):

$$\overline{A\cap B\cap C}\cup(A\cap B)\cup\overline{C}.$$

8. Зі 100 студентів англійську мову знають 28 студентів, німецьку – 30, французьку – 42 , англійську та німецьку – 8, англійську та

французьку – 10, німецьку та французьку – 5, всі 3 мови знають 3 студента. Скільки студентів не знають жодну з трьох мов?

## Варіант № 2

1. Для скінченних множин $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ та універсума $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $A \cup \overline{B \cap C}$; б) $(A \backslash C) \Delta B$. Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $(\overline{B} \Delta C) \cap A$. Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\varnothing \cap \{\varnothing\} = \varnothing$ ; б) $Q \in R$ ;

в) $N \cap Z = Z$ ; г) $R \setminus N \subset R \setminus Q$ ;

д) якщо $A \setminus C \subset B \setminus C$ , то $A \subset B$.

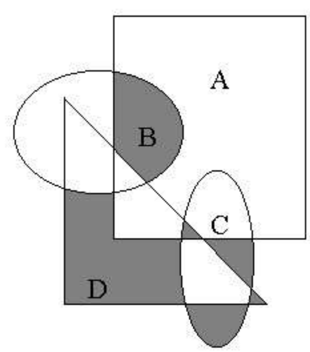
4. Логічним методом довести тотожність:

$$(A \cap B) \setminus (A \cap C) = (A \cap B) \setminus C .$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$((A \setminus B)\ (\Delta\ C \setminus B)) \cup B .$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $(A \setminus B) \cup (A \cap B \cap C)$.

8. Скільки існує натуральних чисел, що менші за 1000, які не діляться ні на 3, ні на 5, ні на 7?

## Варіант № 3

1. Для даних скінчених множин $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$ та універсума $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $\overline{B} \cup \overline{C}$; б) $\overline{A \Delta C}$. Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $\overline{(C \setminus A) \cup (A \setminus B)}$. Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\varnothing \subset \{1,2,3,4,5\}$; б) $Q \cup R \subset Q$;

в) $Q \cap Z = Z \cup N$; г) $Z \setminus N \subset R \setminus Q$;

д) якщо $\overline{A} \subset \overline{B}$ і $C \subset B$, то $C \cap A = \varnothing$.

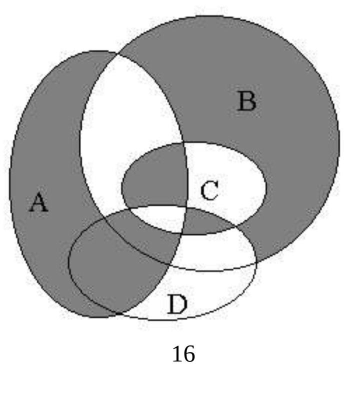
4. Логічним методом довести тотожність:

$$(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$(A \setminus (C \setminus B)) \cap (C \Delta A).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $(A \setminus B)\Delta\, A$.

8. Скільки існує натуральних чисел, що менші за 100, які не діляться ні на 2, ні на 3?

## Варіант № 4

1. Для даних скінчених множин $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B=\{4,5,6,7,8,9,10\}$, $C=\{2,4,6,8,10\}$ та універсума $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $B\setminus(C\setminus A)$; б) $\overline{B}\Delta\overline{C}$. Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $\overline{(A\setminus B)\cup C}\cap A$. Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\{1, 2\}\subset \{\{1, 2\}, 2, 3\}$; б) $Q \cup R = R$;

в) $N \cap R \subset Z$; г) $Z \setminus N \subset Q \setminus N$;

д) якщо $A\cap\overline{B}\subset C$, то $A \subset B \cup C$.

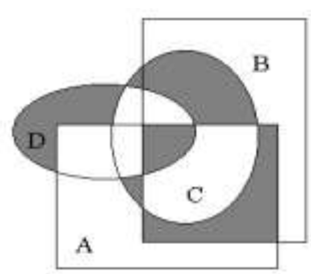
4. Логічним методом довести тотожність:

$$A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \setminus C .$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$(C\Delta\, A\cap B \cup C) \cup (B \setminus A) .$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $\left(\left(A\Delta B\cup C\right)\cup\overline{A}\right)\cap C$.

8. Скільки існує натуральних чисел, що менші за 1000, які не діляться ні на 11, ні на 17?

