

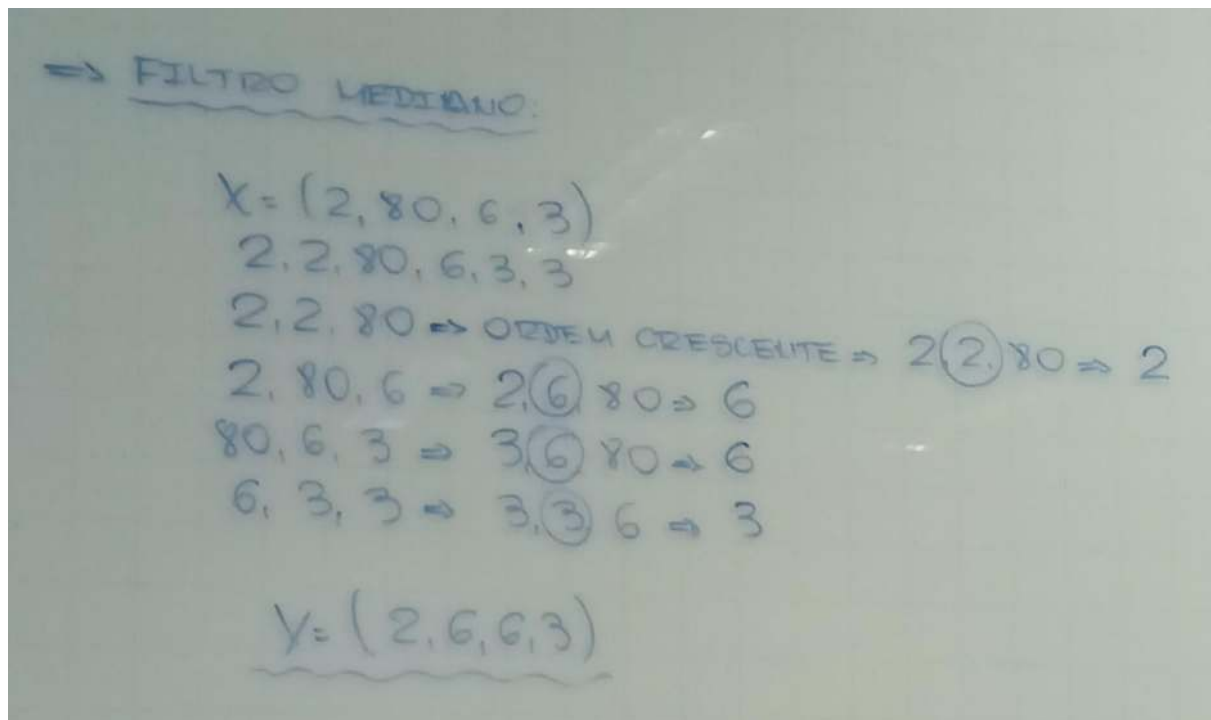
Aula 23/08/2022 - Filtros Digitais

Revisão do Filtro média móvel

- Conceito
- Fórmula
- Aplicación
- Vantagens e desvantagens (incluindo o temporal)

Filtro Mediano

- O filtro é obtido pelo valor mediano de um conjunto de amostras.
- Exemplo do professor (tem no slide)



Anotação do Cristiano

10/08/22
23

~~Conteúdo digital de um processo~~

- Filtro mediano

$$x = (2, 80, 6, 3)$$

$$x_1 = (2, 2, 80) \Rightarrow \text{orden crescente (O.C.)} \Rightarrow 2, 2, 80 \Rightarrow 2$$

$$x_2 = 2, 80, 6 \Rightarrow \text{O.C.} \Rightarrow 2, 6, 80 \Rightarrow 6$$

$$x_3 = 80, 6, 3 \Rightarrow \text{O.C.} \Rightarrow 3, 6, 80 \Rightarrow 6$$

$$x_4 = 6, 3, 3 \Rightarrow \text{O.C.} \Rightarrow 3, 3, 6 \Rightarrow 3$$

$$y = (2, 6, 6, 3)$$

Slide

FILTROS DIGITAIS

- Filtro mediano
- O filtro mediano é obtido pelo valor mediano de um conjunto de amostras. Veja exemplo abaixo:

$$x = (2, 80, 6, 3)$$

So, the median filtered output signal y will be:

$$y_1 = \text{med}(2, 2, 80) = 2,$$
$$y_2 = \text{med}(2, 80, 6) = \text{med}(2, 6, 80) = 6,$$
$$y_3 = \text{med}(80, 6, 3) = \text{med}(3, 6, 80) = 6,$$
$$y_4 = \text{med}(6, 3, 3) = \text{med}(3, 3, 6) = 3,$$

i.e. $y = (2, 6, 6, 3)$.

