

PRIMO ESEMPIO DI STUDIO DI FUNZIONE

Della funzione $y = f(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ determiniamo:

- il dominio;
- gli eventuali punti di intersezione del suo grafico con gli assi;
- il segno.

a. La funzione è razionale intera, perciò il dominio è \mathbb{R} .

b. Per trovare i punti di intersezione con l'asse x , risolviamo l'equazione:

$$f(x) = 0 \rightarrow x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = 0.$$

Scomponendo il polinomio con la regola di Ruffini, otteniamo:

$$(x + 3)(x + 1)(x - 2) = 0 \rightarrow x = -3; x = -1; x = 2.$$

Il grafico della funzione ha quindi tre punti di intersezione con l'asse x : $(-3; 0)$; $(-1; 0)$; $(2; 0)$.

Per trovare il punto di intersezione del grafico con l'asse y , calcoliamo:

$$f(0) = 0^3 + 2 \cdot 0^2 - 5 \cdot 0 - 6 = -6.$$

Il punto di intersezione con l'asse y è $(0; -6)$.

- c. Per determinare il segno della funzione risolviamo:

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 > 0 \rightarrow$$

$$\rightarrow (x + 3)(x + 1)(x - 2) > 0.$$

Compiliamo il quadro dei segni.

		-3		-1		2	

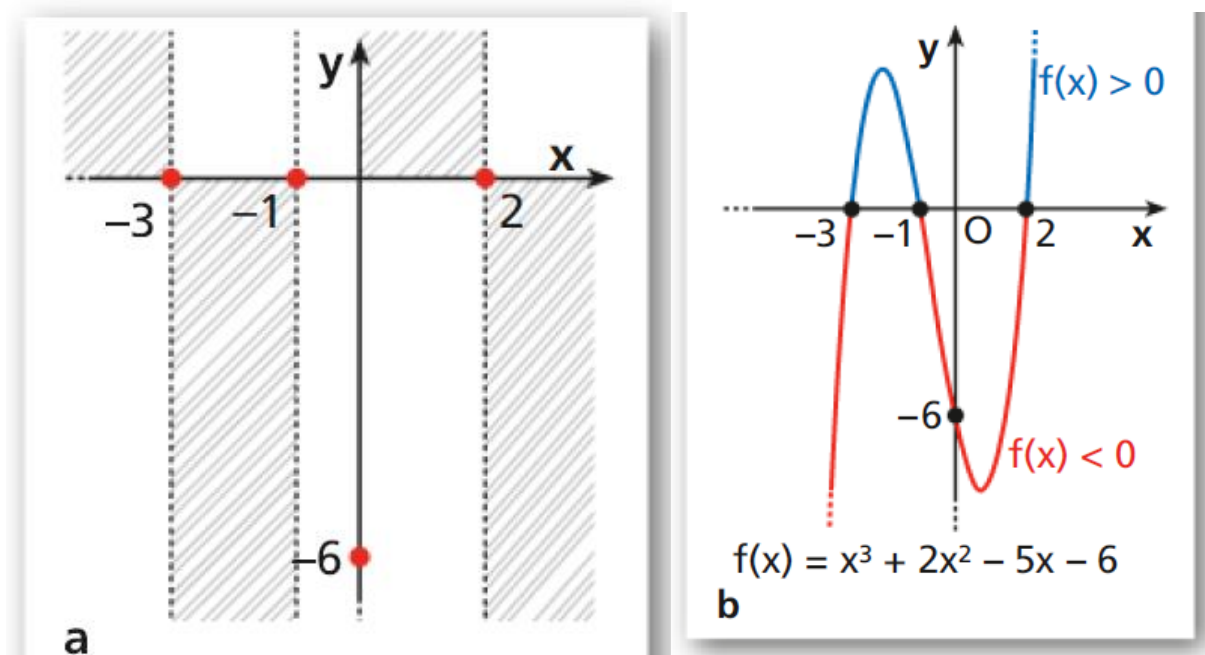
x+3	-	0	+		+		+
x+1	-		-	0	+		+
x-2	-		-		-	0	+
(x+3)(x+1)(x-2)	-	0	+	0	-	0	+

Dal quadro ricaviamo che:

$$f(x) > 0 \quad \text{se } -3 < x < -1 \vee x > 2;$$

$$f(x) < 0 \quad \text{se } x < -3 \vee -1 < x < 2.$$

Possiamo utilizzare le informazioni ricavate per determinare la regione del piano cartesiano in cui si trova il grafico della funzione. Sono quelle che nella figura **a** *non* sono tratteggiate. I punti segnati con un pallino indicano le intersezioni del grafico della funzione con gli assi. Possiamo verificare questi risultati tracciando per punti il grafico della funzione (figura **b**). Se la funzione è positiva il grafico si trova sopra l'asse delle ascisse, se è negativa si trova al di sotto dell'asse delle ascisse.



Andando avanti con lo studio delle proprietà delle funzioni e l'analisi delle funzioni stesse in base ad esse, potremo provare a rispondere alle seguenti domande:

1. La funzione è iniettiva e/o suriettiva?
2. La funzione è interamente o in alcune delle sue parti crescente, decrescente o monotona?
3. La funzione è pari o dispari?
4. La funzione è periodica?