## Варіант № 5

1. Для даних скінчених множин $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B=\{4,5,6,7,8,9,10\}$, $C=\{1,3,5,7,9\}$ та універсума $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $A\cap B\cup C$; б) $\overline{A}\Delta\overline{C}$. Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $C\setminus\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right)\cap C$. Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини: N –множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $3\in\{\{1, 2, 3\}, 4\}$; б) $Z\subset N$;
в) $Q\cap Z\subset R\setminus N$; г) $Q\setminus Z\subset R\setminus N$;
д) якщо $A\subset B$ і $A\subset C$, то $A\subset B\cap C$.

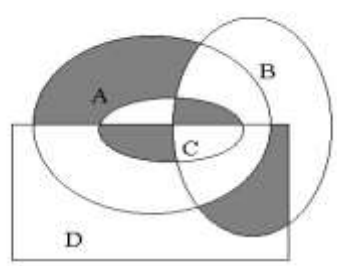
4. Логічним методом довести тотожність:

$$A\setminus(B\cup C) = (A\setminus B)\cap(A\setminus C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину

$$B\cap(A\Delta(C\setminus B))\setminus A.$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.



7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $\left(\left(A\Delta B\right)\setminus\overline{C}\right)\bigcap B\cup\left(A\cap B\right)\cup\left(A\cap C\right)$.

8. Скільки чисел серед 1, 2, 3,…, 99, 100 таких, що не діляться на жодне з чисел 2, 3, 5?

## Варіант № 6

1. Для даних скінчених множин $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B=\{5,6,7,8,9,10\}$, $C=\{1,2,3,8,9,10\}$ та універсума $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $\left(A\cap C\right)\cup B$; б) $B\Delta C$. Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $C\setminus\left(\overline{A}\cup\overline{C}\right)\cap B$. Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\varnothing\cup\{\varnothing\}=\varnothing$; б) $N\in Z$;

в) $Q\cup N=R\cap Q$; г) $R\setminus(N\cup Z)\subset Q$;

д) якщо $A\cap B\subset\overline{C}$, то $\overline{A\cap B}\subset C$.

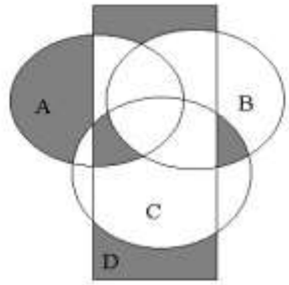
4. Логічним методом довести тотожність:

$$A\cap(B\setminus C)=(A\cap B)\setminus C.$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$((C\cup A)\Delta B)\setminus(A\cup C).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.




7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, растосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $(A\Delta\, B \cap C) \cup B$.

8. Скільки чисел серед 1, 2, 3,…, 99, 100 таких, що не діляться на жодне з чисел 11, 17?

**Варіант № 7**

1. Для даних скінчених множин $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B=\{4,5,6,7,8,9,10\}$, $C=\{\ 2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10\}$ та універсума $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $A\Delta B$; б) $B\cap\overline{C}\cap\overline{A}$. Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $\overline{A\Delta C}\cap B$. Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\{1,\ 2\}\in\{\{1,\ 2,\ 3\},\{2,\ 3\},1,\ 2\}$; б) $N\cap R\subset Z$;

в) $Z\cup N\subset N$; г) $R\setminus(N\cap Z)\subset Q$;

д) якщо $A\cup C\subset B\cup C$, то $A\subset B$.

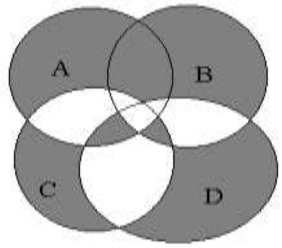
4. Логічним методом довести тотожність:

$$A\setminus(B\setminus C)=(A\setminus B)\cup(A\cap C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$((A\setminus B)\cap(C\setminus B))\Delta B.$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.




7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $((A\cup B)\Delta C)\cup(B\cap C)\cup(A\cap C)$.

8. Скільки чисел серед 1, 2, 3,…, 999, 1000 таких, що не діляться на жодне з чисел 2, 3, 7?

