

Questão

1)

I) fatorando a fração em duas do primeiro grau

RESOLUÇÃO DA PROVA:

$$G(s) = \frac{5}{s^2 + 7s + 12}$$
$$G(s) = \frac{5}{(s+3)(s+4)}$$

II) aplicação de frações parciais em  $G(s)$  e encontrar os termos A e B

$$G(s) = \frac{5}{s^2 + 7s + 12}$$
$$G(s) = \frac{5}{(s+3)(s+4)} = \frac{A}{s+3} + \frac{B}{s+4}$$
$$A = \frac{5 \cdot (s+4)}{(s+3)(s+4)} \Big|_{s=-3} \Rightarrow \boxed{A=5}$$
$$B = \frac{5 \cdot (s+3)}{(s+3)(s+4)} \Big|_{s=-4} \Rightarrow \boxed{B=-5}$$

III) após substituir, aplicar transformada Z diretamente

$$G(s) = \frac{5}{s+3} - \frac{5}{s+4}$$

$$\frac{1}{s+a} \Rightarrow z \Rightarrow \frac{z}{z-e^{-aT}}$$

$$G(z) = \frac{5 \cdot z}{z-e^{-3T}} - \frac{5 \cdot z}{z-e^{-4T}}$$

IV) aplicando o  $T = 0,1s$  e representando em estrutura Paralela

$$G(z) = \frac{5 \cdot z}{z-0,74} - \frac{5 \cdot z}{z-0,67}$$

V) dividindo por  $z^{-1}$

$$G(z) = \frac{5}{1-0,74 \cdot z^{-1}} - \frac{5}{1-0,67 \cdot z^{-1}}$$

VI) Agora representando em Estrutura Direta Canônica e representando o  $u_k$  e  $r_k$

Montando a primeira fração e a segunda fração e encontrando a forma discreta

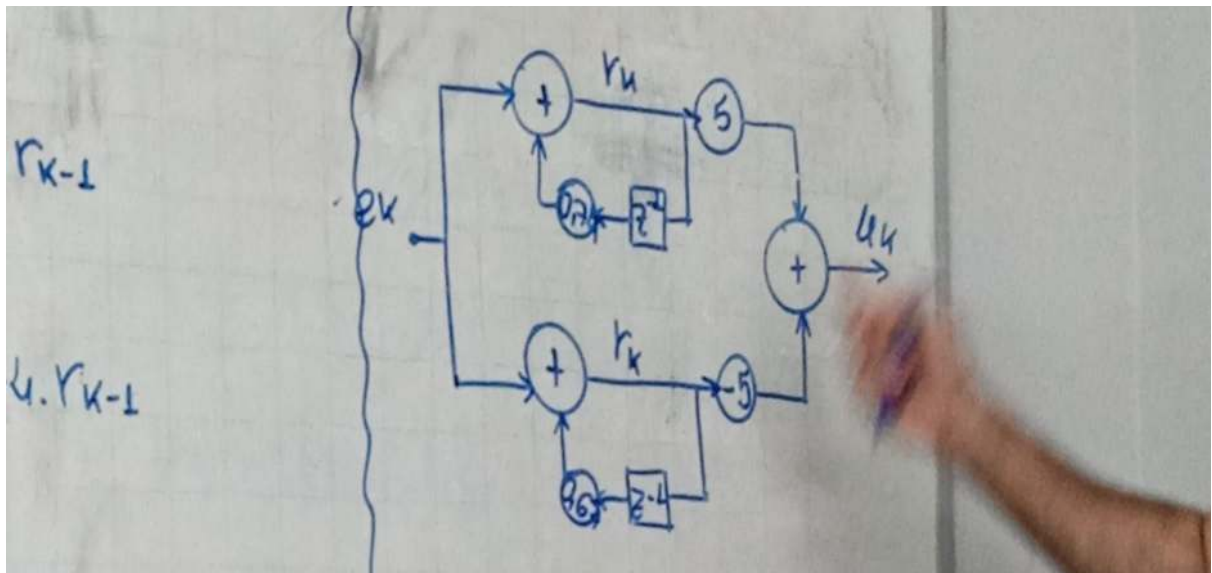
$$G(z) = \frac{5}{1 - 0,74z^{-1}} - \frac{5}{1 - 0,67z^{-1}}$$

$$\begin{cases} u_{k1} = 0,0 \cdot r_k \\ r_{k1} = e_k - b_1 \cdot r_{k-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{k1} = 5 \cdot r_k \\ r_{k1} = e_k + 0,74 \cdot r_{k-1} \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{k2} = -5 \cdot r_k \\ r_{k2} = e_k + 0,67 \cdot r_{k-1} \end{cases}$$