Exemplo 2

Anotação do professor

⇒ FILTRO MEDIANO:

$$X = (2, 100, 3, 4, 2, 3, 80, 4, 4)$$

$$2, 2, 100, 3, 4, 2, 3, 80, 4, 4, 4$$

$$2, 2, 100 \Rightarrow 2, \textcircled{2}, 100 \Rightarrow 2$$

$$2, 100, 3 \Rightarrow 2, \textcircled{3}, 100 \Rightarrow 3$$

$$100, 3, 4 \Rightarrow 3, \textcircled{4}, 100 \Rightarrow 4$$

$$3, 4, 2 \Rightarrow 2, \textcircled{3}, 4 \Rightarrow 3$$

$$4, 2, 3 \Rightarrow 2, \textcircled{3}, 4 \Rightarrow 3$$

$$2, 3, 80 \Rightarrow 2, \textcircled{3}, 80 \Rightarrow 3$$

$$3, 80, 4 \Rightarrow 3, \textcircled{4}, 80 \Rightarrow 4$$

$$80, 4, 4 \Rightarrow 4, \textcircled{4}, 80 \Rightarrow 4$$

$$4, 4, 4 \Rightarrow 4, \textcircled{4}, 4 \Rightarrow 4$$

$$Y = (2, 3, 4, 3, 3, 3, 4, 4, 4)$$

Ex2

$$X = (2, 100, 3, 4, 2, 3, 80, 4, 4)$$

$$Y = 2, 2, 100, 3, 4, 2, 3, 80, 4, 4, 4$$

$$Y_1 = 2, 2, 100 \rightarrow 2, 2, 100 = 2$$

$$Y_2 = 2, 100, 3 \rightarrow 2, 3, 100 = 3$$

$$Y_3 = 100, 3, 4 \rightarrow 3, 4, 100 = 4$$

$$Y_4 = 3, 4, 2 \rightarrow 2, 3, 4 = 3$$

$$Y_5 = 4, 2, 3 \rightarrow 2, 3, 4 = 3$$

$$Y_6 = 2, 3, 80 \rightarrow 2, 3, 80 = 3$$

$$Y_7 = 3, 80, 4 \rightarrow 3, 4, 80 = 4$$

$$Y_8 = 80, 4, 4 \rightarrow 4, 4, 4 = 4$$

$$Y_9 = 4, 4, 4 \rightarrow 4, 4, 4 = 4$$

$$Y = (2, 3, 4, 3, 3, 3, 4, 4, 4)$$

Exemplo 3 (Filtro não sendo eficiente, valores escalonados, ou seja, distorções próximas entre o 100 e 80)

Anotação do professor

FILTRO MEDIANO:

