

Aula 18/08/22

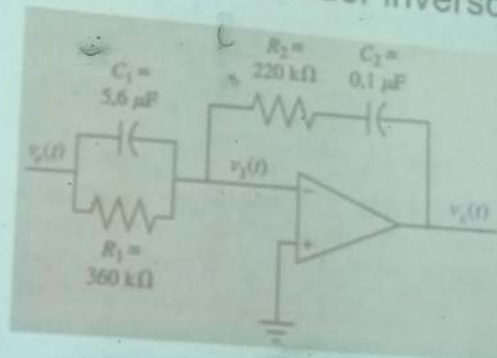
Filtros Digitais

Filtro passa alta ativo

FILTROS DIGITAIS

- Filtros digitais

- Funções de transferência de filtros ativos. Função de transferência de um amplificador inversor. Exemplo:



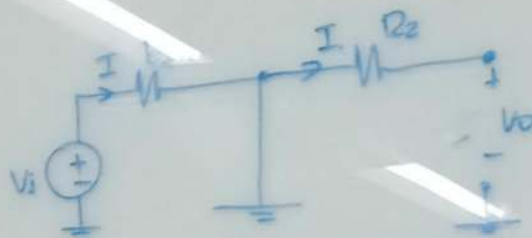
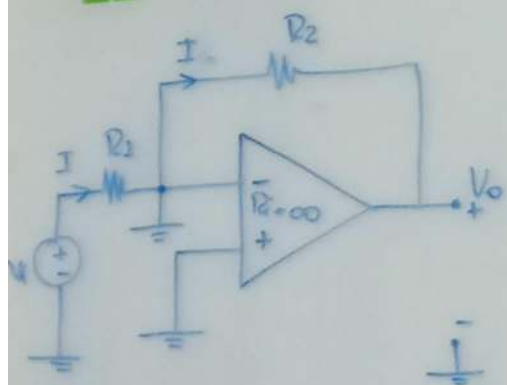
Esse é um amplificador inversor

Ele amplifica o sinal de entrada (dando um ganho), mas inverte o sinal de saída

Anotação do professor



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLOGIA
IFET
Campus Fortaleza



$$V_i = R_1 \cdot I \Rightarrow I = \frac{V_i}{R_1}$$

$$V_o = -R_2 \cdot I$$

$$V_o = -R_2 \cdot \frac{V_i}{R_1} \Rightarrow \boxed{\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1}}$$



$$V_i = R_1 \cdot I \Rightarrow I = \frac{V_i}{R_1}$$

$$V_o = -R_2 \cdot I$$

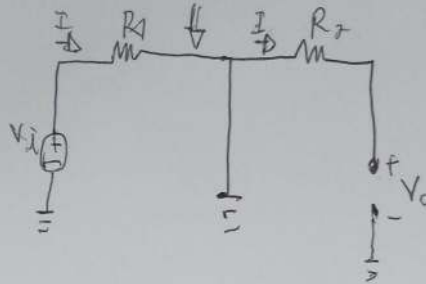
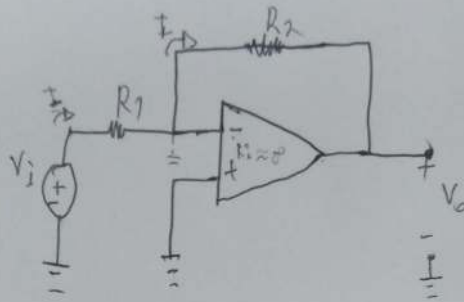
$$V_o = -R_2 \cdot \frac{V_i}{R_1} \Rightarrow \boxed{\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1}}$$

$$Z_1 = \frac{R_1 \cdot \frac{1}{\omega C_1}}{R_1 + \frac{1}{\omega C_1}} \Rightarrow Z_1 = \frac{R_1 \cdot \frac{1}{sC_1}}{R_1 + \frac{1}{sC_1}}$$

$$Z_2 = R_2 + \frac{1}{\omega C_2} \Rightarrow Z_2 = R_2 + \frac{1}{sC_2}$$

$$H(s) = - \frac{R_2 + \frac{1}{sC_2}}{R_1 + \frac{1}{sC_1}}$$

• Filtro passa alta passivos.



