

Gestione Progetto: PERT/CPM

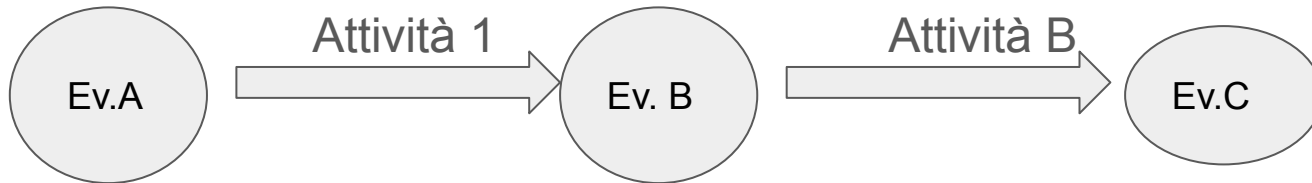
Emanuele Ing. Benatti - ebenatti@fermimn.gov.it

Program Evaluation and Review Technique

Strumento di analisi temporale per il project management che si fonda sulle tecniche reticolari

Il progetto è rappresentato con un **grafo** dove le **attività** sono raffigurate con **archi** orientati e gli **eventi con nodi**.

Nei **nodi** convergono uno o più archi rappresentanti le **attività**, dai nodi partono uno o più archi rappresentanti le attività.



Come fare il PERT (1)

Il PERT è una rappresentazione:

- probabilistica (i tempi non sono certi),
- valida per progetti nuovi (dove non riusciamo a stabilire tempi e costi)
- è un metodo che analizza i tempi.
- che permette una valutazione dei rischi e dei costi

Fasi preliminari per la costruzione:

- elencare le attività (WBS ad esempio!)
- si stima un tempo, di ipotesi detto tempo di attività.

Per costruire un PERT si parte da una **tabella** nella quale sono elencate tutte le **attività da svolgere con esplicitate le relazioni di precedenza tra di esse**, i **tempi** per il loro svolgimento, le **risorse** necessarie ed i costi conseguenti.

Come fare il PERT (2) - Regole generali

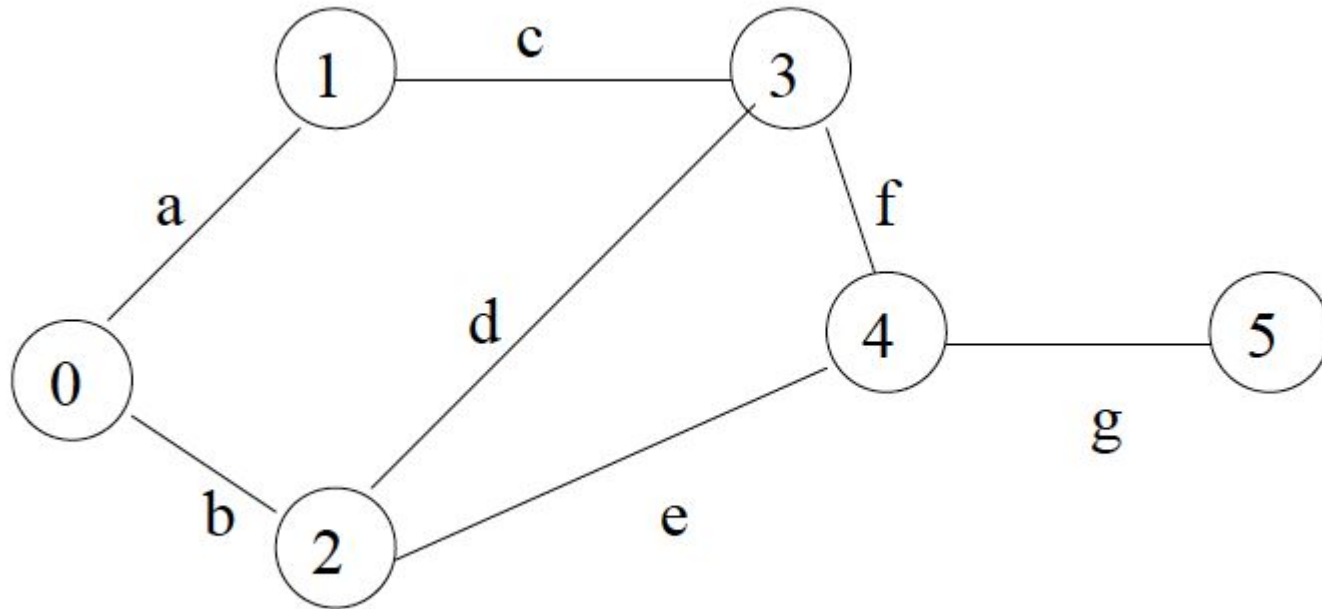
- Ad ogni **attività** è associato un **momento temporale** dove viene svolta,
- Deve sempre esistere un'attività **iniziale** e un'attività **finale** (una sola) e nessun evento può precedere l'evento iniziale e nessun evento deve seguire quello finale,
- **nessuna coppia di eventi** deve essere connessa da più di una **attività**.

