

Studio della funzione $f(x) = x^3 - 4x$

1. Dominio e codominio

$D = \mathbb{R}$ perché è una funzione polinomiale e dunque non ha restrizioni sul dominio

$Cod = \mathbb{R}$ perché essendoci potenze dispari la funzione può assumere qualsiasi valore sia positivo che negativo

2. Intersezione con gli assi

Asse x:

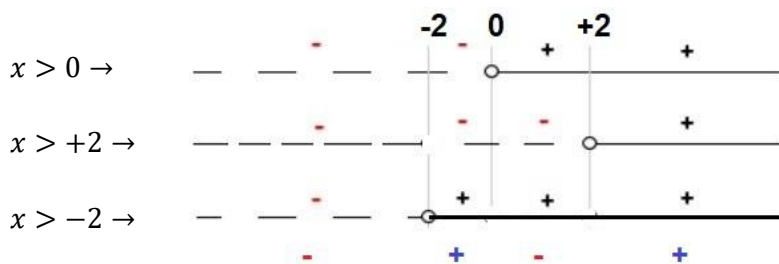
$$\begin{cases} y = x^3 - 4x \\ y = 0 \end{cases} \rightarrow x^3 - 4x = 0 \rightarrow x(x^2 - 4) = 0 \rightarrow x(x+2)(x-2) = 0$$
$$x_1 = 0, x_2 = -2, x_3 = +2 \rightarrow (0; 0), (-2; 0), (+2; 0)$$

Asse y:

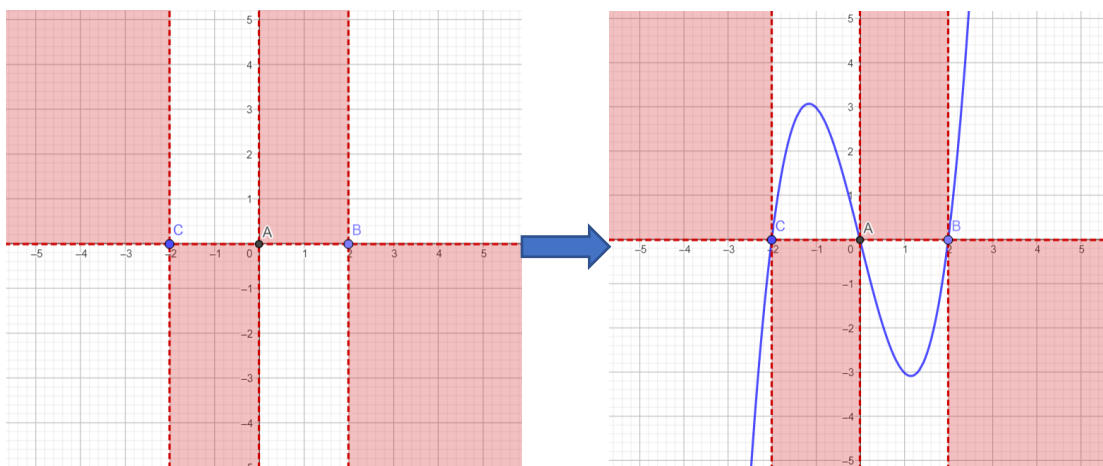
$$\begin{cases} y = x^3 - 4x \\ x = 0 \end{cases} \rightarrow 0^3 - 4 \cdot 0 = y \rightarrow y = 0 \rightarrow (0; 0)$$

3. Segno

$$y > 0 \rightarrow x^3 - 4x > 0 \rightarrow x(x+2)(x-2) > 0 \rightarrow \begin{matrix} x > 0 \\ x-2 > 0 \\ x+2 > 0 \end{matrix}$$



➔ La funzione è positiva tra -2 e 0 e per $x > +2$, negativa per $x < -2$ e tra 0 e +2.



4. Proprietà

- La funzione è suriettiva nel suo codominio, cioè in tutto \mathbb{R} .
- La funzione NON è iniettiva, e si dimostra anche solo dal fatto che ha tre intersezioni con l'asse x, dunque $y=0$ ha tre controimmagini diverse.
- La funzione è a tratti crescente ed a tratti decrescente, dunque non è monotona.
- La funzione è dispari: $f(x) = x^3 - 4x \rightarrow f(-x) = (-x)^3 - 4(-x) = -x^3 + 4x = -f(x)$
- La funzione non ha altre particolari proprietà: non è periodica, non contiene simmetrie o traslazioni, non è una funzione composta.