$$V_i = R_1 \cdot I \rightarrow I = \frac{V_i}{R_1}$$

$$V_o = -R_2 I$$

$$V_o = -R_2 \cdot \frac{V_i}{R_1} \Rightarrow \left(\frac{V_o}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1} \right)$$

"-" representa o sinal defasado em 180°

• Impedância (Z)
↳ "resistência"

$$Z_1 = R_1 \cdot \frac{1}{\omega C_1}$$

$$Z_2 = R_2 + \frac{1}{\omega C_2}$$

①

* Representando na Plana S

$$Z_1 = R_1 \cdot \frac{1}{sC_1}$$

~~$$Z_2 = R_2 + \frac{1}{sC_2}$$~~

$$Z_2 = R_2 + \frac{1}{sC_2}$$

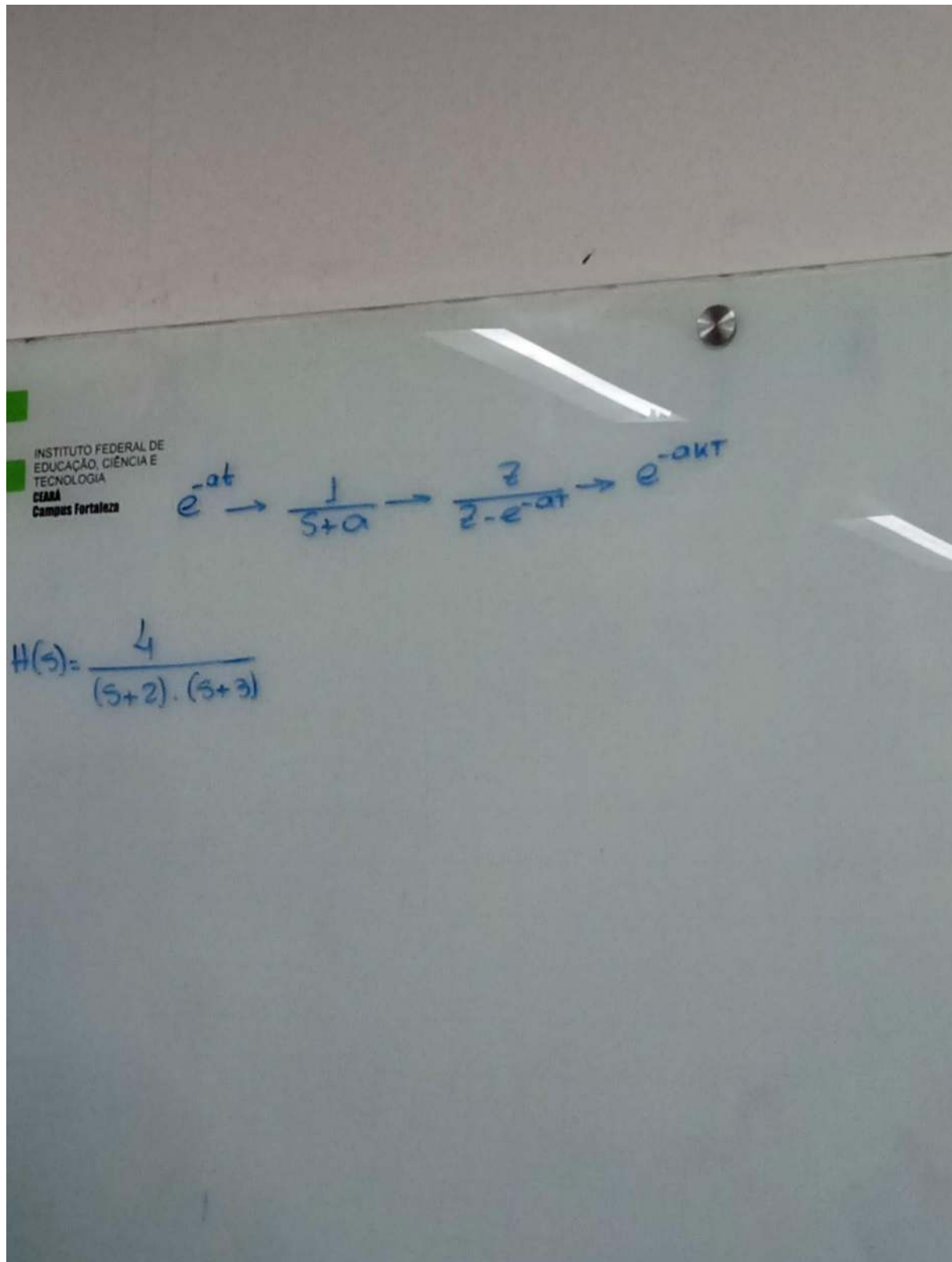
$$H(s) = - \frac{R_2 + \frac{1}{sC_2}}{\frac{R_1 \cdot \frac{1}{sC_1}}{R_1 + \frac{1}{sC_1}}}$$

