5) $\begin{cases} ty' + 2y = \dfrac{\text{sen}\,t}{t} \\ y\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{2}{\pi} \end{cases}$

1) Resp: D
2) Resp: E
3) Resp: D
4) Resp: B

1° Passo: Multiplicar toda equação por $\left(\frac{1}{t}\right)$ Para torná-la uma EDO linear de 1° ordem.

$$\left(\frac{1}{t}\right) \cdot ty' + 2y \cdot \left(\frac{1}{t}\right) = \frac{\text{sen}\,t}{t} \cdot \left(\frac{1}{t}\right)$$

$$y' + \frac{2y}{t} = \frac{\text{sen}\,t}{t^2}$$

2° Passo: Encontrar o fator integrante.

$$\mu(t) = e^{\int \frac{2}{t} dt} = e^{2\ln|t|} = t^2$$

3° Passo: Multiplicar toda equação pelo fator integrante e solucionar o EDO.

$$t^2 \cdot y' + \frac{2y}{t} \cdot t^2 = \frac{\text{sen}\,t}{t^2} \cdot t^2$$

$$\frac{d}{dt}\left(y \cdot t^2\right) = \text{sen}\,t$$

$$\int \left[\frac{d}{dt}\left(y \cdot t^2\right)\right] dt = \int \text{sen}\,t \, dt$$

DOM SEG TER QUA QUI SEX SÁB

$y \cdot t^2 = -\cos(t) + C$; onde $C \in \mathbb{R}$

$$y(t) = \frac{-\cos(t) + C}{t^2}$$

4° Passo: Calcular o problema de Valor inicial.

$$\frac{-\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + C}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2} = \frac{2}{\pi}$$

$$\frac{0 + C}{\frac{\pi^2}{4}} = \frac{2}{\pi}$$

$$C \cdot \pi = \frac{2\pi^2}{4} \qquad C \cdot \pi = \frac{\pi^2}{2} \qquad C = \frac{\pi}{2}$$

5° Passo: Solução. O problema de Valor inicial é:

$$\boxed{y(t) = \frac{-\cos(t) + \frac{\pi}{2}}{t^2}}$$

b) $3y^2 + 8t + (2ty)y' = 0$

1º Passo: Reescrever a equação.

$$3y^2 + 8t + (2ty)\frac{dy}{dt} = 0$$

2º Passo: Verificar se, $\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dt}$.

$$M(t,y) = 3y^2 + 8t \Rightarrow \frac{dM}{dy} = 6y \; ; M_y$$

$$N(t,y) = 2ty \Rightarrow \frac{dN}{dt} = 2y \; ; N_t$$

Como $\frac{dM}{dy} \neq \frac{dN}{dt}$, teremos que calcular um fator integrante que seja uma função contínua

3º Passo: Encontrar um fator integrante, se possível.

$$\frac{M_y - N_t}{N} = \frac{6y - 2y}{2ty} = \frac{4y}{2ty} = \frac{2}{t}$$

$$\frac{N_t - M_y}{M} = \frac{2y - 6y}{3y^2 + 8t} = \frac{-4y}{3y^2 + 8t}$$

$$\mu(t) = e^{\int \frac{2}{t} dt} = e^{2\ln|t|} = t^2$$

DOM SEG TER QUA QUI SEX SÁB

4º Passo: Multiplicar toda equação pelo fator integrante ($\mu(t)$).

$$t^2 \cdot (3y^2 + 8t) + t^2 \cdot (2ty) \frac{dy}{dt} = 0$$

$$3t^2y^2 + 8t^3 + (2t^3y) \frac{dy}{dt} = 0$$

5º Passo: Verificar se; $\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dt}$.

$$M(t,y) = 3t^2y^2 + 8t^3 \Rightarrow \frac{dM}{dy} = 6t^2y$$

$$N(t,y) = 2t^3y \Rightarrow \frac{dN}{dt} = 6t^2y$$

Como $\frac{dM}{dy} = \frac{dN}{dt}$; podemos formular duas hipoteses.

6º Passo: Formular as hipoteses

$$\frac{d\psi}{dt} = M \; (\mathrm{I}) \quad e \quad \frac{d\psi}{dy} = N \; (\mathrm{II})$$

7º Passo: Utilizando a 1º hipotese e integrando.

$$\int \frac{d\psi}{dt}(t,y)\, dt = \int 3t^2y^2 + 8t^3 \, dt$$

$\varphi(t,y) = t^3y^2 + 2t^4 + g(y)$ ①

8° Passo: Derivando 1 em relação a y.

$$\frac{d\varphi}{dy}(t,y) = 2t^3y + g'(y) = N(t,y) = 2t^3y$$

$$g'(y) = 2t^3y - 2t^3y$$

$$g'(y) = 0 \Rightarrow g(y) = K; \text{ onde } K \in \mathbb{R}$$

9° Passo: solução.

Como $\varphi(t,y) = C$; onde $C \in \mathbb{R}$, então a solução

$$\varphi(t,y) = t^3y^2 + 2t^4 + K = C$$

$$\varphi(t,y) = t^3y^2 + 2t^4 = C$$

$$\boxed{t^3y^2 + 2t^4 = C; \text{ onde } C \in \mathbb{R}}$$

7) $\frac{dy}{dx} = x + \operatorname{sen} y$

$$-\operatorname{sen}(y)\frac{dy}{dx} = x$$

$$\int -\operatorname{sen}(y)\,dy = \int x\,dx$$

$$\cos(y) = \frac{x^2}{2} + C; \quad C \in \mathbb{R}$$

$$y(x) = \arccos\left(\frac{x^2}{2} + C\right)$$

a) $y(x) = \text{Arccos}\left(\frac{x^2}{2} + C\right)$

$\frac{\pi}{2} = \text{Arccos}\left(\frac{1}{2} + C\right)$

$C = \frac{-1}{2} \Rightarrow \boxed{y(x) = \text{Arccos}\left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2}\right)}$

É uma Curva com inclinação ao eixo x.

b) Não. Pois quando o $x \to \infty$ o Valor de C diminui, pois $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, tornando C:

$C = \frac{-x^2}{2}$.

c)

d) $y(x) = \text{Arccos}\left(\frac{x^2}{2} + C\right)$ para $(0,0)$

$\text{Arccos}(C) = 0$, como $\cos\frac{\pi}{2} = 0$

$C = \frac{\pi}{2}$

em $C = \frac{\pi}{2}$ a função muda de direção dos crescente para crescente, sendo esse ponto o mínimo relativo