VII) Representando o diagrama de blocos

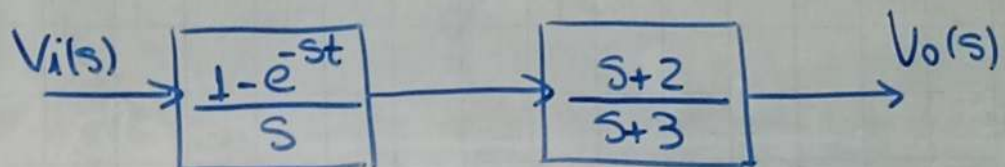


2)

Dado o diagrama de blocos

## RESOLUÇÃO DA PROVA:

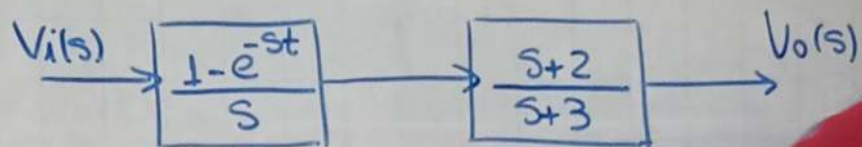
### 02ª QUESTÃO:



I) Aplicando Cascata

## RESOLUÇÃO DA PROVA:

### 02ª QUESTÃO:



$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \left( \frac{1-e^{-st}}{s} \right) \cdot \left( \frac{s+2}{s+3} \right)$$

II) aplicando transformada Z

$$\mathcal{Z} \left[ \left( \frac{1 - e^{-st}}{s} \right) \cdot \left( \frac{s+2}{s+3} \right) \right]$$

$$\mathcal{Z} \cdot e^{st} \Rightarrow e^{-st} \Rightarrow \frac{1}{e^{st}} = \frac{1}{z} = z^{-1}$$

$$(1 - z^{-1}) \mathcal{Z} \left[ \frac{s+2}{s \cdot (s+3)} \right]$$

III) aplicando frações parciais

$$\frac{s+2}{s \cdot (s+3)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s+3}$$

$$A = \frac{(s+2) \cancel{s}}{\cancel{s} \cdot (s+3)} \Big|_{s=0} \Rightarrow A = \frac{2}{3}$$

$$B = \frac{(s+2) \cancel{(s+3)}}{s \cdot \cancel{(s+3)}} \Big|_{s=-3} \Rightarrow B = \frac{1}{3}$$

IV) aplicando Transformada Z nas frações parciais encontrada, resolvendo as equações e aplicando  $T = 0,1s$



$$z^{-1} \left[ z \left[ \frac{\frac{2}{3}}{s} + \frac{\frac{1}{3}}{s+3} \right] \right]$$

$$(1-z^{-1}) \left( \frac{\frac{2}{3} \cdot z}{z-1} + \frac{\frac{1}{3} \cdot z}{z-e^{-3T}} \right)$$

$$(1-z^{-1}) \left( \frac{0,66z}{z-1} + \frac{0,33z}{z-0,74} \right)$$

V) Simplificando e encontrando  $V_o(Z)/V_i(Z)$

Dica:

02ª QUEST

$$1 - z^{-1} = 1 - \frac{1}{z}$$

$$\frac{z-1}{z}$$

$V_i(s)$

Parte 1)

$$\frac{z-1}{z} \left( \frac{0,66z(z-0,74) + 0,33z(z-1)}{(z-1)(z-0,74)} \right)$$

