

Estruturas de programação

- Estrutura direta canônica

CONTROLADORES DIGITAIS

- Realização de controladores:
- Estrutura canônica direta
- Muitas unidades de atraso

$$r_k = e_k - \sum_{j=1}^n b_j r_{k-j} \quad u_k = \sum_{j=0}^n a_j r_{k-j}$$

Exemplo:

$$D(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + 4z^{-2}}{1 + 2z^{-1} + 5z^{-2}} \quad \text{FT controlador}$$

Estrutura direta canônica:

The diagram illustrates the direct form canonical structure for a digital controller. It shows the input e_k entering a summing junction (+). The output of this junction is r_k . r_k is then fed into a series of delay blocks (z^{-1}). The outputs of these delays are r_{k-1} , r_{k-2} , ..., r_{k-n} . These delayed signals are multiplied by coefficients $-b_1$, $-b_2$, ..., $-b_n$ and then summed at a second summing junction (+) to produce the control signal u_k . The signal r_k is also multiplied by a_0 and fed into the same second summing junction. The diagram shows the implementation of the difference equation $r_k = e_k - \sum_{j=1}^n b_j r_{k-j}$ and $u_k = \sum_{j=0}^n a_j r_{k-j}$.

Estrutura direta não-canônica

CONTROLADORES DIGITAIS

- Resposta de controle direto
- Estrutura não canônica direta

$$D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{\sum_{j=0}^n a_j z^{-j}}{\sum_{j=0}^n b_j z^{-j}} \quad \text{bo existe e é igual a 1.}$$
$$U(z) \sum_{j=0}^n b_j z^{-j} = E(z) \sum_{j=0}^n a_j z^{-j} \quad \text{Assumindo } b_0 = 1.$$
$$U(z) \left(1 + \sum_{j=1}^n b_j z^{-j}\right) = E(z) \sum_{j=0}^n a_j z^{-j}$$
$$U(z) = \sum_{j=0}^n a_j z^{-j} E(z) - \sum_{j=1}^n b_j z^{-j} U(z)$$
$$u_k = \sum_{j=0}^n a_j e_{k-j} - \sum_{j=1}^n b_j u_{k-j} \quad \text{Forma não canônica no domínio do tempo}$$

Demonstração

ESTRUTURA DIRETA NÃO-CANÔNICA:

$$D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{\sum_{j=0}^n a_j \cdot z^{-j}}{\sum_{j=0}^n b_j \cdot z^{-j}} \Rightarrow \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{\sum_{j=0}^n a_j \cdot z^{-j}}{1 + \sum_{j=1}^n b_j \cdot z^{-j}}$$

$$U(z) \cdot \left(1 + \sum_{j=1}^n b_j \cdot z^{-j}\right) = \sum_{j=0}^n a_j \cdot z^{-j} \cdot E(z)$$

$$U(z) + \sum_{j=1}^n b_j \cdot z^{-j} \cdot U(z) = \sum_{j=0}^n a_j \cdot z^{-j} \cdot E(z)$$

TRANSFORMADA INVERSA Z:

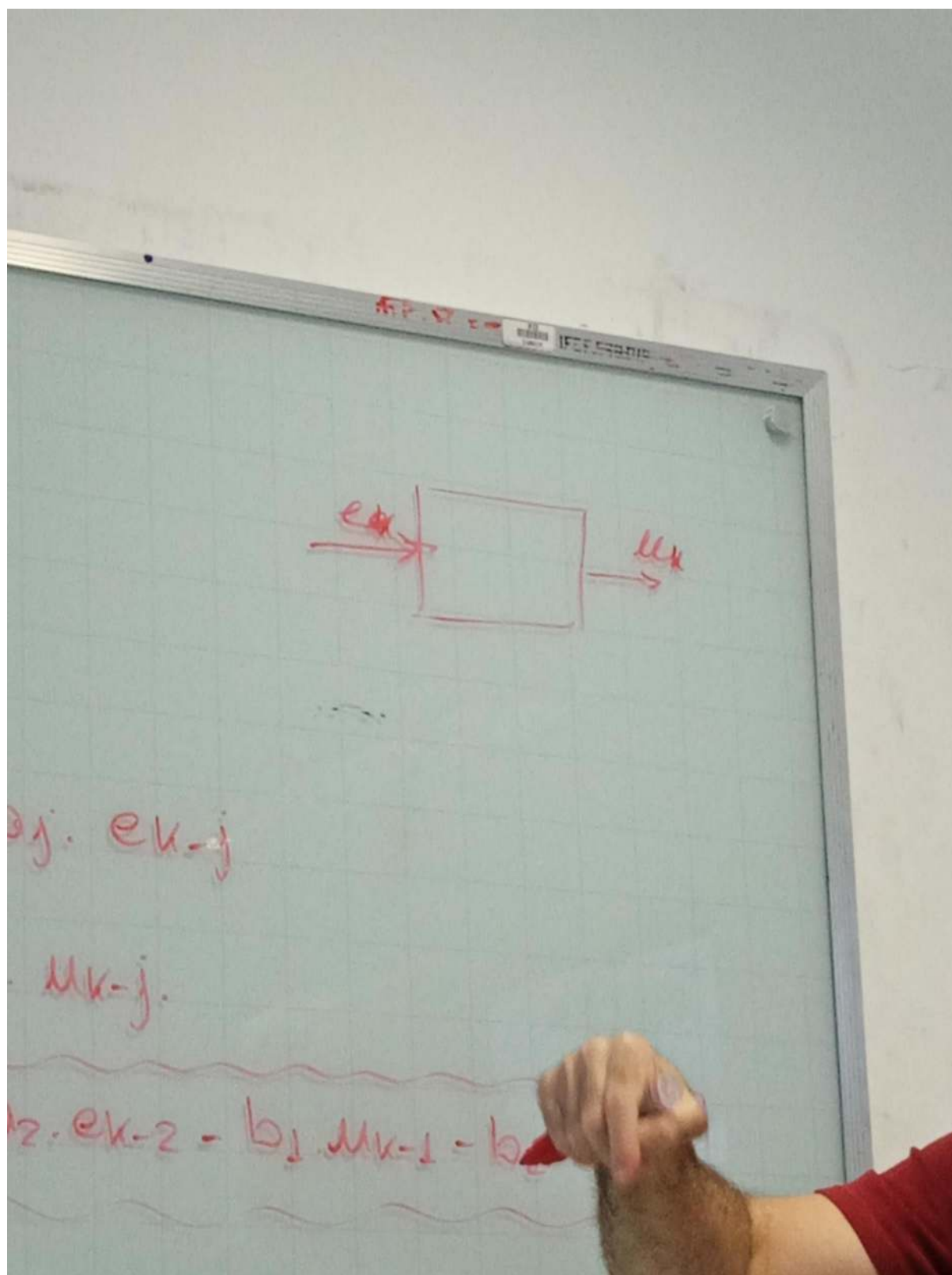


$$u_k + \sum_{j=1}^n b_j \cdot u_{k-j} = \sum_{j=0}^n a_j \cdot e_{k-j}$$
$$u_k = \sum_{j=0}^n a_j \cdot e_{k-j} - \sum_{j=1}^n b_j \cdot u_{k-j}$$

$$u_k = a_0 \cdot e_k + a_1 \cdot e_{k-1} + a_2 \cdot e_{k-2} - b_1 \cdot u_{k-1} - b_2 \cdot u_{k-2}$$

> EQUAÇÃO DE DIFERENÇA

A equação acima representa a equação de diferença!
K: representa as amostras em tempo discreto



Exemplo:

CONTROLADORES DIGITAIS

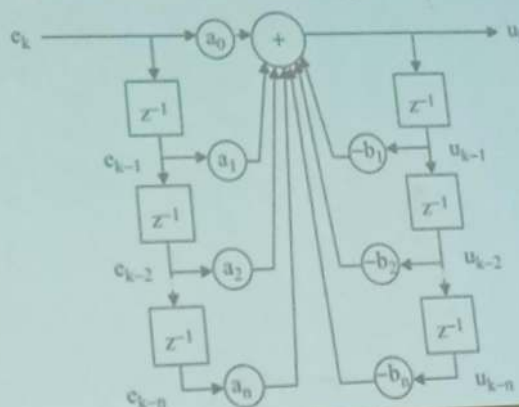
- Representação de controladores
- Estrutura não canônica direta

