Стат. проверка стат. гипотез. (г)

Понятие стат. гипотезы. Простые и сложные г. Основная и конкурирующая гипотезы

Стат. гипотезой наз. предположение о виде неиз. распред. или при пар-рах извест. распред..

Основной//Нулевой наз. выдвинутую гипотезу.

Обозн.: H_0

Альтернативной//Конкурирующей наз. г., кот. противоречит основной.

Обозн.: H_1

Г. наз. простой, если она содержит ровно одно утверждение

Г. наз. сложной, если она состоит из конечного или бесконечного числа простых

Ошибки 1го и 2го рода

Ошибка 1го рода состоит в том, что отвергается правильная нулевая г.

Ошибка 2го рода состоит в том, что принимается неверная г.

Вероят. совершения ошибки 1го рода наз. уровнем значимости этой г.

Обозн.: α

Стат. критерий проверки основной г.

Проверка основной г. проводится на основе спец. подобранной СВны (К), распред. кот. известно. СВ К, кот. служит для проверки основной г. наз. (стат.) критерием.

Значение крит., кот. он прин. по рез-атам проведённой выборки наз. наблюдаемым значением крит.

Обозн: $K_{набл}$

Мн. зн-ий К ., при кот. H_0 отвергается наз. критической областью критерия

Мн. зн-ий К , при кот г. принимается наз. областью принятия г.

(..), кот. отделяют критические области от обл. принятия крит. наз критическими

Обозн.: $K_{кр}$

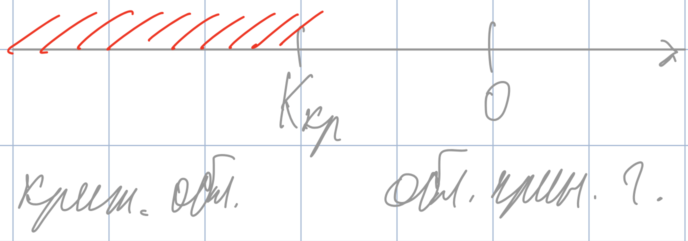
Если значение $K_{набл} \in$ критической обл., то H_0 отвергается

Если значение $K_{набл} \in$ обл. принятия г., то г. принимается

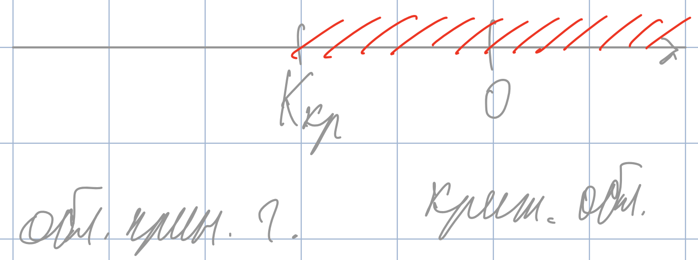
Критические области

односторонние — двусторонние

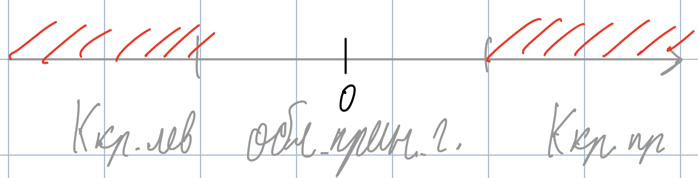
левосторонние — правосторонние



левост.



правост



двусторонняя

При возможности двустороннюю крит. обл. нужно делать симметричной

Расчёт правост. крит. обл. и проверка г.

ур. знач

1) Задаётся α
2) Осущ. рассчёт $K_{кр}$:

В предположении, что H_0 верна, $K_{кр}$ наход. из условия, что вероят. значения $K > K_{кр}$ равна α

$$P(K > K_{кр}) = \alpha$$

3) Рассчёт $K_{набл.}$:

По рез. конкретной выборки рассчитываем $K_{набл.}$

- Если $K_{набл.} > K_{кр} \longrightarrow H_0$ отвергается $\longrightarrow H_1$ принимается
- Если $K_{набл.} < K_{кр.} \longrightarrow$ нет оснований отв. H_0

Расчёт л/сн. крит. обл.