Parte 2)

$$\frac{1/3}{s+3} \rightarrow \frac{1/3 \cdot z}{z - e^{-3T}} \cdot 0.1$$

$$+ \frac{0.33 \cdot z}{z - e^{-3T}}$$

$$\frac{0.66z^2 - 0.48z + 0.33z^2 - 0.33z}{z^2 - 0.74z}$$

$$\frac{V_0(z)}{V_1(z)} = \frac{z^2 - 0.81z}{z^2 - 0.74z}$$

VI) Discretizando

$$\frac{V_0(z)}{V_1(z)} = \frac{1 - 0.81 \cdot z^{-1}}{1 - 0.74 \cdot z^{-1}}$$

$$\frac{u_k}{e_k} = \frac{\sum_{j=0}^n a_j \cdot z^{-j}}{1 + \sum_{j=1}^n b_j \cdot z^{-j}}$$

VII) Determinando a equação de diferença a partir da estrutura direta não-canônica

## SOLUÇÃO DA PROVA:

### QUESTÃO...

$$\frac{u_k}{e_k} = \frac{\sum_{j=0}^n a_j \cdot z^{-j}}{1 + \sum_{j=1}^n b_j \cdot z^{-j}} \Rightarrow u_k = a_0 \cdot e_k + a_1 \cdot e_{k-1} + \dots - b_1 \cdot u_{k-1} - b_2 \cdot u_{k-2} - \dots$$

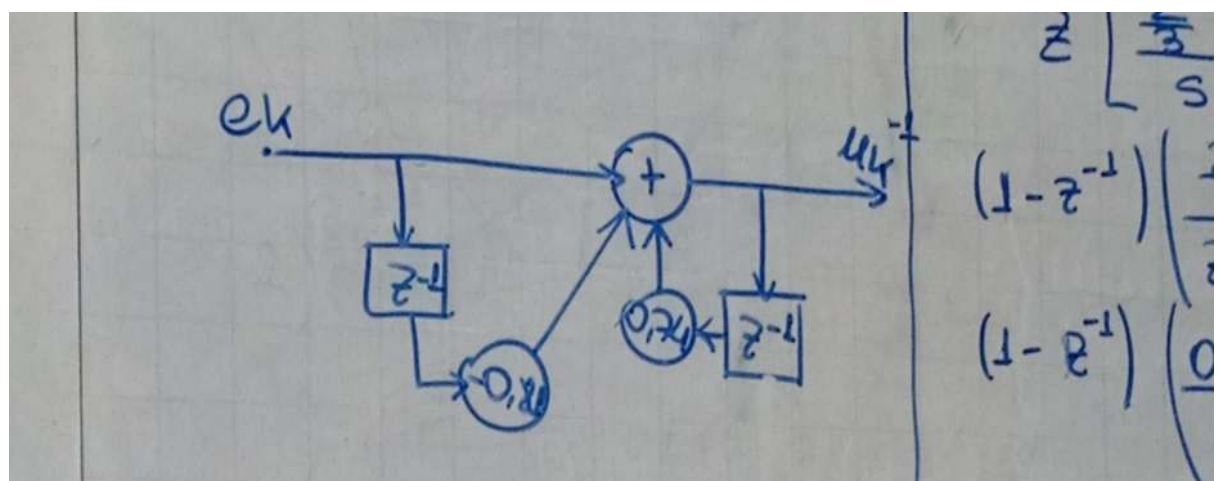
Parte 1) Encontrando  $a_0$ ,  $a_1$  e  $b_1$  e substituindo em um

$$\frac{u_k}{e_k} = \frac{\sum_{j=0}^n a_j \cdot z^{-j}}{1 + \sum_{j=1}^n b_j \cdot z^{-j}} \Rightarrow u_k = a_0 \cdot e_k + a_1 \cdot e_{k-1} + \dots - b_1 \cdot u_{k-1} - b_2 \cdot u_{k-2} - \dots$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 = 1; a_1 = -0,81 \\ b_1 = -0,74 \end{array} \right\} \Rightarrow u_k = e_k - 0,81 \cdot e_{k-1} + 0,74 \cdot u_{k-1}$$

