

《微波技术基础》

Fundamentals of Microwave Technology

Yang Jing¹

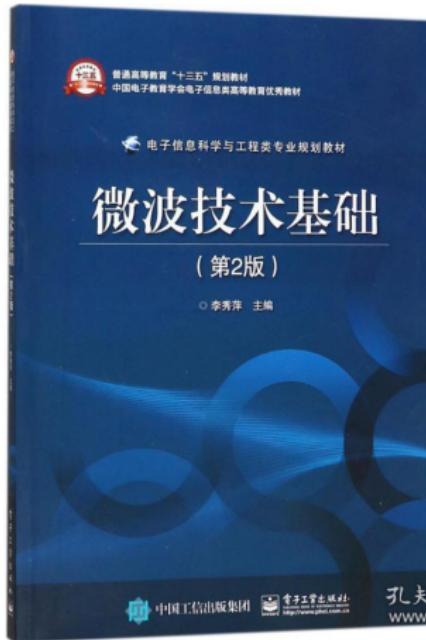
¹School of Electronic Information and Electrical Engineering
Hefei Normal University

2022 年 9 月 13 日



教材

《微波技术基础 (第2版)》，李秀萍编，电子工业出版社，2017.7.



参考书目

-  R.E.Colin 著, 吕继尧译 (1981).
《微波工程基础》 [M].
人民邮电出版社.
-  吴明英, 毛秀华 (1995).
《微波技术》 [M].
西安电子科技大学出版社.
-  廖承恩 (1994).
《微波技术基础》 [M].
西安电子科技大学出版社.
-  梁昌洪.
国家级精品课程-《微波工程基础》 网络视频.
西安电子科技大学.
-  赵春晖, 杨莘元 (2003).
《现代微波技术基础》 [M] (第二版) .
哈尔滨工程大学出版社.



考核模式

① 平时成绩 100 分，占总成绩 50%

① 学习态度：100 分，占 20%(考勤 100 分，占 100%)

② 课堂参与：100 分，占 30%(课堂表现，课堂回答问题积极性，100 分，占 100%)

③ 平时作业：100 分，占 50%(书面作业 100 分，占 100%)

② 期末考核 100 分，占总成绩 50%(期末笔试 100 分，占 100%)



目录

① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

③ 第3章 分布电路与传输线理论

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



近代通信技术的发展



- 人类历史上最早的通信手段和现在一样是“无线”的。
 - 人类通信史上革命性变化，是从把电作为信息载体后发生的。

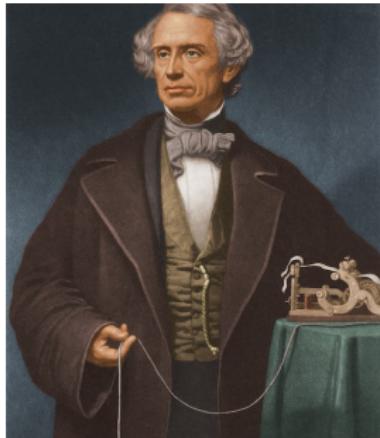


电报的发明



- 电报的发明，拉开了电信时代的序幕，开创了人类利用电来传递信息的历史。

电报的发明



- 美国画家莫尔斯
- 在 1835 年，第一台电报机问世

图: 莫尔斯 Morse.Samuel Finley Breese
(1791-1872)



电报的发明

- 莫尔斯成功地利用电流的“通”、“断”和“长断”来代替了人类的文字进行传送，这就是鼎鼎大名的莫尔斯电码。

| | | | |
|--------|---------|---------|----------|
| A ..- | J .--- | S ... | 2 .---- |
| B -... | K _.- | T _ | 3 .---- |
| C _..- | L | U ... | 4 .---- |
| D _.. | M _- | V | 5 .---- |
| E . | N _. | W _-- | 6 _---- |
| F ... | O _-- | X _..- | 7 _---- |
| G _.. | P .--. | Y _--- | 8 _---.. |
| H _... | Q _--.. | Z _...- | 9 _----. |
| I .. | R _.. | 1 .---- | 0 _---- |



电话的发明

nipic.com/uek



- 1875年6月2日，被人们作为发明电话的伟大日子而加以纪念，而美国波士顿法院路109号也因此载入史册，至今它的门口仍钉着块铜牌，上面镌有：“1875年6月2日电话诞生在此。”



电话的发明

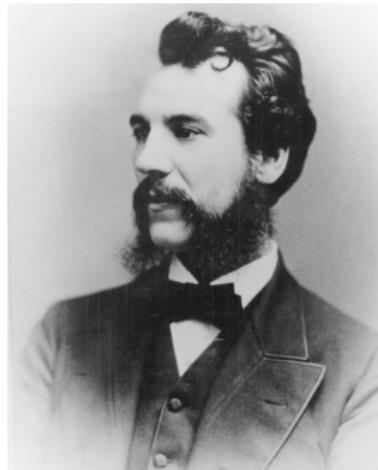


图: 亚历山大 · 格拉汉姆 · 贝尔
Alexander Graham Bell (1847 - 1922)

- 美国发明家和企业家。他获得了世界上第一台可用的电话机的专利权（发明者为意大利人安东尼奥 · 梅乌奇），创建了贝尔电话公司（AT&T 公司的前身）。其被世界誉为“电话之父”。

电话的发明



- 贝尔在 1892 年启用第一条长途电话线——从纽约至芝加哥，长约 900 里。



电话的发明

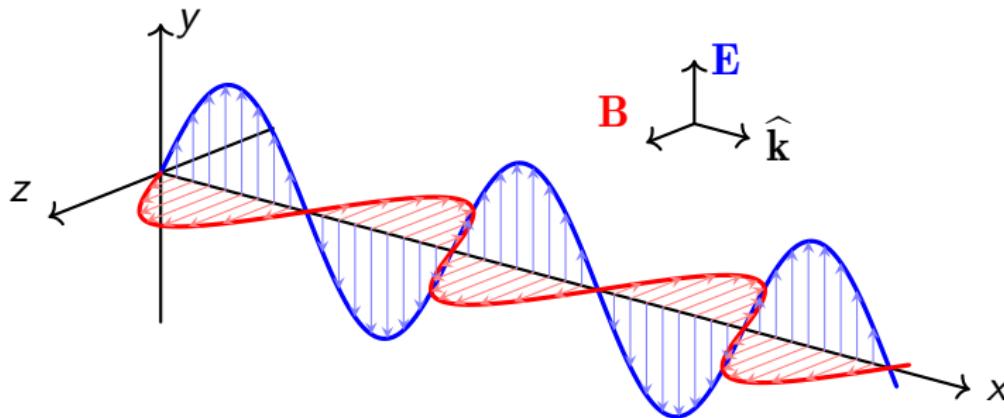


图: 彭名保

- 电话传入我国，是在 1881 年，英籍电气技师皮晓浦在上海十六铺沿街架起一对露天电话，付 36 文制钱可通话一次，这是中国的第一部电话。1882 年 2 月，丹麦大北电报公司在上海外滩扬于天路办起我国第一个电话局，用户 25 家。
- 1889 年，安徽省安庆州候补知州**彭名保**，自行设计了一部电话，包括自制的五六十种大小零件，称为我国第一部自行设计制造的电话。



电磁波的发现



- 自从贝尔发明了电话机，这样人人都能手拿一个“话柄”，和远方的亲朋好友谈天说地了。电报和电话的相继发明，使人类获得了远距离传送信息的重要手段。但是，电信号都是通过金属线传送信息的重要手段。但是，电信号都是通过金属线传送的。线路架设到的地方，信息才能传到，这就大大限制了信息的传播范围，特别是在大海、高山，有没有能让信息**无线**传播的方法？



电磁波的发现



图: 汉斯·克里斯蒂安·奥
斯特 Hans Christian
Oersted(1777 - 1851)



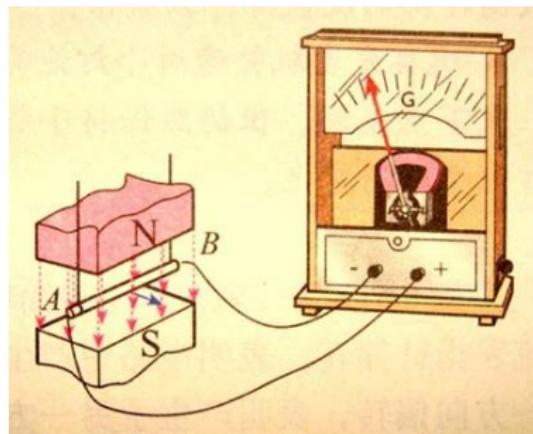
- 1820 年，丹麦物理学家奥斯特发现电流磁效应
- 1934 年以“奥斯特”命名 CGS 单位制中的磁场强度单位



电磁波的发现



图: 迈克尔·法拉第 Michael Faraday (1791-1867)



- 英国物理学家、化学家
- 1831 年发现电磁感应



电磁波的发现



图: 詹姆斯 · 克拉克 · 麦克斯韦 James Clerk Maxwell
(1831-1879)

Maxwell Equations:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

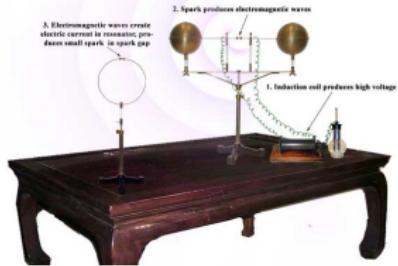
- 英国物理学家。1864 年，麦克斯韦发表了电磁场理论，成为人类历史上预言电磁波存在的**第一人**



电磁波的发现



图: 亨利希·鲁道夫·赫兹
Heinrich Hertz(1857 - 1894)



- 德国物理学家，1887年，实验证实了电磁波的存在和传播。成为了近代科学技术史的一座里程碑，为了纪念这位杰出的科学家，电磁波的单位便命名为“赫兹 (Hz)”
- 证明了麦克斯韦理论的正确，导致了无线电的诞生，开辟了电子技术的新纪元，标志着从“有线电通信”向“无线电通信”的转折点。也是整个移动通信的发源点，从这时开始，人类开始进入了无线通信的新领域。

无线电报的发明



图: 波波夫 Popov,
Aleksandr Stepanovic(1859 -
1906)

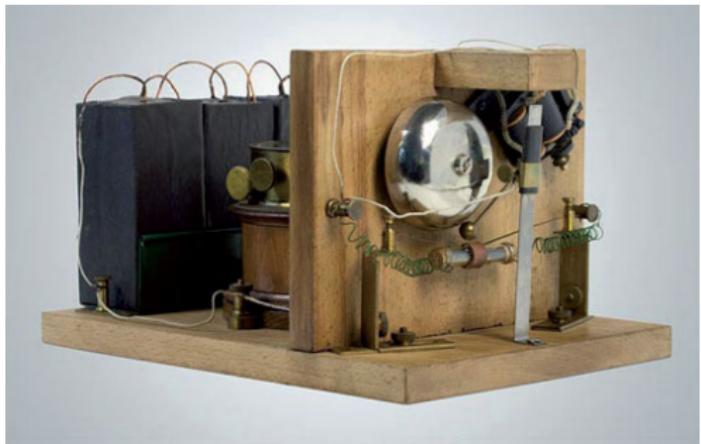


图: 1894 年, 发明了第一架无线电接收器



无线电报的发明



- 意大利无线电工程师，企业家，实用无线电报通信的创始人。
- 1897 年，在伦敦成立 “马可尼无线电报公司”。
- 1909 年他与布劳恩一起获得诺贝尔物理学奖。

图: 伽利尔摩 · 马可尼
Guglielmo Marchese
Marconi(1874 - 1937)



无线电报的发明

由于无线电通信不需要昂贵的地面上的通信线路和海底电缆，因而很快便受到人们的重视。它首先被用于敷设线路困难的海上通信。第一艘装有无线电台的船只是美国的“圣保罗”号邮船。后来，海上无线电通信接二连三地在援救海上遇险船只的行动中发挥作用，从而崭露头角。让我们想起波波夫的那句话：“要是我能指挥电磁波，就可飞越整个世界”。



无线电通信的发明



- 1906年12月24日平安夜，晚上8点左右，在美国新英格兰海岸附近穿梭往来的船只上，一些听惯了“滴滴嗒嗒”莫尔斯电码声的报务员们，忽然听到了耳机中传来有人正在朗诵圣经的故事，有人拉着小提琴，还伴奏有亨德尔的《舒缓曲》……。



无线电通信的发明



- 1902 年美国人巴纳特 · 史特波菲尔德在肯塔基州穆雷市进行了第一次无线电广播。
- 1920 年，美国匹兹堡的 KDKA 电台进行了首次商业无线电广播



无线电通信的发明



- 与此同时，无线电通信逐渐被用于战争。在第一次和第二次世界大战中，它都发挥了很大的威力，以至于有人把第二次世界大战称为“无线电战争”。

① 第1章 绪论

• 微波及其特点

- 微波的应用
- 本课程内容
- 导行波及其传输特性

② 第2章 从低频电路到微波分析

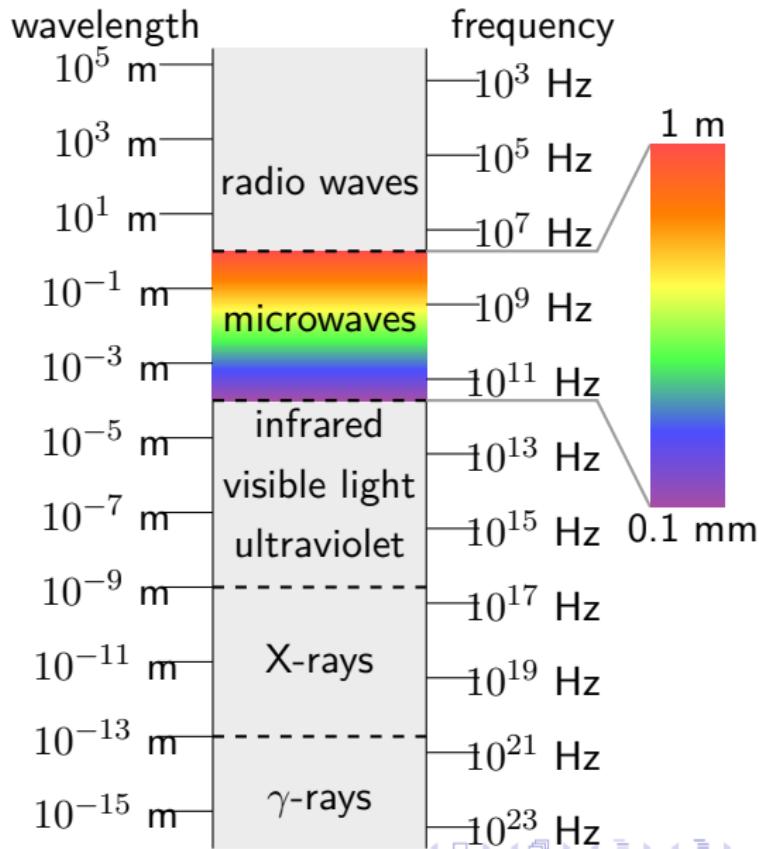
③ 第3章 分布电路与传输线理论

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



微波及其特点

电磁波按波长（或频率）划分，则大致可以把 $300MHz - 3000GHz$, (对应空气中波长 λ 是 $1m - 0.1mm$) 这一频段的电磁波称之为微波。它处于超短波和红外光波之间。



微波波段的划分

| 波段代号 | 标称波长/cm | 频率范围/GHz | 波长范围/cm |
|------|---------|----------|-----------|
| L | 22 | 1-2 | 30-15 |
| S | 10 | 2-4 | 15-7.5 |
| C | 5 | 4-8 | 7.5-3.5 |
| X | 3 | 8-12 | 3.75-2.5 |
| Ku | 2 | 12-18 | 2.5-1.67 |
| K | 1.25 | 18-27 | 1.67-1.11 |
| Ka | 0.8 | 27-40 | 1.11-0.75 |
| U | 0.6 | 40-60 | 0.75-0.5 |
| V | 0.4 | 60-80 | 0.5-0.375 |
| W | 0.3 | 80-100 | 0.375-0.3 |

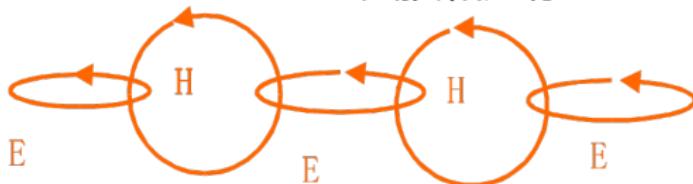


Maxwell 方程组的物理意义

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

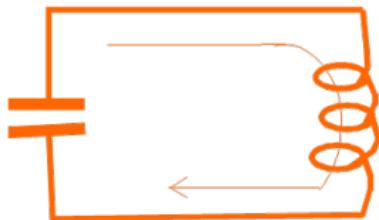
$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

- 这两个方程左边物理量为磁（或电），而右边物理量则为电（或磁）。这中间的等号深刻揭示了电与磁的相互转化，相互依赖，相互对立，共存于统一的电磁波中。正是由于电不断转换为磁，而磁又不断转换成为电，才会发生能量交换和贮存。

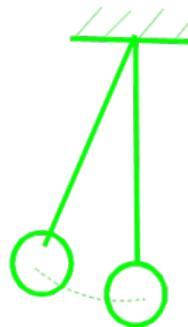


电与磁的转换

- Oersted 和 Faraday 的实验证实了电磁转换，而且知道了只有动磁才能转化为电。
 - 还需提到：电磁转换为电磁波的出现提供了可能，但不一定是现实。例如电磁振荡也是典型的电磁转换，但没有引起波 (Wave)。
 - 作为力学类比，电磁转换犹如单摆问题中的动能与势能的转化。



图：电磁振荡



图：单摆



Maxwell 方程组的物理意义

- 进一步研究 Maxwell 方程两边的运算，从物理上看，运算反映一种作用 (Action)。方程左边是空间运算 (**旋度**)；方程右边是时间运算 (**导数**)，中间用等号连接。它深刻揭示了电 (或磁) 场任一地点的变化会转化为磁 (或电) 场时间的变化；反过来，场的时间变化也会转化成地点的变化。正是这种空间和时间的相互变化构成了波动的外在形式。用通俗的一句话说：即一个地点出现过的事物，过了**一段时间又在另一地点出现了。**



Maxwell 方程组的物理意义

- Maxwell 方程还指出：电磁转化有一个重要条件，即频率 ω 。只有较高的 ω 才能确保电磁的有效转换，直流情况没有转换。可以说，在高频封闭电路才有可能变成开放电路。不过很有意思的是频率越高，越难输出功率，这也是一个有趣的矛盾。

$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{E} + \vec{J}$$

单色波频域的 Maxwell 方程

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H}$$



Maxwell 方程组的物理意义

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

- 在 Maxwell 方程中还存在另一对矛盾对抗，这就构成了 Maxwell 方程本质的不对称性。尽管为了找其对称性而一直在探索磁流 \vec{M} 的存在，但到目前为止始终未果。



微波的特点

① 微波的两重性

微波的两重性指的是对于尺寸大的物体，如大型建筑物、山谷等它显示出粒子的特点——即似光性或直线性，而对于相对尺寸小的物体，又显示出——波动性或似声性。

② 微波与“左邻右舍”的比较

微波的“左邻”是超短波和短波，而它的“右舍”又是红外光波。

微波与超短波、短波比较

微波与超短波、短波相比
较大大扩展了通讯通道，
开辟了微波通讯和卫星
通讯。

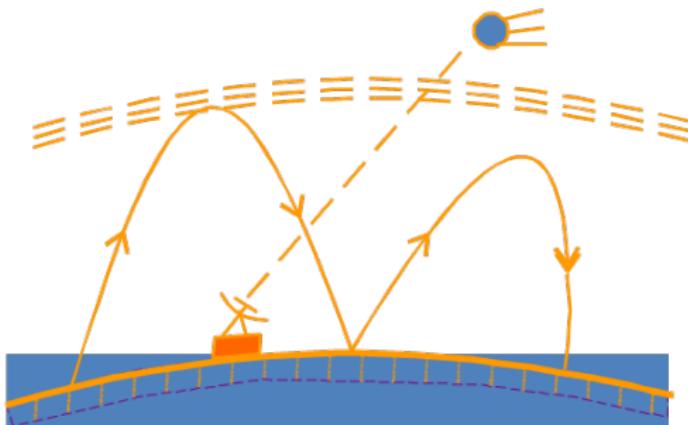
微波与光波比较

微波与光波比较，光通过雨雾衰
减很大，特别是雾天，蓝光、紫
光几乎看不见，这正是采用红光
作警戒的原因。而微波波段穿透
力强。

微波的特点

③ 宇宙“窗口”

地球的外层空间由于日光等繁复的原因形成独特的电离层，它对于短波几乎全反射，这就是短波的天波通讯方式。因而在微波波段则有若干个可以通过电离层的“宇宙窗口”。因而微波是独特的宇宙通讯手段。