Per risolvere quest'ultimo punto si possono introdurre delle attività fittizie di durata zero (che si mette in mezzo a due attività).

Come fare il PERT (3)

Attività	Precedenze	Tempo (gg.)	Risorse(persone)	Costo (Lit./giorno)
a	-	5	4	200000
b	-	10	2	300000
c	a	3	2	150000
d	b	2	6	200000
e	b	4	8	150000
f	c,d	6	1	400000
g	f, e	3	2	300000

Come fare il PERT (4)



L'attraversamento del grafo

Ogni diagramma PERT si può attraversare dall'evento **iniziale** a quello **finale**.

Ogni attività svolta aumenta il tempo totale del progetto.

Si determina la **lunghezza di ogni cammino**, dall'evento iniziale a quello finale.

I cammini possibili in questo schema sono:

$$1) a + c + f + g = 17$$

$$2) b + d + f + g = 21$$

$$3) b + e + g = 17$$

Il problema del tempo previsto

Il passo successivo consiste nel calcolo del **tempo previsto** per il completamento del progetto.

Questo porta alla determinazione di un **percorso critico** che unisce tra loro tutte le attività che svolte in successione e che condizionano direttamente la durata del progetto.

La **lunghezza** (durata temporale) del percorso critico determina la durata del progetto.

L'aumento del tempo di svolgimento di una **qualsiasi** di tali attività sul percorso critico comporta necessariamente un allungamento del tempo di completamento del progetto.

CPM - Critical Path Method.

La ricerca della durata del progetto attraverso questo percorso, detto **Percorso Critico**, è uno strumento molto importante per il project management è noto anche come CPM (Critical Path Method) o, meglio, PERT/CPM.

Il CPM infatti è stato sviluppato praticamente nello periodo del PERT ma da ricercatori diversi.

CPM - Critical Path Method (2)