Transformada inversa de Laplace

Ao invés de usar a transformação inversa de Laplace, será melhor usar um método de frações parciais

Verificar no Acadêmico, exercícios de transformada inversa de Laplace

Anotação do professor



- substituindo transformada inversa de Laplace.

Frações Parciais

* Transformação direta (importante)

$$e^{-at} \xRightarrow{L} \frac{1}{s+a} \Rightarrow \frac{z}{z-e^{-at}} \Rightarrow e^{-akt}$$

Exemplo
Anotação do professor



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLOGIA
CEARA
Campus Fortaleza

$$e^{-at} \xrightarrow{L} \frac{1}{s+a} \rightarrow \frac{1}{2} e^{-s} \xrightarrow{L^{-1}} e^{-akt}$$

$$H(s) = \frac{4}{(s+2)(s+3)} = \frac{A}{s+2} + \frac{B}{s+3}$$

$$\frac{4 \cdot (\cancel{s+2})}{(\cancel{s+2})(s+3)} = \frac{A \cdot (\cancel{s+2})}{s+2} + \frac{B \cdot (\cancel{s+2})}{s+3} \quad | \quad s = -2$$

$$\Rightarrow A = \frac{4}{s+3} \quad | \quad s = -2 \quad \Rightarrow \boxed{A=4}$$

$$\frac{4 \cdot (\cancel{s+3})}{(s+2)(\cancel{s+3})} = \frac{A \cdot (\cancel{s+3})}{s+2} + \frac{B \cdot (\cancel{s+3})}{s+3} \quad | \quad s = -3$$

$$B = \frac{4}{s+2} \quad | \quad s = -3 \quad \Rightarrow \boxed{B=-4}$$

$$H(s) = \frac{4}{s+2} - \frac{4}{s+3}$$

$$H(s) = 4 \times \frac{1}{s+2} - 4 \times \frac{1}{s+3}$$

$$\underline{h(t) = 4 \cdot e^{-2t} - 4 \cdot e^{-3t}}$$

Exemple. $e^{-at} \xrightarrow{A \cdot L} \frac{1}{s+a} \xrightarrow{L^{-1}} \frac{z}{z - e^{-aT}} \rightarrow e^{-aKT}$

$$I) H(s) = \frac{4}{(s+2)(s+3)} = \frac{A}{s+2} + \frac{B}{s+3} \cdot x(s+2)$$

$$\frac{4 \cdot (s+2)}{(s+2)(s+3)} = \frac{A \cdot (s+2)}{s+2} + \frac{B \cdot (s+2)}{s+3} \Big|_{s=-2}$$