$X = (2, 100, 3, 80, 2, 4, 5, 6, 2)$

$2, 2, 100, 3, 80, 2, 4, 5, 6, 2, 2$

$2, 2, 100 \Rightarrow 2, \textcircled{2}, 100 \Rightarrow 2$

$2, 100, 3 \Rightarrow 2, \textcircled{3}, 100 \Rightarrow 3$

$100, 3, 80 \Rightarrow 3, \textcircled{80}, 100 \Rightarrow 80$

$3, 80, 2 \Rightarrow 2, \textcircled{3}, 80 \Rightarrow 3$

$80, 2, 4 \Rightarrow 2, \textcircled{4}, 80 \Rightarrow 4$

$2, 4, 5 \Rightarrow 2, \textcircled{4}, 5 \Rightarrow 4$

$4, 5, 6 \Rightarrow 4, \textcircled{5}, 6 \Rightarrow 5$

$5, 6, 2 \Rightarrow 2, \textcircled{6}, 6 \Rightarrow 5$

$6, 2, 2 \Rightarrow 2, \textcircled{6}, 2 \Rightarrow 2$

$Y = (2, 3, 80, 3, 4, 4, 5, 5, 2)$

Ex 3

$$X = (2, 100, 3, 80, 2, 4, 5, 6, 2)$$

$$Y = (2, 2, 100, 3, 80, 2, 4, 5, 6, 2, 2)$$

$$Y_1 = 2, 2, 100 \Rightarrow 2, 2, 100 = 2$$

$$Y_2 = 2, 100, 3 \Rightarrow 2, 3, 100 = 3$$

$$Y_3 = 100, 3, 80 \Rightarrow 3, 80, 100 = 80 \text{ (Eolhas)}$$

$$Y_4 = 3, 80, 2 \Rightarrow 2, 3, 80 = 3$$

$$Y_5 = 80, 2, 4 \Rightarrow 2, 4, 80 = 4$$

$$Y_6 = 2, 4, 5 \Rightarrow 2, 4, 5 = 4$$

$$Y_7 = 4, 5, 6 \Rightarrow 4, 5, 6 = 5$$

$$Y_8 = 5, 6, 2 \Rightarrow 5, 5, 6 = 5$$

$$Y_9 = 6, 2, 2 \Rightarrow 2, 2, 6 = 2$$

$$Y = (2, 3, 80, 3, 4, 4, 5, 5, 2)$$

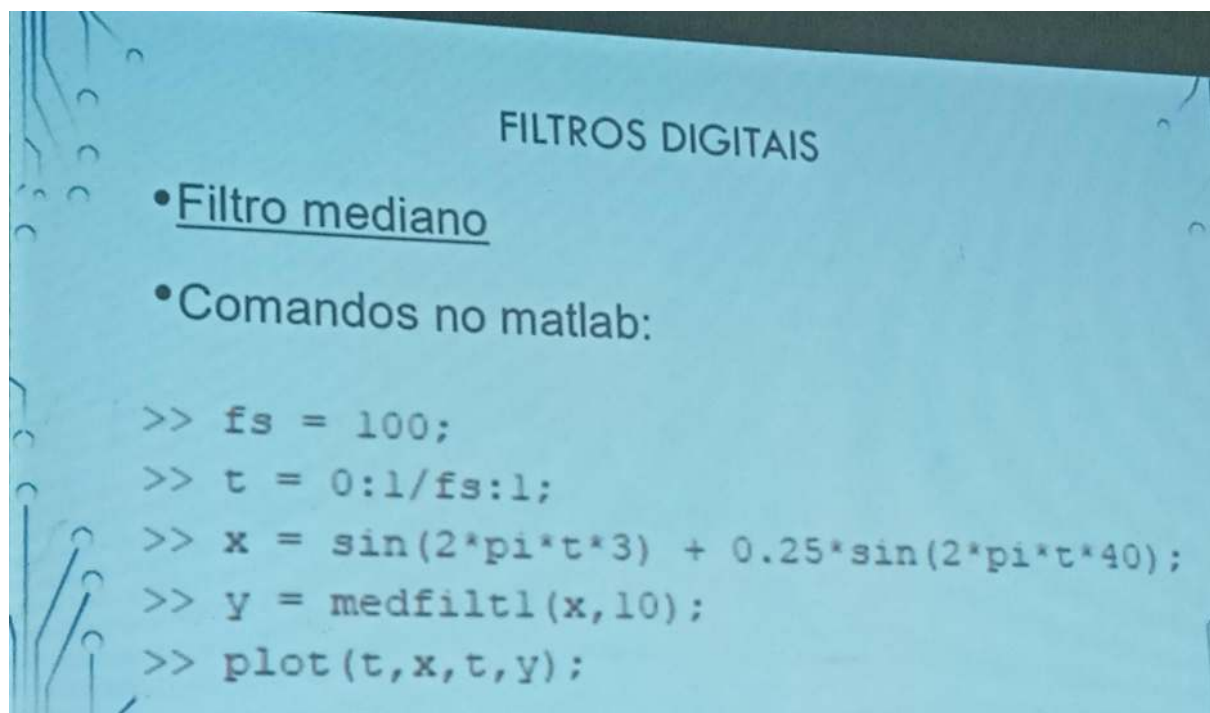
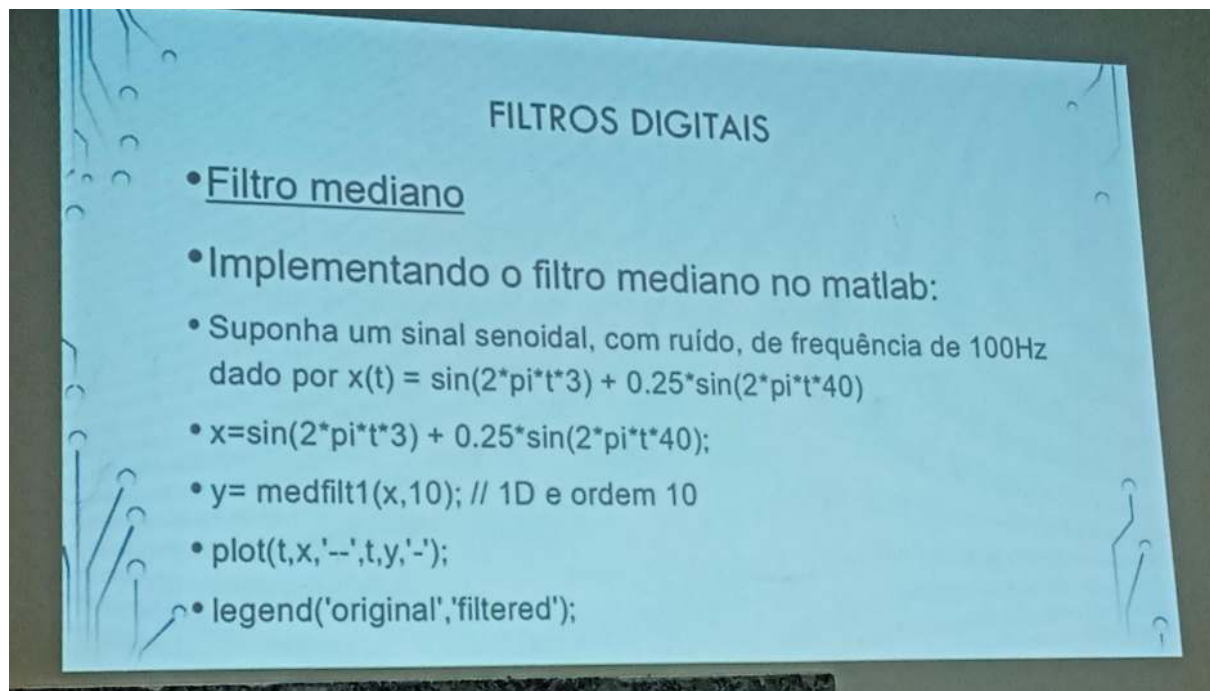
↑
falha

