2ª Avaliação de Cálculo Numérico

1.

i	x_i	y_i
0	1	3
1	2	1
2	3	3
3	4	15

$\sim$

$$\left|\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 8 & 4 & 2 & 1 & 1 \\ 27 & 9 & 3 & 1 & 3 \\ 64 & 16 & 4 & 1 & 15 \end{array}\right| \quad \begin{array}{l} m_2 = -8 \\ m_3 = -27 \\ m_4 = -64 \end{array}$$

$\sim$

$$\left|\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -4 & -6 & -7 & -23 \\ 0 & -18 & -24 & -26 & -78 \\ 0 & -48 & -60 & -63 & -177 \end{array}\right| \quad \begin{array}{l} m_3 = -4{,}5 \\ m_4 = -12 \end{array}$$

$$\sim \left|\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -4 & -6 & -7 & -23 \\ 0 & 0 & 3 & 5{,}5 & 25{,}5 \\ 0 & 0 & 12 & 21 & 99 \end{array}\right| \quad m_4 = -4$$

$$\sim \left|\begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -4 & -6 & -7 & -23 \\ 0 & 0 & 3 & 5{,}5 & 25{,}5 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -3 \end{array}\right| \quad \begin{array}{l} d_3 = 1 \\ d_2 = -4 \\ d_1 = 3 \\ d_0 = 3 \end{array}$$

$$P_3(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 3$$

Resposta

2.

a)

	$x_0 = 0$	$x_1 = 2$	$x_2 = 4$	$x_3 = 6$	$x_4 = 8$	prod
$x = 1$	$dif_0 = 1$	$dif_1 = -1$	$dif_2 = -3$	$dif_3 = -5$	$dif_4 = -7$	$prod_x = 105$
$x_0 = 0$	—	-2	-4	-6	-8	$prod_0 = 384$
$x_1 = 2$	2	—	-2	-4	-6	$prod_1 = -96$
$x_2 = 4$	4	2	—	-2	-4	$prod_2 = 64$
$x_3 = 6$	6	4	2	—	-2	$prod_3 = -96$

$x_4 = 8$	8	6	4	2	—	$prod_4 = 384$

$$\rightsquigarrow P_4(1) = 27 \cdot \left(\frac{105}{384}\right) + 24{,}6 \cdot \left(\frac{105/-1}{-96}\right) + 12{,}6 \cdot \left(\frac{105/-3}{64}\right) +$$

$$+ 0{,}6 \cdot \left(\frac{105/-5}{-96}\right) + 36{,}6 \cdot \left(\frac{105/-7}{384}\right)$$

$$P_4(1) = 7{,}3828125 + 26{,}90625 - 6{,}890625 +$$

$$+ 0{,}13125 - 1{,}4296875$$

$$P_4(1) = 26{,}1$$

Resposta

b)

i	x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$(x - x_i)$	$prod_i$
0	0	27	-1,2	-1,2	0,2	0,1	3	3
1	2	24,6	-6	0	1	—	1	3
2	4	12,6	-6	6	—	—	-1	-3
3	6	0,6	18	—	—	—	-3	9
4	8	36,6	—	—	—	—	—	—

$$P_4(3) = (27 + 3) \cdot [(-1{,}2) + 3] \cdot [(-1{,}2) - 3] \cdot [(0{,}2 + 9) 0{,}1]$$

$$P_4(3) = 27 - 3{,}6 - 3{,}6 - 0{,}6 + 0{,}9 = 20{,}1$$

$$P_4(3) = 20{,}1$$

Resposta

c)

i	x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$(x - x_i)$	Prod_i
0	0	27	-2,4	-9,6	9,6	38,4	2,5	2,5
1	2	24,6	-12	0	48	—	1,5	3,75
2	4	12,6	-12	48	—	—	0,5	1,875
3	6	0,6	36	—	—	—	-0,5	-0,9375
4	8	36,6	—	—	—	—	-1,5	—

$$P_4(5) = 27 + 2{,}5 \cdot (-2{,}4) + \frac{[3{,}75 \cdot (-9{,}6)]}{2!} +$$

$$+ \frac{1{,}875 \cdot 9{,}6}{3!} - \frac{0{,}9375 \cdot 38{,}4}{4!}$$

$$z = \frac{5-0}{2} = 2{,}5$$

$$P_4(5) = 27 - 6 - 18 + 3 - 1{,}5 = 4{,}5$$

$$\underbrace{P_4(5) = 4{,}5}$$

Resposta

3.

a)

$$I \simeq h \cdot \left(\frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + \frac{y_6}{2} \right)$$

$$I \simeq 1 \cdot \left(\frac{7}{2} + 6{,}82 + 4{,}44 + 1{,}66 + 0{,}28 + 9{,}5 + \frac{23{,}32}{2} \right)$$

$$I \simeq 3{,}5 + 6{,}82 + 4{,}44 + 1{,}66 + 0{,}28 + 4{,}5 + 11{,}66$$

$$\underbrace{I \simeq 32{,}86}$$

Resposta

b) $I \simeq \frac{h}{3} \cdot (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + 4y_5 + y_6)$