1) Задаётся α.
2) Осущ. рассчёт $K_{кр}$:

В предположении, что H_0 верна, $K_{кр}$ наход. из условия, что вероят. значения $K < K_{кр}$ равна α

$$P(K < K_{кр}) = \alpha$$

3) Рассчёт $K_{набл.}$:

По рез. конкретной выборки рассчитываем $K_{набл.}$.

– Если $K_{набл.} > K_{кр} \longrightarrow$ нет оснований отв. H_0

– Если $K_{набл.} < K_{кр.} \longrightarrow$ H_0 отв $\longrightarrow H_1$ прин.

Рассчёт двуст. крит. обл.

1) Задаётся α.

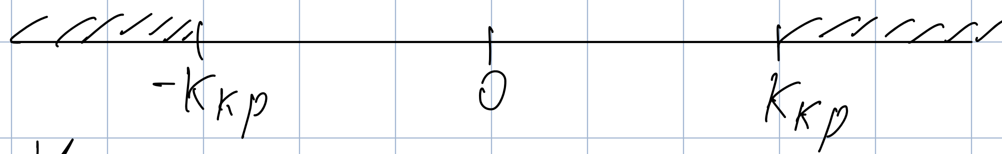
2) Осущ. рассчёт $K_{кр.лев}$ и $K_{кр.пр.}$:

В предположении, что H_0 верна, $K_{кр}$ наход. из условия, что вероят. значения $K = K_{кр}$ равна α

$$P(K < K_{кр.лев}) + P(K > K_{кр.пр}) = \alpha$$

Данное усл. пок., что сущ. бесконечно много вариантов выбора крит. обл-ей

Если обл. сим., что $P(K < -K_{кр.}) = P(K > K_{кр}) = \frac{\alpha}{2}$



3) Рассчёт $K_{набл.}$:

По рез. конкретной выборки рассчитываем $K_{набл.}$.

- Если $K_{набл.} > K_{кр}$ → нет оснований отв H_0
- Если $K_{набл.} < K_{кр.}$ → H_0 отв → H_1 прин

Мощность критерия

Целесообразно ввести в рассм. вероят. попадания $K_{набл.}$ в крит. обл., при условии, что H_0 не верна

Мощность K – вероят. попад. K в крит. обл. при условии, что справедлива H_1

Др. словами, это вероят. того, что H_0 будет отв, если H_1 верна.

При выбранном α крит. обл. д/б такой, чтобы мощность K была макс.

Зад. Сравнение дисперсий 2ух н/р ген. сов-тей

Дано:

X - н/р.; $\{x_1, x_2, \dots, x_{n_1}\}$

Y - н/р.; $\{y_1, y_2, \dots, y_{n_2}\}$

α

Найти: H_0: $D_x = D_y$ H_0: $M D_{испр. x} = M D_{испр. y}$

Решение:

В предположении, что H_0 верна предлагается СВ

$$F = \frac{D_{исп.б.}}{D_{исп.м}}$$

М. (пок., что в предположении справедливости H_0 критерий F имеет распр. Фишера-Снедекора с $k_1 = n_1 - 1$; $k_2 = n_2 - 1$ ст-ми св-д

I

$H_0: D_x = D_y$

$H_1: D_x > D_y$

В этом случ. анализ проводится по п/ст крит. обл.

При этом $K_{кр}$ нах из фор.: $P(F > K_{кр}) = \alpha$

Считаем $F_{набл.}$ по рез. выборки и:

- Если $F_{набл} > K_{кр} \longrightarrow H_0$ отв. $\longrightarrow H_1$ прин
- Если $F_{набл.} < K_{кр} \longrightarrow$ нет оснований отв H_0

II

$H_0: D_x = D_y$

$H_1: D_x \neq D_y$

В этом случ. анализ проводится по лев/ст и прав/ст крит. обл.