微波的特点

- ④ 计算机的运算次数进入十亿次，其频率也是微波频率。超高速集成电路的互耦也是微波互耦问题，因此，微波的研究已进入集成电路和计算机。
- ⑤ 微波研究方法主要有两种：场论的研究方法和网络的研究方法。这也是本门课程要学习的重要方法。其中场论方法的基础是本征模理论。网络方法的基础是广义传输线理论。



① 第1章 绪论

- 微波及其特点
- **微波的应用**
- 本课程内容
- 导行波及其传输特性

② 第2章 从低频电路到微波分析

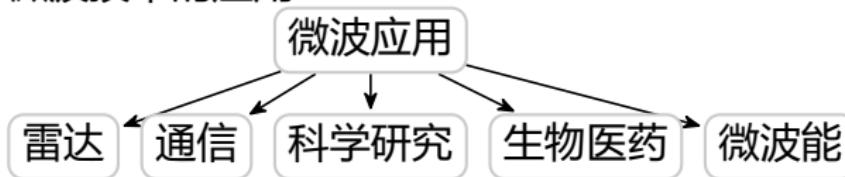
③ 第3章 分布电路与传输线理论

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配

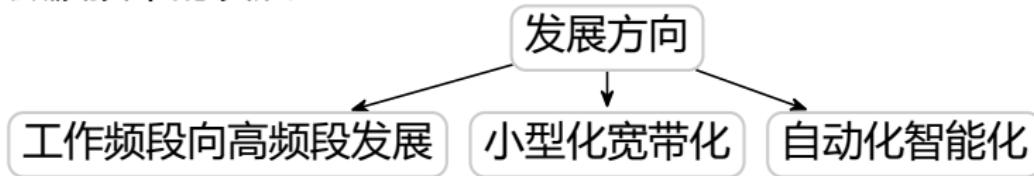


微波技术的应用及发展

- 微波技术的应用



- 微波技术的发展



① 第1章 绪论

- 微波及其特点
- 微波的应用
- **本课程内容**
- 导行波及其传输特性

② 第2章 从低频电路到微波分析

③ 第3章 分布电路与传输线理论

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



本课程内容

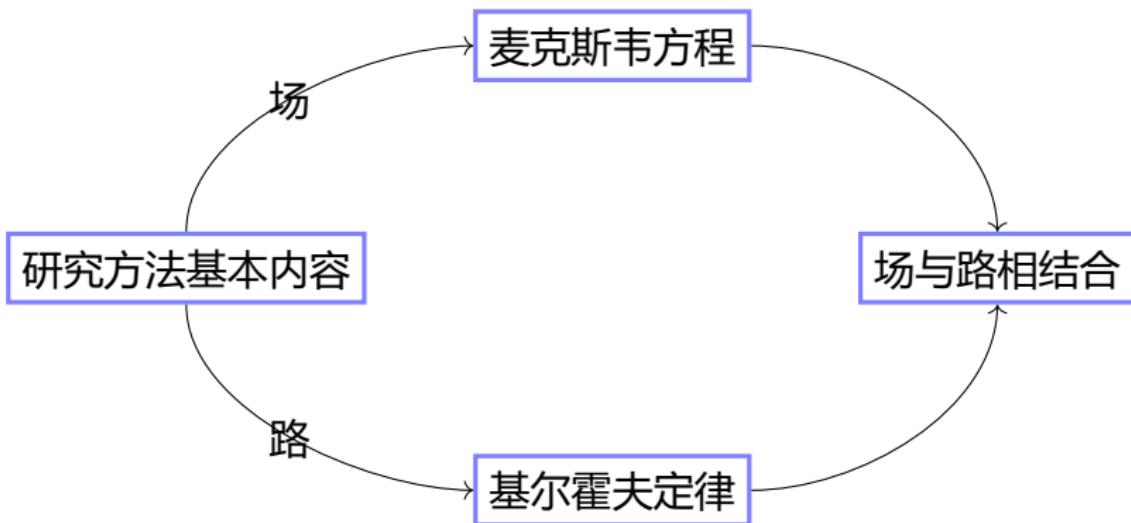
- ① 绪论
- ② 低频电路
→ 微波分析

均匀传输线和波导理论基础
微波电路元件

- ③ 分布电路与传输线理论
- ④ Smith 圆图和阻抗匹配
- ⑤ 微波网络理论
- ⑥ 实用微波传输线与波导
- ⑦ 微波谐振器
- ⑧ 功率分配器和定向耦合器
- ⑨ 微波滤波器



微波技术的研究方法



① 第1章 绪论

- 微波及其特点
- 微波的应用
- 本课程内容
- 导行波及其传输特性

② 第2章 从低频电路到微波分析

③ 第3章 分布电路与传输线理论

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



基本概念

① 导行系统 (Guided system)

约束或导引电磁能量定向传播

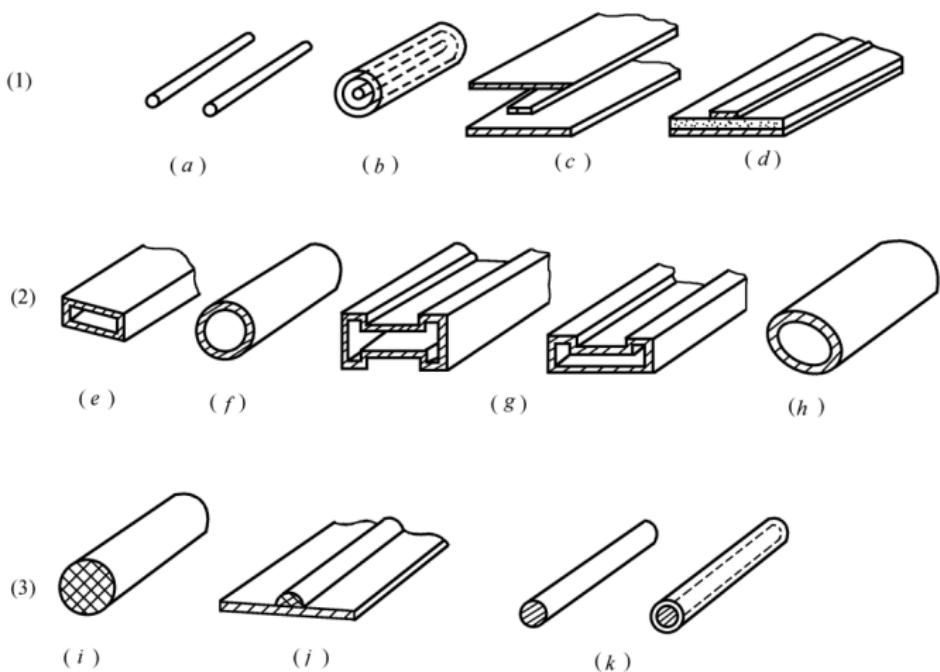
作用：

- 无辐射损耗的将电磁波从一处传到另一处
- 设计成微波元件：滤波器、阻抗变换器、定向耦合器等。

微波电路是一种由各种导行系统构成的导行电磁波电路



导行系统结构



基本概念

② 导行波 (Guided Wave)

沿导行系统定向传播的电磁波 (导波)

TEM 波 横电磁波 —— 各种传输线 电磁能量约束或限制在导体之间的空间内沿其轴向传播

TE/TM 波 横电/横磁波 —— 封闭金属波导 电磁能量完全限制在金属管内沿轴向传播

表面波 —— 开波导 电磁能量约束在波导结构的周围 (波导内和波导表面附近) 沿轴向传播



基本概念

③ 导模 (Guided mode)

导行波的模式 (传输模)

*在导行系统横截面上的电磁场呈驻波分布，且完全确定的，与位置和频率无关

*导模是离散的，当频率一定时，每个导模具有唯一的传播常数

*导模之间相互正交，彼此独立，互不耦合

*具有截止特性，截止条件和截止波长因导行系统和模式而异

④ 规则导行系统 (Regular guided system)

无限长笔直导行系统，其横截面尺寸、媒质分布、结构材料、边界条件沿轴向均不变化



导波场的分析

在均匀、无耗、各向同性、无源导行系统中

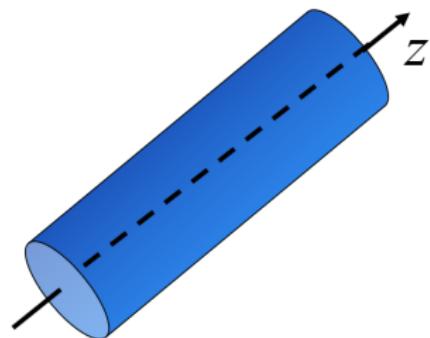
$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

设导波沿 z 向传播，坐标 z 与横向坐标无关



$$\nabla = \nabla_t + \hat{z}\partial/\partial z$$

$$\vec{E} = \vec{E}_t + \hat{z}E_z$$

$$\vec{H} = \vec{H}_t + \hat{z}H_z$$



导波场的分析

$$\nabla_t \times \vec{H}_t = j\omega\epsilon\hat{z}E_z$$

$$\nabla_t \times \hat{z}H_z + \hat{z} \times \frac{\partial \vec{H}_t}{\partial z} = j\omega\epsilon\vec{E}_t$$

$$\nabla_t \times \vec{E}_t = -j\omega\mu\hat{z}H_z$$

$$\nabla_t \times \hat{z}E_z + \hat{z} \times \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial z} = -j\omega\mu\vec{H}_t$$

$$j\omega\mu\hat{z} \times \frac{\partial \vec{H}_t}{\partial z} = -j\omega\mu\nabla_t \times \hat{z}H_z - \omega^2\mu\epsilon\vec{E}_t$$

$$-j\omega\mu\hat{z} \times \frac{\partial \vec{H}_t}{\partial z} = \hat{z} \times \frac{\partial}{\partial z} (\nabla_t \times \hat{z}E_z) + \hat{z} \times \frac{\partial}{\partial z} \left(\hat{z} \times \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial z} \right)$$



导波场的分析

$$\left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \vec{E}_t = \frac{\partial}{\partial z} \nabla_t E_z - j\omega\mu \nabla_t \times \hat{z} H_z$$

$$\left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \vec{H}_t = \frac{\partial}{\partial z} \nabla_t H_z + j\omega\epsilon \nabla_t \times \hat{z} E_z$$

在规则导行系统中，导波场的**横向分量**可用**纵向分量**完全确定。
上面公式中 $k^2 = \omega^2\mu\epsilon$



导波场的分析

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0$$

$$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0$$

纵向场

横向场

$$\nabla^2 E_z + k^2 E_z = 0$$

$$\nabla^2 H_z + k^2 H_z = 0$$

$$\nabla^2 \vec{E}_t + k^2 \vec{E}_t = 0$$

$$\nabla^2 \vec{H}_t + k^2 \vec{H}_t = 0$$

Helmholtz Equation

$$\left(\nabla_t^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \begin{Bmatrix} E_z(z, t) \\ H_z(z, t) \end{Bmatrix} + k^2 \begin{Bmatrix} E_z(z, t) \\ H_z(z, t) \end{Bmatrix} = 0$$



导波场的分析

$$\left(\nabla_t^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \begin{Bmatrix} E_z(z, t) \\ H_z(z, t) \end{Bmatrix} + k^2 \begin{Bmatrix} E_z(z, t) \\ H_z(z, t) \end{Bmatrix} = 0$$

① 分离变量法

$$\text{令 } E_z(z, t) = Z(z)E_{0z}(t)$$

$$\frac{\nabla_t^2 E_{0z}(t)}{E_{0z}(t)} + \frac{d^2 Z(z)/dz^2}{Z(z)} = -k^2$$

分离变量常数:
 k_c 和 β

$$\begin{aligned} d^2 Z(z)/dz^2 + \beta^2 Z(z) &= 0 \\ \nabla_t^2 E_{0z}(t) + k_c^2 E_{0z}(t) &= 0 \end{aligned}$$



————本征值方程

导波场的分析

② 色散关系

$$k^2 = k_c^2 + \beta^2$$

$$\beta = \sqrt{k^2 - k_c^2} = k\sqrt{1 - (k_c/k)^2}$$

$$k^2 = \omega^2 \mu \epsilon$$

β : 导波的传播常数或相移常数

$$d^2 Z(z) / dz^2 + \beta^2 Z(z) = 0$$

解：

$$Z(z) = A_1 \exp(-j\beta z) + A_2 \exp(j\beta z)$$

规则导行系统中沿正 z 方向传播的导波纵向场分量

$$E_z(t, z) = E_{0z}(t) \exp(-j\beta z)$$

$$H_z(t, z) = H_{0z}(t) \exp(-j\beta z)$$



导波场的分析

③ 本征值方程

$$\nabla_t^2 E_{0z}(t) + k_c^2 E_{0z}(t) = 0$$

k_c : 在特定边界条件下的本征值，称为导波的横向截止波数

$k_c \neq 0$



导波场的分析

④ 横-纵向场的关系

$$\begin{aligned} \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \vec{E}_t &= \frac{\partial}{\partial z} \nabla_t E_z - j\omega\mu\nabla_t \times \hat{z}H_z \\ \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \vec{H}_t &= \frac{\partial}{\partial z} \nabla_t H_z + j\omega\epsilon\nabla_t \times \hat{z}E_z \end{aligned}$$

$$\vec{E}_t = \frac{-j\beta}{k_c^2} [\nabla_t E_z + Z_h \nabla_t H_z \times \hat{z}]$$

$$\vec{H}_t = \frac{-j\beta}{k_c^2} [\nabla_t H_z + Y_e \hat{z} \times \nabla_t E_z]$$

$$Z_h = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \frac{k}{\beta}$$

$$Y_e = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \frac{k}{\beta}$$



导波场的分析

⑤ 导波的种类

横磁波 (TM) 或电 (E) 波—— $H_z = 0$

$$\vec{E}_t^e = \frac{-j\beta}{k_c^2} \nabla_t E_z \quad \vec{H}_t^e = \frac{-j\beta}{k_c^2} Y_e \hat{z} \times \nabla_t E_z$$

横电波 (TE) 或磁 (H) 波—— $E_z = 0$

$$\vec{E}_t^h = \frac{-j\beta}{k_c^2} Z_h \nabla_t H_z \times \hat{z} \quad \vec{H}_t^h = \frac{-j\beta}{k_c^2} \nabla_t H_z$$

导行系统横向为调谐 (振动) 解形式

$k_c^2 > 0, k^2 > \beta^2; \beta = k \cdot \sqrt{1 - (k_c/k)^2}$ 相速 $v_p > c/\sqrt{\epsilon_r}$ 快波，有色散性，且需满足 $k_c < k$ 才能传播。



导波场的分析

横电磁波 (TEM) —— $E_z = H_z = 0$

$$\because E_t \neq 0, H_t \neq 0$$

以及

$$\vec{E}_t = \frac{-j\beta}{k_c^2} [\nabla_t E_z + Z_h \nabla_t H_z \times \hat{z}]$$

$$\vec{H}_t = \frac{-j\beta}{k_c^2} [\nabla_t H_z + Y_e \hat{z} \times \nabla_t E_z]$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{形式} \implies k_c = 0 \quad k^2 = k_c^2 + \beta^2 \implies \beta = k$$



导波场的分析

又由 $\nabla_t \times \vec{E}_t = -j\omega\mu\hat{z}H_z$ $\nabla_t \times \vec{H}_t = j\omega\epsilon\hat{z}E_z$

$$\nabla_t \times \vec{E}_t^0 = 0 \quad \nabla_t \times \vec{H}_t^0 = 0$$

$$\nabla_t \times \hat{z}E_z + \hat{z} \times \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial z} = -j\omega\mu\vec{H}_t \quad \nabla_t \times \hat{z}H_z + \hat{z} \times \frac{\partial \vec{H}_t}{\partial z} = j\omega\epsilon\vec{E}_t$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = -j\beta$$
$$k = \omega\sqrt{(\mu\epsilon)}$$

$$\vec{E}_t^0 \times \hat{z} = -\eta\vec{H}_t^0 \quad \eta\vec{H}_t^0 \times \hat{z} = \vec{E}_t^0 \quad \text{TEM 波}$$

固有阻抗 $\eta = \sqrt{(\mu/\epsilon)}$ 且

$$\nabla_t^2 \vec{E}_{0t}^0(t) = 0 \quad \nabla_t^2 \vec{H}_{0t}^0(t) = 0$$

TEM 的导波场与静态场相同，存在于导体之间，或由双导体或多导体构成的导行系统（传输线）中，故又称为传输线模式；导波的相速、群速与无耗媒质平面波相同，无色散现象。

导波场的分析

混合波 —— $k_c^2 < 0$

导行系统横向为衰减解形式，场被束缚在导行系统表面——表面波可存在于电抗壁导行系统中，例如：介质波导、光纤等。

$$k^2 < \beta^2 \rightarrow v_p < c/\sqrt{\epsilon_r}$$

称为慢波，且需满足 $k_c < k$ 才能传播



导行波的一般传输特性

① 导模的截止波长与传输条件

导行系统中某导模无衰减能传播的最大波长——**截止波长** λ_c
导行系统中某导模无衰减能传播的最小频率——**截止频率** f_c

导波的传播常数

$$\beta = k \sqrt{1 - (k_c/k)^2}$$

为虚数时，导模不能传播。

当 $k^2 = \omega^2 \mu \epsilon = k_c^2$ 时 $\beta = 0$, 导模截止。

对应的截止频率 $\Rightarrow \omega \sqrt{\mu \epsilon} = k_c$

截止频率: $f_c = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}}$

截止波长: $\lambda_c = \frac{2\pi}{k_c}$



导行波的一般传输特性

② 相速度和群速度

相速度：导模等相位面移动速度

$$v_p = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{k} \frac{1}{\sqrt{1 - (k_c/k)^2}} = \frac{v}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}} = \frac{v}{G}$$

平面波在介质中光速: $v = c/\sqrt{\epsilon_r}$

色散因子: $G = \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}$

群速度：波包移动速度或窄带信号移送速度

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = v \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2} = vG$$

$$v_p \cdot v_g = v^2$$



导行波的一般传输特性

③ 波导波长

导行系统中导模相邻同相位面之间距离，或者相位差 2π 的相位面之间的距离。

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}}$$

④ 波阻抗

导模的横向电场和横向磁场之比

$$Z_{TE} = \frac{E_u}{H_v} = \frac{-E_v}{H_u} = \frac{\omega\mu}{\beta} = \frac{\eta}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}}$$

$$Z_{TM} = \frac{E_u}{H_v} = \frac{-E_v}{H_u} = \frac{\beta}{\omega\mu} = \eta\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_c)^2}$$

波阻抗: $\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$ 自由空间: $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 377\Omega$



导行波的一般传输特性

⑤ 功率流

沿无耗规则导行系统 $+z$ 方向传输的导波时间平均功率

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S \vec{E} \times \vec{H}^* \cdot d\vec{S} \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S [(\vec{E}_{0t} + \vec{E}_{0z}) e^{j\omega t - \gamma z}] \\ &\quad \times [(\vec{H}_{0t}^* + \vec{H}_{0z}^*) e^{-j\omega t - \gamma^* z}] \cdot \hat{z} dS \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S \vec{E}_{0t} \times \vec{H}_{0t}^* \cdot \hat{z} dS \end{aligned}$$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} 1/Z_{TEM} \\ 1/Z_{TE} \\ 1/Z_{TM} \end{array} \right\} \frac{1}{2} \int_S [|\vec{E}_{0u}(u, v)|^2 + |\vec{E}_{0v}(u, v)|^2] dS$$



目录

- ① 第1章 绪论
- ② 第2章 从低频电路到微波分析
- ③ 第3章 分布电路与传输线理论
- ④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



通常电路分析应用于元件尺寸远小于工作波长、电路中的各元件（如电阻、电容和电感）彼此独立、位置固定的低频电路。这意味着在所讨论的频率范围内，基本电路元件电阻 R 、电容 C 和电感 L 在各自所处的区域内将分别表现为电阻消耗能量、电容存储电能、电感产生磁场，低频电路的上述条件使得我们可将低频电路中的所有元件都视为集总元件。而在微波频段这些电路元件不再表现为纯电阻、电容和电感，而是有额外的阻抗和电抗（寄生效应）。在微波频段，同一元件在不同频率下可能会表现出不同的容性、感性或阻性。