$I \simeq \frac{1}{3} \cdot (7 + 4 \cdot 6{,}82 + 2 \cdot 4{,}44 + 4 \cdot 1{,}66 + 2 \cdot 0{,}28 + 4 \cdot 4{,}5 + 23{,}32)$

$I \simeq \frac{1}{3} \cdot (7 + 27{,}28 + 8{,}88 + 6{,}64 + 0{,}56 + 18 + 23{,}32)$

$I \simeq \frac{91{,}68}{3}$

$I \simeq 30{,}56$

Resposta

c) $I \simeq \frac{3h}{8} \cdot (y_0 + 3y_1 + 3y_2 + 2y_3 + 3y_4 + 3y_5 + y_6)$

$I \simeq \frac{3}{8} \cdot (7 + 3 \cdot 6{,}82 + 3 \cdot 4{,}44 + 2 \cdot 1{,}66 + 3 \cdot 0{,}28 + 3 \cdot 4{,}5 + 23{,}32)$

$I \simeq \frac{3}{8} \cdot (7 + 20{,}46 + 13{,}32 + 3{,}32 + 0{,}84 + 13{,}5 + 23{,}32)$

$I \simeq \frac{245{,}28}{8}$

$I \simeq 30{,}66$

Resposta

d) $I_1 \simeq h \cdot \left(\frac{y_0}{2} + y_2 + y_4 + \frac{y_6}{2}\right)$

$I_1 \simeq 2 \left(\frac{7}{2} + 4{,}44 + 0{,}28 + \frac{23{,}32}{2}\right)$

$I_1 \simeq 2 \cdot 19{,}88$

$I_1 \simeq 39{,}76$

Segundo resultado obtido no item a, temos:

$I_2 = 32,86$

$I = 32,86 + (32,86 - 39,76) \cdot \frac{3^2}{6^2 - 3^2}$

$I = 32,86 - 2,13$

$I = 30,56$

Resposta

e) $I_1 \simeq \frac{h}{3} \cdot (y_0 + 4y_3 + y_6)$

$I_1 \simeq \frac{3}{3} \cdot (7 + 4 \cdot 1,66 + 23,32)$

$I_1 \simeq 36,96$

Segundo resultado obtido no item b, temos:

$I_2 = 30,56$

$I = 30,56 + (30,56 - 36,96) \cdot \frac{2^4}{6^4 - 2^4}$

$I \simeq 30,56 - 0,08$

$I = 30,48$

Resposta

f) $I_1 \simeq \frac{3h}{8} \cdot (y_0 + 3y_2 + 3y_4 + y_6)$

$I_1 \simeq \frac{6}{8} \cdot (7 + 3 \cdot 4,44 + 3 \cdot 0,28 + 23,32)$

$I_1 \simeq \frac{6}{8} \cdot 44,48$

$I_1 = 33,36$

Segundo resultado obtido no item c, temos:

$I_2 = 30,66$

$$I = 30,66 + (30,66 - 33,36) \cdot \frac{3^4}{6^4 - 3^4}$$

$$I = 30,66 - 0,18$$

$$I = 30,48$$

Resposta

4.

* { R.S → regra de Simpsom
  R.T → regra dos trapézios

R.S

I) $I_1 \simeq \frac{1}{3} \cdot h_1 \cdot (y_0 + 4y_1 + y_2)$

$$h_1 = \frac{2 - 0}{2} = 1$$

$$I_1 = \frac{1}{3} \cdot (-2 + 4 \cdot 10 + 8) \rightarrow$$

$$I_1 \simeq \frac{46}{3} \simeq 15,33$$

$I_1 \simeq 15,33\ldots$

R.T

$$I_2 \simeq h_2 \cdot \left(\frac{y_2}{2} + \frac{y_3}{2}\right) \qquad h_2 = \frac{5 - 2}{1} = 3$$

$$I_2 \simeq 3 \cdot \left(\frac{8}{2} - \frac{22}{2}\right)$$

$I_2 \simeq -21$

R.5

II) $I_3 \simeq \frac{3}{8} \cdot h_3 \cdot (y_3 + 3y_4 + 3y_5 + y_6)$

$h_3 = \frac{8-5}{3} = 1$

$I_3 \simeq \frac{3}{8} \cdot (-22 - 60 - 6 + 38)$

$I_3 \simeq -\frac{150}{8} = -18{,}75$

$I_3 \simeq -18{,}75$

$I = I_1 + I_2 + I_3$

$I = 15{,}33\ldots - 21 - 18{,}75$

$I \simeq -24{,}41666667$

Resposta