При этом $K_{кр}$ нах. из фор.: $P(F < K_{кр.л.}) + P(F > K_{кр.пр.}) = \alpha$

В случае распред. Фишера-Снедекора наиб. мощность достигается, когда крит. обл симметрична, т.е:

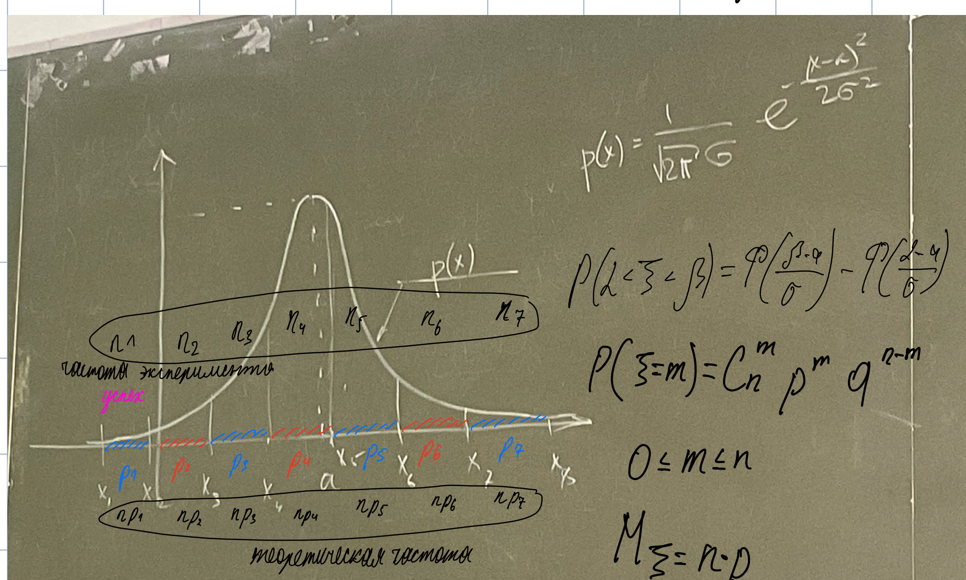
$$P(F < -K_{кр}) = P(F > K_{кр}) = \frac{\alpha}{2}$$

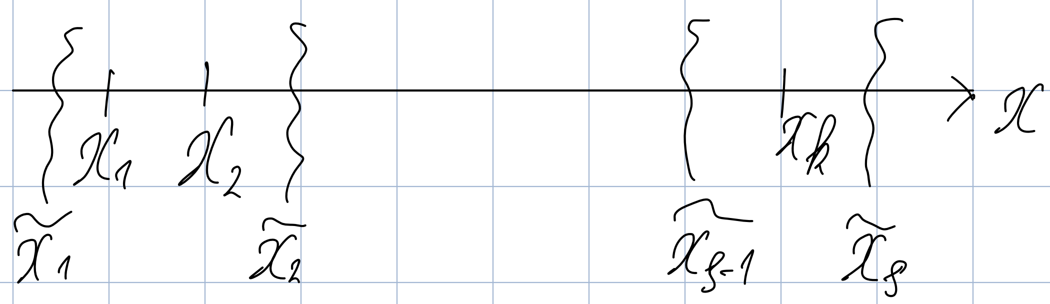
Считаем $F_{набл.}$:

- Если $F_{набл} > K_{кр} \longrightarrow H_0$ отв. $\longrightarrow H_1$ прин
- Если $F_{набл.} < K_{кр} \longrightarrow$ нет оснований отв H_0.