$$\frac{S+2}{5(S+1)} \Rightarrow A = \dots$$

VIII) Encontrando o diagrama de blocos



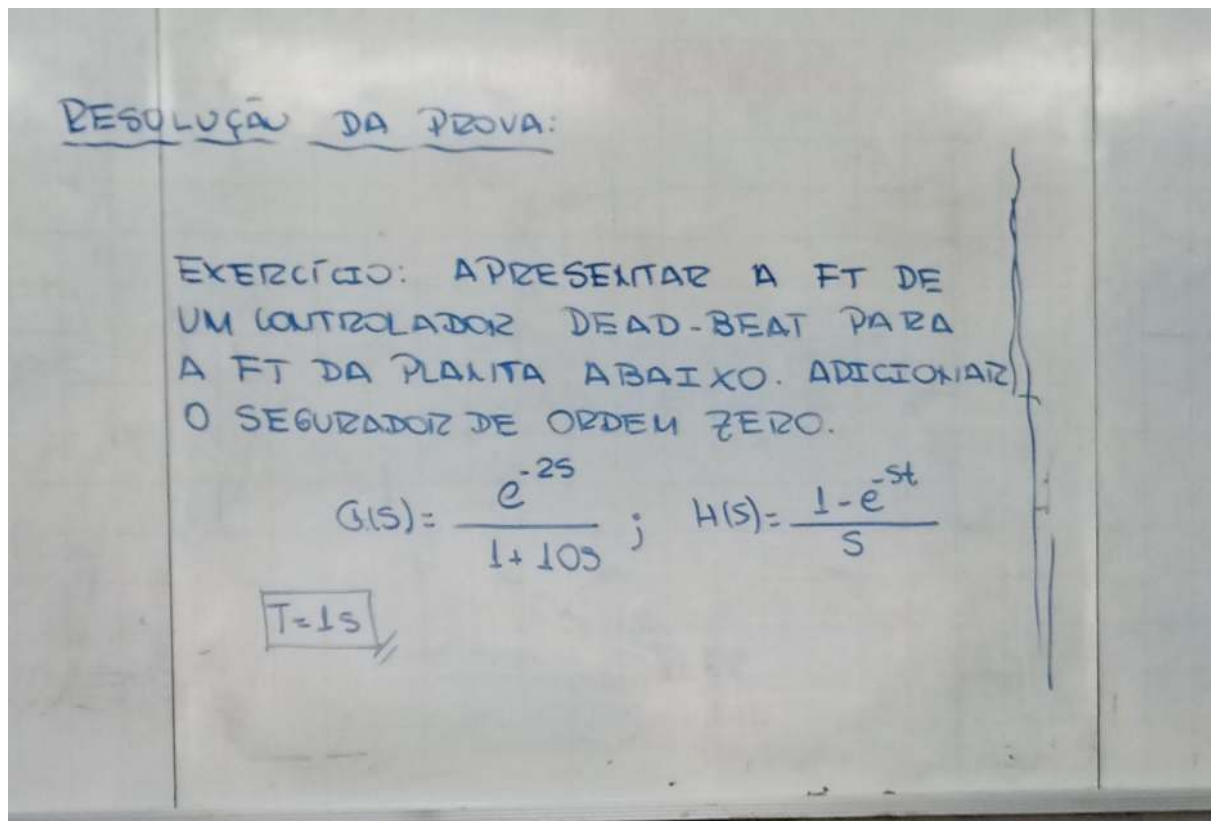


Prova do dia 15/12

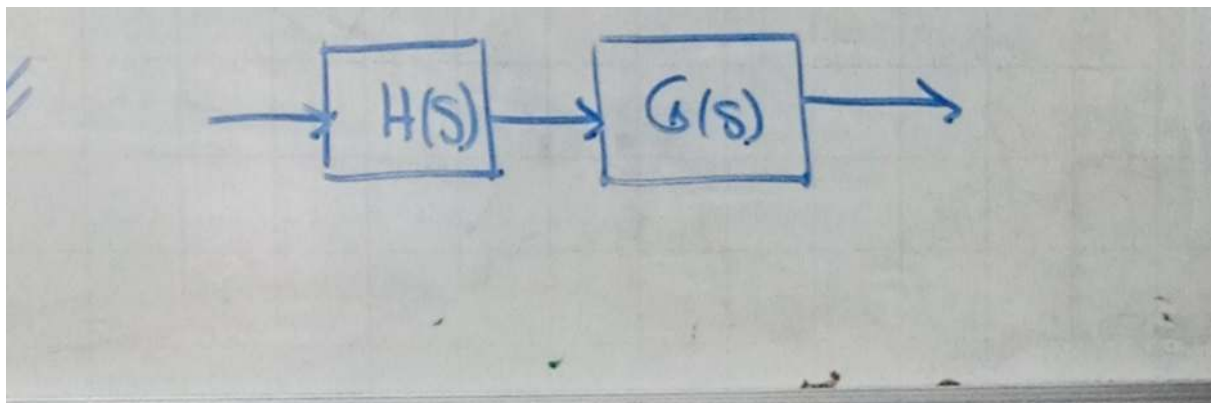
Mesmo estilo da prova, inclusive a questão da prova 3)