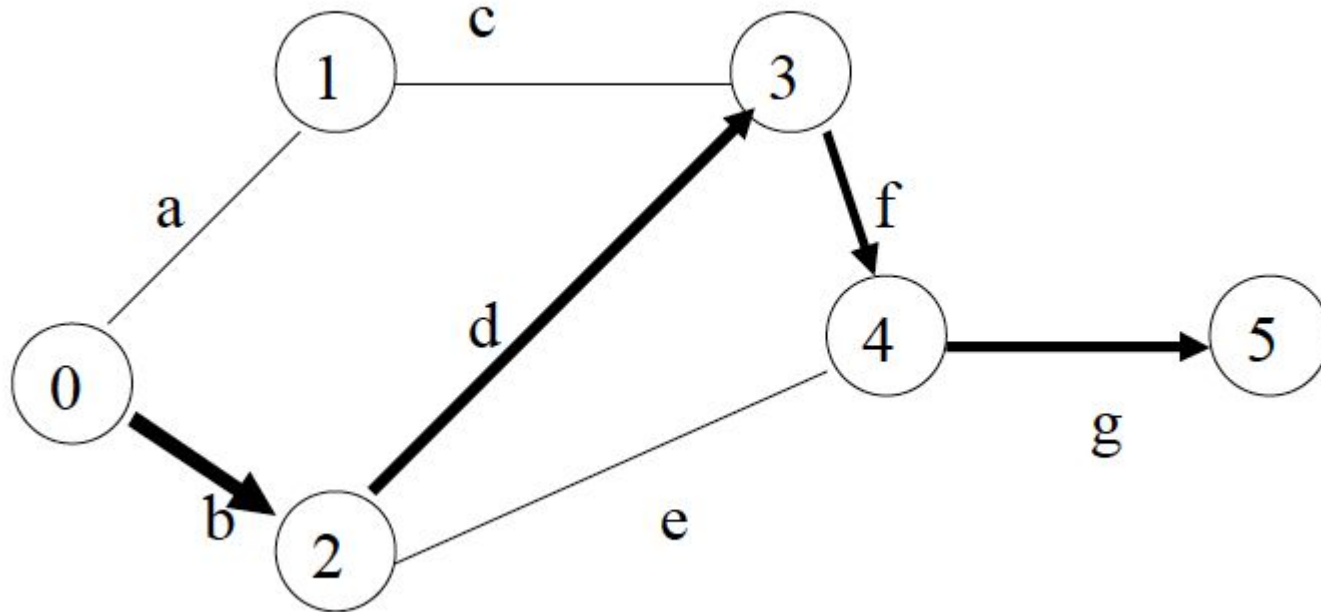
Per determinare quale siano le attività del percorso critico e calcolare il tempo complessivo di sviluppo del progetto un criterio consiste nel **considerare tutti i percorsi che portano dall'evento di inizio all'evento di fine del progetto e sommare i tempi delle attività pertinenti.**

Il **percorso critico** è naturalmente quello con il tempo totale più elevato e le attività critiche sono quelle che vi appartengono.

Nota bene: un grafo ha tanti cammini possibili, il percorso critico è uno al massimo.

CPM - Critical Path Method (3)

Il percorso critico è dunque quello determinato dalle attività sequenziali b, d, f, g.



PERT/CPM - Calcolo dei tempi attesi

Sugli altri percorsi le altre attività possono complessivamente aumentare tanto quanto è la differenza tra la **durata di quel percorso** e il **percorso critico**.

MA

Non possono aumentare la propria durata le attività del percorso critico, presenti in altri percorsi altrimenti la durata complessiva del progetto crescerebbe.

Nel nostro esempio possono durare di più solo **a** ed **c** (**di 4 al massimo**).
Il termine tecnico che indica la possibilità di ritardare l'inizio di un'attività è **slack**.

CPM - Critical Path Method (4)

Un altro modo per stabilire il percorso critico consiste nel determinare l'istante più anticipato e l'istante più ritardato di accadimento degli eventi (nodi).

CPM - Calcolo dei tempi anticipati (1)

Per calcolare gli istanti più anticipati occorre procedere dall'inizio del progetto verso il suo completamento applicando la seguente relazione:

$$T_{\min,x} = \max \{T_{\min,h} + D_h\}$$

Dove:

x è l'evento per il quale si sta calcolando l'istante più anticipato

T_{min,h} sono gli istanti più anticipati degli eventi dai quali hanno origine le attività confluenti nel nodo **x**

D_h sono le durate delle attività confluenti in **x**.

Si chiama propagazione in avanti lo scorrimento da inizio e fine del progetto, rispetto alle attività.