$$A = \frac{4}{s+3} \Big|_{s=-2}$$

$$\boxed{A = 4}$$

$$II) \frac{4 \cdot (s+3)}{(s+2)(s+3)} = \frac{A \cdot (s+3)}{s+2} + \frac{B \cdot (s+3)}{s+3} \Big|_{s=-3}$$

$$B = \frac{4}{s+2} \Big|_{s=-3}$$

$$\boxed{B = -4}$$

$$\frac{4 \cdot (s+2)}{(s+2) \cdot (s+3)} = \frac{A \cdot (s+2)}{s+2} + \frac{B \cdot (s+2)}{s+3} \quad \Big|_{s=-2}$$

$$A = \frac{4}{s+3} \Big|_{s=-2}$$

$$\boxed{A = 4}$$

$$\text{II) } \frac{4 \cdot (s+3)}{(s+2) \cdot (s+3)} = \frac{A \cdot (s+3)}{s+2} + \frac{B \cdot (s+3)}{s+3} \quad \Big|_{s=-3}$$

$$B = \frac{4}{s+2} \Big|_{s=-3}$$

$$\boxed{B = -4}$$

$$\text{III) } H(s) = \frac{4}{s+2} - \frac{4}{s+3}$$

$$H(s) = 4 \times \frac{1}{s+2} - 4 \times \frac{1}{s+3}$$

$$\rightarrow \frac{1}{s+a}$$

aplicando L^{-1}

$$\boxed{h(t) = 4 \cdot e^{-2t} - 4 \cdot e^{-3t}}$$

Exemplo 2

Anotação do professor



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLOGIA
CEARA
Campus Fortaleza

$$e^{-at} \xrightarrow{L} \frac{1}{s+a} \rightarrow \frac{2}{2-e^{-at}} \xrightarrow{L^{-1}} e^{-a\tau}$$

$$H(s) = \frac{s+1}{(s+2)(s+4)} = \frac{A}{s+2} + \frac{B}{s+4}$$

$$\frac{(s+1)(\cancel{s+2})}{(\cancel{s+2})(s+4)} = \frac{A(\cancel{s+2})}{s+2} + \frac{B(\cancel{s+2})}{s+4} \quad | \quad s = -2$$

$$A = \frac{s+1}{s+4} \quad | \quad s = -2 \Rightarrow A = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$B = ? \quad \frac{(s+1)(\cancel{s+4})}{(s+2)(\cancel{s+4})} = \frac{A(\cancel{s+4})}{s+2} + \frac{B(\cancel{s+4})}{s+4} \quad | \quad s = -4$$

$$B = \frac{s+1}{s+2} \quad | \quad s = -4 \Rightarrow B = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

$$H(s) = \frac{-\frac{1}{2}}{s+2} + \frac{\frac{3}{2}}{s+4}$$

$$H(s) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{s+2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s+4}$$

$$h(t) = -\frac{1}{2} \cdot e^{-2t} + \frac{3}{2} \cdot e^{-4t}$$

18/08/22

Exemple 2

$$M(s) = \frac{s+1}{(s+2) \cdot (s+4)} = \frac{A}{s+2} + \frac{B}{s+4} \times (s+2)$$

I) $\times (s+2)$; $A = ?$

$$\frac{(s+1) \cdot \cancel{(s+2)}}{\cancel{(s+2)} \cdot (s+4)} = \frac{A \cdot \cancel{(s+2)}}{s+4} + \frac{B \cdot \cancel{(s+2)}}{s+4} \Big|_{s=-2}$$

$$A = \frac{s+1}{s+4} \Big|_{s=-2} \Rightarrow A = \frac{-1}{2}$$

II) $\times (s+4)$; $B = ?$

$$\frac{(s+1) \cdot \cancel{(s+4)}}{(s+2) \cdot \cancel{(s+4)}} = \frac{A \cdot \cancel{(s+4)}}{s+2} + \frac{B \cdot \cancel{(s+4)}}{\cancel{(s+4)}} \Big|_{s=-4}$$