## Варіант № 8

1. Для даних скінчених множин $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B=\{4,5,6,7,8,9,10\}$, $C=\{1,3,5,7,9\}$ та універсуму $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$. Знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $(A\cup C)\setminus B$; б) $\overline{A\Delta C}$. Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $(\overline{A}\Delta C)\setminus B$. Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\{1, 3, 5\}\in\{1, 2, 3, 4, 5\}$; б) $Q\cup R\subset R$;

в) $R\subset Z\cup Q$; г) $Q\setminus N\subset Z\cap Q$;

д) якщо $A\subset\overline{B}$, то $B\subset\overline{A}$.

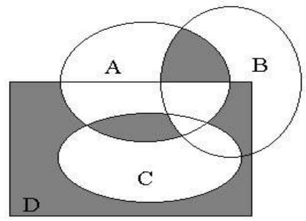
4. Логічним методом довести тотожність:

$$A\cap(B\Delta C)=(A\cap B)\ (\Delta\ A\cap C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$(A\cup B\Delta C)\setminus(A\cup C).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.




7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $\left(A\cap\overline{B}\right)\cup\left(A\cap B\cap C\right)\cup\overline{A\cap C}$.

8. У класі навчається 45 школярів, з них 25 хлопчиків. 30 школярів вчаться на добре і відмінно, з них 16 хлопчиків. Спортом займаються 28 учнів, з них 18 хлопчиків і 17 школярів, які навчаються на добре і відмінно. 15 хлопчиків навчаються на добре і відмінно і в той же час займаються спортом. Показати, що в цій інформації є помилка.

**Варіант № 9**

1. Для даних скінчених множин $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B=\{5,6,7,8,9,10\}$, $C=\{1,2,3,4,8,9,10\}$ та універсуму $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $\left(\overline{B}\setminus C\right)\cup B$; б) $\left(B\cap\overline{A}\right)\Delta C$. Розв’язати, використовуючи комп’ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $B\setminus((A\setminus B)\Delta C)$. Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\{4\}\subset\{1, 2, 3, \{4, 5\}\}$; б) $Q\cap R\subset R$;

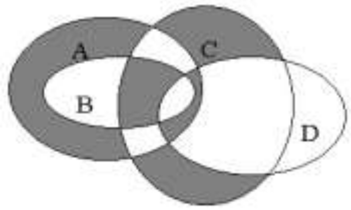
в) $R\setminus Z\subset Q$; г) $N\cap R\subset Z\cap Q$;

д) якщо $C\subset B\cap\overline{A}$, то $A\cap C=\varnothing$.

4. Логічним методом довести тотожність: $A\Delta\left(A\Delta B\right)=B$.

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину: $\left(\left(\left(A\cap B\right)\Delta C\right)\setminus A\right)\Delta B$.

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.




7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $\left(A\cap B\cap C\cap \overline{D}\right)\cup\left(\overline{A}\cap C\right)\cup\left(C\cap D\right)$.

8. У бою не менше 70% бійців втратили одне око, не менше 75% – одне вухо, не менше 80% – одну руку і не менше 85% – одну ногу. Яка мінімальна кількість бійців, які втратили одночасно око, вухо, руку і ногу?

## Варіант № 10

1. Для даних скінчених множин $A=\{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B=\{4,5,6,7,8,9,10\}$, $C=\{2,4,6,8,10\}$ та універсума $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $\overline{A\cap B}$; б) $(A\setminus C)\cup\left(B\setminus A\right)$. Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $C\setminus\overline{A\cap C}$. Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\{2, 3\}\subset\{1, 2, 3, 4, 5\}$; б) $Q\subset N$;

в) $N\cup Z = Z\cap R$; г) $Z\setminus N\subset Q\cap Z$;

д) якщо $\overline{A}\subset B$, то $A\subset\overline{B}$.

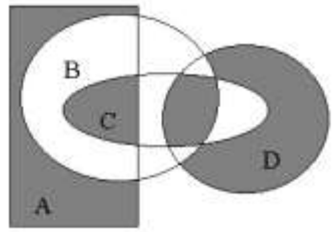
4. Логічним методом довести тотожність:

$$(A \cap C) \setminus B = (A \setminus B) \cap (C \setminus B).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$(C \setminus A)\ (\Delta\ B \cup (A \setminus C \cap B)).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.




7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $(A \cap C\ \Delta\ B) \setminus A$ .

8. У групі 32 студенти. З них 18 відвідують секцію плавання, 11 карате, а 10 студентів не відвідують жодної спортивної секції. Скільки студентів відвідують секції плавання та карате?