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

• 基本电路元件

- 电压和电流相量
- 阻抗和导纳
- 电路分析基本定律
- 正弦稳态条件下的功率计算
- 分贝
- 趋肤效应

③ 第3章 分布电路与传输线理论

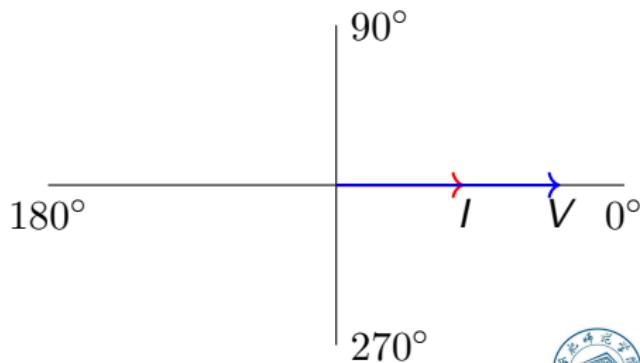
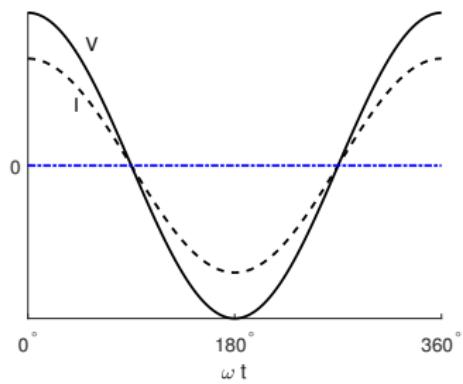
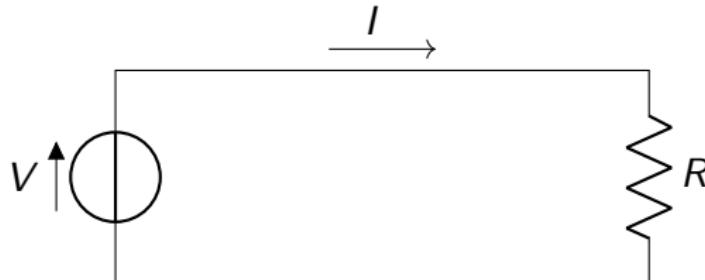
④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



基本电路元件

电阻 R

$$I = \frac{V}{R}$$



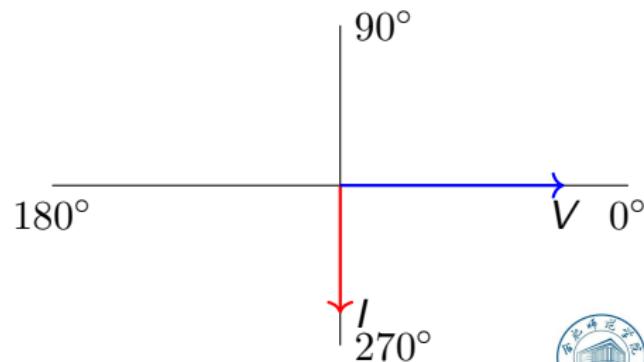
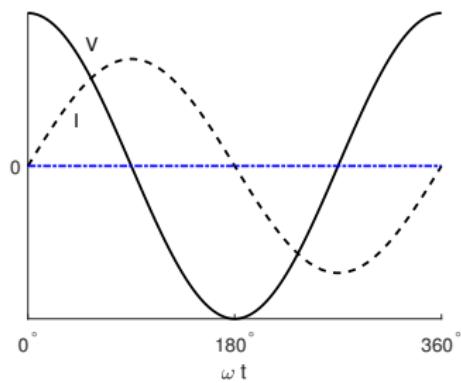
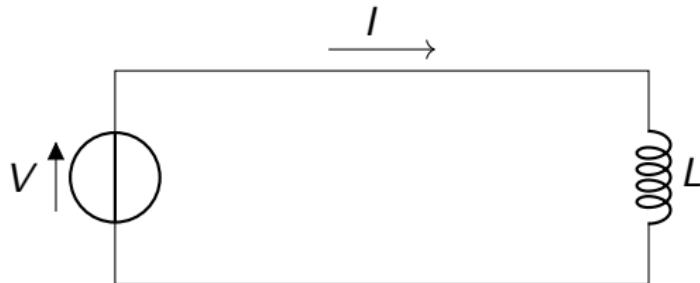
基本电路元件

电感 L

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v(t) dt$$

$$v(t) = V_0 \cos \omega t$$

$$I = \frac{1}{L} \int V_0 \cos \omega t dt = \frac{V_0}{\omega L} \sin \omega t$$



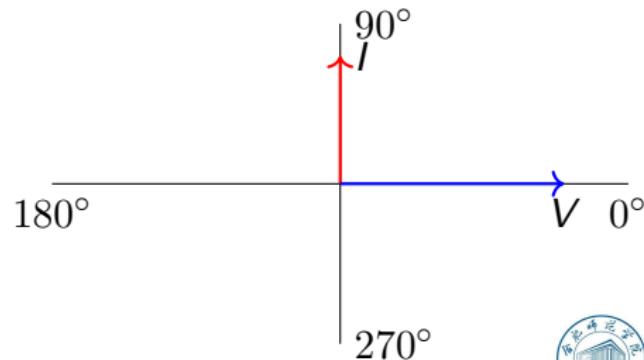
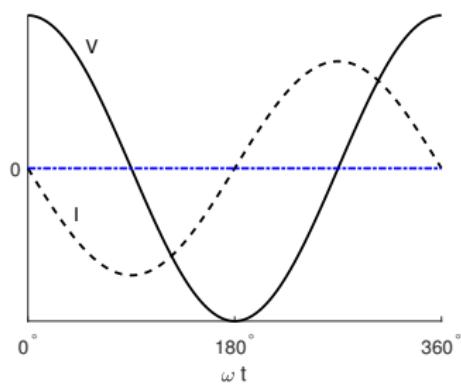
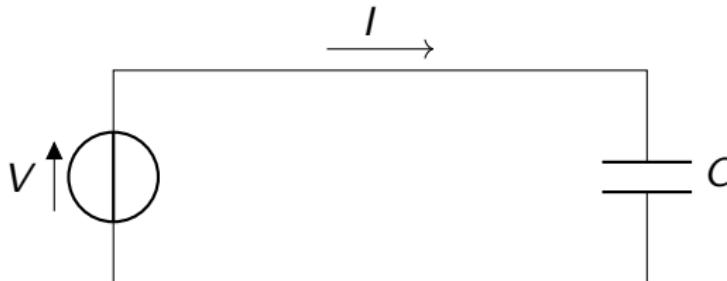
基本电路元件

电容 C

$$i(t) = C \frac{\partial v(t)}{\partial t} \quad v(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$$

$$v(t) = V_0 \cos \omega t$$

$$I = C \frac{\partial v(t)}{\partial t} = -V_0 \omega C \sin \omega t$$



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

- 基本电路元件
- 电压和电流相量
- 阻抗和导纳
- 电路分析基本定律
- 正弦稳态条件下的功率计算
- 分贝
- 趋肤效应

③ 第3章 分布电路与传输线理论

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



电压和电流相量

相量电压 V 来表示正弦电压 $v(t)$; 相量电流 I 来表示产生的电流 $i(t)$

$$v(t) = \operatorname{Re}[V e^{j\omega t}]$$

$$i(t) = \operatorname{Re}[I e^{j\omega t}]$$

L 和 C 元件的电抗是单位为 Ω 的正实数

$$X_L = \omega L(\Omega) \quad X_C = \frac{1}{\omega C}(\Omega)$$

阻抗

$$Z_L = j\omega L \quad Z_C = -j\frac{1}{\omega C}$$

$$Z = R + j(X_L - X_C) = R + j(\omega L - 1/\omega C)$$



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

- 基本电路元件
- 电压和电流相量
- 阻抗和导纳
- 电路分析基本定律
- 正弦稳态条件下的功率计算
- 分贝
- 趋肤效应

③ 第3章 分布电路与传输线理论

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



阻抗和导纳

$$X_L = \omega L, \omega = 2\pi f$$

频率为 $1GHz$, 一个 $1nH$ 的电感电抗值为 6.28Ω , 这样, 在其他频率下的其他电感的电抗值为

$$X_L = 6.28fL(f \text{ 的单位 } GHz, L \text{ 的单位 } nH)$$

同理

$$X_C = \frac{1}{\omega C}, \omega = 2\pi f$$

频率为 $1GHz$, 一个 $1pF$ 的电容电抗值为 159Ω , 这样, 在其他频率下的其他电容的电抗值为

$$X_C = 159/fC(f \text{ 的单位 } GHz, C \text{ 的单位 } pF)$$

串联阻抗相加

$$Z_1 = a + jb \quad Z_2 = c + jd$$

$$Z_T = Z_1 + Z_2 = (a + c) + j(b + d)$$



阻抗和导纳

$$B_L = \frac{1}{X_L} = \frac{1}{\omega L}$$

电感的导纳为

$$-jB_L = \frac{1}{jX_L} = \frac{1}{j\omega L} = \frac{-j}{\omega L}$$

同理

$$B_C = \frac{1}{X_C} = \frac{1}{1/\omega C} = \omega C$$

电容的导纳为

$$jB_C = \frac{1}{-jX_C} = \frac{1}{-j/\omega C} = j\omega C$$

并联导纳相加

$$Z_T = \frac{1}{Y_T} = \frac{1}{Y_1 + Y_2}$$



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

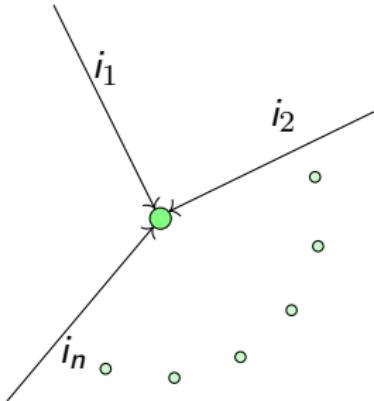
- 基本电路元件
- 电压和电流相量
- 阻抗和导纳
- 电路分析基本定律**
- 正弦稳态条件下的功率计算
- 分贝
- 趋肤效应

③ 第3章 分布电路与传输线理论

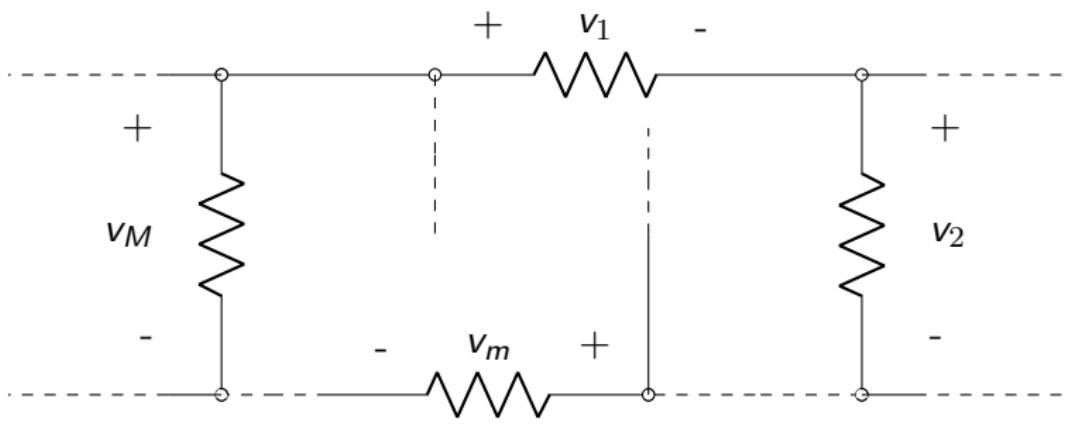
④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



电路分析基本定律



$$\sum_{n=1}^N i_n(t) = 0$$



$$\sum_{m=1}^M v_m(t) = 0$$



电路分析基本定律

| 名称 | 时域 | 频域 |
|--------|---|--|
| 电容 | $i(t) = Cdv(t)/dt$ | $I = j\omega CV$ |
| 电感 | $v(t) = Ldi(t)/dt$ | $V = j\omega LI$ |
| 欧姆定律 | $v(t) = Ri(t)$ | $V = RI$ |
| 广义欧姆定律 | $v(t) = Ri + \frac{1}{C} \int_0^t idt + Ldi/dt$ | $V(\omega) = Z(\omega)I(\omega)$ $Z = R + j(\omega L - 1/\omega C)$ |
| KCL | $\sum_{n=1}^N i_n(t) = 0$ | $\sum_{n=1}^N I_n(\omega) = 0$ |
| KVL | $\sum_{m=1}^M v_m(t) = 0$ | $\sum_{m=1}^M V_m(\omega) = 0$ |



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

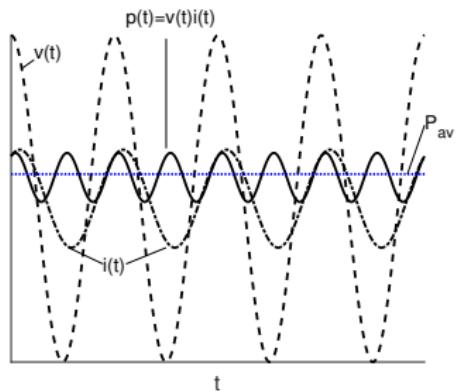
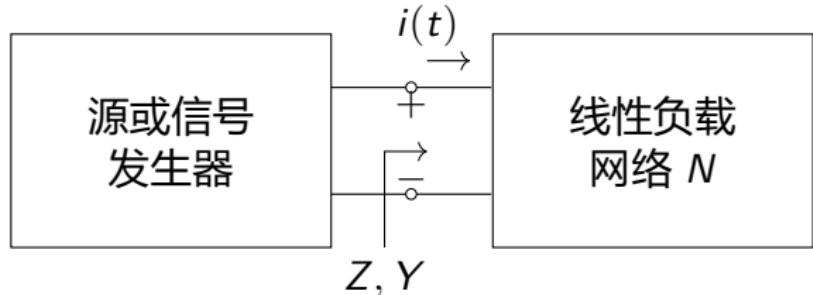
- 基本电路元件
- 电压和电流相量
- 阻抗和导纳
- 电路分析基本定律
- 正弦稳态条件下的功率计算
- 分贝
- 趋肤效应

③ 第3章 分布电路与传输线理论

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



正弦稳态条件下的功率计算



瞬时功率: $p(t) = v(t)i(t)$

平均功率: $P_{av} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t)dt =$

$$\frac{1}{T} \int_0^T v(t)i(t)dt$$

$$\text{复功率: } P = \frac{1}{2} VI^*$$



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

- 基本电路元件
- 电压和电流相量
- 阻抗和导纳
- 电路分析基本定律
- 正弦稳态条件下的功率计算
- 分贝
- 趋肤效应

③ 第3章 分布电路与传输线理论

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



分贝

$$N(\text{dB}) = 10 \lg(P_2/P_1)$$

$$\text{分贝瓦(dBW)} : N(\text{dBW}) = 10 \lg(P_2/1\text{W})$$

$$\text{分贝毫瓦(dBmW)} : N(\text{dBmW}) = 10 \lg(P_2/1\text{mW})$$

$$\text{分贝微瓦(dB}\mu\text{W)} : N(\text{dB}\mu\text{W}) = 10 \lg(P_2/1\mu\text{W})$$

奈培 (N_p)：奈培定义为两个电流、电压或场强的比值的自然对数（以 e 为底的对数），它是表征衰减的单位。如果电压从 V_1 衰减至 V_2 ，则有

$$V_2/V_1 = e^{-N}$$

$$N(N_p) = \ln(V_2/V_1)^{-1} = -\ln(V_2/V_1)$$

$$1N_p = -\ln(V_2/V_1) \Rightarrow V_2/V_1 = 1/e$$

$$1N_p = 20 \lg[1/(V_2/V_1)] = 20 \lg e = 8.686\text{dB}$$



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

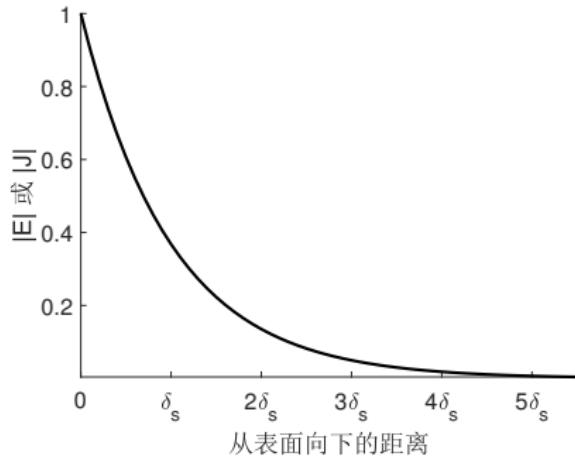
- 基本电路元件
- 电压和电流相量
- 阻抗和导纳
- 电路分析基本定律
- 正弦稳态条件下的功率计算
- 分贝
- 趋肤效应

③ 第3章 分布电路与传输线理论

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



趋肤效应



$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

$$\vec{J} = \vec{J}_0 e^{-z/\delta_s}$$

$$\delta_s = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}}$$

$$R_{AC} = \frac{1}{\pi D \delta_s \sigma}$$

$$R_{DC} = \frac{1}{\pi (D^2/4) \sigma}$$



目录

- ① 第1章 绪论
- ② 第2章 从低频电路到微波分析
- ③ 第3章 分布电路与传输线理论
- ④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



传输线理论

- 传输线理论，一维分布参数电路理论，微波电路设计和计算的理论基础。
- 传输线理论，电路理论与场的理论之间起着桥梁的作用。



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

③ 第3章 分布电路与传输线理论

● 微波传输线

- 长线理论与分布参数
- 传输线的等效电路
- 电报方程及其求解
- 传输线特征参数
- 传输线工作状态
- 广义无耗传输线求解

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



微波传输线

微波传输线由于线长与其工作**波导波长**相比拟而称之为长线。电磁能量的传输有两种方式：

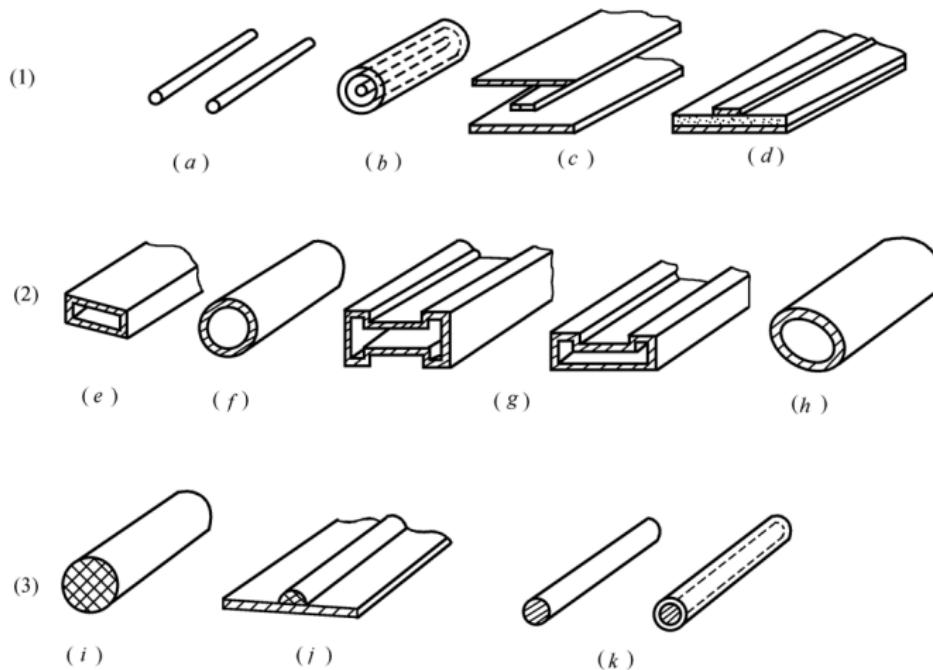
- ① 由传输线导体中的电流所携带
- ② 由传输线导体周围的媒质进行传播

传输线中的波现象可以由电路理论的延伸或从麦克斯韦方程的一种特殊情况来解释。



微波传输线

- 微波传输线分类



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

③ 第3章 分布电路与传输线理论

- 微波传输线
- 长线理论与分布参数
- 传输线的等效电路
- 电报方程及其求解
- 传输线特征参数
- 传输线工作状态
- 广义无耗传输线求解

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



电路理论与传输线理论区别

电路理论与传输线理论之间的关键差别是**电尺寸**

- 低频电路 \Rightarrow 任意网络的尺寸比工作波长小得多，因而在电路中可以不考虑各点电压、电流的幅度和相位变化，沿线电压、电流只与时间因子有关，而与空间位置无关，分布参数产生的影响可以忽略
- 微波传输线 \Rightarrow 尺寸与工作波长可以比拟，或其长度是多个波长，这时传输线上电压、电流的幅值和相位不仅是时间的函数，还是位置的函数



分布参数效应

- 分布参数效应
- 趋肤效应

直流和微波频率下同一天圆导线电阻比较

微波频率下的电阻 R_{MW} 由导线直径为 $D = 1\text{mm}$ 、厚度等于趋肤深度 δ_S 的空心导线的横截面部分决定，假设圆导体金属为铜，比较工作频率 3GHz 和直流工作情况下的电阻差异。 $\mu = 4\pi \times 10^{-7}\text{H/m}$, $\sigma = 5.8 \times 10^7\text{S/m}$, 由计算得知 $\delta_S = \frac{1}{\sqrt{\pi f \mu \sigma}} = 1.2\mu\text{m}$

3GHz 频率下的电阻 $R_{MW} = \frac{l}{\pi D \delta_S \sigma}$, 直流工作电阻 $R_{DC} = \frac{l}{\pi (D^2/4) \sigma}$, $\frac{R_{MW}}{R_{DC}} = \frac{D}{4\delta_S} = 208$ 。 l 为该导线长度，假定其长度为 5cm ，则直流电阻仅为 $0.1\Omega/\text{cm}$ ，但是在 3GHz ，其阻抗为 $20.8\Omega/\text{cm}$ ，大出 208 倍。

