INTRODUZIONE AL CONCETTO DI DERIVATA

1. Significato analitico

Definizione di derivata f'(x) di una funzione f(x):

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Rifletti innanzitutto sulle seguenti domande:

a) Qual è la variabile a cui si riferisce il limite, x o h?

b) Di conseguenza, x cosa rappresenta in questo limite?

c) La forma generica del limite come scritta in definizione è una forma indeterminata? Quale?

Utilizzando la definizione di derivata, prova a calcolare la derivata delle funzioni sottostanti:

- $f(x) = x \to f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{(x+h)-x}{h} = \cdots$
- $g(x) = x^2 \to g'(x) = \cdots$
- $h(x) = e^x \to h'(x) = \cdots$ (suggerimento: utilizza il limite notevole con la funzione esponenziale)

2. Significato geometrico

Per un qualsiasi punto di ascissa c e ordinata f(c) sul grafico di una funzione, il rapporto $\frac{f(c+h)-f(c)}{h} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$ rappresenta il coefficiente angolare *m* della retta passante per i due punti A(c; f(c)) e B(c+h; f(c+h)) del grafico della funzione, dunque una retta secante alla funzione.

Cosa succede se l'incremento *h* tende a zero?

Apri GeoGebra e disegna la parabola $f(x) = y = \frac{1}{4}x^2$. Disegna poi il punto A(4; 4) e il punto B(1; ¼) sul grafico della retta. Se c=4 e c+h=1, quanto vale l'incremento h?

Disegna infine, con l'apposito strumento, la retta tangente alla parabola in A.

Fai ora in modo che l'incremento tenda a zero: prendi il punto B e trascinalo verso il punto A sul grafico della funzione. Cosa noti? Quando B viene a coincidere con A, cioè l'incremento è nullo, con cosa coincide la retta secante?

Dunque, la derivata calcolata in c $f'(c) = \lim_{h \to 0} \frac{f(c+h)-f(c)}{h}$ con cosa coincide? Quanto vale f'(c) nel caso che hai disegnato?