INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CEARÁ
Campus Fortaleza

Departamento de Física e Matemática - Defimat
Curso de Engenharia de Computação
Professor: Roberto Carlos Feitosa

Avaliação Parcial 1 - Cálculo I

Aluno(a) ________ Nota 10,0 ~~5.~~ Muito bem!

Questões:

❖ *Calcule os seguintes limites: (4 escores cada)*

1. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^5 - 1}{1 - x^{15}}$

2. $\lim\limits_{x \to 4} \frac{x-4}{|x-4|}$

3. $\lim\limits_{n \to 1^+} \frac{x-2}{x^2-4x+3}$

4. $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2x^5 - x + 3}{4x^5 + x - 9}$

5. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin 2x}{tg 8x}$

6. $\lim\limits_{n \to \infty} \left(1 + \frac{5}{n}\right)^{2n}$

Observações:

1- *utilize caneta de cor azul ou preta. Questões resolvidas a lápis não serão consideradas;*
2- *não escreva na folha de frente da prova;*
3- *resolva as questões na sequência apresentada.*

Escores:

1 4 **2** 4 **3** 4 **4** ? **5** 4 **6** 4

Total de 20 *escores*

Boa Prova!

Rodrigues

$\frac{\cdot^5 - 1}{1 - x^{15}}$

i) Aplicando a substituição

$\lim_{x \to 1} \frac{1^5 - 1}{1 - 1^{15}} = \frac{0}{0}$ indeterminado

ii) Manipulação algébrica

$\lim_{x \to 1} \frac{x^5 - 1}{1 - x^{15}} = \lim_{x \to 1} \frac{x^5 - 1}{1 - x^{15}} \cdot \frac{-1}{-1} = \lim_{x \to 1} - \frac{x^5 - 1}{x^{15} - 1}$

iii) Pelas propriedades de limites

$\lim_{x \to 1} - \frac{x^5 - 1}{x^{15} - 1} = - \lim_{x \to 1} \frac{x^5 - 1}{x^{15} - 1}$

iv) Para $n, m \in \mathbb{N}$

$\lim_{x \to 1} \frac{x^n - 1}{x^m - 1} = \frac{n}{m} \Rightarrow - \lim_{x \to 1} \frac{x^5 - 1}{x^{15} - 1} = -\frac{5}{15} = -1/3$

2. $\lim_{x \to 4} \frac{x - 4}{|x - 4|}$

i) Aplicando a substituição

$\lim_{x \to 4} \frac{4 - 4}{|4 - 4|} = \frac{0}{0}$ indeterminado

ii) Observando limites laterais tendo em mente que $|x| \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$

$\lim_{x \to 4^+} \frac{x - 4}{|x - 4|} = \frac{x - 4}{x - 4} = 1$

$\lim_{x \to 4^-} \frac{x - 4}{|x - 4|} = \frac{x - 4}{4 - x} = \frac{x - 4}{-1 \cdot (x - 4)} = -1$

$x - 4 < 0$

iii) Os limites laterais são distintos, logo não existe o limite no ponto.

$\nexists \lim_{x \to 4} \frac{x - 4}{|x - 4|}$

3. $\lim_{x \to 1^+} \frac{x - 2}{x^2 - 4x + 3}$

i) Substituição

$\lim_{x \to 1^+} = \frac{1 - 2}{1 - 4 \cdot 1 + 3} = \frac{-1}{0}$ ⇝ Temos um resultado da forma $K/0$, com $K \neq 0$

⇓

$\lim_{x \to 1^+} \frac{x - 2}{x^2 - 4x + 3} = \pm\infty$

ii) Estudo dos sinais

$x - 2$	$- - - - - - - \overset{2}{\bullet} + + + +$
$x^2 - 4x + 3$	$+ + + + + \overset{1}{\bullet} - - - - \overset{3}{\bullet} + + +$
$f(x)$	$- - - - \overset{1}{\bullet} + + \overset{2}{\bullet} - \overset{3}{\bullet} + + +$

$\lim_{x \to 1^+} \frac{x - 2}{x^2 - 4x + 3} = +\infty$

6ª questão no lugar da 4ª

6. $\lim_{n \to \infty} \left(1 + \frac{5}{n}\right)^{2n}$

i) Substituição

indeterminação

ii) Manipulação algébrica

Seja $t = \frac{n}{5}$. Daí, se $n \to \infty$, $t \to \infty$

Reescrevendo a função $f(n)$ como $f(t)$

$\lim_{t \to \infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^{10t} = \lim_{t \to \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{t}\right)^t\right]^{10}$

iv) Pela propriedade do limite

$\lim_{t \to \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{t}\right)^t\right]^{10} = \left[\lim_{t \to \infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^t\right]^{10}$

v) Sabendo que

$\lim_{t \to \infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^t = e$ (número de Euler)

temos que $\left[\lim_{t \to \infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^t\right]^{10} = e^{10}$

(Próxima no verso!)

5. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{tg\, 8x}$

i) Substituição

$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 0}{tg\, 0} = \frac{0}{0}$ indeterminado

ii) Manipular a função

$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{tg\, 8x} \xrightarrow{tg\, x = \frac{\sin x}{\cos x}} \lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{\frac{\sin 8x}{\cos 8x}} = \lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{\sin 8x} \cdot \cos 8x$

iii)

$\lim_{x\to 0} \frac{\sin 2x}{\sin 8x} \cdot \cos 8x = \lim_{x\to 0} \underset{\uparrow 1}{\frac{2x}{2x}} \cdot \underset{\uparrow 1}{\frac{8x}{8x}} \cdot \frac{\sin 2x}{\sin 8x} \cos 8x = \lim_{x\to 0} \frac{2x}{8x} \cdot \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \left(\frac{\sin 8x}{8x}\right)^{-1} \cdot \cos 8x$

iv) Utilizando o limite fundamental trigonométrico

substituindo pelo Teorema da troca

$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \Rightarrow \lim_{x\to 0} \cancel{\frac{2x}{8x}}^{1/4} \cdot \cancel{\frac{\sin 2x}{2x}}^{1} \cdot \cancel{\left(\frac{\sin 8x}{8x}\right)}^{-1}_{1} \cdot \cos 8x = \lim_{x\to 0} \underbrace{4 \cdot \cos 8x}_{g(x)} \Rightarrow \lim_{x\to 0} 4^{-1} \cdot \cos 0 = \lim_{x\to 0} 4^{-1} \cdot 1 = 4^{-1}$ //

$1/4$ //