Resolvendo um com Dead-Beat

Exemplo do slide: Apresentar a FT de um controlador Dead-Beat para a FT da planta abaixo. Adicionar o segurador de ordem zero, com um período  $T = 0,1s$



1) encontrando o segurador a partir o cascadeamento de  $H(s)$  e  $G(s)$  e representando a equação. Após isso aplicando a Transformada Z



FT DE  
PARA  
ADICIONAR

$$HG(s) = \left( \frac{1 - e^{-st}}{s} \right) \cdot \left( \frac{e^{-2s}}{1 + 10s} \right)$$

$$HG(z) = \mathcal{Z} \left[ \left( \frac{1 - e^{-st}}{s} \right) \cdot \left( \frac{e^{-2st}}{1 + 10s} \right) \right]$$

$$HG(z) = (1 - z^{-1}) \cdot z^{-2} \cdot \mathcal{Z} \left[ \frac{0,1}{s \cdot (s + 0,1)} \right]$$

$$\frac{0,1}{s \cdot (s + 0,1)}$$

II) aplicando frações parciais na transformada Z pendente e encontrando os termos A e B

$$HG(z) = (1 - z^{-1}) \cdot z^{-2} \cdot \mathcal{Z} \left[ \frac{0,1}{s \cdot (s + 0,1)} \right]$$

$$\frac{0,1}{s \cdot (s + 0,1)} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s + 0,1}$$

$$A = \frac{0,1 \cdot s}{s \cdot (s + 0,1)} \Big|_{s=0} \Rightarrow \boxed{A=1}$$

$$B = \frac{0,1 \cdot (s + 0,1)}{s \cdot (s + 0,1)} \Big|_{s=-0,1} \Rightarrow \boxed{B=-1}$$

III) Aplicando a transformada Z na fração parcial encontrada

$$\left[ \begin{array}{c} \frac{e^{-2s}}{1+10s} \\ \frac{e^{-2st}}{1+10s} \\ \frac{0.1}{s(s+0.1)} \end{array} \right] \cdot \left[ \begin{array}{c} s(s+0.1) \\ (1-z^{-1})z^{-2} \\ \frac{1}{s} - \frac{1}{s+0.1} \end{array} \right] \cdot \boxed{B=-1}$$

Parte 1)

$$\left[ \begin{array}{c} \frac{e^{-2s}}{1+10s} \\ \frac{e^{-2st}}{1+10s} \\ \frac{0.1}{s(s+0.1)} \end{array} \right] \cdot \left[ \begin{array}{c} A = \frac{0.1 \cdot s}{s(s+0.1)} \Big|_{s=0} \Rightarrow \boxed{A=1} \\ B = \frac{0.1 \cdot (s+0.1)}{s(s+0.1)} \Big|_{s=-0.1} \Rightarrow \boxed{B=-1} \\ (1-z^{-1})z^{-2} \\ (1-z^{-1})z^{-2} \\ (1-z^{-1})z^{-2} \end{array} \right] \cdot \left[ \begin{array}{c} \frac{1}{s} - \frac{1}{s+0.1} \\ \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-0.1}} \\ \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-0.9} \end{array} \right]$$

Parte 2) tirando MMC e resolvendo para encontrar o HG(Z)

$$\Rightarrow \boxed{A=1}$$

$$\boxed{S=-0,1}$$

$$\boxed{B=-1}$$

$$\frac{1}{S} - \frac{1}{S+0,1} = \frac{z}{z-e^{-0,1}}$$

$$(1-z^{-1})z^{-2} \left( \frac{z(z-0,9)-z(z-1)}{(z-1)(z-0,9)} \right)$$

$$\left( \frac{z-1}{z} \right) z^{-2} \left( \frac{z^2-0,9z-z^2+z}{(z-1)(z-0,9)} \right)$$

$$\frac{z^{-2}}{z} \left( \frac{0,1z}{z-0,9} \right)$$

$$H.G(z) = \frac{z^{-2}}{z} \left( \frac{0,1z}{z-0,9} \right)$$

Parte 3) HG(z)