CPM - Calcolo dei tempi - anticipati (2)

Quindi per il nostro esempio:

$$T_{min,0} = 0$$

$$T_{min,1} = 5$$

$$T_{min,2} = 10$$

$$T_{min,3} = \max \{5+3, 10+2\} = 12$$

$$T_{min,4} = \max \{12+6, 10+4\} = 18$$

$$T_{min,5} = 21$$

CPM - Calcolo dei tempi - Ritardato (1)

Per calcolare gli istanti più ritardati occorre invece procedere dall'evento di conclusione del progetto verso il suo inizio applicando la seguente relazione:

$$T_{\max,x} = \min \{T_{\max,h} - D_h\}$$

Dove:

x è l'evento per il quale si sta calcolando l'istante più ritardato

$T_{\max,h}$ sono gli istanti più ritardati degli eventi nei quali confluiscono le attività che hanno origine nel nodo **x**.

D_h sono gli istanti più ritardati degli eventi nei quali confluiscono le attività che hanno origine nel nodo **x**

Si chiama propagazione all'indietro lo scorrimento dalla fine all'inizio del progetto, rispetto alle attività.

CPM - Calcolo dei tempi - Ritardato (2)

Quindi per il nostro esempio:

$$T_{\min,5} = 21$$

$$T_{\min,4} = 18$$

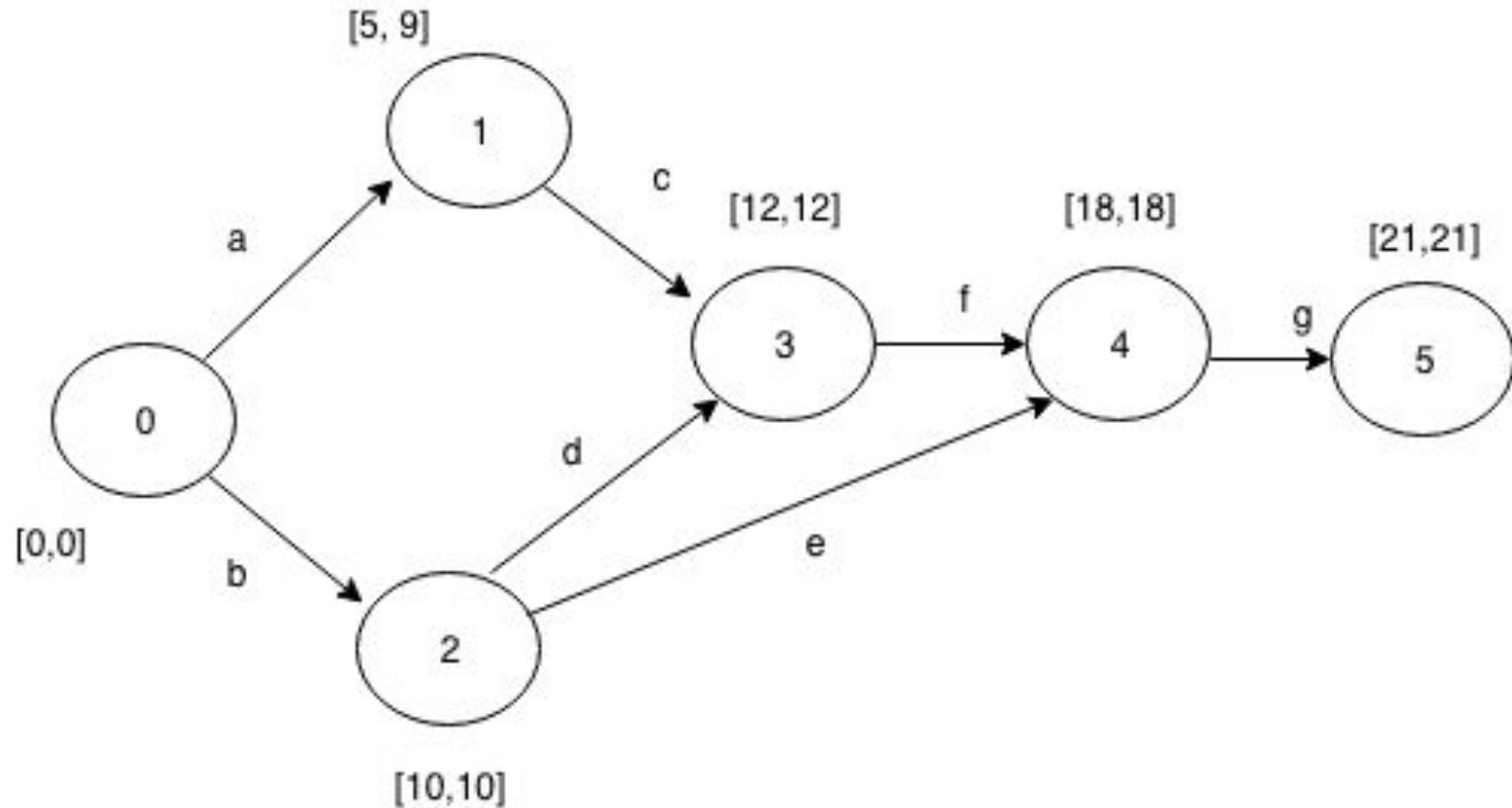
$$T_{\min,3} = 12$$

$$T_{\min,2} = \min \{18-4, 12-2\} = 10$$