$$B = \frac{s+1}{s+2} \Big|_{s=-4} \Rightarrow B = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

$$A = \frac{s+1}{s+4} \Big|_{s=-2} \Rightarrow A = -\frac{1}{2}$$

II) $X(s+4); ? = ?$

$$\frac{(s+1) \cdot (s+4)}{(s+2) \cdot (s+4)} = \frac{A \cdot (s+4)}{s+2} + B \cdot \frac{(s+4)}{(s+4)} \Big|_{s=-4}$$

$$B = \frac{s+1}{s+2} \Big|_{s=-4} \Rightarrow B = \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2}$$

III) $H(s) = \frac{-\frac{1}{2}}{s+2} + \frac{3/2}{s+4} \rightarrow \frac{1}{s+0}$

$$H(s) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{s+2} + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s+4}$$

$$h(t) = -\frac{1}{2} \cdot e^{-2t} + \frac{3}{2} \cdot e^{-4t}$$

* aplicando L^{-1}

Transformada inversa de Laplace

Exemplo 3

Anotação do professor



INSTITUTO FEDERAL DE
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E
TECNOLOGIA
CEARA
Campus Fortaleza

$$e^{-at} \xrightarrow{L} \frac{1}{s+a} \xrightarrow{L^{-1}} e^{-at} \rightarrow e^{-akt}$$

$$G(s) = \frac{s+2}{(s+3)(s+4)(s+5)} = \frac{A}{s+3} + \frac{B}{s+4} + \frac{C}{s+5}$$

$$A = ? \Rightarrow \frac{(s+2)(s+4)}{(s+3)(s+4)(s+5)} = \frac{A(s+4)}{s+3} + \frac{B(s+3)}{s+4} + \frac{C(s+3)}{s+5} \Big|_{s=-3}$$

$$A = \frac{s+2}{(s+4)(s+5)} \Big|_{s=-3} \Rightarrow \frac{-1}{1 \cdot 2} \Rightarrow \boxed{A = -\frac{1}{2}}$$

$$B = ? \Rightarrow \frac{(s+2)(s+4)}{(s+3)(s+4)(s+5)} = \frac{A(s+4)}{s+3} + \frac{B(s+3)}{s+4} + \frac{C(s+3)}{s+5} \Big|_{s=-4}$$

$$B = \frac{s+2}{(s+3)(s+5)} \Big|_{s=-4} \Rightarrow \boxed{B = \frac{-2}{-1 \cdot 1} = 2}$$

$$C = ? \Rightarrow \frac{(s+2) \cdot \cancel{(s+5)}}{(s+3) \cdot (s+4) \cdot \cancel{(s+5)}} = \frac{A \cdot \cancel{(s+5)}}{s+3} + \frac{B \cdot \cancel{(s+5)}}{s+4} + \frac{C \cdot \cancel{(s+5)}}{s+5} \quad \begin{matrix} A^0 \\ B^0 \end{matrix} \quad s=-5$$

$$C = \frac{s+2}{(s+3)(s+4)} \Big|_{s=-5} \Rightarrow C = \frac{-3}{-2 \cdot (-1)} = -\frac{3}{2}$$

$$G(s) = -\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{s+3} + 2 \cdot \frac{1}{s+4} - \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s+5}$$

$$g(t) = -\frac{1}{2} e^{-3t} + 2 e^{-4t} - \frac{3}{2} e^{-5t}$$

Exemplo 3 ~~Exemplo~~

$$G(s) = \frac{s+2}{(s+3) \cdot (s+4) \cdot (s+5)} = \frac{A}{s+3} + \frac{B}{s+4} + \frac{C}{s+5}$$