Desvantagem do filtro Mediano

- Se reaplicar a filtragem na saída, corrigirá a falha, mas apresentará um tempo de resposta elevado

- Tempo de resposta pior que o filtro média móvel

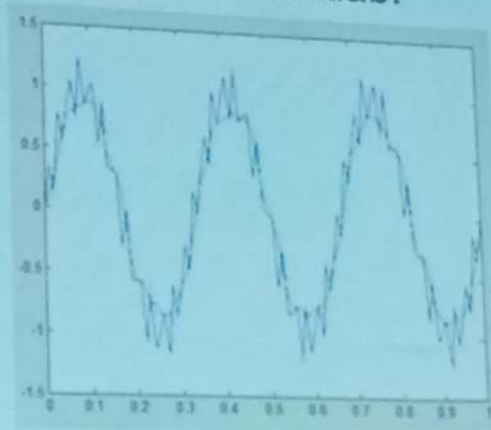
Implementando
10 amostras



FILTROS DIGITAIS

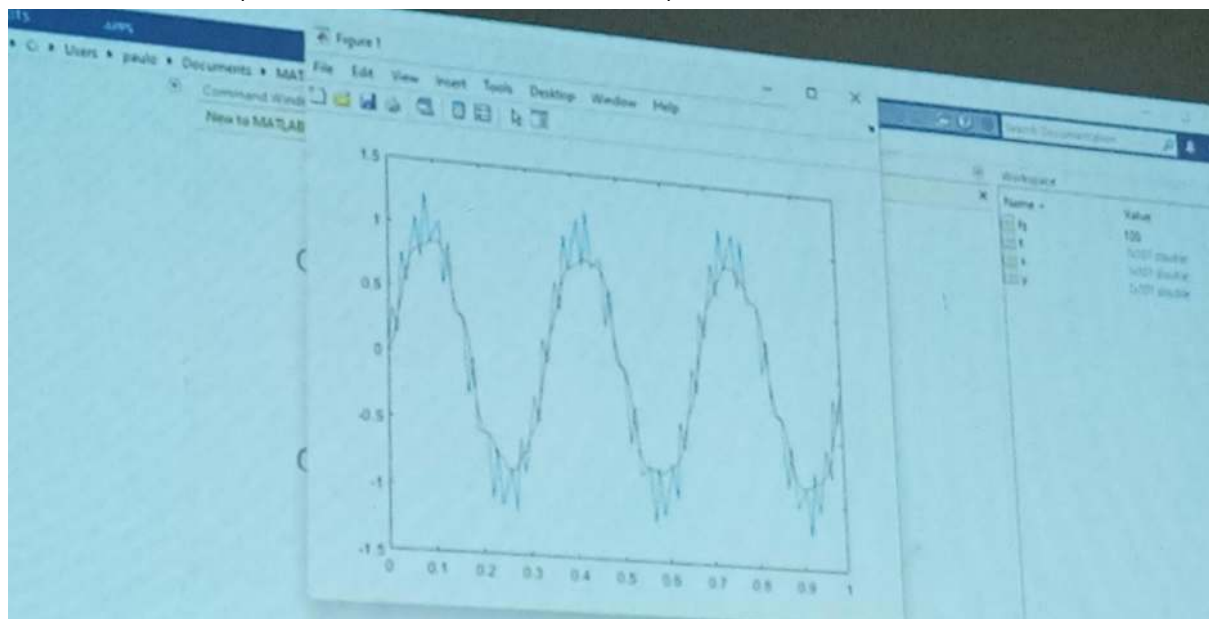
- Filtro mediano

- Resultado da filtragem no matlab:



Tem um sinal verde(filtrado pela mediana) dentro do do azul)

Gráfico no Matlab(sinal com ruído e o sinal filtrado)



Em python

FILTROS DIGITAIS

- Filtro mediano
- Filtro mediano em linguagem Python:

Python [edit]

Works with: Python version 2.6
Library: PIL

```
import Image, ImageFilter  
im = Image.open('image.ppm')  
  
median = im.filter(ImageFilter.MedianFilter(3))  
median.save('image2.ppm')
```

Atividade

FILTROS DIGITAIS

- Exercícios em sala:
- Utilizando a transformada de laplace (no matlab) converta as seguintes funções para o domínio da frequência:
- A) $x(t) = 2 \cdot t^3$;
- B) $x(t) = 2 \cdot t + t/2$;
- C) $x(t) = t/3 + 3 \cdot t$;
- D) $x(t) = 2 \cdot e^{2 \cdot t}$.
- Exemplo: $y = \text{laplace}(x)$;