$$T_{\min,1} = 9$$

$$T_{\min,0} = \min \{10-10, 9-5\} = 0$$

Come fare il PERT (6) - Diagramma risultato



CPM - Percorso critico dai tempi

Il percorso critico è quello che congiunge i nodi **dove non esiste differenza tra istante di tempo più anticipato e più ritardati di accadimento dell'evento**.

Ovviamente il percorso corrisponde a quello determinato seguendo l'altra modalità.

Se esiste una differenza tra istanti più anticipati e più ritardati di accadimento dell'evento, significa che è possibile ritardare l'inizio delle attività (slack) che concorrono e/o partono (a e c) dal nodo fino ad un valore massimo corrispondente alla differenza suddetta (p.e.: al nodo 1 per un tempo complessivo massimo di 4).

PERT - Activities on nodes

Un'altro modo per creare il diagramma di PERT è quello di mettere l'attività (e le loro durate) nei nodi (AON).

La durata delle singole attività sarà riportata (e avverrà) in ogni nodo.

Ogni ramo rappresenta una dipendenza funzionale (correlazione tra le attività)

PERT - Activities on nodes

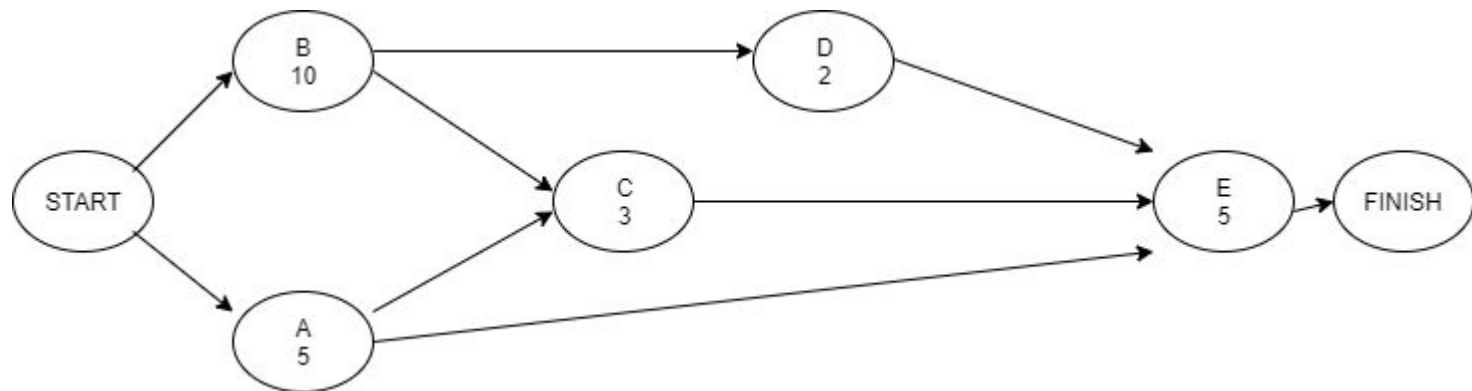
Esempio. Si vuole creare il PERT AON di questa tabella.