## Варіант № 11

1. Для даних скінчених множин $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B=\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{1,3,5,7,9\}$ та універсума $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $A \cap \left(B \cup C\right)$; б) $\overline{B} \Delta \overline{C}$ . Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $\left(\overline{C} \Delta B\right) \cap A$ . Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\{4, 5\} \subset \{\{1\}, 2, 3, 4, 5\}$; б) $N \in R$ ;

в) $Q \cup N \subset N$ ; г) $Q \setminus Z \subset R$ ;

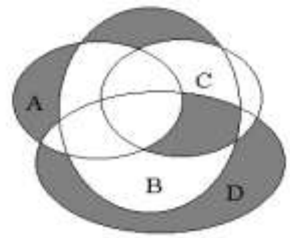
д) якщо $A \subset B$ і $B \subset \overline{C}$ , то $A \cap C = \varnothing$.

4. Логічним методом довести тотожність:

$$A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину: $(((B \cap C)\Delta A) \setminus C)\Delta B$.

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.




7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $(A \cup B) \cap \overline{C} \cup (\overline{A \cap B} \cap C) \cup (A \cap B \cap C)$.

8. У групі 35 студентів. З них 20 відвідують курси англійської мови, 11 німецької, а 10 студентів не відвідують жодних курсів. Скільки студентів відвідують лише курси англійської мови?

## Варіант №12

1. Для даних скінчених множин $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B$={5, 6, 7, 8, 9, 10}, $C$ = {1,2,3,8,9,10} та універсума $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $(A \setminus C) \cap \overline{B}$; б) $\overline{C}\Delta B$. Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $\overline{A} \setminus (\overline{B}\Delta C)$. Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\{1\} \subset \{\{1, 2, 3\}, 4\}$; б) $Q \cap N = N$;
в) $Q \setminus N \subset Z$; г) $(R \setminus Q) \cap N = \varnothing$;
д) якщо $A \subset B$, то $C \setminus B \subset C \setminus A$.

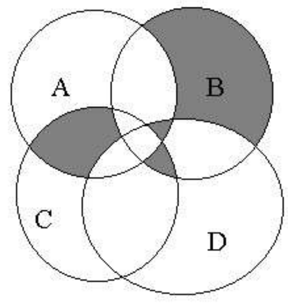
4. Логічним методом довести тотожність:

$$(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C).$$

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину:

$$((A \cup B) \cup (C \Delta B)) \setminus (A \setminus B).$$

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.




7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $(A \cup B) \cap C \cup \left(\overline{A} \cap \overline{B \cap C}\right) \cup (A \cap B \cap C)$.

8. Нехай a1, a2,...,an – взаємно прості натуральні числа, N – деяке натуральне число. Знайти кількість додатніх натуральних чисел, які не перевищують N і не діляться на жодне з чисел a1, a2,..., an.

## Варіант №13

1. Для даних скінчених множин $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{2,4,6,8,10\}$ та універсаму $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $A \cap (B \cup C)$; б) $\overline{B \Delta C}$. Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин. Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $C \setminus \left(B \setminus \overline{C}\right) \cap A$. Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\varnothing \in \{1, 2, 3\}$;  б) $Z \subset R$;

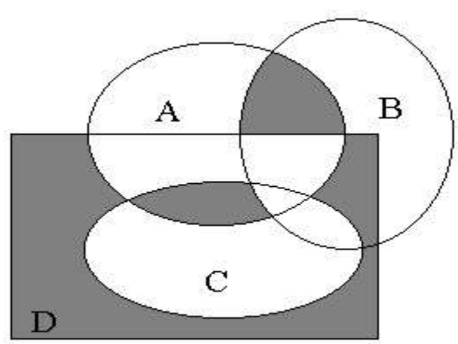
в) $Q \cup Z = Q$;  г) $R \setminus Z \subset R \setminus N$;

д) якщо $A \subset B$, то $A \cap C \subset B \cap C$.

4. Логічним методом довести тотожність: $\overline{A \cup B} \cap A = \varnothing$.

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину: $(B \cup C) \Delta A \setminus (B \cap C)$.

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.




7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $(A \cap \overline{B}) \cup (A \cap B \cap C) \cup \overline{A \cap C}$.

8. Зі 100 студентів англійську мову вивчають 28 студентів, німецьку – 30, французьку – 42, англійську і французьку – 10, англійську і німецьку – 8, німецьку і французьку – 5, всі 3 мови студіюють троє. Скільки студентів не вивчають жодної із цих трьох мов?