Usando o Matlab

Verificar se tem no python

A) $x(t) = 2t^3$

```
>> x = 2*t^3;  
>> laplace(x)  
  
ans =  
  
12/s^4  
I  
fx>>
```

Ans= Answer

B) $x(t) = 2t + t/2$

```
>> x = 2*t + t/2;  
>> laplace(x)  
  
ans =  
  
5/(2*s^2)  
I  
fx>> |
```

C) $x(t) = t/3 + 3t$

```
>> x = t/3 + 3*t;  
>> laplace(x)  
  
ans =  
  
10/(3*s^2)  
I  
fx>>
```

D) $x(t) = 2 \cdot e^{2t}$ {todos os itens no domínio da frequência}

```
>> x = 2*exp(2*t);  
>> laplace(x)  
  
ans =  
  
2/(s - 2)  
I  
fx>>
```

exp = 'e' {exponencial}

Atividade de Transformada inversa de Laplace

- No domínio da frequência

Comando: Syms s

Para determinar o plano em s

- Nas fotos estão as equações

Usando o Matlab

A) $x(s) = 10/((s+2) \cdot (s+5))$

```
>> syms s  
>> xs = 10/((s+2)*(s+5));  
>> ilaplace(xs)  
  
ans =  
  
(10*exp(-2*t))/3 - (10*exp(-5*t))/3  
I  
fx>>
```

B) $y(s)$

```
>> ys = 2*s/((s+1)*(s+3)*(s+6));  
>> ilaplace(ys)  
  
ans =  
  
exp(-3*t) - exp(-t)/5 - (4*exp(-6*t))  
I  
fx>>
```

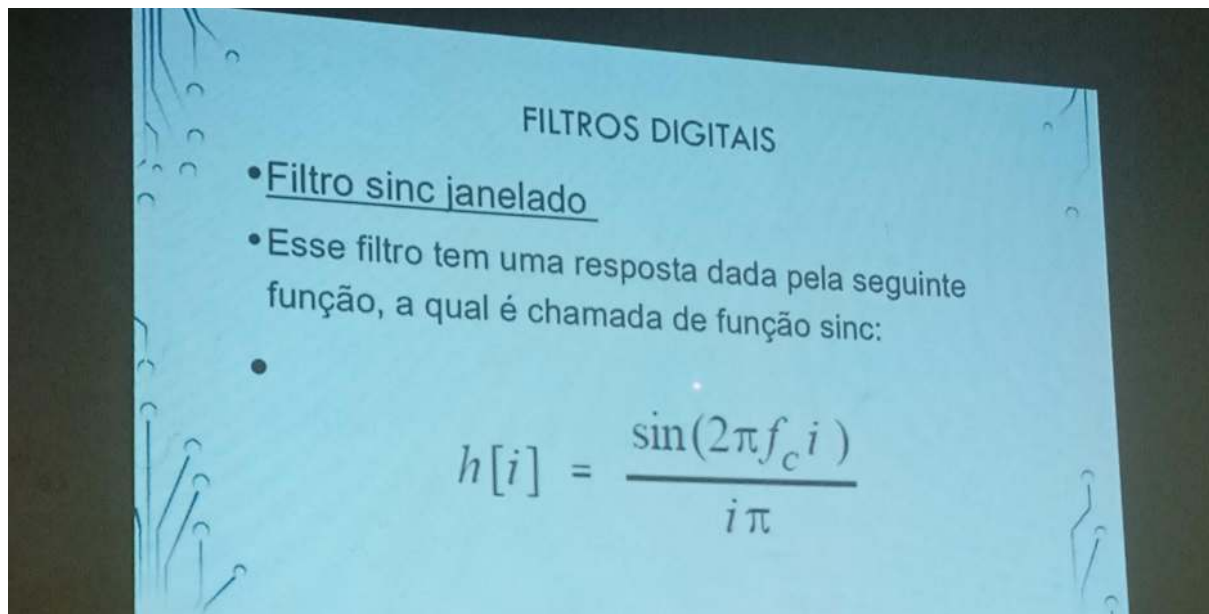
C) $k(s)$

```
>> ks = (s+2)/((s+1)*(s+4));  
>> ilaplace(ks)  
  
ans =  
  
exp(-t)/3 + (2*exp(-4*t))/3  
  
fx >> | I
```