Ogni ramo rappresenta una dipendenza funzionale
(correlazione tra le attività)

Attività	Precedenze	Tempo (gg.)
----------	------------	-------------

a	-	5
b	-	10
c	a,b	3
d	b	2
e	a,c,d	5

PERT - Activities on nodes



Calcolo Early Finish e Late Finish

Definiamo come:

Early Start (ES): Istante di inizio al più presto.

Late Start (LS): Istante di inizio al più tardi.

Early Finish (EF): Istante di fine al più presto.

Late Finish (LF): Istante di fine al più tardi.

Calcolo dei tempi

Analogamente al PERT AOA, definiamo le regole per calcolare i tempi, attraversando prima in avanti e poi all'indietro il grafo.

Calcoliamo i valori, per tutte le attività, in ogni nodo del grafo.

Rappresentiamo questo grafo diversamente rispetto a prima mettendo le attività nei nodi.

[Early Start, Early Finish]



[Late Start, Late Finish]

Calcolo Early Start e Early Finish

Per ogni attività l'early start è:

- **max (EF)** delle attività che precedono.

Per ogni attività l'early finish è:

- **ES di quell'attività + Durata dell'attività**

Si procede a seguire il grafo da sx a dx (scorrimento come propagazione in avanti).

Calcolo Late Start e Late Finish

Per ogni attività il Late Finish (**LF**) è:

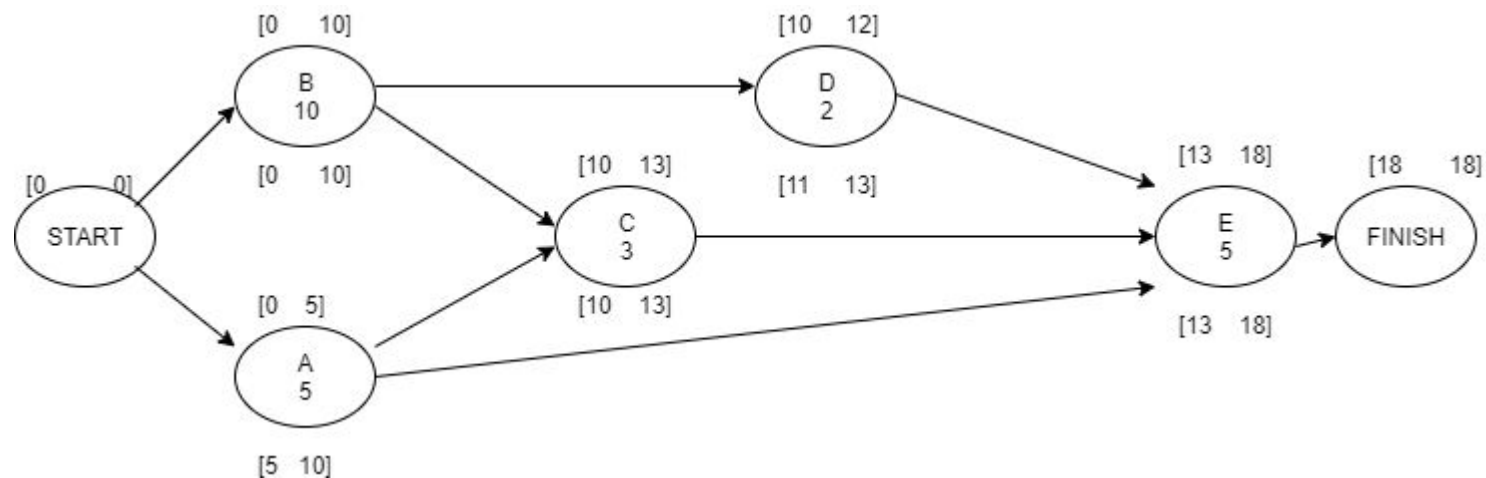
- **Min (LS)** delle attività successive (a ritroso).