Utilizando o mesmo exemplo para gerar a estrutura direta não canônica:

$$D(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + 4z^{-2}}{1 + 2z^{-1} + 5z^{-2}} \quad \text{FT do exemplo anterior}$$

$$u_k = \sum_{j=0}^n a_j e_{k-j} - \sum_{j=1}^n b_j u_{k-j} \quad \text{Sinal da saída do controlador}$$

Estrutura direta não canônica para o exemplo:



$$\begin{aligned} a_0 &= 1 \\ a_1 &= 2 \\ a_2 &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_1 &= 2 \\ b_2 &= 5 \end{aligned}$$

ESTRUTURA DIRETA NÃO-CANÔNICA:

$$D(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + 4z^{-2}}{1 + 2z^{-1} + 3z^{-2}}$$

$$\begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = 2 \\ a_2 = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_1 = 2 \\ b_2 = 3 \end{cases}$$

Estrutura direta não-canônica

ESTRUTURA DIRETA NÃO-CANÔNICA:

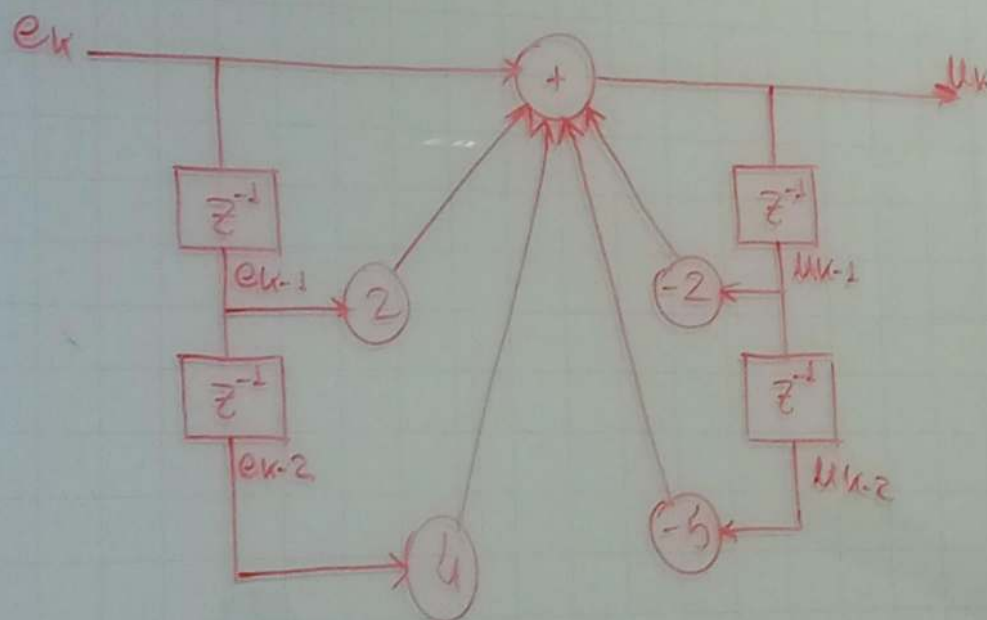
$$D(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + 4z^{-2}}{1 + 2z^{-1} + 3z^{-2}} \quad \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = 2 \\ a_2 = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 = 2 \\ b_2 = 3 \end{cases}$$

⇒ ESTRUTURA DIRETA NÃO-CANÔNICA:

$$u_k = e_k + 2 \cdot e_{k-1} + 4 \cdot e_{k-2} - 2 \cdot u_{k-1} - 3 \cdot u_{k-2}$$

Diagrama de blocos de estrutura direta não-canônica

→ DIAGRAMA DE BLOCOS DE ESTRUTURA DIRETA
CANÔNICA:



Exemplo 2

ESTRUTURA DE BETA EM FORMA CANÔNICA:

$$D(z) = \frac{z^2 + 3z + 2}{z^2 - 2z - 4}$$

ESTRUTURA DIRETA NÃO-CANÔNICA:

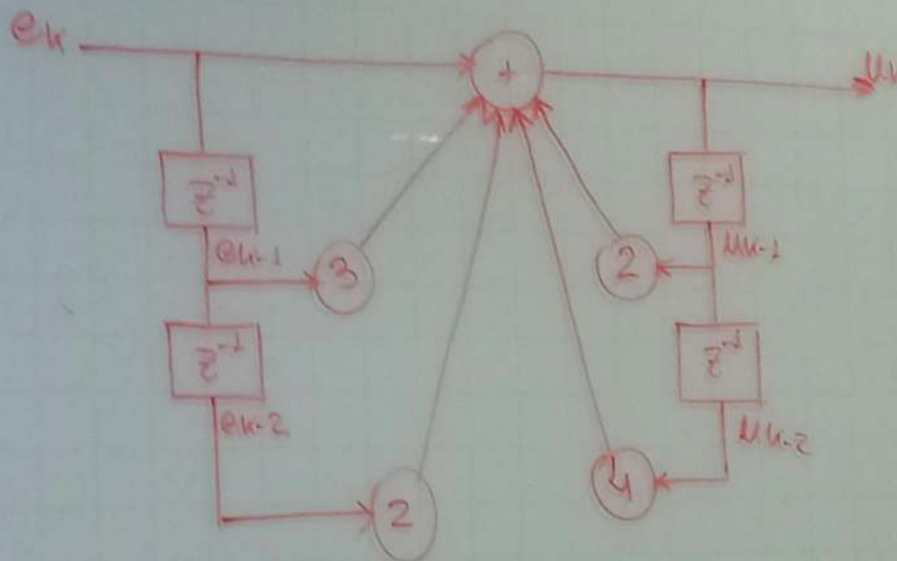
$$D(z) = \frac{z^2 + 3z + 2}{z^2 - 2z - 4} \cdot \left(\frac{z^{-2}}{z^{-2}} \right)$$

$$D(z) = \frac{1 + 3z^{-1} + 2z^{-2}}{1 - 2z^{-1} - 4z^{-2}} \quad \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = 3 \\ a_2 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 = -2 \\ b_2 = -4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_k &= a_0 \cdot e_k + a_1 \cdot e_{k-1} + a_2 \cdot e_{k-2} = b_1 \cdot u_{k-1} + b_2 \cdot u_{k-2} \\ u_k &= e_k + 3 \cdot e_{k-1} + 2 \cdot e_{k-2} + 2 \cdot u_{k-1} + 4 \cdot u_{k-2} \end{aligned}$$

Diagrama de blocos de estrutura direta não-canônica

→ DIAGRAMA DE BLOCOS DE ESTRUTURA DIRETA
CANÔNICA:



Exemplo 3

ESTRUTURA DE BETA NÃO - CM

$$D(z) = \frac{z^3 + 2z^2 - 4z + 2}{z^3 - 3z^2 - 4z + 6}$$

$$\frac{z}{z^3} = \frac{\sum_{j=0}^{\infty} a_j z^{-j}}{1 + \sum_{j=1}^{\infty} b_j z^{-j}}$$

ESTRUTURA DIRETA NÃO-CANÔNICA:

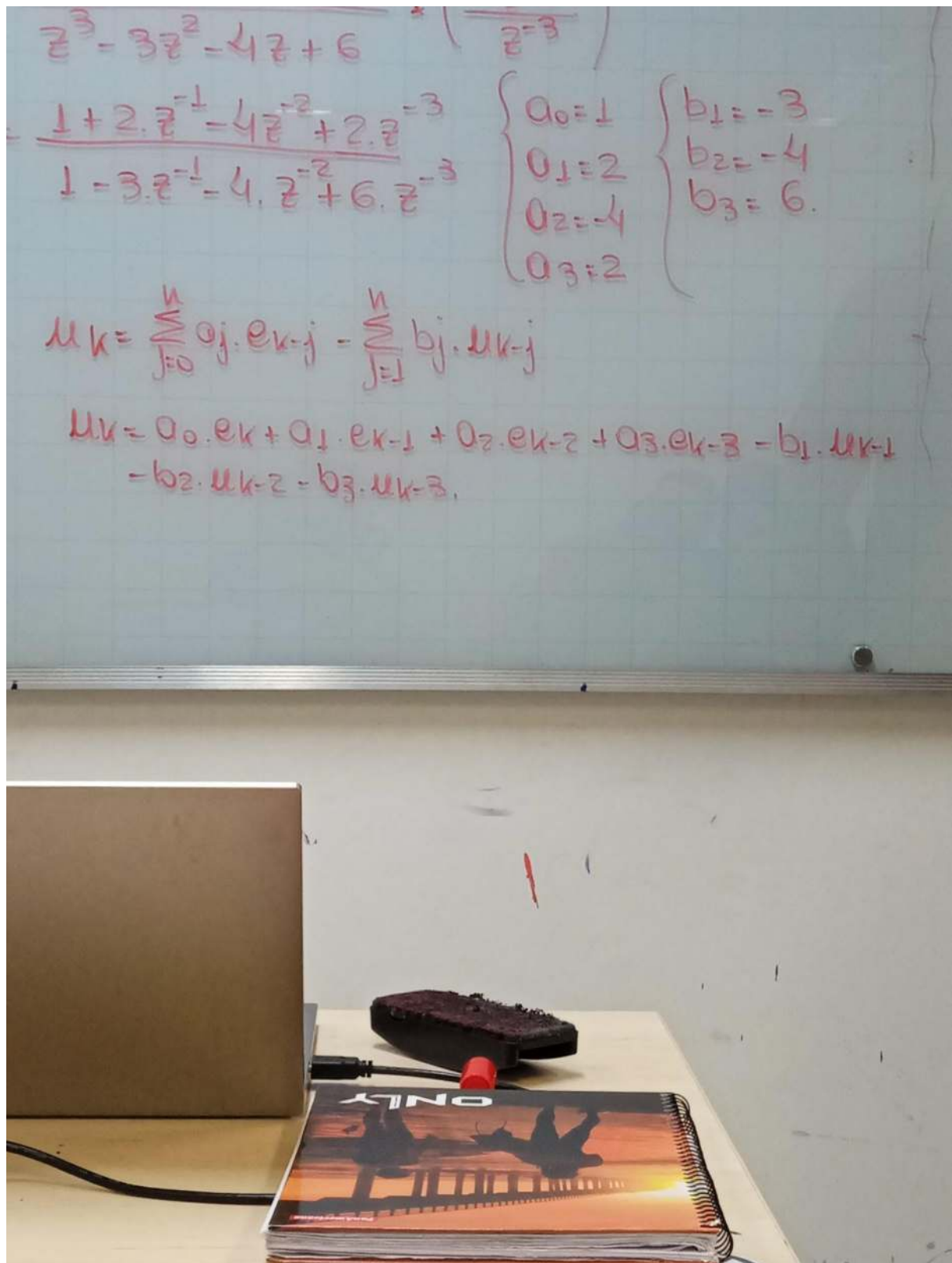
$$D(z) = \frac{z^3 + 2z^2 - 4z + 2}{z^3 - 3z^2 - 4z + 6} \times \left(\frac{z^{-3}}{z^{-3}} \right)$$

$$D(z) = \frac{1 + 2z^{-1} - 4z^{-2} + 2z^{-3}}{1 - 3z^{-1} - 4z^{-2} + 6z^{-3}} \quad \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = 2 \\ a_2 = -4 \\ a_3 = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 = -3 \\ b_2 = -4 \\ b_3 = 6 \end{cases}$$

$$u_k = \sum_{j=0}^k a_j \cdot e_{k-j} - \sum_{j=1}^3 b_j \cdot u_{k-j}$$

$$u_k = a_0 \cdot e_k + a_1 \cdot e_{k-1} + a_2 \cdot e_{k-2} + a_3 \cdot e_{k-3} - b_1 \cdot u_{k-1} - b_2 \cdot u_{k-2} - b_3 \cdot u_{k-3}$$