## Варіант №14

1. Для даних скінчених множин $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B=\{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{1, 2, 3, 8, 9, 10\}$ та універсуму $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $(\overline{B} \cap C) \cap \overline{A}$; б) $\overline{(A \setminus C) \cup B}$. Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $(A \setminus (\overline{C} \cap B)) \cap C$. Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина

дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\{1, 2, 3\} \subset \{2, 3, 4, 5\}$; б) $Q \cup N \subset R$;

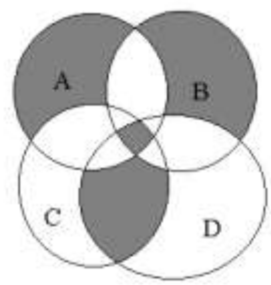
в) $Z \cap Q \subset Q \setminus N$; г) $(R \setminus Q) \cap Z = \varnothing$;

д) якщо $B \subset \overline{A}$ і $A \subset C$, то $B \subset C$.

4. Логічним методом довести тотожність: $\overline{A \cap B \cap C} \cap C = C \setminus (A \cap B)$.

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину: $(A \cap C \cup B) \Delta (A \Delta B)$.

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.




7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $(A \cap C \Delta B) \setminus B$.

8. У групі є 23 студента. Із них 18 знають англійську мову, 9 – німецьку та 6 – обидві мови. Скільки студентів у групі не знають жодної іноземної мови? Скільки студентів знають одну іноземну мову?

## Варіант №15

1. Для даних скінчених множин $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B=\{4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{2,4,6,8,10\}$ та універсаму $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $(C \setminus A) \cup (B \setminus A)$; б) $(B \setminus C) \cap A$. Розв’язати, використовуючи комп’ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $B \Delta C \setminus C$. Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $4 \in \{1, 2, 3, \{4, 5\}\}$;  б) $Q \in R$;

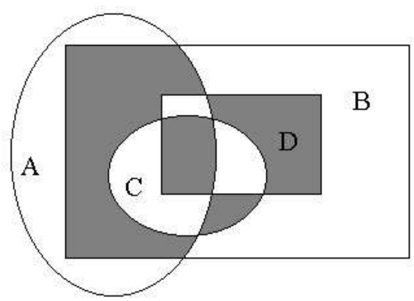
в) $Q \cap R = R$;  г) $Z \cup Q \subset Q \setminus N$;

д) якщо $A \subset B$, то $A \setminus C \subset B \setminus C$.

4. Логічним методом довести тотожність: $\overline{A \setminus B} \cap C = (C \setminus A) \cup (B \cap C)$.

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину: $(A \cap B \Delta C) \cup (B \setminus (A \setminus C))$.

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.




7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $(A \cap B \cap C) \cup (\overline{B} \cap C) \cup \overline{C}$.

8. У коробці знаходяться $m$ кульок, які пополовині розмальовані двома кольорами – синім і жовтим. Половинки $N$ кульок розмальовані синім кольором, а половинки $K$ кульок – жовтим. $L$ кульок мають і синю і жовту половинки. Скільки кульок не мають цих кольорів і скільки кульок розфарбовані лише цими кольорами?

## Варіант №16

1. Для даних скінчених множин $A = \{1,2,3,4,5,6,7\}$, $B=\{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $C = \{1,2,3,8,9,10\}$ та універсума $U = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ знайти множину, яку задано за допомогою операцій: а) $\overline{A \cap B} \setminus C$; б) $(A \setminus B) \Delta C$. Розв'язати, використовуючи комп'ютерне подання множин.

2. На множинах задачі 1 побудувати булеан множини $\left(\left(\overline{B} \setminus C\right) \cup B\right) \cap C$. Знайти його потужність.

3. Нехай маємо множини: N – множина натуральних чисел, Z – множина цілих чисел, Q – множина раціональних чисел, R – множина дійсних чисел; A, B, C – будь-які множини. Перевірити які твердження є вірними (в останній задачі у випадку невірного твердження достатньо навести контрприклад, якщо твердження вірне – навести доведення):

а) $\{4\} \subset \{2, 4, 6, 8\}$; б) $Z \cap R = R$;

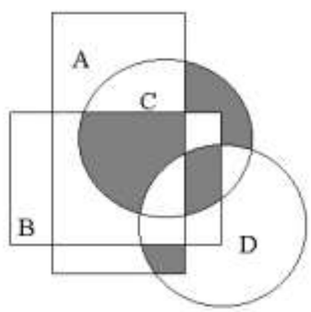
в) $N \cup Q \subset R \cap Z$; г) $N \cap Q \subset Q \setminus Z$;

д) якщо $A \subset B \cup C$, то $A \cap \overline{B} \subset C$.