长线理论

传输线是以 TEM 导模的方式传送电磁波能量或信号的导行系统，其横向尺寸远小于其上工作波长。

传输线有长线和短线之分。所谓长线是指传输线的几何长度与线上传输电磁波的波长比值（电长度）可相比拟，反之称为短线。

长线 \Rightarrow 分布参数电路

短线 \Rightarrow 集中参数电路

分界线: $I/\lambda \geq 0.1$

当频率提高到微波波段时，这些分布效应不可忽略，所以微波传输线是一种**分布参数电路**。这导致传输线上的电压和电流是随时间和空间位置而变化的二元函数。



分布参数

- 分布电阻：由于构成传输线导体的非理想产生；计算导体上的功率损耗
- 分布电导：由于传输线两导线间介质的非理想产生；计算介质中的功率损耗
- 分布电感：传输线的自感产生；存储在磁场中的能量
- 分布电容：两导线间存在电压降；存储在电场中的能量



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

③ 第3章 分布电路与传输线理论

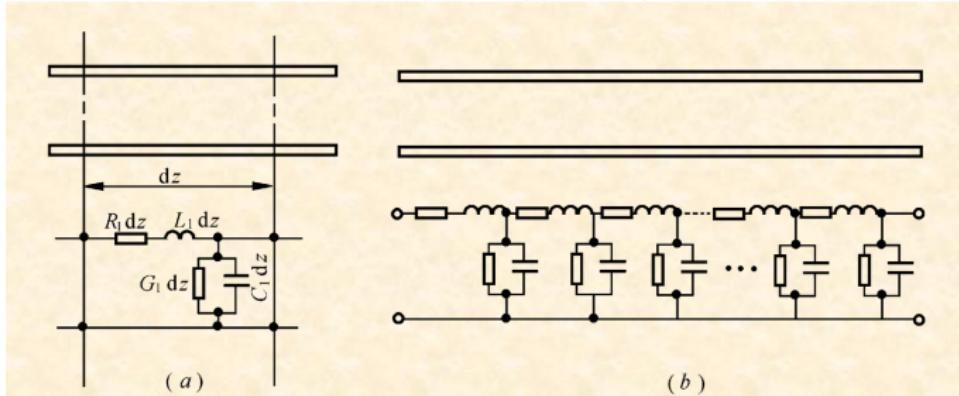
- 微波传输线
- 长线理论与分布参数
- 传输线的等效电路
- 电报方程及其求解
- 传输线特征参数
- 传输线工作状态
- 广义无耗传输线求解

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



传输线的等效电路

根据传输线上的分布参数是否均匀分布，可将其分为均匀传输线和不均匀传输线。我们可以把均匀传输线分割成许多小的微元段 dz ($dz \ll \lambda$)，这样每个微元段可以看作集中参数电路，用一个 Γ 型网络来等效。于是整个传输线可等效成无穷多个 Γ 型网络的级联。



传输线的等效电路

双导线、同轴线和平行线传输线的分布参数

| $L_1(H/m)$ | $\frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$ | $\frac{\mu}{\pi} \ln \frac{D + \sqrt{D^2 + d^2}}{d}$ | $\frac{\mu d}{W}$ |
|-----------------|---|--|-------------------------------|
| $C_1(F/m)$ | $2\pi\epsilon' / \ln \frac{b}{a}$ | $\pi\epsilon' / \ln \frac{D + \sqrt{D^2 + d^2}}{d}$ | $\frac{\epsilon' W}{d}$ |
| $R_t(\Omega/m)$ | $\frac{R_s}{2\pi} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$ | $\frac{2R_s}{\pi d}$ | $\frac{2R_s}{W}$ |
| $G_1(S/m)$ | $2\pi\omega\epsilon'' / \ln \frac{b}{a}$ | $\pi\omega\epsilon'' / \ln \frac{D + \sqrt{D^2 + d^2}}{d}$ | $\frac{W\omega\epsilon''}{d}$ |

复介电常数

$$\epsilon = \epsilon' - j\epsilon''$$

导体表面电阻

$$R_s$$



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

③ 第3章 分布电路与传输线理论

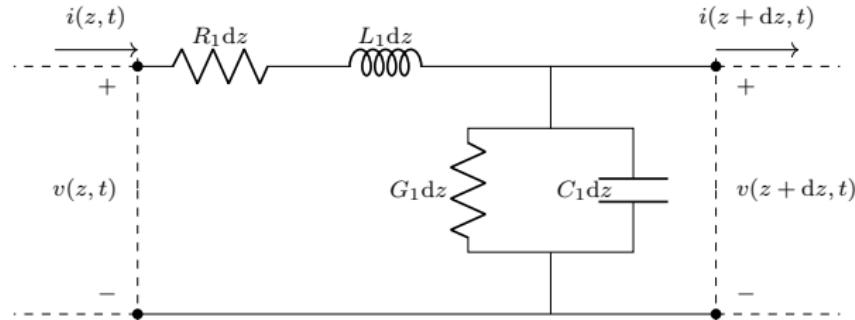
- 微波传输线
- 长线理论与分布参数
- 传输线的等效电路
- 电报方程及其求解**
- 传输线特征参数
- 传输线工作状态
- 广义无耗传输线求解

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



电报方程

- 一般传输线方程或电报方程



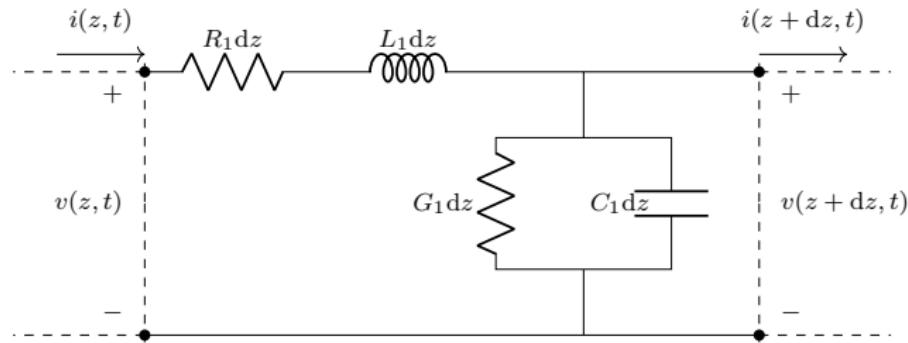
$$v(z + \Delta z, t) = v(z, t) + \frac{\partial v(z, t)}{\partial z} \Delta z$$

$$i(z + \Delta z, t) = i(z, t) + \frac{\partial i(z, t)}{\partial z} \Delta z$$

$$\begin{aligned} f(x) &= f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + \frac{f''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2 + \dots \\ &\quad + \frac{f^n(x_0)}{n!}(x - x_0)^n + R_n(x) \end{aligned}$$



电报方程

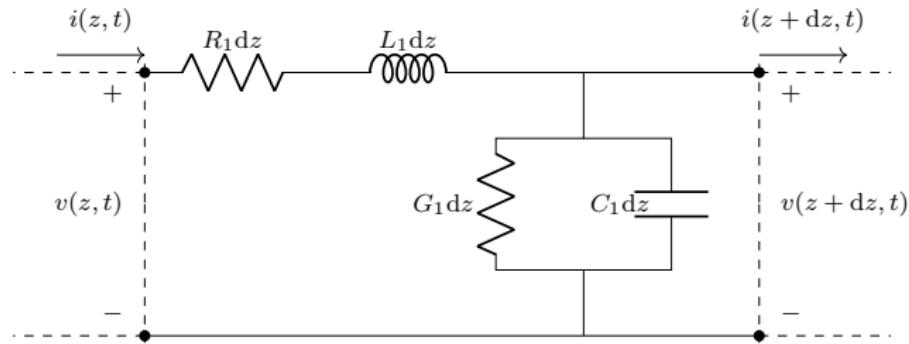


线元 Δz 上的电压、电流的变化为：

$$v(z, t) - v(z + \Delta z, t) = -\frac{\partial v(z, t)}{\partial z} \Delta z$$
$$i(z, t) - i(z + \Delta z, t) = -\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} \Delta z$$



电报方程



线元 Δz 上应用基尔霍夫定律，可得：

$$\begin{aligned}-\frac{\partial v(z, t)}{\partial z} \Delta z &= R_1 \Delta z \cdot i(z, t) + L_1 \Delta z \cdot \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \\-\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} \Delta z &= G_1 \Delta z \cdot v(z + \Delta z, t) + C_1 \Delta z \cdot \frac{\partial v(z + \Delta z, t)}{\partial t}\end{aligned}$$



电报方程

$$\begin{aligned}-\frac{\partial v(z, t)}{\partial z} \Delta z &= R_1 \Delta z \cdot i(z, t) + L_1 \Delta z \cdot \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \\ -\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} \Delta z &= G_1 \Delta z \cdot v(z + \Delta z, t) + C_1 \Delta z \cdot \frac{\partial v(z + \Delta z, t)}{\partial t}\end{aligned}$$

令 $\Delta z \rightarrow 0$

$$\begin{aligned}\frac{\partial v(z, t)}{\partial z} &= -R_1 \cdot i(z, t) - L_1 \cdot \frac{\partial i(z, t)}{\partial t} \\ \frac{\partial i(z, t)}{\partial z} &= -G_1 \cdot v(z, t) - C_1 \cdot \frac{\partial v(z, t)}{\partial t}\end{aligned}$$

一般传输线方程、电报方程



电报方程

- 时谐均匀传输线方程

$$\frac{\partial v(z, t)}{\partial z} = -R_1 \cdot i(z, t) - L_1 \cdot \frac{\partial i(z, t)}{\partial t}$$
$$\frac{\partial i(z, t)}{\partial z} = -G_1 \cdot v(z, t) - C_1 \cdot \frac{\partial v(z, t)}{\partial t}$$

$$v(z, t) = \operatorname{Re} [V(z)e^{j\omega t}]$$

$$i(z, t) = \operatorname{Re} [I(z)e^{j\omega t}]$$

分布参数: R_1, L_1, C_1, G_1 不随位置变化



电报方程

$$\frac{dV(z)}{dz} = -(R_1 + j\omega L_1)I(z) = -Z_1 I(z)$$

$Z_1 = R_1 + j\omega L_1$: 单位长度串联阻抗

$$\frac{dI(z)}{dz} = -(G_1 + j\omega C_1)V(z) = -Y_1 V(z)$$

$Y_1 = G_1 + j\omega C_1$: 单位长度并联导纳

对 z 再微商

$$\frac{d^2}{dz^2} \begin{Bmatrix} V(z) \\ I(z) \end{Bmatrix} - \gamma^2 \begin{Bmatrix} V(z) \\ I(z) \end{Bmatrix} = 0$$

电压传播常数: $\gamma = \sqrt{Z_1 Y_1} = \sqrt{(R_1 + j\omega L_1)(G_1 + j\omega C_1)}$



电报方程的解

- 时谐传输线方程电压、电流通解

电压:

$$V(z) = A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{\gamma z}$$

电流:

$$I(z) = -\frac{1}{R_1 + j\omega L_1} \frac{dV(z)}{dz} = \frac{1}{Z_0} (A_1 e^{-\gamma z} - A_2 e^{\gamma z})$$

$$\gamma = \sqrt{Z_1 Y_1} = \sqrt{(R_1 + j\omega L_1)(G_1 + j\omega C_1)} = \alpha + j\beta$$

特性阻抗:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R_1 + j\omega L_1}{G_1 + j\omega C_1}}$$



电报方程的解

- 传输线的特性参数
 - 特性阻抗

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R_1 + j\omega L_1}{G_1 + j\omega C_1}}$$

传输线上行波的电压与电流之比称为传输线的特性阻抗

无耗线 $R_1 = G_1 = 0$ $Z_0 = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$

微波低耗线 $R_1 \ll \omega L_1, G_1 \ll \omega C_1$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{R_1 + j\omega L_1}{G_1 + j\omega C_1}} \approx \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{R_1}{j\omega L_1} - \frac{G_1}{j\omega C_1} \right) \right]$$



电报方程的解

- 双导线特性阻抗

$$Z_0 = 120 \ln \left[\frac{D}{d} + \sqrt{\left(\frac{D}{d} \right)^2 - 1} \right]$$

- 同轴线特性阻抗

$$Z_0 = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \frac{b}{a}$$

- 平行板传输线特性阻抗

$$Z_0 = \frac{d}{W} \eta$$



电报方程的解

● 传播常数

描述导行波沿着导行系统传播过程中的**衰减和相位**变化的参数

$$\gamma = \sqrt{(R_1 + j\omega L_1)(G_1 + j\omega C_1)} = \alpha + j\beta$$

α ——衰减常数，单位 Np/m 或 dB/m (1Np = 8.686dB)

β ——相位常数，单位 rad/m

无耗线 $\alpha = 0$
$$\beta = \omega \sqrt{L_1 C_1}$$



电报方程的解

微波低耗线 $R_1 \ll \omega L_1, G_1 \ll \omega C_1$

$$\begin{aligned}\gamma &= \sqrt{(R_1 + j\omega L_1)(G_1 + j\omega C_1)} = \alpha + j\beta \\ &= \sqrt{(j\omega)^2 L_1 C_1} \sqrt{\left(1 + \frac{R_1}{j\omega L_1}\right) \left(1 + \frac{G_1}{j\omega C_1}\right)} \\ &\approx \frac{1}{2} \left(R_1 \sqrt{C_1/L_1} + G_1 \sqrt{L_1/C_1} \right) + j\omega \sqrt{L_1 C_1}\end{aligned}$$

$$\therefore \alpha = \frac{R_1}{2Z_0} + \frac{G_1 Z_0}{2} = \alpha_c + \alpha_d$$

$$\therefore \beta = \omega \sqrt{L_1 C_1}$$

α_c : 分布电阻产生的导体衰减常数
 α_d : 漏电导产生的介质衰减常数

β : 近似于无耗传输线的相位常数



电报方程的解

对于 TEM 导波：

$$k_c = 0, \lambda_c = \infty$$

其相速度为

$$v_p = v = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}$$

波长为

$$\lambda_g = \lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{v_p}{f}$$

特性阻抗为

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = \frac{1}{v_p C_1} = v_p L_1$$

传输线的特性阻抗可由单位长度分布电容或分布电感求得



电报方程的解

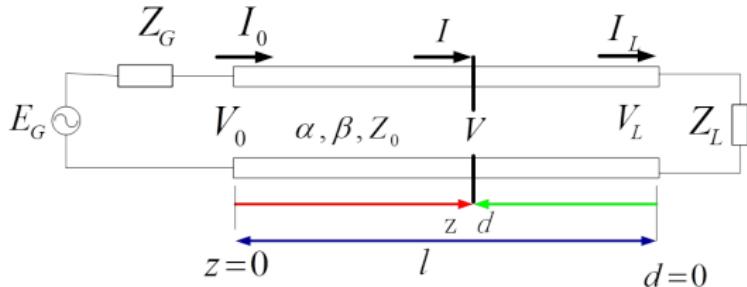
- 传输线方程的边界条件和解

端接条件确定常数:

终端条件

始端条件

信号源和负载条件



终端条件解:

$$V(z) = A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{\gamma z}$$

$$I(z) = (A_1 e^{-\gamma z} - A_2 e^{\gamma z}) / Z_0$$

$$V(l) = V_L = A_1 e^{-\gamma l} + A_2 e^{\gamma l}$$

$$I(l) = I_L = \frac{1}{Z_0} (A_1 e^{-\gamma l} - A_2 e^{\gamma l})$$



电报方程的解

$$A_1 = \frac{V_L + I_L Z_0}{2} e^{\gamma l}, A_2 = \frac{V_L - I_L Z_0}{2} e^{-\gamma l}$$

代入：

$$V(z) = A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{\gamma z}$$

$$I(z) = (A_1 e^{-\gamma z} - A_2 e^{\gamma z}) / Z_0$$

对于终端边界条件场合，我们常采用 d (终端出发) 坐标系 d ，换坐标

$$d = l - z$$

$$V(d) = \frac{V_L + I_L Z_0}{2} e^{\gamma d} + \frac{V_L - I_L Z_0}{2} e^{-\gamma d} = V^+(d) + V^-(d)$$

$$I(d) = \frac{V_L + I_L Z_0}{2Z_0} e^{\gamma d} - \frac{V_L - I_L Z_0}{2Z_0} e^{-\gamma d} = I^+(d) + I^-(d)$$



电报方程的解

$$V(d) = \frac{V_L + I_L Z_0}{2} e^{\gamma d} + \frac{V_L - I_L Z_0}{2} e^{-\gamma d} = V^+(d) + V^-(d)$$

$$I(d) = \frac{V_L + I_L Z_0}{2Z_0} e^{\gamma d} - \frac{V_L - I_L Z_0}{2Z_0} e^{-\gamma d} = I^+(d) + I^-(d)$$

$$V(d) = \frac{e^{\gamma d} + e^{-\gamma d}}{2} V_L + \frac{e^{\gamma d} - e^{-\gamma d}}{2} Z_0 I_L$$

$$I(d) = \frac{e^{\gamma d} - e^{-\gamma d}}{2} \frac{1}{Z_0} V_L + \frac{e^{\gamma d} + e^{-\gamma d}}{2} I_L$$

$$\begin{bmatrix} V(d) \\ I(d) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma d & Z_0 \sinh \gamma d \\ Z_0^{-1} \sinh \gamma d & \cosh \gamma d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_L \\ I_L \end{bmatrix}$$



电报方程的解

始端条件解：已知始端电压和电流 V_0, I_0

$$V(z) = A_1 e^{-\gamma z} + A_2 e^{\gamma z}$$

$$I(z) = (A_1 e^{-\gamma z} - A_2 e^{\gamma z}) / Z_0$$

$$\begin{aligned} V_0 &= A_1 + A_2 \\ I_0 &= (A_1 - A_2) / Z_0 \end{aligned} \quad \longrightarrow$$

$$A_1 = \frac{V_0 + I_0 Z_0}{2} \quad A_2 = \frac{V_0 - I_0 Z_0}{2}$$

$$V(z) = \frac{V_0 + I_0 Z_0}{2} e^{-\gamma z} + \frac{V_0 - I_0 Z_0}{2} e^{\gamma z}$$

$$I(z) = \frac{V_0 + I_0 Z_0}{2 Z_0} e^{-\gamma z} - \frac{V_0 - I_0 Z_0}{2 Z_0} e^{\gamma z}$$

$$\begin{bmatrix} V(z) \\ I(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma z & -Z_0 \sinh \gamma z \\ -Z_0^{-1} \sinh \gamma z & \cosh \gamma z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ I_0 \end{bmatrix}$$



电报方程的解

信号源和负载条件解：已知信号源电动势 E_G 、内阻抗 Z_G 、负载阻抗 Z_L

$$V(d) = \frac{E_G Z_0}{Z_G + Z_0} \cdot \frac{e^{-\gamma l}}{1 - \Gamma_L \Gamma_G e^{-2\gamma l}} (e^{\gamma d} + \Gamma_L e^{-\gamma d})$$
$$I(d) = \frac{E_G}{Z_G + Z_0} \cdot \frac{e^{-\gamma l}}{1 - \Gamma_L \Gamma_G e^{-2\gamma l}} (e^{\gamma d} - \Gamma_L e^{-\gamma d})$$

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \quad \Gamma_G = \frac{Z_G - Z_0}{Z_G + Z_0} \quad \text{反射系数}$$



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

③ 第3章 分布电路与传输线理论

- 微波传输线
- 长线理论与分布参数
- 传输线的等效电路
- 电报方程及其求解
- **传输线特征参数**
- 传输线工作状态
- 广义无耗传输线求解

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配

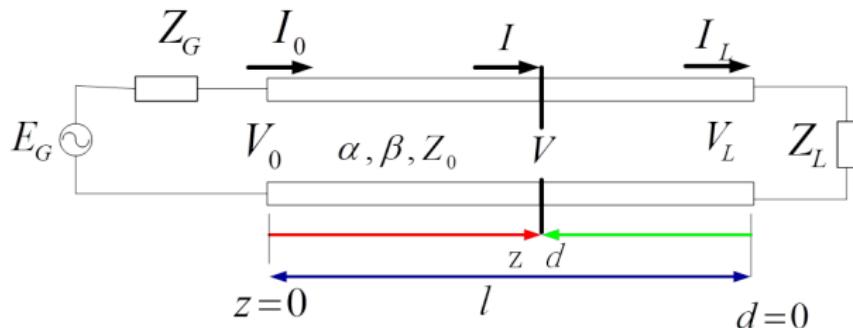


- 微波阻抗——由微波传输线上的电压和电流决定的，是**分布参数**阻抗。（低频传输线阻抗是**集中参数**阻抗）
- 微波阻抗——与导行系统上导波的反射或者驻波特性密切相关，即与导行系统的状态或者特性密切相关。
- 微波阻抗不能直接测量，需要借助反射参量或者驻波参量的直接测量而间接获得。



传输线特征参数

① 分布参数阻抗



$$\begin{bmatrix} V(d) \\ I(d) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh \gamma d & Z_0 \sinh \gamma d \\ Z_0^{-1} \sinh \gamma d & \cosh \gamma d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_L \\ I_L \end{bmatrix}$$