Filtro Sinc Janelado

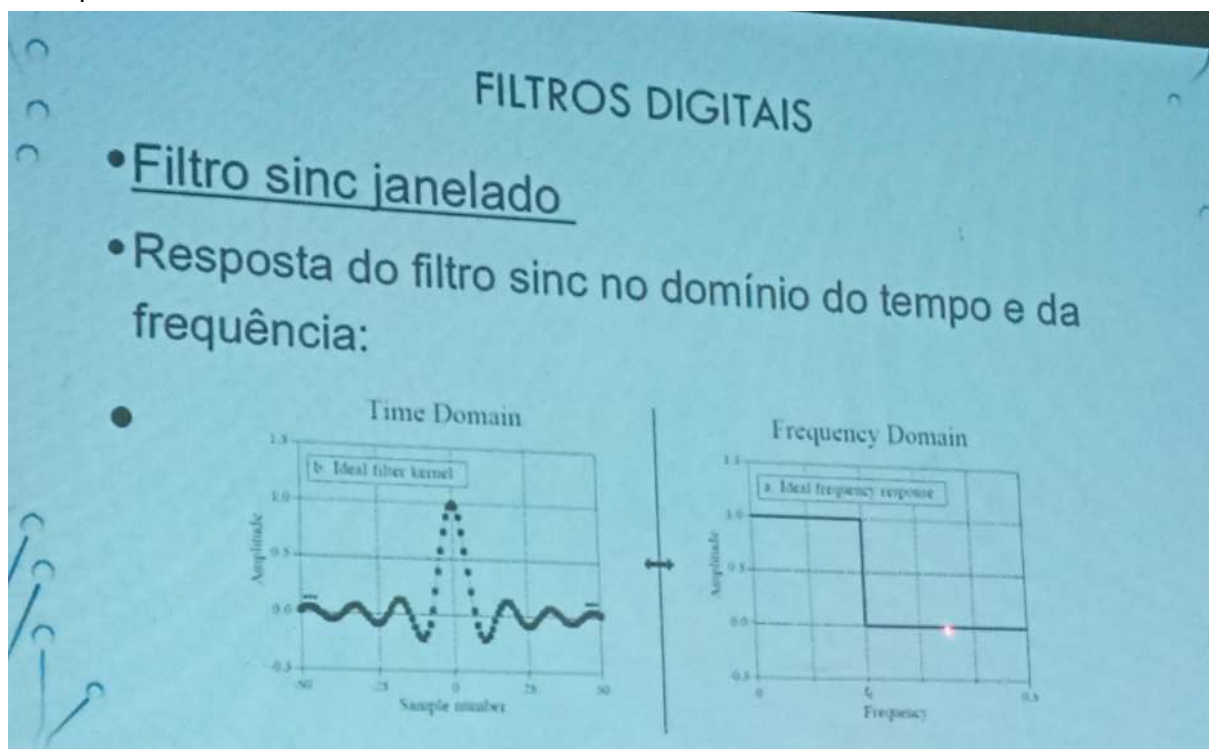
FILTROS DIGITAIS

- Filtro sinc janelado
- É um filtro utilizado para separar uma banda de frequência de outra banda de frequência;
- É muito estável e com bom desempenho;
- Excelente resposta no domínio da frequência;
- Fácil de programar, mas com tempo execução ruim.



f_c = frequência de corte
 i = amostra

Exemplo



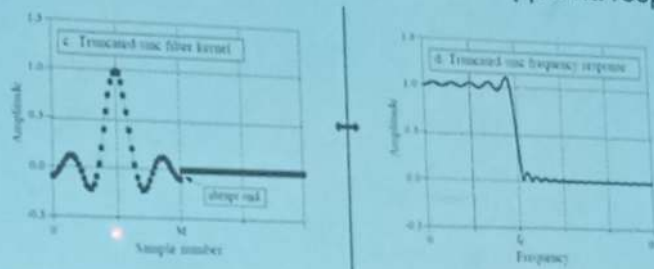
- A. Ideal frequency response(Gráfico (Frequency Domain))
 B. Ideal filter kernel(Gráfico Time Domain)

Problema: Para que seja possível solucionar, será necessário ter infinitas amostras

FILTROS DIGITAIS

• Filtro sinc janelado

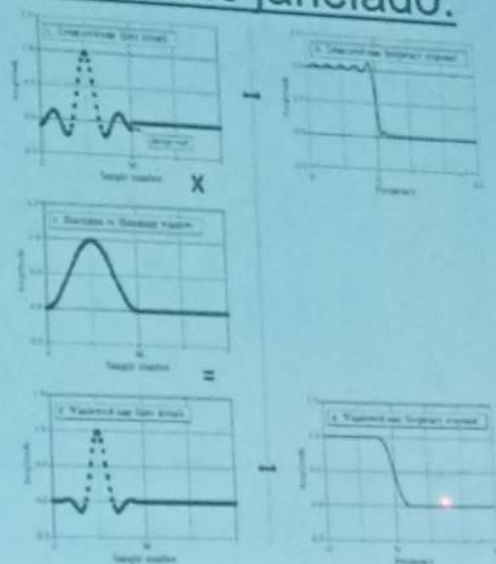
- Como se resolve esse problema: primeiro trunca-se a forma de onda em $M+1$ pontos de amostras. Posteriormente, desloca-se a forma de onda a direita até que ela esteja representada entre 0 e M . Obtém-se então a **função sinc truncada**. Porém, há muito ripple na resposta.