I) $\times (s+3)$; $A = ?$

$$\frac{(s+2) \cdot \cancel{(s+3)}}{\cancel{(s+3)} \cdot (s+4) \cdot (s+5)} = \frac{A \cancel{(s+3)}}{\cancel{(s+3)}} + \frac{B \cdot \cancel{(s+3)}}{(s+4)} + \frac{C \cancel{(s+3)}}{(s+5)} \quad | s = -3$$

$$A = \frac{s+2}{(s+4) \cdot (s+5)} \quad | s = -3 \rightarrow \boxed{A = -\frac{1}{2}}$$

II) $\times (s+4)$; $B = ?$

$$\frac{(s+2) \cdot \cancel{(s+4)}}{(s+3) \cdot \cancel{(s+4)} \cdot (s+5)} = \frac{A \cdot \cancel{(s+4)}}{s+3} + \frac{B \cancel{(s+4)}}{\cancel{(s+4)}} + \frac{C \cancel{(s+4)}}{(s+5)} \quad | s = -4$$

$$B = \frac{(s+2)}{(s+3) \cdot (s+5)} \quad | s = -4 \rightarrow \boxed{B = 2}$$

III) $\times (s+5)$; $C = ?$

$$(s+2) \cdot \cancel{(s+5)}$$

$$\frac{(s+2) \cdot \cancel{(s+4)}}{(s+3) \cdot \cancel{(s+4)} \cdot (s+5)} = \frac{A \cdot \cancel{(s+4)}}{s+3} + \frac{\cancel{B} \cdot \cancel{(s+4)}}{\cancel{s+4}} + \frac{C \cdot \cancel{(s+4)}}{(s+5)} \Big|_{s=-4}$$

$$B = \frac{(s+2)}{(s+3) \cdot (s+5)} \Big|_{s=-4} \rightarrow \boxed{B=2}$$

III) $x(s+5); C=?$

$$\frac{(s+2) \cdot \cancel{(s+5)}}{(s+3) \cdot (s+4) \cdot \cancel{(s+5)}} = \frac{A \cdot \cancel{(s+5)}}{s+3} + \frac{B \cdot \cancel{(s+5)}}{s+4} + \frac{C \cdot \cancel{(s+5)}}{\cancel{s+5}} \Big|_{s=-5}$$

$$C = \frac{s+2}{(s+3) \cdot (s+4)} \Big|_{s=-5} \rightarrow \boxed{C = -\frac{3}{2}}$$

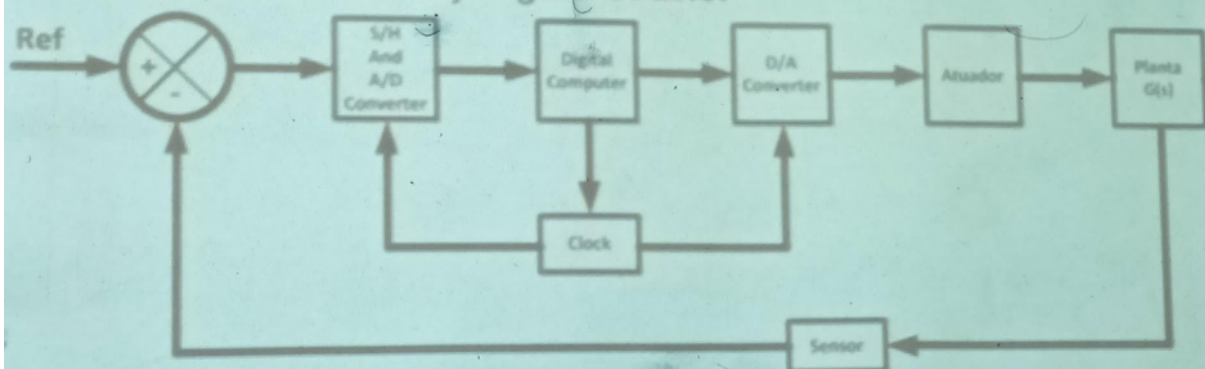
IV)

$$G(s) = -\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{s+3} \right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{s+4} \right) - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{s+5} \right) \quad \# \text{ Aplicar } \frac{1}{s+a} \rightarrow L^{-1}$$

$$G(t) = -\frac{1}{2} \cdot e^{-3t} + 2 \cdot e^{-4t} - \frac{3}{2} \cdot e^{-5t}$$