SOLUÇÃO DA PROVA:

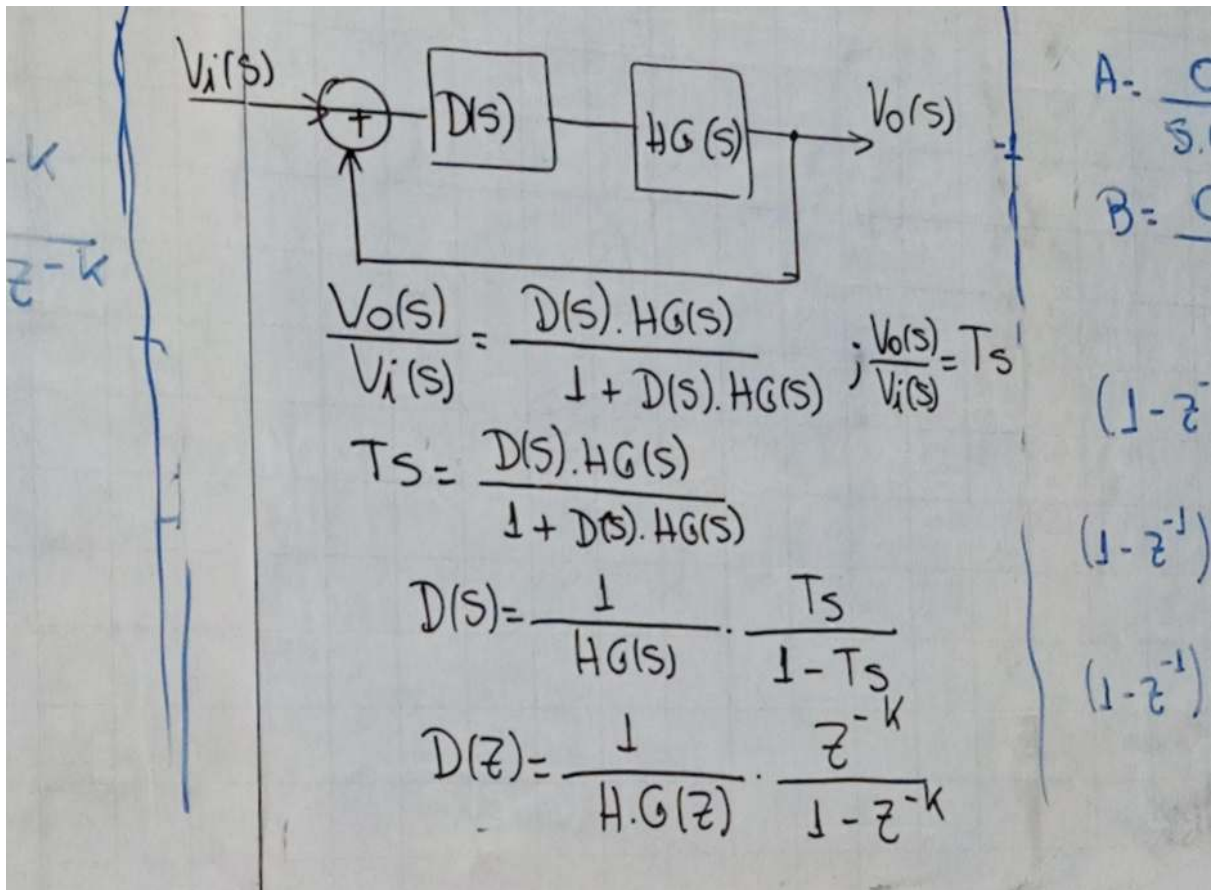
$$HG(z) = \frac{0,1 \cdot z^{-2}}{z-0,9}$$

IV) Aplicando o Dead-Beat, dada a função do controlador Dead-Beat

$$D(z) = \frac{1}{HG(z)} \cdot \frac{z^{-k}}{1-z^{-k}}$$

$$HG(z) = \frac{z^{-2}}{z-0,9}$$





V) supondo para  $K=3$  para atender a condição "A ordem do numerador tem que ser menor ou igual a ordem do denominador" e encontrando  $D(z)$