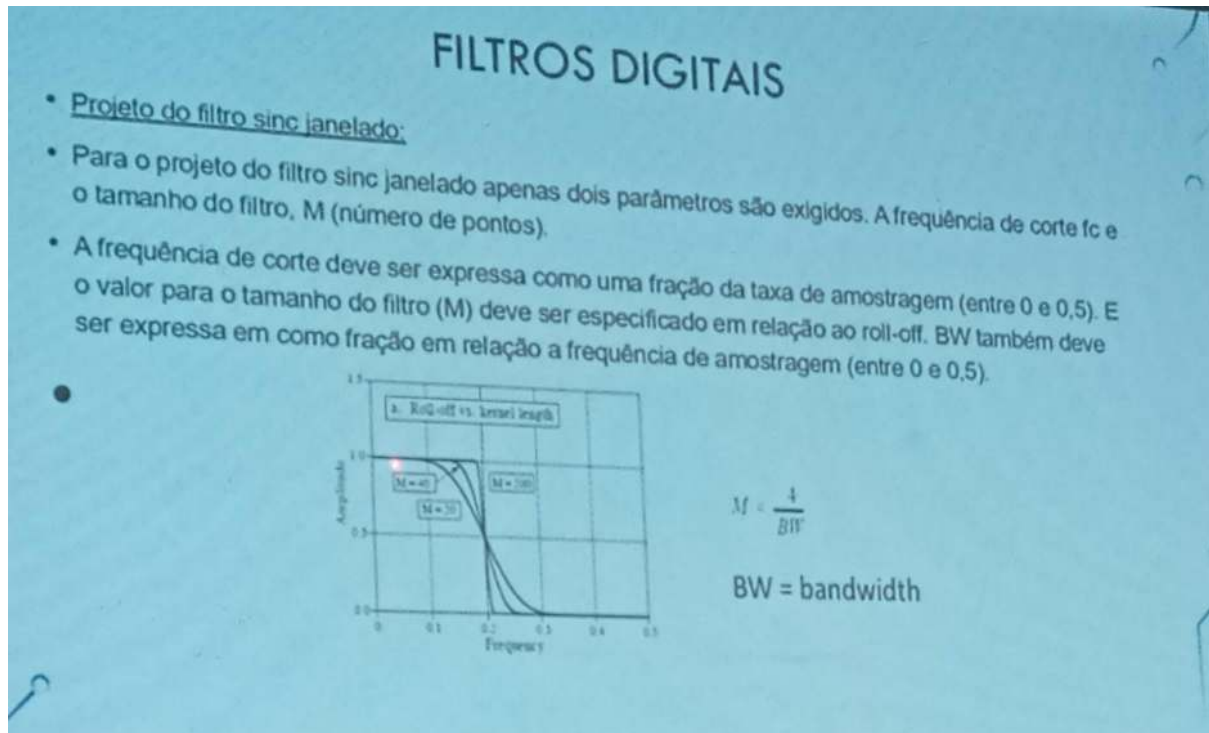
Aplicando a Janela de Blackman

FILTROS DIGITAIS

• Resposta do filtro sinc janelado:



Roll off



A. Roll off vs Kernel length(imagem acima)

FILTROS DIGITAIS

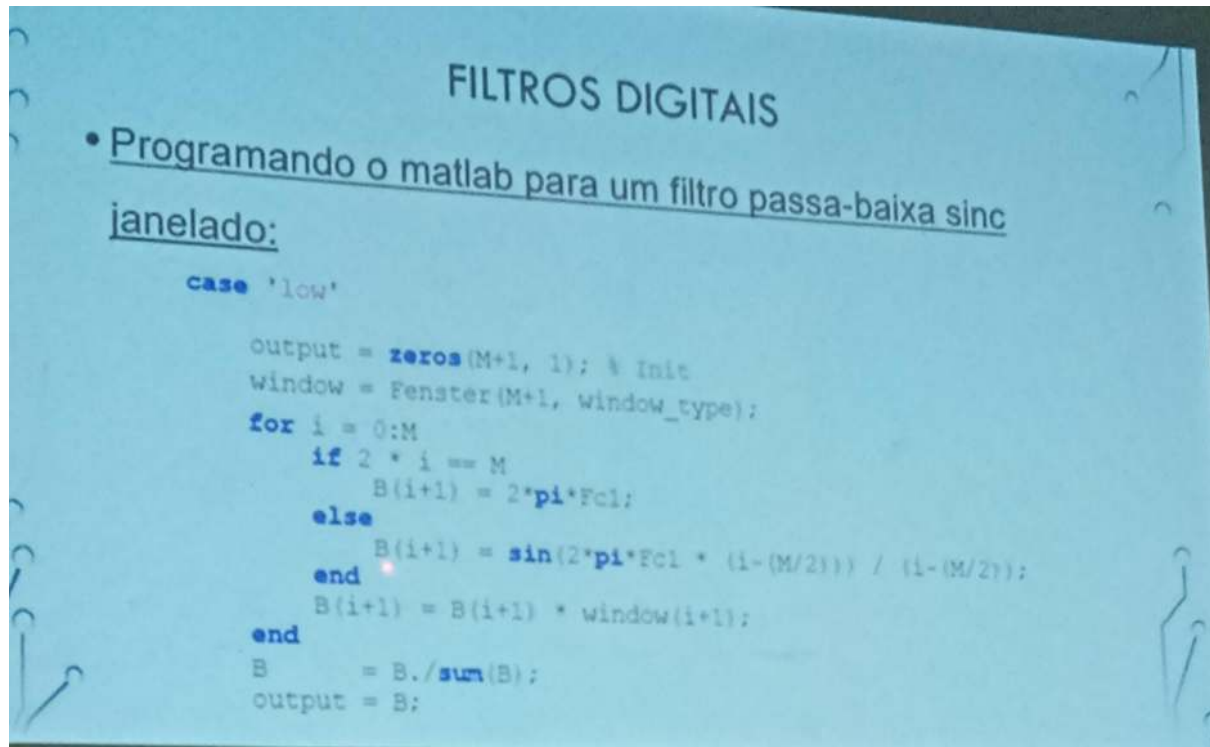
- Projeto do filtro sinc janelado:
- Função para o projeto do filtro passa-baixa sinc janelado:

$$h[i] = K \frac{\sin(2\pi f_c (i - M/2))}{i - M/2} \left[0.42 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi i}{M}\right) + 0.08 \cos\left(\frac{4\pi i}{M}\right) \right]$$

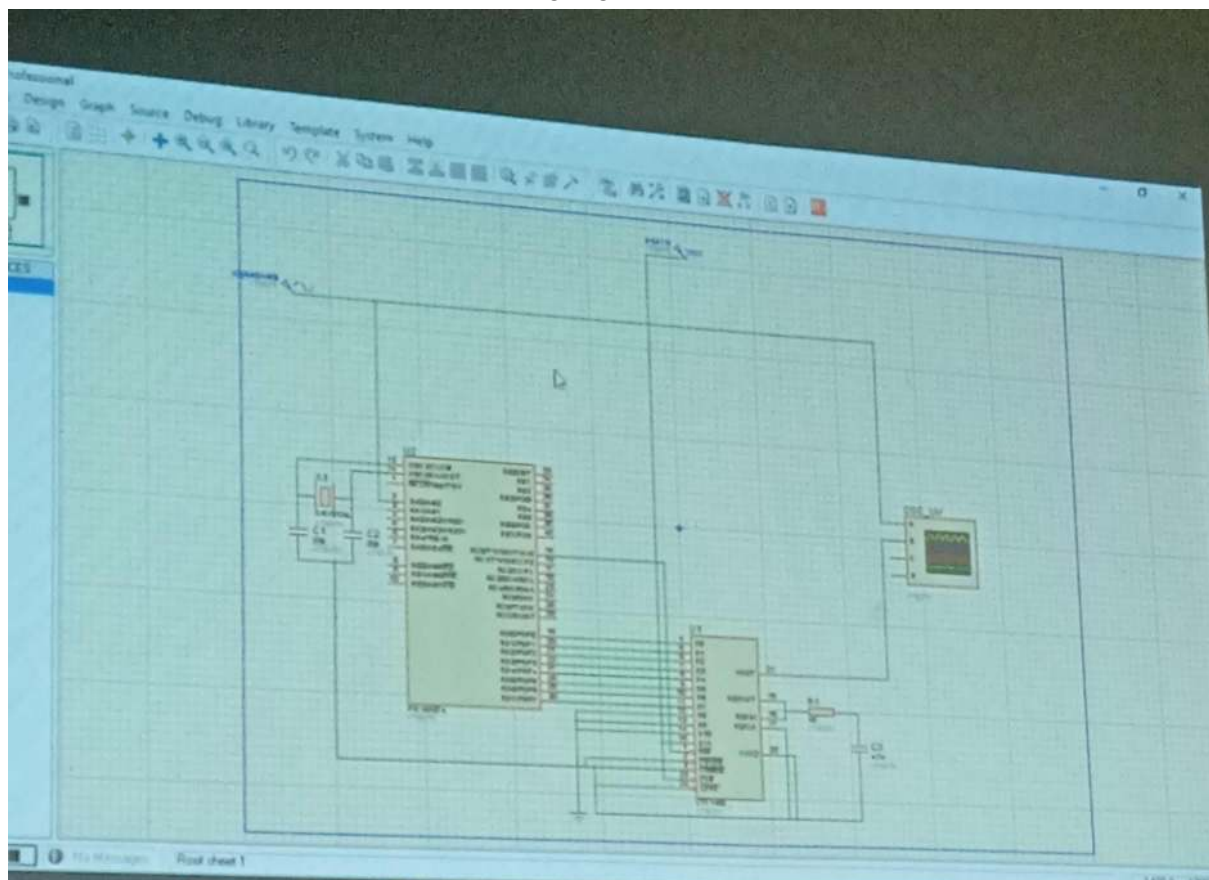
- K = constante para o filtro ter ganho unitário em nível DC.
- $M/2$ = Deslocamento a direita para que os pontos de amostras fiquem entre 0 e M .
- Função sinc multiplicada pela função janela de blackman.

M = amostra

Implementando no Matlab



Funcionamento do filtro em pic usando linguagem em C(Proteus)



Na próxima aula, Desenvolver a aplicação em C do filtro Média Móvel no laboratório