传输线终端接负载阻抗 Z_L 时，距离终端 d 处向负载方向看去的输入阻抗定义为该处的电压 $V(z)$ 与电流 $I(z)$ 之比，即



传输线特征参数

$$Z_{in}(d) = \frac{V_L \cosh \gamma d + I_L Z_0 \sinh \gamma d}{I_L \cosh \gamma d + \frac{V_L \sin \beta d}{Z_0}} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh \gamma d}{Z_0 + Z_L \tanh \gamma d}$$

均匀无耗传输线

$$\alpha = 0, \gamma = j\beta, \tanh \gamma d = \tanh(j\beta d) = j \tan \beta d$$

传输线的阻抗（从 d 点向负载看的输入阻抗，或视在阻抗）

$$Z_{in}(d) = Z_0 \frac{Z_L + j Z_0 \tan \beta d}{Z_0 + j Z_L \tan \beta d}$$

对给定的传输线和负载阻抗，线上各点的输入阻抗随至终端的距离 d 的不同而作周期（周期为 $\lambda/2$ ）变化，是一种**分布参数阻抗**。它不能直接测量。



传输线特征参数

均匀无耗传输线

$$Z_{in}(d) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta d}{Z_0 + jZ_L \tan \beta d}$$

- 传输线阻抗，随位置 d 而变，分布于沿线各点，且与负载有关，是一种分布参数阻抗 (Distributed Impedance)。由于微波频率下，电压与电流缺乏明确的物理意义，不能直接测量，故传输线阻抗也不能直接测量。
- 传输线阻抗具有阻抗变换作用， Z_L 通过线段 d 变换成 $Z_{in}(d)$ 。
- 传输线阻抗呈现周期性变化。



传输线特征参数

在一些特殊位置点上，有如下简单阻抗关系：

$$Z_{in}(l) = Z_L \quad l = n \frac{\lambda}{2} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

$$Z_{in}(l) = \frac{Z_0^2}{Z_L} \quad l = (2n + 1) \frac{\lambda}{4} \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$$

- 传输线上距负载为半波长整数倍的各点输入阻抗等于负载阻抗；**半波长的重复性**
- 距负载为四分之一波长奇数倍的各点输入阻抗等于特性阻抗的平方与负载阻抗的比值
- 当 Z_0 为实数， Z_L 为复数负载时，四分之一波长的传输线具有变换阻抗性质的作用。**四分之一波长变换性**



传输线特征参数

在许多情况下，例如并联电路的阻抗计算，采用导纳比较方便：

$$Y_{in}(d) = \frac{1}{Z_{in}(d)} = Y_0 \frac{Y_L + jY_0 \tan \beta d}{Y_0 + jY_L \tan \beta d}$$



传输线特征参数

② 反射参量

$$V(d) = \frac{V_L + I_L Z_0}{2} e^{\gamma d} + \frac{V_L - I_L Z_0}{2} e^{-\gamma d}$$

- 反射系数 (Reflection Coefficient)

距终端 d 处的反射波电压 $V^-(d)$ 与入射波电压 $V^+(d)$ 之比定义为该处的**电压反射系数** $\Gamma_v(d)$, 即

$$\begin{aligned}\Gamma_v(d) &= \frac{V^-(d)}{V^+(d)} = \frac{A_2 e^{-\gamma d}}{A_1 e^{\gamma d}} \\ &= \frac{V_L - I_L Z_0}{V_L + I_L Z_0} e^{-2\gamma d} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} e^{-2\gamma d}\end{aligned}$$



传输线特征参数

电流反射系数

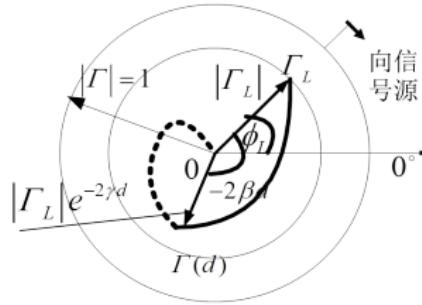
$$I(d) = \frac{V_L + I_L Z_0}{2Z_0} e^{\gamma d} - \frac{V_L - I_L Z_0}{2Z_0} e^{-\gamma d}$$

$$\Gamma_I(d) = \frac{I^-(d)}{I^+(d)} = -\frac{A_2}{A_1} e^{-2\gamma d} = -\Gamma_V(d)$$

终端反射系数

$$\Gamma_L = \frac{A_2}{A_1} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

$$= \left| \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right| e^{j\Phi_L} = |\Gamma_L| e^{j\Phi_L}$$



$\Gamma(d) = \Gamma_L e^{-2\gamma d}$ 传输线上任一点反射系数与终端反射系数的关系

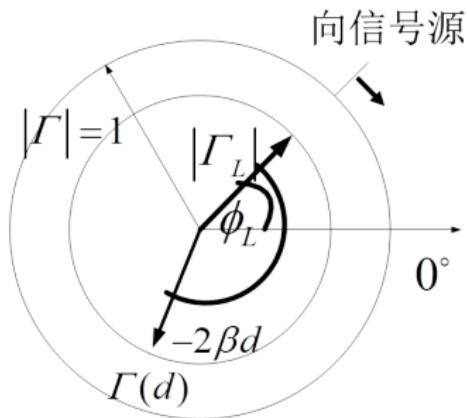


传输线特征参数

无耗线情况

$$\Gamma(d) = \Gamma_L e^{-j2\beta d} = |\Gamma_L| e^{j(\Phi_L - 2\beta d)}$$

$\Gamma(d)$ 的大小和相位均在单位圆内，大小不变，相位以 $-2\beta d$ 的角度沿等圆周向信号源（顺时针）方向变化。



传输线特征参数

- 阻抗与反射系数关系

$$V(d) = V^+(d) + V^-(d) = V^+(d)[1 + \Gamma(d)]$$

$$I(d) = I^+(d) + I^-(d) = I^+(d)[1 - \Gamma(d)]$$

输入阻抗与反射系数间的关系

$$Z_{in}(d) = \frac{V^+(d)[1 + \Gamma(d)]}{I^+(d)[1 - \Gamma(d)]} = Z_0 \frac{1 + \Gamma(d)}{1 - \Gamma(d)}$$



传输线特征参数

$$Z_{in}(d) = \frac{V^+(d)[1 + \Gamma(d)]}{I^+(d)[1 - \Gamma(d)]} = Z_0 \frac{1 + \Gamma(d)}{1 - \Gamma(d)}$$

当传输线特性阻抗 Z_0 一定时，传输线上任意一点 d 处的阻抗 $Z_{in}(d)$ 与该点的反射系数 $\Gamma(d)$ —— 对应。可以通过测量反射系数获得传输线输入阻抗。

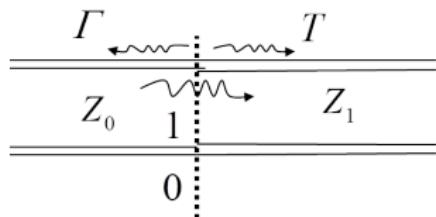
归一化阻抗

$$z_{in}(d) = \frac{Z_{in}(d)}{Z_0} = \frac{1 + \Gamma(d)}{1 - \Gamma(d)}$$



传输线特征参数

- 传输系数 T 描述传输线上的功率传输关系



$$T = \frac{\text{传输电压或电流}}{\text{入射电压或电流}} = \frac{V^t}{V^+} = \frac{I^t}{I^+}$$

$$\begin{aligned} V(z) &= V_0^+ (e^{-j\beta z} + \Gamma e^{j\beta z}) & z < 0 \\ V(z) &= V_0^+ T e^{-j\beta z} & z > 0 \end{aligned}$$

$Z = 0$ 处两电压连续

$$T = 1 + \Gamma = 1 + \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0} = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_0}$$

插入损耗

$$L_T = -20 \lg |T| \quad (dB)$$



传输线特征参数

③ 驻波参数

- 电压驻波比 (VSWR) 与行波系数 K

传输线上各点的电压和电流一般由入射波和反射波叠加而成，其结果在线上形成驻波，沿线各点的电压和电流的振幅不同，以 $\lambda/2$ 周期变化。

波腹点——振幅最大点

波谷点——振幅最小点 波节点——振幅等于零的点

电压 (或电流) 驻波比 VSWR: 定义为传输线上电压 (或电流) 振幅的最大值与最小值之比，或电压驻波系数 ρ

$$VSWR = \rho = \frac{|V|_{max}}{|V|_{min}} = \frac{|I|_{max}}{|I|_{min}}$$



传输线特征参数

行波系数 K: 定义为传输线上电压 (或电流) 的最小值与最大值之比, 故行波系数与驻波比互为倒数。

$$K = \frac{1}{VSWR} = \frac{|V|_{min}}{|V|_{max}} = \frac{|I|_{min}}{|I|_{max}}$$



传输线特征参数

传输线任意点电压和电流

$$V(d) = V^+(d)[1 + |\Gamma_L|e^{j(\Phi_L - 2\beta d)}]$$

$$I(d) = I^+(d)[1 - |\Gamma_L|e^{j(\Phi_L - 2\beta d)}]$$

当传输线上入射波与反射波同相叠加时，合成波出现最大值；而反向叠加时出现最小值。

驻波比与反射系数的关系式为：

$$|V(d)|_{max} = v^+(d)[1 + |\Gamma_L|]$$

$$|V(d)|_{min} = v^+(d)[1 - |\Gamma_L|]$$

$$\rho = VSWR = \frac{|V|_{max}}{|V|_{min}} = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|}$$

$$|\Gamma_L| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1}$$



传输线特征参数

沿线阻抗分布

线上任一点处的输入阻抗为：

$$Z_{in}(z) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta z}{Z_0 + jZ_L \tan \beta z} = R_{in}(z) + jX_{in}(z)$$

(1) 阻抗的数值周期性变化，在电压的波腹点和波谷点，阻抗分别为最大值和最小值

$$Z_{in}(\text{波腹}) = \frac{|U|_{max}}{|I|_{min}} = Z_0 \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} = Z_0 \rho \quad \text{开路}$$

$$Z_{in}(\text{波谷}) = \frac{|U|_{min}}{|I|_{max}} = Z_0 \frac{1 - |\Gamma|}{1 + |\Gamma|} = Z_0 \rho \quad \text{短路}$$

(2) 每隔 $\lambda/4$ ，阻抗性质变换一次；每隔 $\lambda/2$ ，阻抗值重复一次。



传输线特征参数

- 阻抗与驻波参量的系数

由分布参数阻抗

$$Z_{in}(d) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta d}{Z_0 + jZ_L \tan \beta d}$$



$$Z_L = Z_0 \frac{Z_{in}(d) - jZ_0 \tan \beta d}{Z_0 - jZ_{in}(d) \tan \beta d}$$

选取驻波最小点为测量点——距离负载的第一个电压驻波最小点位置

$$Z_{in}(d_{min}) = Z_0 / VSWR = Z_0 / \rho$$

终端短路，确定电压波节点作参考点，接上负载测量参考点附近电压驻波最小点。

$$Z_L = Z_0 \frac{1 - j\rho \tan \beta d_{min}}{\rho - j \tan \beta d_{min}}$$

负载阻抗和驻波参量——对应



传输线特征参数

④ 传输功率

均匀无耗传输线上任一点 z 处的电压和电流可表示为

$$\begin{cases} V(z) = V_0^+ [e^{-j\beta z} + \Gamma_L e^{+j\beta z}] \\ I(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} [e^{-j\beta z} - \Gamma_L e^{+j\beta z}] \end{cases}$$

则传输功率的一般表达式为：

$$\begin{aligned} P(z) &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ V(z) I^*(z) \} = \frac{1}{2} \frac{|V_0^+|^2}{Z_0} \operatorname{Re} \left\{ 1 - \Gamma_L^* e^{-j2\beta z} + \Gamma_L e^{j2\beta z} - |\Gamma_L|^2 \right\} \\ &= \frac{1}{2} \frac{|V_0^+|^2}{Z_0} (1 - |\Gamma_L|^2) \end{aligned}$$

上式第一项为入射功率： $P^+(z) = \frac{1}{2} \frac{|V_0^+|^2}{Z_0}$ ，第二项为反射功率：

$P^-(z) = \frac{1}{2} \frac{|V_0^+|^2}{Z_0} |\Gamma_L|^2$ ；所以，传输功率等于入射功率减去反射功率。



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

③ 第3章 分布电路与传输线理论

- 微波传输线
- 长线理论与分布参数
- 传输线的等效电路
- 电报方程及其求解
- 传输线特征参数
- **传输线工作状态**
- 广义无耗传输线求解

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



传输线工作状态

任何传输线上的电压函数只可能是入射波和反射波的迭加（构成 Standing Wave）。不同传输线的区别仅仅在于入射波和反射波的成分不同。换句话说，通解是完备的，我们不需要再找，也不可能再找到其他解。

边界条件确定 A_1 和 A_2 。边界条件的求取过程中，也孕育着一种思想，即网络思想 (Network Idea)：已知输入求输出；或已知输出求输入。



无耗传输线工作状态

$$V(z) = A_1 e^{-j\beta z} + A_2 e^{+j\beta z}$$

$$\begin{aligned} V(d) &= \frac{1}{2}(V_L + Z_0 I_L)e^{j\beta d} + \frac{1}{2}(V_L - Z_0 I_L)e^{-j\beta d} \\ &= V^+(d) + V^-(d) \end{aligned}$$

$$I(z) = \frac{1}{Z_0}(A_1 e^{-j\beta z} - A_2 e^{+j\beta z})$$

$$\begin{aligned} I(d) &= \frac{1}{2Z_0}(V_L + Z_0 I_L)e^{j\beta d} - \frac{1}{2Z_0}(V_L - Z_0 I_L)e^{-j\beta d} \\ &= I^+(d) + I^-(d) \end{aligned}$$



无耗传输线工作状态

- 传输线上反射波的大小，可用反射系数的模、驻波比和行波系数三个参量来描述。

反射系数模的变化范围为

$$0 \leq |\Gamma| \leq 1$$

驻波比的变化范围为

$$1 \leq \rho \leq \infty$$

行波系数的变化范围为

$$0 \leq K \leq 1$$

- 传输线的工作状态一般分为三种：

(1) 行波状态 $|\Gamma| = 0, \rho = 1, K = 1$

(2) 行驻波状态 $0 < |\Gamma| < 1 \quad 1 < \rho < \infty \quad 0 < K < 1$

(3) 驻波状态 $|\Gamma| = 1 \quad \rho = \infty \quad K = 0$



无耗传输线工作状态

① 行波状态（无反射情况）

条件：

$$Z_L = Z_0 \rightarrow$$

$$\Gamma_L = 0, \rho = 1, K = 1$$

$$\begin{aligned}\Gamma_L &= \frac{A_2}{A_1} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \\ &= \left| \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right| e^{j\Phi_L} = |\Gamma_L| e^{j\Phi_L}\end{aligned}$$

由始端条件解

$$\begin{aligned}V(z) &= \frac{V_0 + I_0 Z_0}{2} e^{-j\beta z} = V_0^+ e^{-j\beta z} \\I(z) &= \frac{V_0 + I_0 Z_0}{2Z_0} e^{-j\beta z} = I_0^+ e^{-j\beta z}\end{aligned}$$



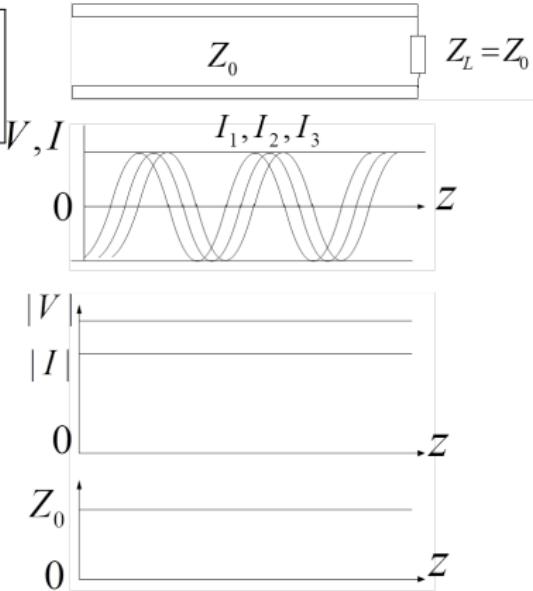
无耗传输线工作状态

$$v(z, t) = |V_0^+| \cos(\omega t - \phi_0 - \beta z)$$

$$i(z, t) = |I_0^+| \cos(\omega t - \phi_0 - \beta z)$$

ϕ_0 为初相角，行波状态下的分布规律：

- (1) 线上电压和电流的振幅恒定不变
 - (2) 电压行波与电流行波同相，它们的相位是位置 z 和时间 t 的函数， $v(z, t)$ 和 $i(z, t)$ 初相均为 ϕ_0 ，因为 Z_0 是实数
 - (3) 线上的输入阻抗处处相等，且均等于特性阻抗



无耗传输线工作状态

② 驻波状态（全反射情况）

反射系数模等于 1 的全反射情况称为驻波状态。

$$\Gamma_L = \frac{A_2}{A_1} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \left| \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right| e^{j\phi_L} = |\Gamma_L| e^{j\phi_L}$$

条件：终端短路；终端开路；终端接纯电抗负载

$$Z_L = 0, \quad Z_L = \infty, \quad Z_L = \pm jX_L$$

终端的入射波将被全反射，沿线入射波与反射波迭加形成驻波分布。驻波状态意味着入射波功率一点也没有被负载吸收，即**负载与传输线完全失配**。



无耗传输线工作状态

- 终端短路

$$Z_L = 0, \Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = -1 \rightarrow VSWR = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} = \infty$$

$$V(d) = V^+(d) + V^-(d) = V_L^+ (e^{j\beta d} - e^{-j\beta d}) = j2V_L^+ \sin \beta d$$

$$I(d) = I^+(d) + I^-(d) = I_L^+ (e^{j\beta d} + e^{-j\beta d}) = 2I_L^+ \cos \beta d$$

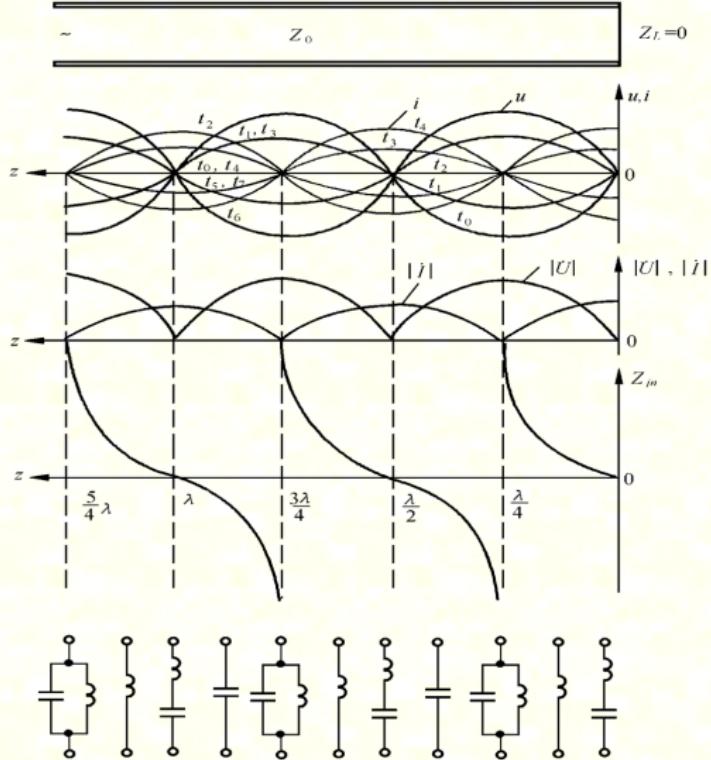
$$= \frac{2V_L^+}{Z_0} \cos \beta d$$

短路时的驻波状态分布规律：

(1) 瞬时电压或电流在传输线的某个固定位置上随时间 t 作正弦或余弦变化，而在某一时刻随位置 $d(z)$ 也作正弦或余弦变化，但瞬时电压和电流的时间相位差和空间相位差均为 $\pi/2$ ，这表明传输线上没有功率传输。



无耗传输线工作状态



(a) 长线终端短路

(b) 电压电流的瞬时分布

(c) 电压电流的振幅分布

(d) 阻抗变化曲线

(e) 不同长度的短路线
对应的等效电路



无耗传输线工作状态

$$d = (2n + 1)\lambda/4, (n = 0, 1, \dots)$$
$$|V|_{max} = 2|V_L^+|$$

$$d = n\lambda/2, (n = 0, 1, \dots)$$
$$|V|_{min} = 0$$

(2) 电压振幅最大值，而电流振幅恒为零，这些点称之为电压的波腹点和电流的波节点；
电流振幅恒为最大值，而电压振幅恒为零，这些点称之为电流的波腹点和电压的波节点。



