



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CEARA
Campus Fortaleza

Departamento de Física e Matemática - Defimat

Curso de Engenharia de Computação

Professor: Roberto Carlos Feitosa

Avaliação Parcial 1 - Cálculo I

Aluno(a)

Nota

10,0

5. muito bem!

Questões:

❖ Calcule os seguintes limites: (4 scores cada)

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{1 - x^{15}}$

2. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{|x - 4|}$

3. $\lim_{n \rightarrow 1^+} \frac{x - 2}{x^2 - 4x + 3}$

4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^5 - x + 3}{4x^5 + x - 9}$

5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\tan 8x}$

6. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{5}{n}\right)^{2n}$

Observações:

- 1- utilize caneta de cor azul ou preta. Questões resolvidas a lápis não serão consideradas;
- 2- não escreva na folha de frente da prova;
- 3- resolva as questões na sequência apresentada.

Escores:

1 3 2 4 3 4 4 2 5 4 6 4

Total de 20 escores

Boa Prova!

$$\frac{x^5 - 1}{1 - x^{15}}$$

Aplicando a substituição

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{1 - x^{15}} = \frac{0}{0} \text{ indeterminado}$$

iii) Pelas propriedades de limites

$$\lim_{x \rightarrow 1} - \frac{x^5 - 1}{x^{15} - 1} = - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x^{15} - 1}$$

ii) Manipulação algébrica ~~com~~ *com* ~~termos de~~ *termos de*

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{1 - x^{15}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{1 - x^{15} - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x^{15} - 1}$$

iv) Para $n, m \in \mathbb{N}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x^m - 1} = \frac{n}{m} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^5 - 1}{x^{15} - 1} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

~~Aplicando a~~

$$2. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{|x-4|}$$

i) Aplicando a substituição

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{4-4}{|4-4|} = \frac{0}{0} \text{ indeterminado}$$

ii) Observando limites laterais tendo em mente que

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{x-4}{|x-4|} = \frac{x-4}{x-4} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{x-4}{|x-4|} = \frac{x-4}{4-x} = \frac{x-4}{-1 \cdot (x-4)} = -1$$

$$x-4 < 0$$

iii) Os limites laterais são distintos, logo não existe o limite no ponto.

$$\nexists \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-4}{|x-4|}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{x^2-4x+3}$$

i) Substituição

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1-2}{1-4 \cdot 1 + 3} = \frac{-1}{0}$$

Temos um resultado da forma $K/0$, com $K \neq 0$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{x^2-4x+3} = \pm \infty$$

ii) Estudo dos sinais

$$\begin{array}{c} x-2 \\ x^2-4x+3 \\ f(x) \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{-----} 2 \text{+++} \\ \text{+++} 1 \text{-----} 3 \text{+++} \\ \text{---} 1 \text{++} 3 \text{---} \end{array}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{x^2-4x+3} = +\infty$$

6ª questão no lugar da 4ª

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{e}{n}\right)^{2n}$$

i) Substituição

indeterminado

ii) Manipulação algébrica

Seja $t = \frac{n}{5}$. Daí,

se $n \rightarrow \infty$, $t \rightarrow \infty$

~~Reescrevendo a função f(n) como f(t)~~

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^{10t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{t}\right)^t\right]^{10}$$

iv) Pela propriedade do limite

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left[\left(1 + \frac{1}{t}\right)^t\right]^{10} = \left[\lim_{t \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^t\right]^{10}$$

v) Sabendo que

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^t = e \text{ (número de Euler)}$$

$$\text{temos que } \left[\lim_{t \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{t}\right)^t\right]^{10} = e^{10}$$

(Próxima no verso!)

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\tan 8x}$$

i) Substituição

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 0}{\tan 0} = \frac{0}{0} \text{ indeterminado}$$

ii) Manipular a função

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\tan 8x} \xrightarrow{\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\frac{\sin 8x}{\cos 8x}} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 8x} \cdot \cos 8x$$

$$\text{iii)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 8x} \cdot \cos 8x = \lim_{x \rightarrow 0} \overset{1}{\frac{2x}{2x}} \cdot \overset{1}{\frac{8x}{8x}} \cdot \frac{\sin 2x}{\sin 8x} \cdot \cos 8x = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{8x} \cdot \frac{\sin 2x}{2x} \cdot \left(\frac{\sin 8x}{8x} \right)^{-1} \cdot \cos 8x$$

iv) Utilizando o limite fundamental trigonométrico

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \overset{1/4}{\frac{2x}{8x}} \cdot \overset{1}{\frac{\sin 2x}{2x}} \cdot \overset{1}{\left(\frac{\sin 8x}{8x} \right)^{-1}} \cdot \cos 8x = \lim_{x \rightarrow 0} \underbrace{4}_{g(x)} \cdot \cos 8x \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} 4^1 \cdot \cos 0 = \lim_{x \rightarrow 0} 4^1 \cdot 1 = 4^1$$

substituindo pelo Teorema de Troca

$1/4 //$