IFCE

10,0

Engenharia de Computação

Lógica Matemática
2022.1
Avaliação 4
23/06/2022
Duração: 1h30

Nome: ______

Professor: Nivando Bezerra

---

1 1. (1 ponto) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. Assinale as proposições com valor lógico Falso.

- ○ $(\forall x \in A)(x + 1 \notin A)$ V
- ○ $(\exists x \in A)(x + 2 \in A)$ V
- ● $(\forall x \in A)(x + 2 \in A)$ F
- ○ $(\exists x \in A)(x$ é divisível por 3) V

2. (1 ponto) Assume que o argumento $A : p \vee q, \sim r \vee \sim q, \vdash \sim p \to \sim r$ é válido.
Seja o argumento $B : p \vee q, \sim r \vee \sim q, \sim p \vdash \sim r$. É correto afirmar:

- ○ B tem sua validade justificada pela demonstração indireta usando o argumento A.
- ● B tem sua validade justificada pela demonstração condicional usando o argumento A.
- ○ O argumento B tem sua validade justificada pela regra de inferência Modus Tollens.
- ○ O argumento B não é válido.

1

3. (1 ponto) Seja R o conjunto dos números reais. Sobre as proposições

Proposição 1: $(\forall x \in R)(|x| = x)$ e F $|-1| = 1 \quad -1 \neq 1$
Proposição 2: $(\exists x \in R)(x^2 = x)$ V $1^2 = 1$

é correto afirmar:

- ○ Ambas as proposições são falsas.
- ○ Ambas as proposições são verdadeiras.
- ● x=-1 é um contra-exemplo para a proposição 1.
- ● x=-2 é um contra-exemplo para a proposição 1.

1

$p(x) \in N$ e $q(x) \in N$

4. Sejam $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ e as sentenças abertas $p(x)$ e $q(x)$ abertas sobre o **conjunto dos números naturais** e definidas por $p(x) : x + 1 \in A$ e $q(x) : x$ é par.

(a) (1 ponto) Encontre o conjunto verdade $V_{p\wedge q}$. ; $V_p = \{0,2,4,6,8\}$; $V_q = \{0,2,4,6,8,\dots\}$

1 Veja que $V_{p\wedge q} \Leftrightarrow V_p \cap V_q$; logo:

(a) $V_{p\wedge q} = \{0,2,4,6,8\}$

(b) (1 ponto) Encontre o conjunto verdade $V_{\sim p\to q}$. $\Leftrightarrow V_{\sim\sim p \vee q} \Leftrightarrow V_{p \vee q} \Leftrightarrow V_p \cup V_q$

1 com isso, $V_{\sim p \to q}$ é todo $x \in N$, tal que x é par; em outras palavras:

(b) $V_{\sim p\to q} = \{0,2,4,6,8,10,\dots\}$

5. (1 ponto) Seja $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. Encontre o conjunto verdade da sentença aberta $x + 3 \in A$.

1 $P(x) \doteq x+3 \in A$

5. $V_p = \{\emptyset\}$ Conjunto vazio, nenhum valor de A satisfaz $P(x)$

6. (1 ponto) Sendo $A = \{2, 3, \dots, 9\}$, apresente dois contra-exemplos para a sentença $(\forall x \in A)\,(x + 5 < 11)$.

1 Contra-exemplos: $x=8$; $8+5 \nless 11$
$x=9$; $9+5 \nless 11$

6. $x = 8$ e $x = 9$

3

7. (3 pontos) Demonstrar a validade do argumento $r \to p \wedge q, \sim r \vee \sim q, r \vee s \vdash s$ usando regras de inferência. A cada passo, indique a regra usada. Pela demonstração indireta podemos demonstrar: $r \to p \wedge q, \sim r \vee \sim q, r \vee s, \sim s \vdash c$ sendo "c" uma contradição.

1	$r \to p \wedge q$	
2	$\sim r \vee \sim q$	
3	$r \vee s$	
4	$\sim s$	
5	r	SILOGISMO DIJUNTIVO 3 e 4
6	$p \wedge q$	MODUS PONENS 1 e 5
7	q	SIMPLIFICAÇÃO 6
8	$\sim\sim q$	DUPLA NEGAÇÃO 7
9	$\sim r$	SILOGISMO DIJUNTIVO 2 e 8
10	$r \wedge \sim r$	CONJUNÇÃO 5 e 9
11	$\boxed{\therefore c}$	Pelo princípio da não contradição, temos uma contradição,

sendo assim, usando o método da demonstração indireta, provamos que se tomarmos a negação da conclusão como premissa, ou seja, como uma verdade, então chegaremos a uma contradição, com isso, a conclusão só pode ser válida e verdadeira.
Em outras palavras, o argumento $r \to p \wedge q, \sim r \vee \sim q, r \vee s \vdash s$ é válido.

RASCUNHO

4 $p(x): x+1 \in \mathbb{N}$; $q(x): x$ é par $\in \mathbb{N}$; $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
a) $Vp \wedge q$

$VP = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

7
1 $r \to p \wedge q$
2 $\sim r \vee \sim q$ $\therefore c$
3 $r \vee s$
4 $\sim s$
5 r SD 3 4
6 $p \wedge q$ MP 5 1
7 q Simp 6
8 $\sim\sim q$ DN 7
9 $\sim r$ SD 2 8
10 $r \wedge \sim r$ CONJ
11 $\therefore c$

$\sim r \vee (p \wedge q) \to (\sim r \vee p) \wedge (\sim r \vee q)$
$r \to q$
$r \to \sim q$

ABS $r \to (r \wedge p \wedge q)$

1 $r \to p \wedge q$
2 $\sim r \vee \sim q$ $r \to \sim q$
3 $r \vee s$ $\sim r \to s$
4