无耗传输线工作状态

表: 终端短路情况

| | |
|---|--|
| $\beta d = n\pi$ $d = n\lambda/2$ | $\beta d = (2n + 1)\pi/2$ $d = (2n + 1)\lambda/4$ |
| 电压节点 $ V(d) = 0$ 电流腹点 $ I(d) = 2 I_L^+ $ | 电压腹点 $ V(d) = 2 V_L^+ $ 电流节点 $ I(d) = 0$ |



无耗传输线工作状态

(3) 传输线终端短路时，输入阻抗为纯电抗。

$$Z_{in}^{sc}(d) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta d}{Z_0 + jZ_L \tan \beta d} = jZ_0 \tan \beta d = jZ_0 \tan \frac{2\pi d}{\lambda} = jX_{in}$$



无耗传输线工作状态

● 终端开路

$$Z_L = \infty, \Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = 1 \rightarrow VSWR = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|} = \infty$$

$$\Gamma_L = V_L^- / V_L^+ = 1 \quad V_L^- = V_L^+$$

$$V(d) = V^+(d) + V^-(d) = 2V_L^+ \cos \beta d$$

$$I(d) = I^+(d) + I^-(d) = j2I_L^+ \sin \beta d$$

$$Z_{in}^{oc}(d) = -jZ_0 \cot \beta d$$

● 终端短路

$$Z_L = 0, \Gamma_L = -1 \rightarrow VSWR = \infty$$

$$V(d) = j2V_L^+ \sin \beta d$$

$$I(d) = 2I_L^+ \cos \beta d$$

$$Z_{in}^{sc}(d) = jZ_0 \tan \beta d$$



无耗传输线工作状态

(1) 负载处, 或 $d = n\lambda/2, (n = 0, 1, \dots)$

电流 $I_L = 0$ 为电流波节点,

电压为最大值 $V_L = 2V_L^+$ 为电压波腹点

表: 终端开路情况

| | |
|---|--|
| $\beta d = n\pi$ $d = n\lambda/2$ | $\beta d = (2n+1)\pi/2$ $d = (2n+1)\lambda/4$ |
| 电压腹点 $ V(d) = 2 V_L^+ $ 电流节点 $ I(d) = 0$ | 电压节点 $ V(d) = 0$ 电流腹点 $ I(d) = 2 I_L^+ $ |

(2) 输入阻抗

$$Z_{in}^{oc}(d) = -jZ_0 \cot \beta d \iff \text{短路} \quad Z_{in}^{sc} = jZ_0 \tan \beta d$$

经过观察: 把开路线可以看成是短路线移动 $\lambda/4$ 而成



无耗传输线工作状态

短路状态

$$V(d) = j2V_L^+ \sin \beta d$$

$$I(d) = 2I_L^+ \cos \beta d$$

$$Z(d) = jZ_0 \tan \beta d$$

作 $d' = d + \lambda/4$, $V_L^+ = j\tilde{V}_L^+$ 变换，
即可由开路线转化为短路线。不能
疏忽了 $V_L^+ = j\tilde{V}_L^+$ 的条件，长度 d'
移动条件只对 $|V_L^+|$ 和阻抗有效，相
位是不等价的。

开路状态

$$V(d) = 2V_L^+ \cos \beta d$$

$$I(d) = j2I_L^+ \sin \beta d$$



$$V(d') = j2\tilde{V}_L^+ \sin \beta d'$$

$$I(d') = 2\tilde{I}_L^+ \cos \beta d'$$

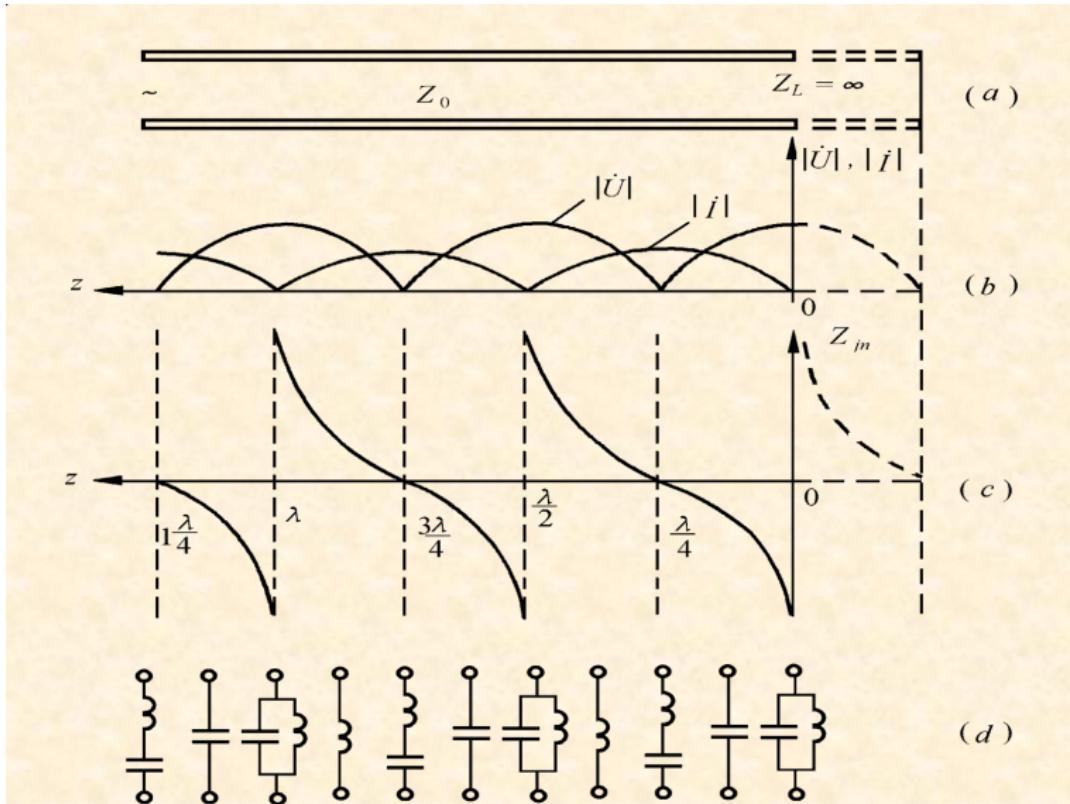
$$Z(d) = -jZ_0 \cot \beta d$$



$$Z(d') = jZ_0 \tan \beta d'$$



无耗传输线工作状态



无耗传输线工作状态

$$\begin{aligned}Z_{in}^{oc}(d) &= -jZ_0 \cot \beta d & Z_{in}^{sc}(d) &= jZ_0 \tan \beta d \\Z_{in}^{oc}(d) \cdot Z_{in}^{sc}(d) &= Z_0^2\end{aligned}$$

- 对于一定长度 d 的传输线，通过开路和短路的测量，可以得到如下参数：

$$\begin{aligned}Z_0 &= \sqrt{Z_{in}^{oc}(d) \cdot Z_{in}^{sc}(d)} \\ \beta &= \frac{1}{d} \arctan \sqrt{\frac{Z_{in}^{sc}(d)}{Z_{in}^{oc}(d)}}\end{aligned}$$



无耗传输线工作状态

- 终端接纯电感负载无耗线

$$Z_L = +jX_L$$

$$\begin{aligned}\Gamma_L &= \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{jX_L - Z_0}{jX_L + Z_0} = \frac{(jX_L - Z_0)^2}{(jX_L + Z_0)(jX_L - Z_0)} \\ &= \frac{Z_0^2 - X_L^2 - 2jZ_0X_L}{Z_0^2 + X_L^2} = |\Gamma_L|e^{j\phi_L}\end{aligned}$$

$$\therefore |\Gamma_L| = \frac{\sqrt{(Z_0^2 - X_L^2)^2 + 4Z_0^2X_L^2}}{Z_0^2 + X_L^2} = \frac{\sqrt{(Z_0^2 + X_L^2)^2}}{Z_0^2 + X_L^2} = 1$$

$$\phi_L = \arctan \frac{2X_LZ_0}{X_L^2 - Z_0^2}$$

终端产生全反射，形成驻波，但终端既不是电压波腹点也不是波节点



无耗传输线工作状态

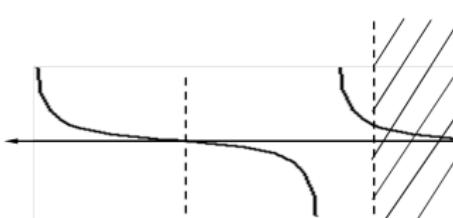
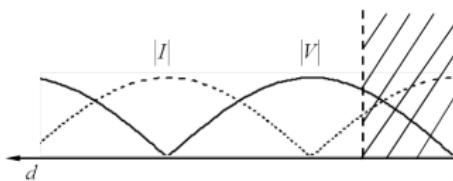
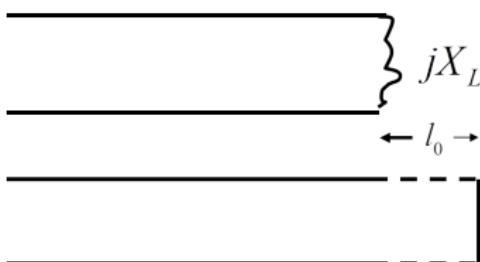
可见此时终端也产生全反射，线上形成驻波；但此时终端 ($d = 0$) 既不是电压波节点也不是电压波腹点。沿线的电压、电流和阻抗分布曲线可将电感负载用一段小于 $\lambda/4$ 的短路线来等效后获得。

短路线输入阻抗：

$$Z_{in}^{sc}(d) = jZ_0 \tan \beta d = jX_L$$

故有等效短路线长度：

$$\begin{aligned} l_{es} &= \frac{1}{\beta} \tan^{-1} \left(\frac{X_L}{Z_0} \right) \\ &= \frac{\lambda}{2\pi} \arctan \left(\frac{X_L}{Z_0} \right) \end{aligned}$$



无耗传输线工作状态

- 终端接**纯电容**负载无耗线

$$Z_L = -jX_L$$

$$\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{jX_L + Z_0}{jX_L - Z_0} = |\Gamma_L|e^{-j\phi_L}$$

$$|\Gamma_L| = 1 \quad \phi_L = \arctan \frac{-2X_L Z_0}{X_L^2 - Z_0^2}$$

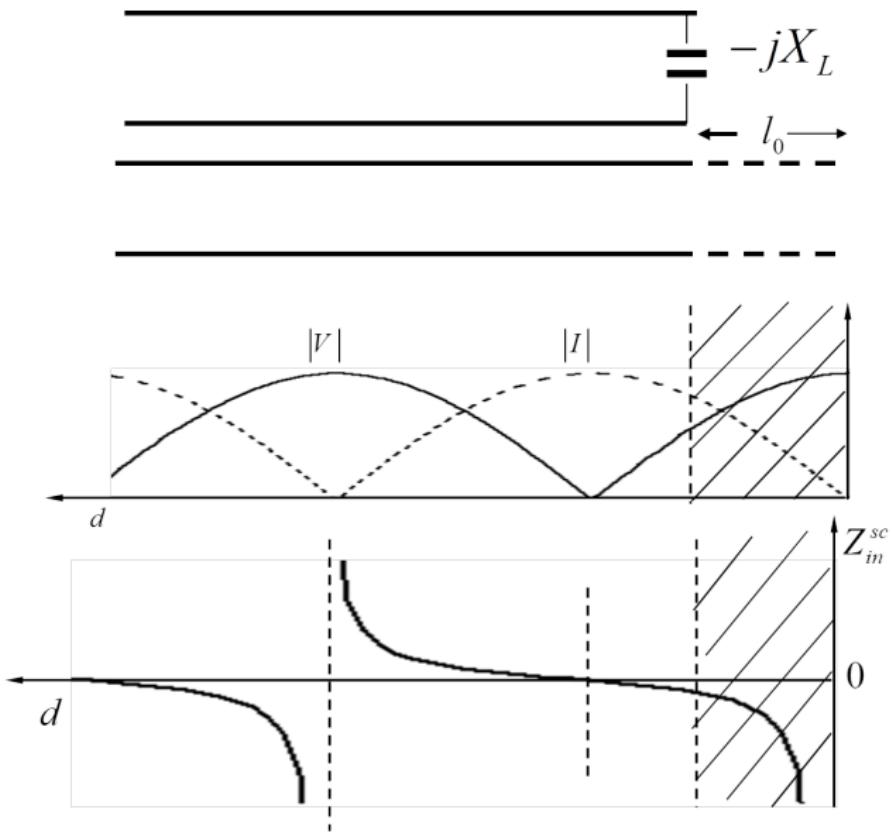
可见此时终端也产生全反射，线上形成驻波；但此时终端 ($d = 0$) 既不是电压波节点也不是电压波腹点。沿线的电压、电流和阻抗分布曲线可将电容负载用一段小于 $\lambda/4$ 的开路线来等效后获得。

$$Z_{in}^{oc}(d) = -jZ_0 \cot \beta d = -jX_L$$

$$l_{eo} = \frac{1}{\beta} \cot^{-1} \left(\frac{X_L}{Z_0} \right) = \frac{\lambda}{2\pi} \cot^{-1} \left(\frac{X_L}{Z_0} \right)$$



无耗传输线工作状态



无耗传输线工作状态

阻抗的一般公式

$$Z_L = jX_L$$

$$\begin{aligned} Z_{in}(d) &= Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta d}{Z_0 + jZ_L \tan \beta d} \\ &= jZ_0 \frac{X_L + Z_0 \tan \beta d}{Z_0 - X_L \tan \beta d} = jZ_0 \frac{\frac{X_L}{Z_0} + \tan \beta d}{1 - \frac{X_L}{Z_0} \tan \beta d} \end{aligned}$$

此电抗也可用一段特性阻抗为 Z_0 、长度为 l_0 的短路线等效，长度 l_0 可由下式确定

假设：

$$\frac{X_L}{Z_0} = \tan \beta l_0 \quad Z_{in}(d) = jZ_0 \tan \beta(d + l_0)$$

$$l_0 = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan \frac{X_L}{Z_0} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} l_0 > 0 & X_L \text{ 为感性} \\ l_0 < 0 & X_L \text{ 为容性} \end{cases}$$



无耗传输线工作状态

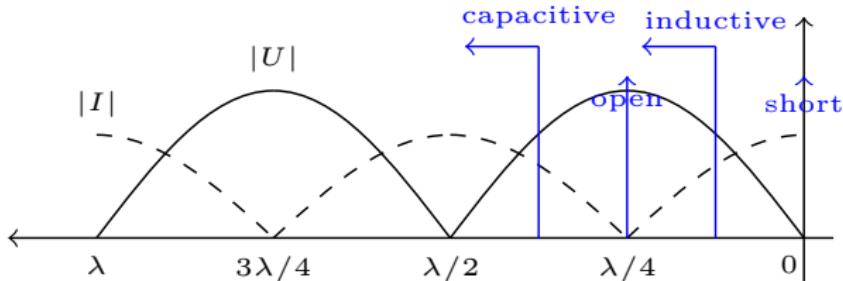
$$X_L = Z_0 \tan \frac{2\pi}{\lambda} l_0 \quad \Rightarrow \quad l_0 = \frac{\lambda}{2\pi} \arctan \frac{X_L}{Z_0}$$

长度为 l 终端接电抗性负载的传输线，沿线电压、电流及阻抗的变化规律与**长度为 $(l + l_0)$ 的短路线上对应段**的变化规律完全一致，距终端最近的电压波节点

$$\begin{cases} 0 < d < \lambda/4 & \text{纯感抗} \\ \lambda/4 < d < \lambda/2 & \text{纯容抗} \end{cases}$$



无耗传输线工作状态



综上所述，均匀无耗传输线终端无论是短路、开路还是接纯电抗负载，终端均产生全反射，沿线电压电流呈驻波分布，只是终端不同。

1、**短路**：电压按正弦变化，电流按余弦变化，终端电压为零，电流为最大；

开路：电压按余弦变化，电流按正弦变化，终端电流为零，电压为最大；

纯电抗：电压、电流按正余弦变化，终端电压和电流不为零，也不是最大。



无耗传输线工作状态

- 2、二分之一波长的重复性，四分之一波长的变化性。
- 3、驻波波腹值为入射波的两倍，波节值等于零。短路线终端为电压波节、电流波腹；开路线终端为电压波腹、电流波节；接纯电抗负载时，终端既非波腹也非波节 (**纯电感负载时，距负载第一个出现的是电压波腹点**)。
- 4、沿线同一位置的电压电流之间 90° 相位差，所以驻波状态只有能量的贮存并无能量的传输。



无耗传输线工作状态

③ 行驻波状态 (部分反射情况)

$$Z_L = R_L \pm jX_L$$

条件：当均匀无耗传输线终端接一般复阻抗，产生部分反射，在线上形成行驻波。

$$\begin{aligned}\Gamma_L &= \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} = \frac{(R_L \pm jX_L) - Z_0}{(R_L \pm jX_L) + Z_0} \\ &= \frac{R_L^2 - Z_0^2 + X_L^2}{(R_L + Z_0)^2 + X_L^2} \pm j \frac{2X_L Z_0}{(R_L + Z_0)^2 + X_L^2} \\ &= \Gamma_{L1} \pm j\Gamma_{L2} = |\Gamma_L| e^{\pm j\phi_L}\end{aligned}$$



无耗传输线工作状态

$$\Gamma_L = |\Gamma_L| e^{\pm j\phi_L}$$

$$|\Gamma_L| = \sqrt{\frac{(R_L - Z_0)^2 + X_L^2}{(R_L + Z_0)^2 + X_L^2}} < 1$$

$$\phi_L = \arctan \frac{\pm 2X_L Z_0}{R_L^2 + X_L^2 - Z_0^2}$$

传输线工作在行驻波状态，行波与驻波的相对大小决定于负载与传输线的失配程度。



无耗传输线工作状态

1、沿线电压、电流分布

从

$$V(d) = V^+(d)[1 + |\Gamma_L|e^{j(\phi_L - 2\beta d)}]$$

$$I(d) = I^+(d)[1 - |\Gamma_L|e^{j(\phi_L - 2\beta d)}]$$

$$V(d) = V_L^+ e^{j\beta d} [1 + |\Gamma_L| e^{\phi_L - 2\beta d}]$$

$$I(d) = I_L^+ e^{j\beta d} [1 - |\Gamma_L| e^{\phi_L - 2\beta d}]$$

取模 

$$|V|_{\max} = V_L^+ [1 + |\Gamma_L|] \quad |V|_{\min} = V_L^+ [1 - |\Gamma_L|]$$

$$|I|_{\max} = I_L^+ [1 + |\Gamma_L|] \quad |I|_{\min} = I_L^+ [1 - |\Gamma_L|]$$

此时 $|\Gamma| < 1$, 终端产生部分反射, 线上形成行驻波, 无波节点, 驻波最小值不等于零, 驻波最大值不等于终端入射波振幅的两倍。



无耗传输线工作状态

$$|V(d)| = |V^+(d)|[1 + |\Gamma_L|^2 + 2|\Gamma_L| \cos(\phi_L - 2\beta d)]^{1/2}$$

$$|I(d)| = |I^+(d)|[1 + |\Gamma_L|^2 - 2|\Gamma_L| \cos(\phi_L - 2\beta d)]^{1/2}$$

当 $\cos(\phi_L - 2\beta d) = 1 \implies \boxed{\phi_L - 2\beta d = -2n\pi}$

电压驻波最大点位置

$$\boxed{d_{max} = \frac{\lambda}{4\pi}\phi_L + n\frac{\lambda}{2} \quad n = 0, 1, 2, \dots}$$

当 $\cos(\phi_L - 2\beta d) = -1 \implies \boxed{\phi_L - 2\beta d = -\pi - 2n\pi}$

电压驻波最小点位置

$$\boxed{d_{min} = \frac{\lambda}{4\pi}\phi_L + \frac{\lambda}{4}(2n+1) \quad n = 0, 1, 2, \dots}$$