Per ogni attività l'Late Start è:

- **LS= LF di quell'attività - Durata dell'attività**

Si procede a seguire il grafo da sinistra a destra (scorrimento come propagazione all'indietro).

Soluzione esempio 1



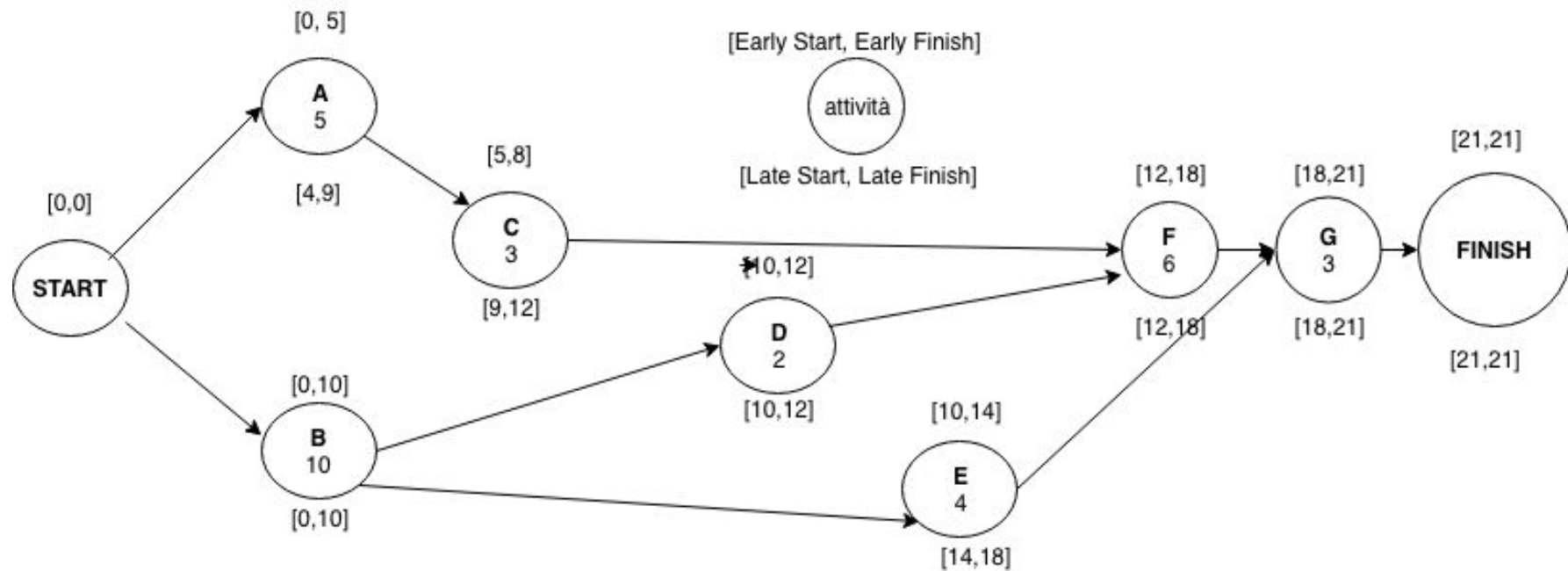
PERT - AON

Esempio 2: si vuole realizzare il pert AON della seguente tabella
Attività Precedenze Tempo (gg.)

a	-	5
b	-	10
c	a	3
d	b	2
e	b	4
f	c,d	6
g	e,f	3

Calcolare i tempi ES EF, LS LF per ogni attività.

PERT - AON



CPM - Critical Path Method (5)

Definiamo come **TF (Total float)** il ritardo massimo che un'attività può subire come:

$$\mathbf{TF = LS - ES = LF - EF}$$

CPM - Critical Path Method - TF

Un percorso si dice critico se in ogni attività del percorso
 $LS-ES=LF-EF$.

L'unico caso dove questo è vero è quando la differenza tra $LS-ES$ è zero. In questo caso anche $LF-EF$ è zero.

Analogamente $TF=0$