Handwritten calculations for  $D(z)$  with  $k=3$ . The first line shows  $HG(z) = \frac{0,1 \cdot z^{-2}}{z - 0,9}$  and  $D(z) = \frac{1}{HG(z)} \cdot \frac{z^{-k}}{1 - z^{-k}}$ . The second line shows  $D(z) = \frac{z - 0,9}{0,1 \cdot z^{-2}} \cdot \frac{z^{-k}}{1 - z^{-k}}$  with a box around  $k=3$ . The third line shows  $D(z) = \frac{z - 0,9}{0,1 \cdot z^{-2}} \cdot \frac{z^{-3}}{1 - z^{-3}} \Rightarrow$ .

$$HG(z) = \frac{0,1 \cdot z^{-2}}{z - 0,9} ; D(z) = \frac{1}{HG(z)} \cdot \frac{z^{-k}}{1 - z^{-k}}$$

$$D(z) = \frac{z - 0,9}{0,1 \cdot z^{-2}} \cdot \frac{z^{-k}}{1 - z^{-k}} ; \boxed{k=3}$$

$$D(z) = \frac{z - 0,9}{0,1 \cdot z^{-2}} \cdot \frac{z^{-3}}{1 - z^{-3}} \Rightarrow$$

$$D(z) = \frac{(z - 0.9) \cdot z^{-1}}{0.1(1 - z^{-3})}$$

$$\dot{D}(z) = \frac{1 - 0.9 \cdot z^{-1}}{0.1 - 0.1 \cdot z^{-3}}$$

$$D(z) = \frac{(z - 0.9) \cdot z^{-1}}{0.1(1 - z^{-3})}$$

$$\dot{D}(z) = \frac{1 - 0.9 \cdot z^{-1}}{0.1 - 0.1 \cdot z^{-3}} \times \left( \frac{z^3}{z^3} \right)$$

$$D(z) = \frac{z^3 - 0.9 \cdot z^2}{0.1 \cdot z^3 - 0.1}$$

$$D(z) = \frac{z^3 - 0.9 \cdot z^2}{0.1 \cdot z^3 - 0.1}$$

$$D(z) = \frac{z^3 - 0.9 \cdot z^2}{0.1 \cdot z^3 - 0.1}$$

Dica: se for para determinar a estrutura direta não-canônica, pegue com expoente (CQS)

I) encontrando a diferença de diferença, encontrando  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  e  $b_3$

Parte 1) Importante multiplicar por 10 a expressão para ter o termo em 1

ZENIÇA  
ESTRUTURA  
CA:

$$D(s) = \frac{\sum_{j=0}^n a_j \cdot z^{-j}}{1 + \sum_{j=1}^n b_j \cdot z^{-j}}$$

$$D(z) = \frac{10 - 9 \cdot z^{-1}}{1 - z^{-3}}$$

$b_1 u_{k-1} - b_2 u_{k-2}$

Parte 2)

EQUAÇÃO DE DIFERENÇA  
UTILIZANDO A ESTRUTURA  
DIRETA NÃO-CANÔNICA:

$\frac{z^3}{z^3}$

$$u_k = a_0 \cdot e_k + a_1 \cdot e_{k-1} - b_1 \cdot u_{k-1} - b_2 \cdot u_{k-2}$$

$$u_k = 10 \cdot e_k - 9 \cdot e_{k-1} + u_{k-3}$$

II) EXTRA: Representando em Código:

```

VOID CONTROLADOR() {
    Yk = READ-ADC();
    Yk = Yk ·  $\frac{5000}{255}$ 

    ek = Sk - Yk;
    uk = 10 · ek - 9 · ek-1 + uk-3;
    uk = uk ·  $\frac{255}{5000}$ 

    Ok = (byte) uk;
    OUTPUT-D(Ok);
    OUTPUT-LOW(PIN-CO);
    OUTPUT-HIGH(PIN-CO);
    uk-3 = uk-2;
    uk-2 = uk-1;
    uk-1 = uk; ek+1 = ek; RETORNAR; }

```

III) Diagrama de Blocos pode representar por  $Z^{-3}$