FILTROS DIGITAIS

- Controle digital de um processo: é realizado por computador ou processadores. O sinal analógico deve ser discretizado. Ou seja, amostrado e posteriormente quantizado. Alguns circuitos são utilizados para isso: um circuito amostrador, um circuito segurador, um conversor AD. Veja figura abaixo:



Atuador

Filtro digital (Conversor de sinal com ruído para um filtrado)

Filtro média móvel (Moving Average {MA} Filter)

FILTROS DIGITAIS

Filtro média móvel (Moving Average (MA) Filter)

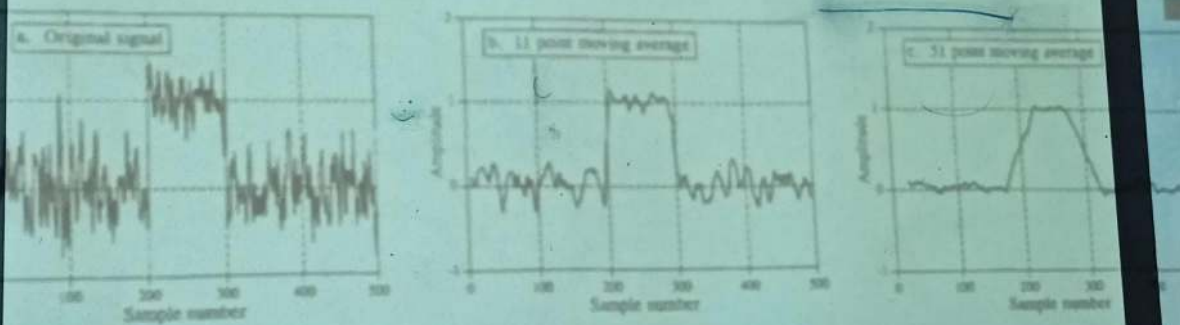
- É um filtro passa-baixa do tipo resposta ao impulso finito (FIR) utilizado para suavizar um conjunto de dados amostrados.
- Esse filtro utiliza M amostras de sua entrada, realiza a média dessas M amostras e obtém um ponto de saída simples.
- É um filtro de saída passa-baixa muito simples e eficiente que profissionais utilizam para filtrar os componentes de ruídos indesejados.
- Esse filtro tem uma excelente resposta no domínio do tempo.

- Ele possui um atraso da saída em relação a entrada
- Atenuar ruído e interferência

Exemplo

FILTROS DIGITAIS

• Filtragem média móvel



- Sinal original
- Sinal com 11 amostras
- Sinal com 51 amostras
- Um filtro excelente para quem desconsidera o atraso do tempo

Codando no Matlab

FILTROS DIGITAIS

- Filtragem média móvel
- Implementando um filtro média móvel no matlab:

```
load count.dat  
x = count(:,1);
```

Create the filter coefficient vectors.