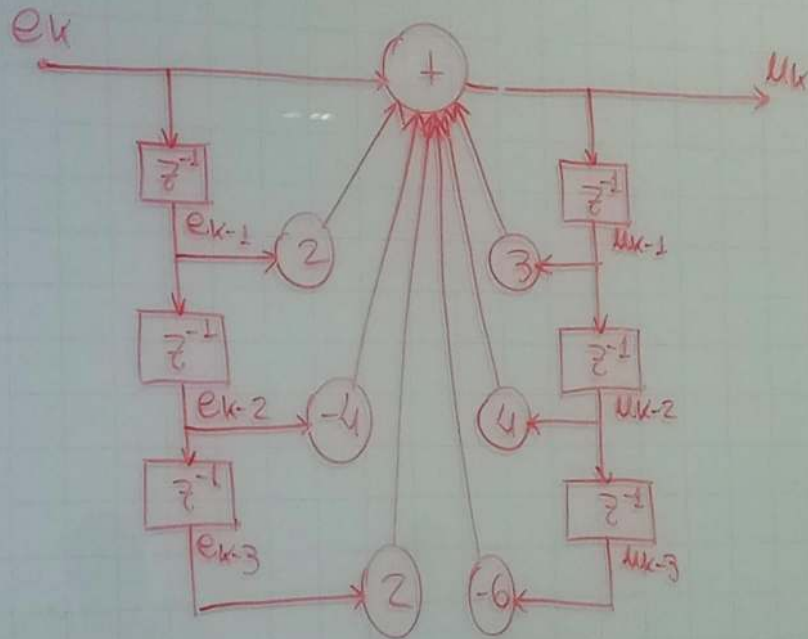
uk:



Representando no diagrama de blocos

$$u_k = e_k + 2e_{k-1} + 4e_{k-2} + 2e_{k-3} + 3u_{k-1} + 4u_{k-2} - 6u_{k-3}$$

⇒ DIAGRAMA DE BLOCOS:



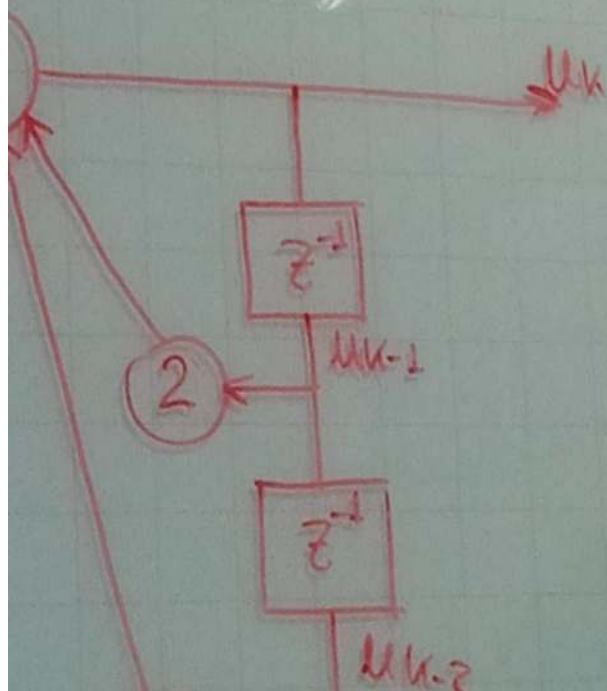
Expressão da estrutura direta canônica

$$\frac{E(z)}{D(z)} = 1 + \sum_{j=1}^n b_j z^{-j} \quad \frac{U(z)}{D(z)} \cdot \frac{D(z)}{E(z)}$$