无耗传输线工作状态

2、阻抗分布

$$\begin{aligned} Z_{in}(d) &= Z_0 \frac{1 + |\Gamma_L| e^{-j(2\beta d - \phi_L)}}{1 - |\Gamma_L| e^{-j(2\beta d - \phi_L)}} = Z_0 \frac{e^{j(\beta d - \frac{1}{2}\phi_L)} + |\Gamma_L| e^{-j(\beta d - \frac{1}{2}\phi_L)}}{e^{j(\beta d - \frac{1}{2}\phi_L)} - |\Gamma_L| e^{-j(\beta d - \frac{1}{2}\phi_L)}} \\ &= Z_0 \frac{(1 + |\Gamma_L|) \cos(\beta d - \frac{1}{2}\phi_L) + j(1 - |\Gamma_L|) \sin(\beta d - \frac{1}{2}\phi_L)}{(1 - |\Gamma_L|) \cos(\beta d - \frac{1}{2}\phi_L) + j(1 + |\Gamma_L|) \sin(\beta d - \frac{1}{2}\phi_L)} \end{aligned}$$

$$Z_{in}(d) = Z_0 \frac{\left(\frac{1+|\Gamma_L|}{1-|\Gamma_L|}\right) + j \tan(\beta d - \frac{1}{2}\phi_L)}{1 + j \left(\frac{1+|\Gamma_L|}{1-|\Gamma_L|}\right) \tan(\beta d - \frac{1}{2}\phi_L)}$$

$$\rho = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|}$$



无耗传输线工作状态

$$\cos(\phi_L - 2\beta d) = 1, \quad (\text{V 最大 | 最小})$$

$$Z_{in} = R_{max} + jX_{max} = Z_0\rho$$

$$R_{max} = Z_0\rho; X_{max} = 0$$

$$\cos(\phi_L - 2\beta d) = -1, \quad (\text{V 最小 | 最大})$$

$$Z_{in} = R_{min} + jX_{min} = Z_0/\rho$$

$$R_{min} = Z_0/\rho = Z_0K; X_{min} = 0$$

电压最大、最小点阻抗均为实数，二者相距 $\lambda/4$,

$$R_{max}R_{min} = Z_0^2$$



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

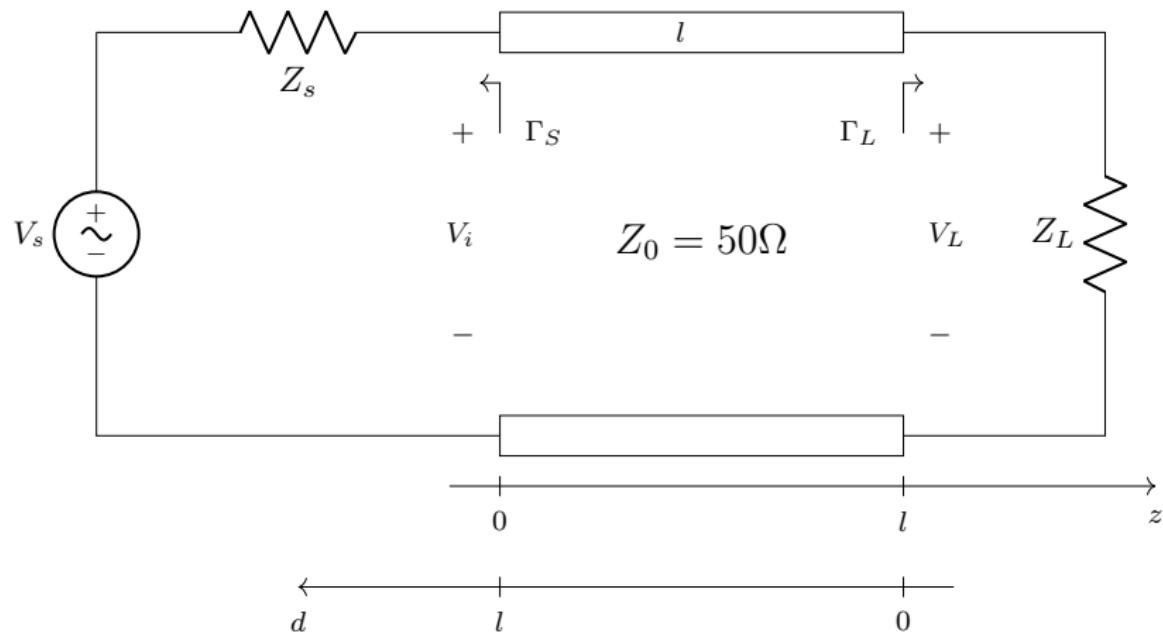
③ 第3章 分布电路与传输线理论

- 微波传输线
- 长线理论与分布参数
- 传输线的等效电路
- 电报方程及其求解
- 传输线特征参数
- 传输线工作状态
- 广义无耗传输线求解

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



广义无耗传输线求解



广义无耗传输线求解

边界条件：

$$z = 0 \longrightarrow$$

$$V_i = V_s - Z_s I_i = V_0^+ + V_0^- \quad I_i = \frac{V_0^+ - V_0^-}{Z_0}$$

$$z = l \longrightarrow$$

$$V_L = Z_L I_L \quad I_L = \frac{1}{Z_0} \left(V_0^+ e^{-j\beta l} - V_0^- e^{j\beta l} \right)$$

$$0 \leq z \leq l \longrightarrow$$

$$V(z) = V^+(z) + V^-(z) = V_0^+ e^{-j\beta z} [1 + \Gamma(z)] \quad (3.1)$$

$$I(z) = I^+(z) - I^-(z) = \frac{V_0^+}{Z_0} e^{-j\beta z} [1 - \Gamma(z)] \quad (3.2)$$

$$\Gamma(z) = \frac{V^-(z)}{V^+(z)} = \frac{V_0^- e^{j\beta z}}{V_0^+ e^{-j\beta z}} = \Gamma_L e^{-2j\beta(l-z)}$$



广义无耗传输线求解

应用 $z = 0$ 处的边界条件

$$V_i = V(0) = V_S - Z_S \frac{V_0^+ - V_0^-}{Z_0} = V_0^+ + V_0^- \quad (3.3)$$

$$V_S = V_0^+ \left(1 + \frac{Z_S}{Z_0} \right) + V_0^- \left(1 - \frac{Z_S}{Z_0} \right) \quad (3.4)$$

由 $\Gamma_S = \frac{Z_S - Z_0}{Z_S + Z_0}$ 得

$$V_0^- = V_S \frac{Z_0}{Z_0 - Z_S} + \frac{V_0^+}{\Gamma_S} \quad (3.5)$$

应用 $z = l$ 处的边界条件

$$V_L = Z_L I_L = \frac{Z_L}{Z_0} (V_0^+ e^{-j\beta l} - V_0^- e^{j\beta l}) = V_0^+ e^{-j\beta l} + V_0^- e^{j\beta l} \quad (3.6)$$

$$\rightarrow V_0^+ (Z_0 - Z_L) e^{-j\beta l} + V_0^- (Z_0 + Z_L) e^{j\beta l} = 0 \quad (3.7)$$

广义无耗传输线求解

由式 (3.5) 和式 (3.7) 联立可得

$$V_0^+ = V_S \frac{Z_0}{Z_0 + Z_S} \cdot \frac{1}{1 - \Gamma_S \Gamma_L e^{-2j\beta l}} \quad (3.8)$$

式中 $\Gamma_L = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$

将式 (3.8) 代入式 (3.1) 和 (3.2), 即可得到一般情况下的 $V(z)$ 和 $I(z)$ 表达式为

$$V(z) = \frac{Z_0 V_S}{Z_0 + Z_S} e^{-j\beta z} \left(\frac{1 + \Gamma_L e^{-j2\beta(l-z)}}{1 - \Gamma_S \Gamma_L e^{-j2\beta l}} \right) \quad (3.9)$$

$$I(z) = \frac{V_S}{Z_0 + Z_S} e^{-j\beta z} \left(\frac{1 - \Gamma_L e^{-j2\beta(l-z)}}{1 - \Gamma_S \Gamma_L e^{-j2\beta l}} \right) \quad (3.10)$$



广义无耗传输线求解

根据二项式公式

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \dots$$

$$(1 - \Gamma_S \Gamma_L e^{-j2\beta l})^{-1} = 1 + \Gamma_S \Gamma_L e^{-j2\beta l} + \Gamma_S^2 \Gamma_L^2 e^{-j4\beta l} + \dots \quad (3.11)$$

将式 (3.11) 代入式 (3.9) 和 (3.10) 中得

$$V(z) = \frac{V_S}{Z_0 + Z_S} \cdot Z_0 [e^{-j\beta z} + \Gamma_L e^{-j\beta(2l-z)} + \Gamma_S \Gamma_L e^{-j\beta(2l+z)} + \Gamma_S^2 \Gamma_L^2 e^{-j\beta(4l-z)} + \dots] \quad (3.12)$$

$$I(z) = \frac{V_S}{Z_0 + Z_S} [e^{-j\beta z} - \Gamma_L e^{-j\beta(2l-z)} + \Gamma_S \Gamma_L e^{-j\beta(2l+z)} - \Gamma_S^2 \Gamma_L^2 e^{-j\beta(4l-z)} + \Gamma_S^2 \Gamma_L^2 e^{-j\beta(4l+z)} - \dots] \quad (3.13)$$

广义无耗传输线求解

式 (3.12) 可展开为

$$V(z) = V_1^+ + V_1^- + V_2^+ + \cdots = \sum_{i=1}^{\infty} (V_i^+ + V_i^-)$$

式中

$$|V_1^+| = \left| \left(\frac{Z_0}{Z_0 + Z_S} V_S \right) \right|$$

$$|V_1^-| = |\Gamma_L| \left| \left(\frac{Z_0}{Z_0 + Z_S} V_S \right) \right|$$

$$|V_2^+| = |\Gamma_S| |\Gamma_L| \left| \left(\frac{Z_0}{Z_0 + Z_S} V_S \right) \right|$$

$$|V_2^-| = |\Gamma_S| |\Gamma_L|^2 \left| \left(\frac{Z_0}{Z_0 + Z_S} V_S \right) \right|$$



广义无耗传输线求解

式 (3.13) 可展开为

$$I(z) = I_1^+ - I_1^- + I_2^+ - I_2^- + \cdots = \sum_{i=1}^{\infty} (I_i^+ - I_i^-)$$

$z = 0$ 注入电流 $I^+(0) = \frac{V_s}{Z_0 + Z_s}$



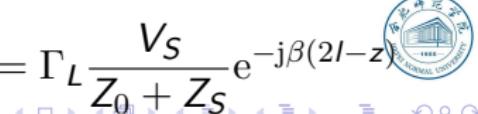
正行至 z $I_1^+ = \frac{V_s}{Z_0 + Z_s} e^{-j\beta z}$



正行至终端 $I^+(l) = \frac{V_s}{Z_0 + Z_s} e^{-j\beta l}$



经负载反射后，再反行至 z $I_1^- = e^{-j\beta(l-z)} = \Gamma_L \frac{V_s}{Z_0 + Z_s} e^{-j\beta(2l-z)}$



广义无耗传输线求解

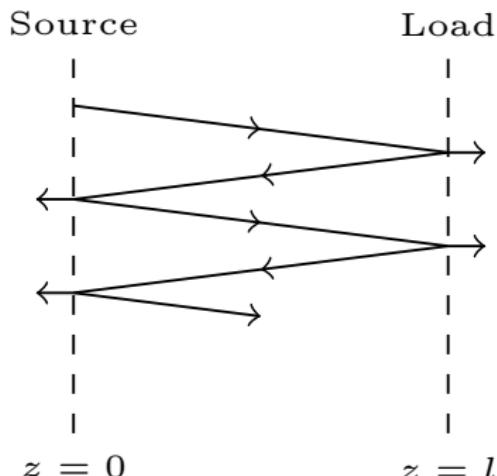
再反行至源端

$$I^-(0) = \Gamma_L \frac{V_S}{Z_0 + Z_S} e^{-j2\beta l}$$



经源端反射后，再正行到 z

$$I_2^+(0) = \Gamma_S \Gamma_L \frac{V_S}{Z_0 + Z_S} e^{-j\beta(2l+z)}$$



广义无耗传输线求解

两端均匹配

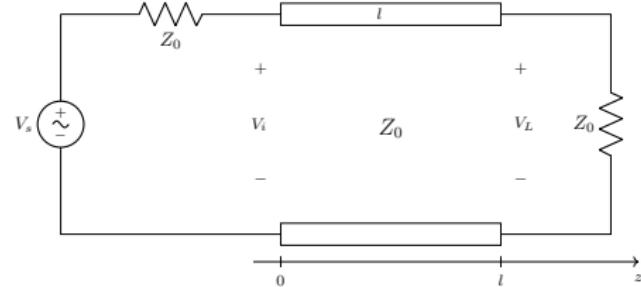
$$Z_S = Z_L = Z_0 \quad \Gamma_S = \Gamma_L = 0$$

$$V(z) = \frac{V_S}{2} e^{-j\beta z} \quad I(z) = \frac{V_S}{2Z_0} e^{-j\beta z}$$

源端($z = 0$)

$$V(0) = V_i = \frac{V_S}{2} \quad I(0) = I_i = \frac{V_S}{2Z_0}$$

$$|V_0^+| = |V_i| = |V_L| = |V(z)| = \frac{V_S}{2}$$
$$|I_0^+| = |I_i| = |I_L| = |I(z)| = \frac{V_S}{2Z_0}$$



负载端($z = l$)

$$V(l) = V_L = \frac{V_S}{2} e^{-j\beta l}$$

$$I(l) = I_L = \frac{V_S}{2Z_0} e^{-j\beta l}$$

传输线上不存在驻波，沿线各处的电压和电流幅度均相等



广义无耗传输线求解

仅源端匹配

$$Z_S = Z_0, Z_L \neq Z_0 \quad \Gamma_S = 0, \Gamma_L \neq 0$$

$$V(z) = \frac{V_s}{2} e^{-j\beta z} (1 + \Gamma_L e^{-j2\beta(l-z)})$$

$$I(z) = \frac{V_S}{2Z_0} e^{-j\beta z} (1 - \Gamma_L e^{-j2\beta(l-z)})$$

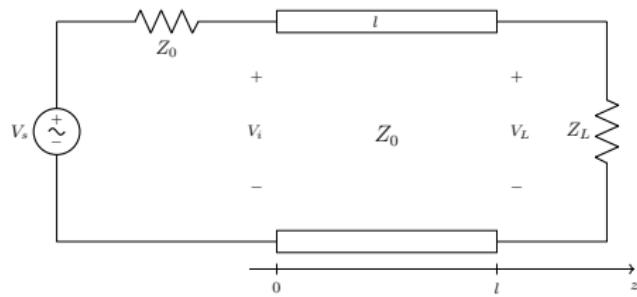
源端($z = 0$)

$$V(0) = V_i = \frac{V_s}{2}(1 + \Gamma_L e^{-j2\beta I})$$

$$I(0) = I_i = \frac{V_S}{2Z_0} (1 - \Gamma_L e^{-j2\beta L})$$

负载端($z = l$)

$$V(I) = V_L = \frac{V_S}{2} e^{-j\beta I} (1 + \Gamma_L) \quad I(I) = I_L = \frac{V_S}{2Z_0} e^{-j\beta I} (1 - \Gamma_L)$$



广义无耗传输线求解

仅负载端匹配

$$Z_S \neq Z_0, Z_L = Z_0 \quad \Gamma_S \neq 0, \Gamma_L = 0$$

$$V(z) = \frac{V_S}{2} e^{-j\beta z} \quad I(z) = \frac{V_S}{2Z_0} e^{-j\beta z}$$

源端($z = 0$)

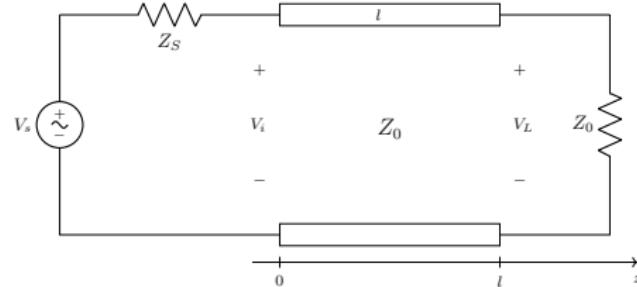
$$V(0) = V_i = \frac{V_S Z_0}{Z_0 + Z_S}$$

$$I(0) = I_i = \frac{V_S}{Z_0 + Z_S}$$

负载端($z = l$)

$$V(l) = V_L = \frac{Z_0 V_S}{Z_0 + Z_S} e^{-j\beta l}$$

$$I(l) = I_L = \frac{V_S}{Z_0 + Z_S} e^{-j\beta l}$$



$$V_i = V_L e^{j\beta l}$$

$$V(z) = V_L e^{-j\beta(z-l)}$$

$$I_i = I_L e^{j\beta l}$$

$$I(z) = I_L e^{-j\beta(z-l)}$$

沿线各处的电压和电流相位随线长而变化，幅度不变。



目录

- ① 第1章 绪论
- ② 第2章 从低频电路到微波分析
- ③ 第3章 分布电路与传输线理论
- ④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配



Smith 圆图是 1939 年由 Phillip Smith 在贝尔电话实验室工作时开发的,Smith 圆图全面反映了反射系数与阻抗/导纳之间的相互换算关系,求解传输线问题是非常有用的。主要用在以下方面:

- 无耗传输线的分析
- 传输线的阻抗匹配



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

③ 第3章 分布电路与传输线理论

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配

- Smith 圆图

- 阻抗匹配
- 支节匹配器
- $\lambda/4$ 阻抗变换器
- 小反射理论
- 二项式（最大平坦特性）多节阻抗变换器
- 切比雪夫（等波纹特性）多节阻抗变换器
- 漸变传输线



Smith 圆图的基本构成

上一章分析都是围绕如下公式及相互关系展开的：

$$Z_{in}(d) = \frac{V_L \cosh \gamma d + I_L Z_0 \sinh \gamma d}{I_L \cosh \gamma d + \frac{V_L \sinh \gamma d}{Z_0}} = Z_0 \frac{Z_L + Z_0 \tanh \gamma d}{Z_0 + Z_L \tanh \gamma d}$$

无耗传输线: $= Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan \beta d}{Z_0 + jZ_L \tan \beta d}$

$$\begin{aligned}\Gamma_L &= \frac{A_2}{A_1} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \\ &= \left| \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right| e^{j\phi_L} \\ &= |\Gamma_L| e^{j\phi_L}\end{aligned}$$

$$\rho = VSWR = \frac{|V|_{\max}}{|V|_{\min}} = \frac{1 + |\Gamma_L|}{1 - |\Gamma_L|}$$



Smith 圆图的基本构成

① 圆图概念

- 圆图是求解均匀传输线有关阻抗计算和阻抗匹配问题的一类曲线坐标图；
- 图上有两组坐标曲线：归一化阻抗或者导纳的实部和虚部的等值线簇，与反射系数的模和辐角的等值线簇；
- 所有这些等值线簇都是圆或圆弧（直线是圆的特例），故称为阻抗圆图或者导纳圆图，简称圆图。

$$z(d) = \frac{Z(d)}{Z_0} = \frac{1 + \Gamma(d)}{1 - \Gamma(d)} \quad \text{or} \quad \Gamma(d) = \frac{z(d) - 1}{z(d) + 1}$$

$$z(d) = r(d) + jx(d) = |z|e^{j\theta}$$

$$\Gamma(d) = \Gamma_{\text{Re}}(d) + j\Gamma_{\text{Im}}(d) = |\Gamma(d)|e^{j\phi(d)}$$



Smith 圆图的基本构成

② Smith 圆图

- Smith 圆图是通过双线性变换式，将 z 复平面上的 $r = \text{常数}$ 和 $x = \text{常数}$ 的二簇相互正交的直线分别转换成 Γ 复平面上的二簇相互正交的圆，并同 Γ 极坐标等值线簇 $|\Gamma| = \text{常数}$ 和 $\phi = \text{常数}$ 套印在一起而得到的圆图。
- 该图表是由 Phillip Smith 于 1939 年发明的，当时他在美国的 RCA 公司工作。Smith 也许不是图表的第一位发明者，一位名叫 Kurakawa 的日本工程师声称早于其一年发明了这种图表。

$$z(d) = \frac{Z(d)}{Z_0} = \frac{1 + \Gamma(d)}{1 - \Gamma(d)} \quad \text{or} \quad \Gamma(d) = \frac{z(d) - 1}{z(d) + 1}$$
$$z(d) = r(d) + jx(d) = |z|e^{j\theta}$$
$$\Gamma(d) = \Gamma_{\text{Re}}(d) = j\Gamma_{\text{Im}}(d) = |\Gamma(d)|e^{j\phi(d)}$$



Smith 圆图的基本构成

- 阻抗圆图

阻抗圆图是由等反射系数圆和归一化等阻抗圆组成。

- ① 等反射系数圆

距离终端 d 处的反射系数为

$$\Gamma(d) = |\Gamma|e^{j\phi(d)} = |\Gamma_L|e^{j(\phi_L - 2\beta d)} = \Gamma_{\text{Re}} + j\Gamma_{\text{Im}}$$

表明，在复平面上等反射系数模 $|\Gamma|$ 的轨迹是以坐标原点为圆心、 $|\Gamma_L|$ 为半径的圆，这个圆称为等反射系数 $|\Gamma|$ 圆。由于反射系数的模与驻波比是一一对应的，故又称为等驻波比圆。

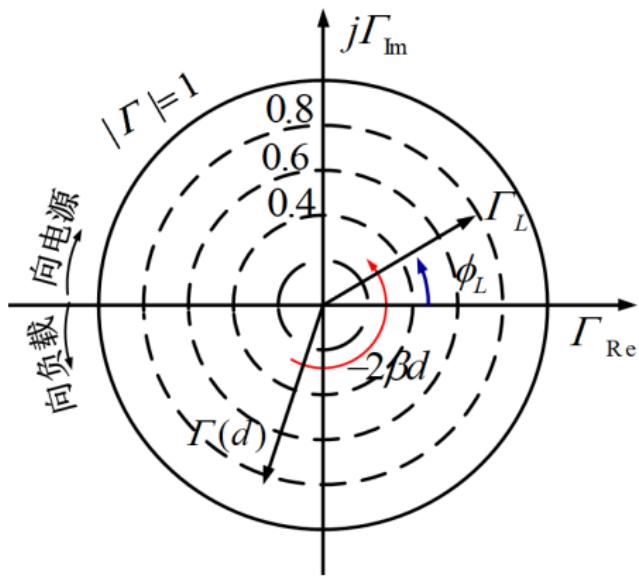


Smith 圆图的基本构成

线上移动的距离与转动角度之间的关系为

$$\begin{aligned}\Gamma(d) &= |\Gamma|e^{j\phi} \\ &= |\Gamma_L|e^{j(\phi_L - 2\beta d)} \\ \Delta\phi &= 2\beta\Delta d \\ &= \frac{4\pi}{\lambda}\Delta d\end{aligned}$$