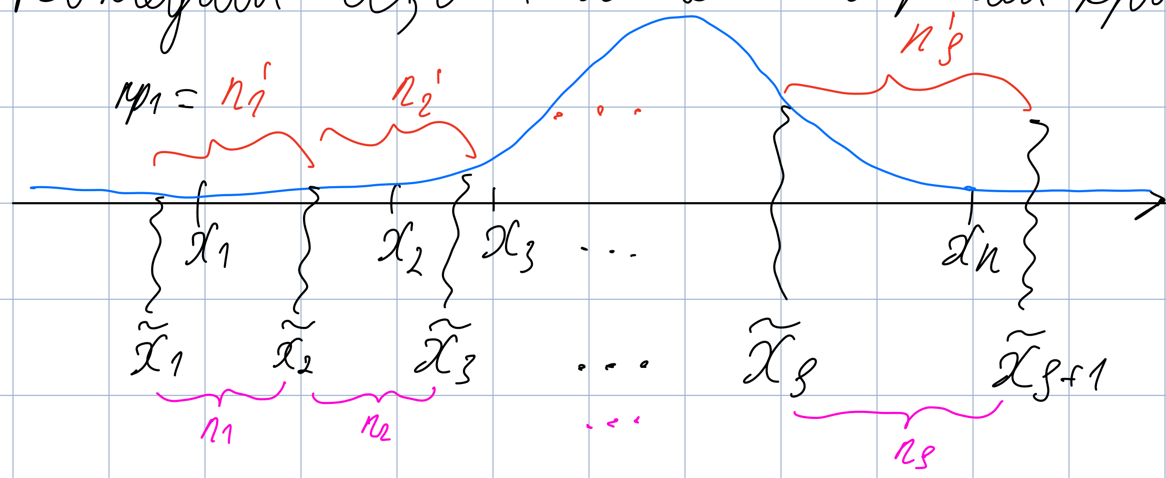
Проверка г. о н/р ген. сов-ти. Критерий Пирсона.

Критерием согласия П. наз. кр. проверки г. о предполагаемом з-не неиз. распред.





находим $\tilde{a}, \tilde{\sigma}$ и потом построим кривую Г.



$$\bar{x}_{выб} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \hat{a}$$

$$D_{выб} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}_{выб}\right)^2$$

$$\sigma_{выб} = \sqrt{D_{выб}} = \hat{\sigma}$$

$n_1, n_2, \ldots, n_s$ – эмпирические частоты (из опыта, рез. выборки)

$n_1', n_2', \ldots, n_s'$ – теоретические частоты (теоретически, какие д/б быть если было бы Г-распр.)

Алгоритм проверки H_0

H_0: ГС – н/р

1) α

2) Построение критерия и анализ критических (··)

$$K=\sum_{i=1}^{s}\frac{(n_i-n_i')^2}{n_i'}$$

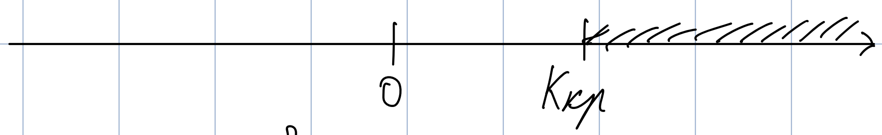
П. доказал, что при справедливости H_0, при $n\to\infty$ вне зав. от вида распред Г.С., СВ K имеет χ^2 распред с k ст. св., где $k=s-1-r$, где r - число пар-ов данного распред.

В случае н/р $r=2 \to k=s-3$

s - кол-во отрезков под анализ

$K=\chi^2$ распред с „$s-3$" ст. св.

$$P(\chi^2>K_{кр.})=\alpha$$



$$K_{набл.}=\chi^2_{набл.}$$

Если $\chi^2_{набл}\in[K_{кр};\infty)$, то H_0 отв

Если $\chi^2_{набл}\notin[K_{кр};\infty)$, то H_0 прин.

Зам. 1

Объём выборки (n) д/б достаточно велик (≥ 50), при этом в каждой группе д/б не менее 5-8 эл-тов

Зам. 2 (алгоритм расчёта n') (теор. частота)

1) На основании произведённой выборки рассчитываем

$\bar{x}_{выб} = \hat{a}$

$D_{выб} = (\hat{\sigma})^2$

$\sigma_{выб} = \hat{\sigma}$

2) Весь диапазон значений выборки разбиваем на 25 одинак. отрезков $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \ldots, \tilde{x}_s, \tilde{x}_{s+1}$

$$\frac{\tilde{x}_i - \hat{a}}{\hat{\sigma}} = \tilde{\tilde{x}}_i \,; i = 1, \ldots, s$$

3) $p_1 = \Phi(\tilde{\tilde{x}}_2) - \Phi(\tilde{\tilde{x}}_1)$

...

$p_s = \Phi(\tilde{\tilde{x}}_{s+1}) - \Phi(\tilde{\tilde{x}}_s)$

4) $n_i' = p_i \cdot n$