$$\frac{U(z)}{D(z)} = \sum_{j=0}^n a_j z^{-j}$$

DE ESTRUTURA

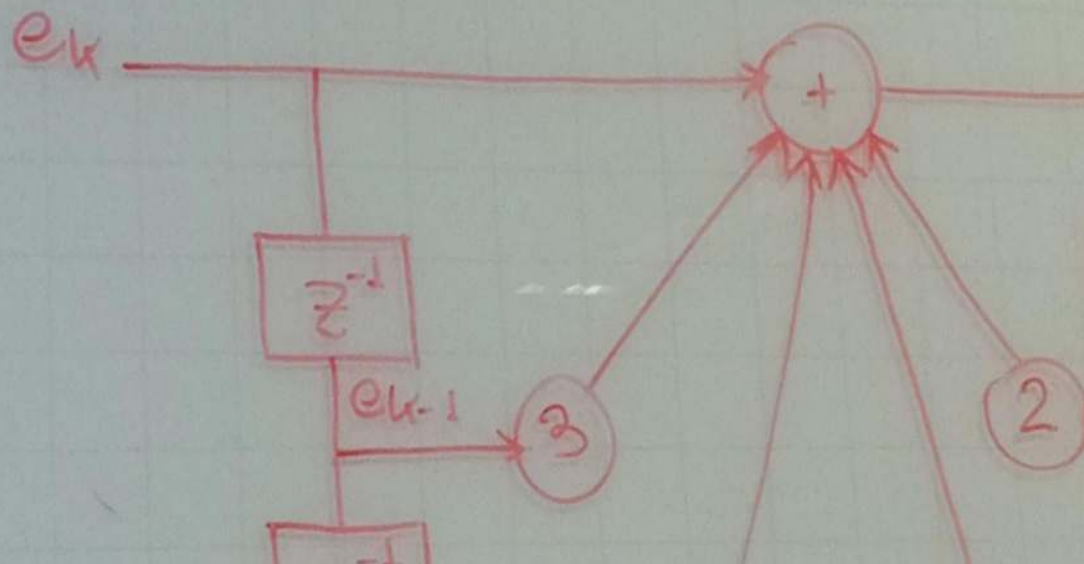
DIRETA



$$y_k = e_k - \sum_{j=1}^n b_j \cdot y_{k-j}$$

$$u_k = \sum_{j=0}^n a_j \cdot y_{k-j}$$

→ DIAGRAMA DE BLOCOS DE E
 TIAO-CANÔNICA:



Estrutura Direta Canônica

ESTRUTURA DIRETA CANÔNICA:

$$\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{\sum_{j=0}^n a_j \cdot z^{-j}}{1 + \sum_{j=1}^n b_j \cdot z^{-j}}$$

$$\frac{U(z)}{E(z)} \cdot \frac{R(z)}{R(z)} = \frac{\sum_{j=0}^n a_j \cdot z^{-j}}{1 + \sum_{j=1}^n b_j \cdot z^{-j}}$$

$$\left(\frac{U(z)}{R(z)} \right) \cdot \left(\frac{R(z)}{E(z)} \right) = \frac{\sum_{j=0}^n a_j \cdot z^{-j}}{1 + \sum_{j=1}^n b_j \cdot z^{-j}}$$

$$\frac{U(z)}{R(z)} = \sum_{j=0}^n a_j \cdot z^{-j}$$

$$U(z) = \sum_{j=0}^n a_j \cdot z^{-j} \cdot R(z)$$

TRANSFORMADA INVERSA Z:

$$u_k = \sum_{j=0}^n a_j \cdot r_{k-j}$$

$$u_k = a_0 \cdot r_k + a_1 \cdot r_{k-1} + a_2 \cdot r_{k-2}$$

Transformada inversa Z

$$U(z) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j \cdot z^{-j} \cdot R(z)$$

✓ TRANSFORMADA INVERSA Z:

$$u_k = \sum_{j=0}^{\infty} a_j \cdot r_{k-j}$$

$$\underline{u_k = a_0 \cdot r_k + a_1 \cdot r_{k-1} + a_2 \cdot r_{k-2}}$$

$$\frac{R(z)}{E(z)} = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^n b_j \cdot z^{-j}}$$

$$\frac{E(z)}{R(z)} = 1 + \sum_{j=1}^n b_j \cdot z^{-j}$$

$$E(z) = R(z) + \sum_{j=1}^n b_j \cdot z^{-j} \cdot R(z)$$

$$e_k = r_k + \sum_{j=1}^n b_j \cdot r_{k-j}$$

$$r_k = e_k - \sum_{j=1}^n b_j \cdot r_{k-j}$$

$$\frac{R(z)}{E(z)} = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^n b_j \cdot z^{-j}}$$