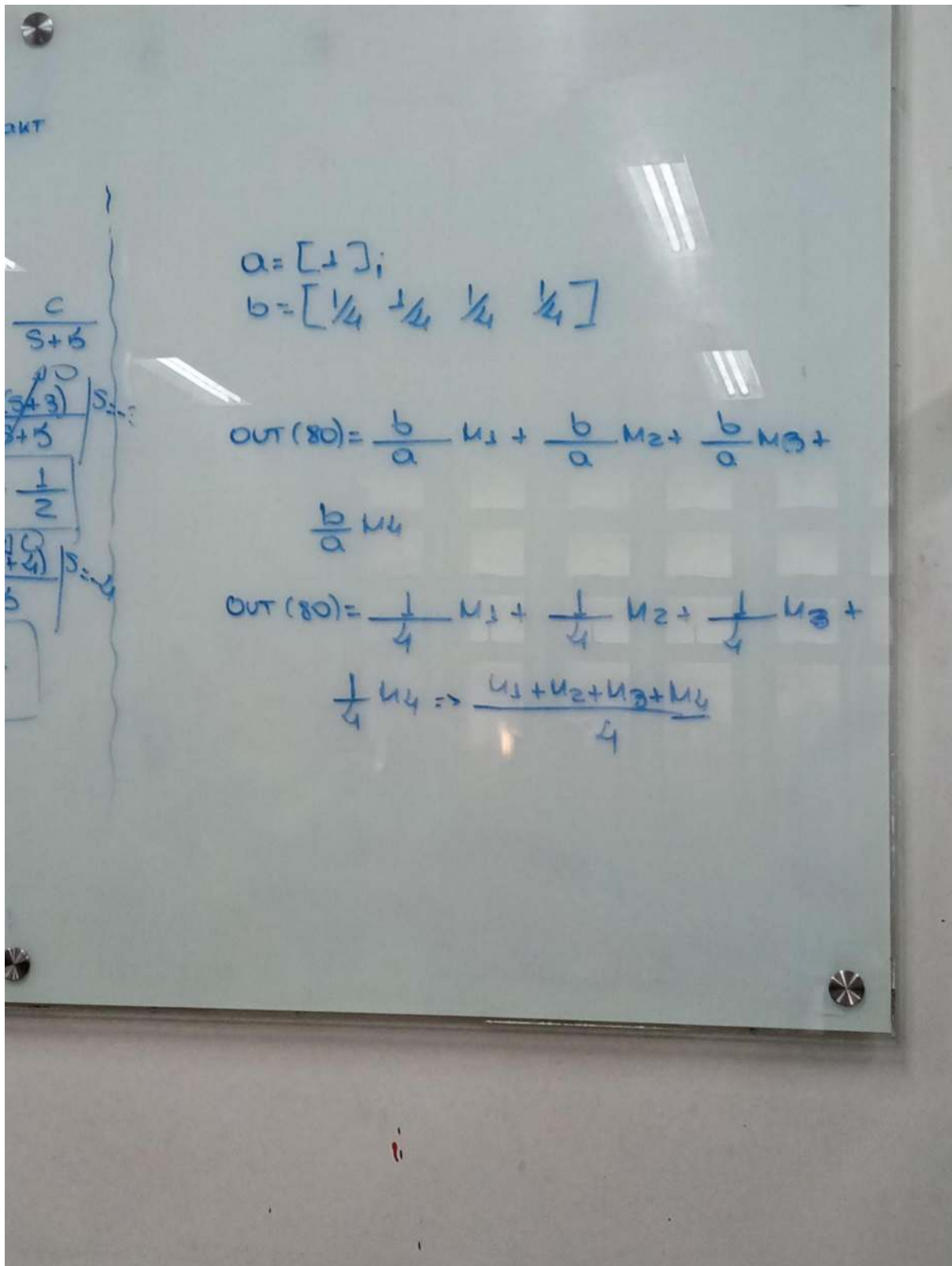
```
a = 1;  
b = [1/4 1/4 1/4 1/4];
```

Compute the 4-hour moving average of the data, and plot both the original data and the filtered data.

```
y = filter(b,a,x);  
  
t = 1:length(x);  
plot(t,x,'--',t,y,'-')  
legend('Original Data','Filtered Data')
```

Filter= função do filtro média móvel

Implementação do filtro média móvel



Leitura -> $out(80) = \frac{1}{4} M_1 + \frac{1}{4} M_2 + \frac{1}{4} M_3 + \frac{1}{4} M_4$

Próxima aula: Simular Filtro média móvel e apresentar os conceitos de Filtro Mediana