4. Логічним методом довести тотожність: $\overline{A \setminus C} \cup \overline{C \setminus B} = U$.

5. Зобразити на діаграмі Ейлера-Венна множину: $\left(\left(\left(A \cup C\right) \Delta B\right) \setminus A\right) \Delta B$.

6. Множину зображено на діаграмі. Записати її за допомогою операцій.




7. Спростити вигляд множини, яка задана за допомогою операцій, застосовуючи закони алгебри множин (у відповідь множини можуть входити не більше одного разу): $\left(C \setminus \left(A \cap B\right)\right) \cup B$.

8. У групі 15 студентів добре знають математику, 11 – програмування і 8 – і математику, і програмування. Скільки студентів на курсі добре знають лише один предмет?

## Додаток № 2 до лабораторної роботи № 2

1. Ввести з клавіатури дві множини цілих чисел. Реалізувати операції об’єднання та симетричної різниці над цими множинами. Вивести на екран новоутворені множини. Знайти програмно їх потужність.

2. Ввести з клавіатури дві множини дійсних чисел. Реалізувати операції перерізу та різниці над цими множинами. Вивести на екран новоутворені множини. Знайти програмно їх потужність.
3. Ввести з клавіатури дві множини символьних даних. Реалізувати операції об’єднання та симетричної різниці над цими множинами. Вивести на екран новоутворені множини. Реалізувати програмно знаходження їх потужностей.
4. Ввести з клавіатури дві множини цілих чисел. Реалізувати операції перерізу та симетричної різниці над цими множинами. Вивести на екран новоутворені множини. Знайти програмно їх потужність.
5. Ввести з клавіатури дві множини символьних даних. Реалізувати операцію об’єднання над цими множинами. Вивести на екран новоутворену множину. Знайти програмно булеан цієї множини.
6. Ввести з клавіатури дві множини дійсних даних. Реалізувати операцію симетричної різниці над цими множинами. Вивести на екран новоутворену множину. Знайти програмно її потужність.
7. Ввести з клавіатури множину символьних даних. Реалізувати операцію доповнення до цієї множини. Вивести на екран новоутворену множину. Знайти її булеан.
8. Ввести з клавіатури дві множини цілих чисел. Знайти потужності цих множин. На основі операцій перетину та об’єднання перевірити програмно виконання закону поглинання.
9. Ввести з клавіатури дві множини дійсних чисел. Реалізувати операції перерізу та об’єднання над цими множинами. Вивести на екран новоутворені множини. Знайти їх потужність.
10. Ввести з клавіатури дві множини символьних даних. Реалізувати операції різниці та доповнення над цими множинами. Вивести на екран новоутворені множини. Знайти їх потужність.
11. Ввести з клавіатури множину дійсних чисел. Реалізувати операцію доповнення до цієї множини. Вивести на екран новоутворену множину. Побудувати булеан цієї множини. Знайти програмно його потужність.
12. Ввести з клавіатури дві множини цілих даних. Реалізувати операцію симетричної різниці над цими множинами. Вивести на екран новоутворену множину. Реалізувати програмно побудову булеану цієї множини.

13. Ввести з клавіатури множину дійсних чисел. Реалізувати операцію доповнення до цієї множини. Реалізувати програмно побудову булеану цієї множини. Усі результати виконання вивести на екран.
14. Ввести з клавіатури дві множини символьних даних. Реалізувати операцію перетину та симетричної різниці над цими множинами. Вивести на екран новоутворені множини. Реалізувати програмно знаходження потужностей цих множин.
15. Ввести з клавіатури дві множини цілих чисел. Реалізувати операції об'єднання та перерізу над цими множинами. Вивести на екран новоутворені множини. Знайти програмно їх потужності.
16. Ввести з клавіатури дві множини символьних даних. Реалізувати операцію об'єднання над цими множинами. Вивести на екран новоутворену множину. Програмно реалізувати побудову булеану цієї множини.