$$\frac{E(z)}{R(z)} = 1 + \sum_{j=1}^n b_j \cdot z^{-j}$$

$$E(z) = R(z) + \sum_{j=1}^n b_j \cdot z^{-j} \cdot R(z)$$

$$e_k = r_k + \sum_{j=1}^n b_j \cdot r_{k-j}$$

$$r_k = e_k - \sum_{j=1}^n b_j \cdot r_{k-j}$$

$$r_k = e_k - b_1 \cdot r_{k-1} - b_2 \cdot r_{k-2}$$

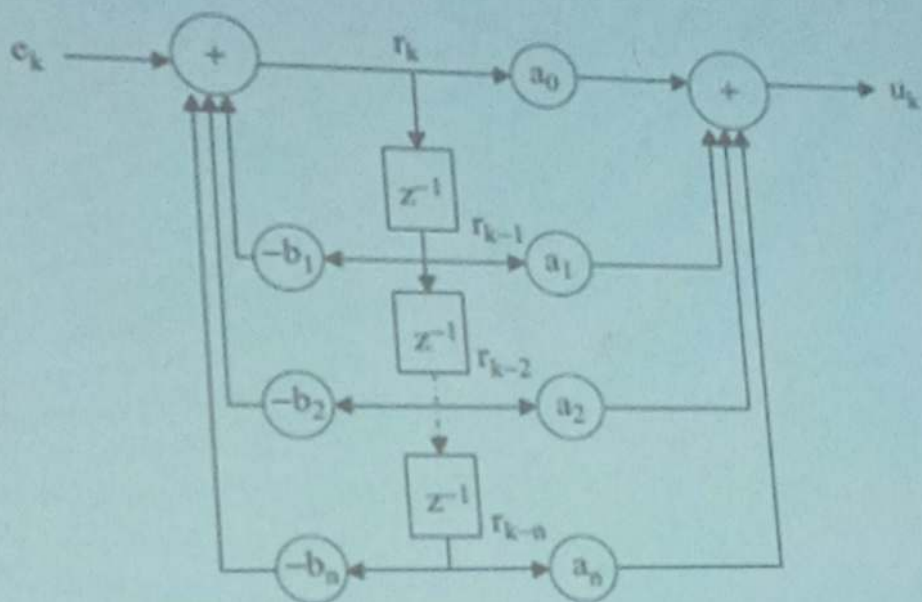
$$\begin{cases} u_k = a_0 \cdot r_k + a_1 \cdot r_{k-1} + a_2 \cdot r_{k-2} \\ r_k = e_k - b_1 \cdot r_{k-1} - b_2 \cdot r_{k-2} \end{cases}$$

Exemplo:

$$D(z) = \frac{1 + 2z^{-1} + 4z^{-2}}{1 + 2z^{-1} + 5z^{-2}}$$

FT controlador

Estrutura direta canônica:



Exemplo 1

ESTRUTURA DE DETA CAI

$$D(z) = \frac{z^2 - 4z + 6}{z^2 - 6z + 7}$$

ESTRUTURA DE RETA CANÔNICA:

$$D(z) = \frac{z^2 - 4z + 6}{z^2 - 6z + 7} \times \left(\frac{z^{-2}}{z^{-2}} \right)$$

$$D(z) = \frac{1 - 4z^{-1} + 6z^{-2}}{1 - 6z^{-1} + 7z^{-2}} \quad \begin{cases} a_0 = 1 \\ a_1 = -4 \\ a_2 = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} b_1 = -6 \\ b_2 = 7 \end{cases}$$

$$\underline{u_k = y_k - 4 \cdot y_{k-1} + 6 \cdot y_{k-2}}$$

$$\underline{y_k = e_k + 6 \cdot y_{k-1} - 7 \cdot y_{k-2}}$$

Representando no diagrama de blocos

→ DIAGRAMA DE BLOCOS:

$$\begin{cases} u_k = 0, r_k \neq 0 \\ r_k = e_k - b_1 \end{cases}$$