为了使用方便，有的圆图上标有两个方向的波长数数值，如图所示。向负载方向移动读里圈读数，向波源方向移动读外圈读数。

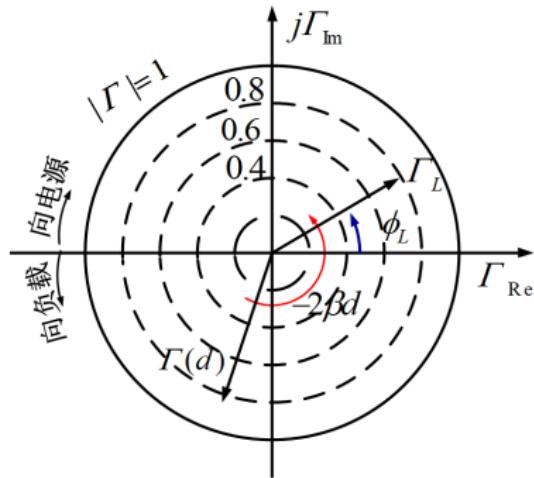


图：反射系数圆

Smith 圆图的基本构成

相角相等的反射系数的轨迹是单位圆内的径向线

线上移动长度 $\lambda/2$ 时，对应反射系数矢量转动一周。一般转动的角度用波长数（或电长度） $\Delta d/\lambda$ 表示，目标度波长数的零点位置通常选在 $\phi = \pi$ 处。



图：等反射系数圆的波长数标度

$\phi = 0$ 的径向线为各种不同负载阻抗情况下电压波腹点反射系数的轨迹；
 $\phi = \pi$ 的径向线为各种不同负载阻抗情况下电压波节点反射系数的轨迹。

Smith 圆图的基本构成

- 阻抗圆图

- ② 归一化阻抗圆

$$z_{in}(d) = \frac{Z_{in}(d)}{Z_0} = \frac{1 + \Gamma(d)}{1 - \Gamma(d)}$$

$$\begin{aligned} z_{in}(d) &= \frac{1 + (\Gamma_{\text{Re}} + j\Gamma_{\text{Im}})}{1 - (\Gamma_{\text{Re}} + j\Gamma_{\text{Im}})} \\ &= \frac{1 - (\Gamma_{\text{Re}}^2 + \Gamma_{\text{Im}}^2)}{(1 - \Gamma_{\text{Re}})^2 + \Gamma_{\text{Im}}^2} + j \frac{2\Gamma_{\text{Im}}}{(1 - \Gamma_{\text{Re}})^2 + \Gamma_{\text{Im}}^2} = r + jx \end{aligned}$$

$$\left(\Gamma_{\text{Re}} - \frac{r}{r+1}\right)^2 + \Gamma_{\text{Im}}^2 = \frac{1}{(r+1)^2} \quad \text{归一化电阻轨迹方程}$$

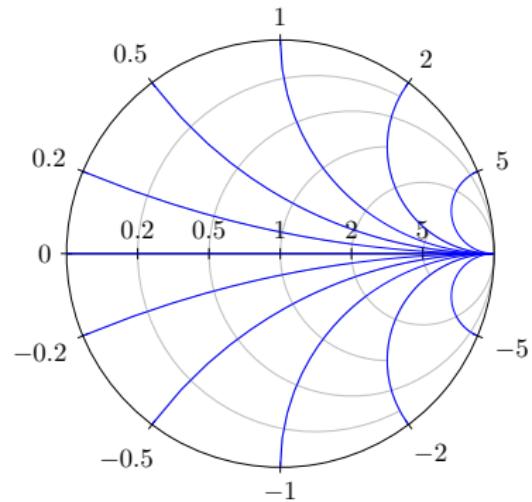
$$(\Gamma_{\text{Re}} - 1)^2 + \left(\Gamma_{\text{Im}} - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(\frac{1}{x}\right)^2 \quad \text{归一化电抗轨迹方程}$$

特征参数，是形成统一 Smith 圆图的最关键点，它包含了阻抗归一和电长度归一。



Smith 圆图的基本构成

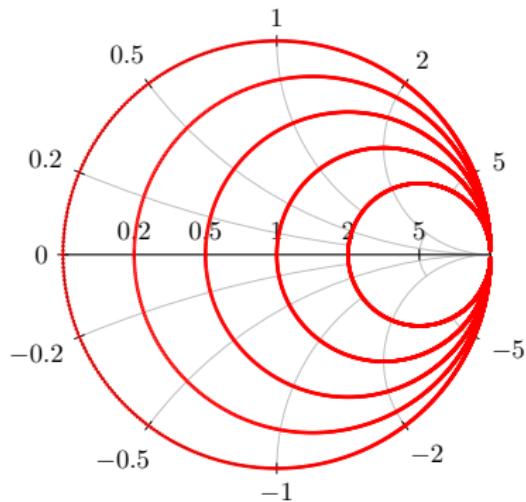
$$(\Gamma_{\text{Re}} - 1)^2 + \left(\Gamma_{\text{Im}} - \frac{1}{x} \right)^2 = \left(\frac{1}{x} \right)^2$$



图：归一化电抗圆



Smith 圆图的基本构成



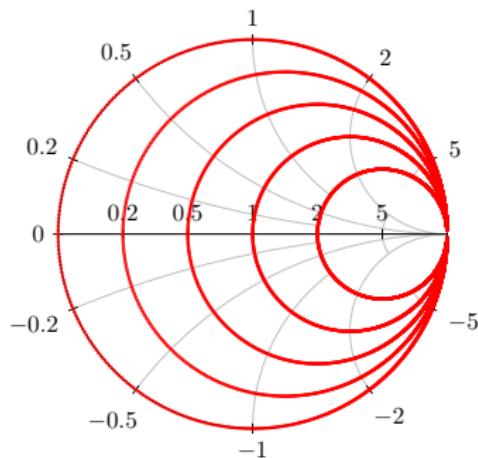
$$\left(\Gamma_{\text{Re}} - \frac{r}{r+1} \right)^2 + \Gamma_{\text{Im}}^2 = \frac{1}{(r+1)^2}$$

图: 归一化电阻圆



Smith 圆图的基本构成

电阻圆始终和直线 $\Gamma_r = 1$ 相切



| r | 圆心坐标 | | 半径 $(\frac{1}{1+r})$ |
|---|----------------------------|----------------|----------------------|
| | $\Gamma_r = \frac{r}{1+r}$ | $\Gamma_i = 0$ | |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1/2 | 0 | 1/2 |
| 2 | 2/3 | 0 | 1/3 |

图: 归一化电阻圆

$$\left(\Gamma_{\text{Re}} - \frac{r}{r+1} \right)^2 + \Gamma_{\text{Im}}^2 = \frac{1}{(r+1)^2}$$

Smith 圆图的基本构成

电抗圆圆心坐标和半径

$$(\Gamma_{\text{Re}} - 1)^2 + \left(\Gamma_{\text{Im}} - \frac{1}{x} \right)^2 = \left(\frac{1}{x} \right)^2$$

| x | 圆心坐标 | | 半径 ($\frac{1}{x}$) |
|-----------|----------------|--------------------------|----------------------|
| | $\Gamma_r = 1$ | $\Gamma_i = \frac{1}{x}$ | |
| 0 | 1 | ∞ | ∞ |
| ± 0.5 | 1 | ± 2 | 2 |
| ± 1 | 1 | ± 1 | 1 |

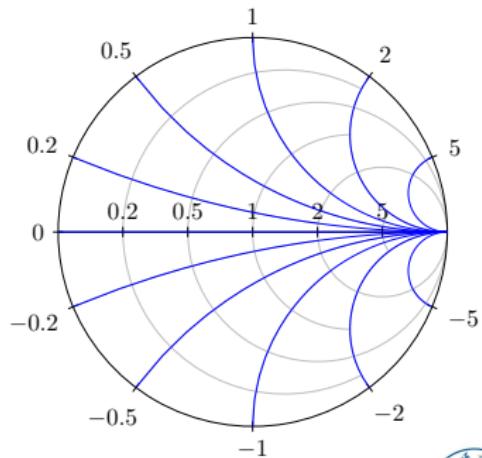
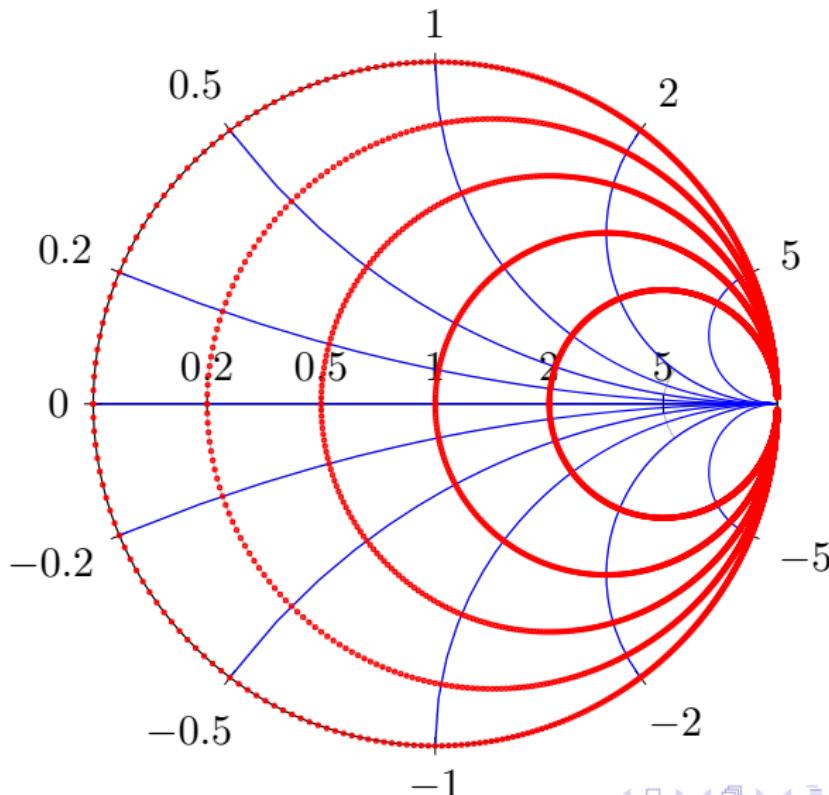


图: 归一化电抗圆

Smith 圆图的基本构成

将等电阻圆和等电抗圆绘制在同一张图上，得到阻抗圆图。



Smith 圆图的特点

阻抗圆图有如下几个特点

- 圆图上有三个特殊点：

匹配点 (O 点)

其坐标为 $(0,0)$

$r = 1, x = 0$

$|\Gamma| = 0, \rho = 1$

短路点 (C 点)

其坐标为 $(-1,0)$

$r = 0, x = 0, |\Gamma| = 1$

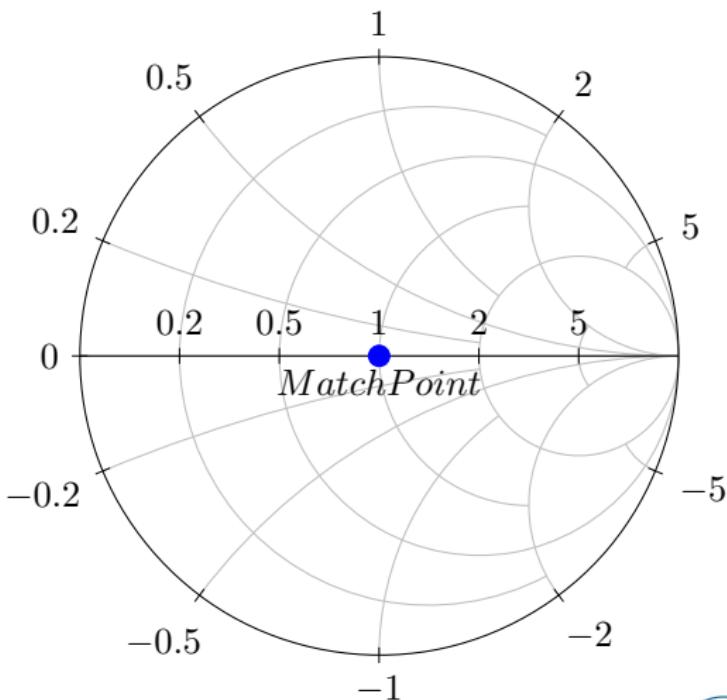
$\rho = \infty, \phi = \pi$

开路点 (D 点)

其坐标为 $(1,0)$

$r = \infty, x = \infty, |\Gamma| = 1$

$\rho = \infty, \phi = 0$



Smith 圆图的特点

阻抗圆图有如下几个特点

- 圆图上有三个特殊点：

匹配点 (0 点)

其坐标为 $(0,0)$

$$r = 1, x = 0$$

$$|\Gamma| = 0, \rho = 1$$

短路点 (C 点)

其坐标为 $(-1, 0)$

$$r=0, x=0, |\Gamma|=1$$

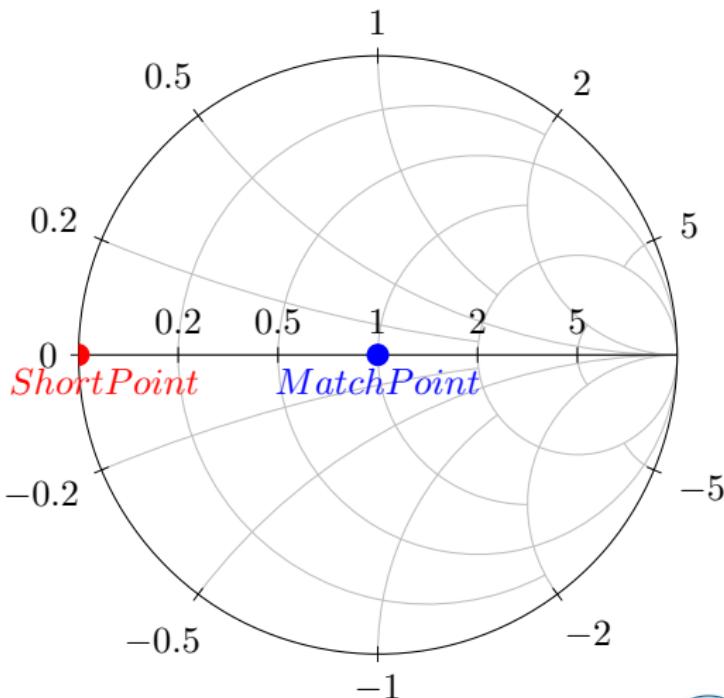
$$\rho = \infty, \phi = \pi$$

开路点 (D 点)

其坐标为(1,0)

$$r = \infty, x = \infty, |\Gamma| = 1$$

$$\rho = \infty, \phi = 0$$



Smith 圆图的特点

阻抗圆图有如下几个特点

- 圆图上有三个特殊点：

匹配点 (○ 点)

其坐标为 $(0,0)$

$$r = 1, x = 0$$

$$|\Gamma| = 0, \rho = 1$$

短路点 (C 点)

其坐标为 $(-1, 0)$

$$r=0, x=0, |\Gamma|=1$$

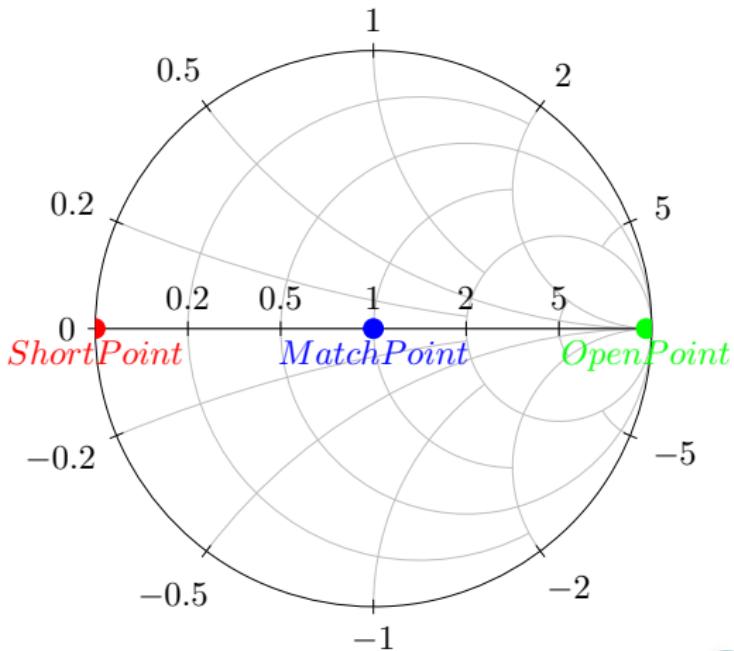
$$\rho = \infty, \phi = \pi$$

开路点 (D 点)

其坐标为(1,0)

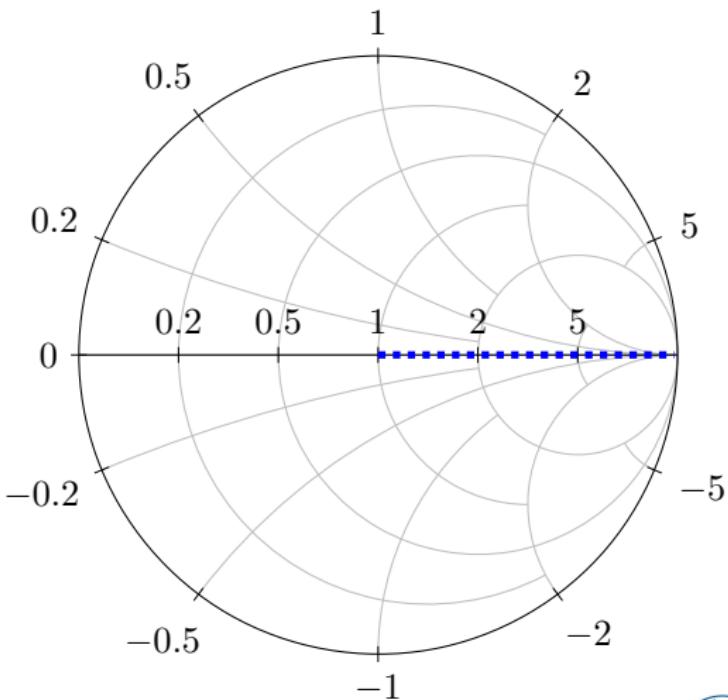
$$r = \infty, x = \infty,$$

$$\rho = \infty, \phi = 0$$



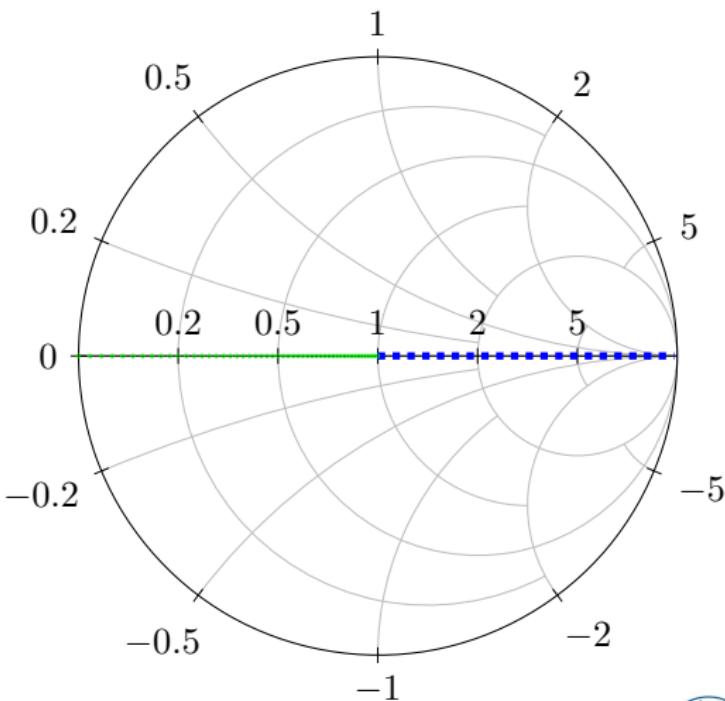
Smith 圆图的特点

- 圆图上有三条特殊线：
圆图上实轴为 $x = 0$ 的轨迹，
正半实轴为电压波腹点的轨迹，线上 R 值为驻波比读数。
负半实轴为电压波节点的轨迹，线上的 R 值为行波系数 K 的读数。
最外面的单位圆为 $R = 0$ 的纯电抗轨迹，即为 $|\Gamma| = 1$ 的全反射系数圆的轨迹。
- 圆上有两个特殊面圆图实轴以上的上半平面是**感性**阻抗的轨迹；实轴以下的下半平面是**容性**阻抗的轨迹。



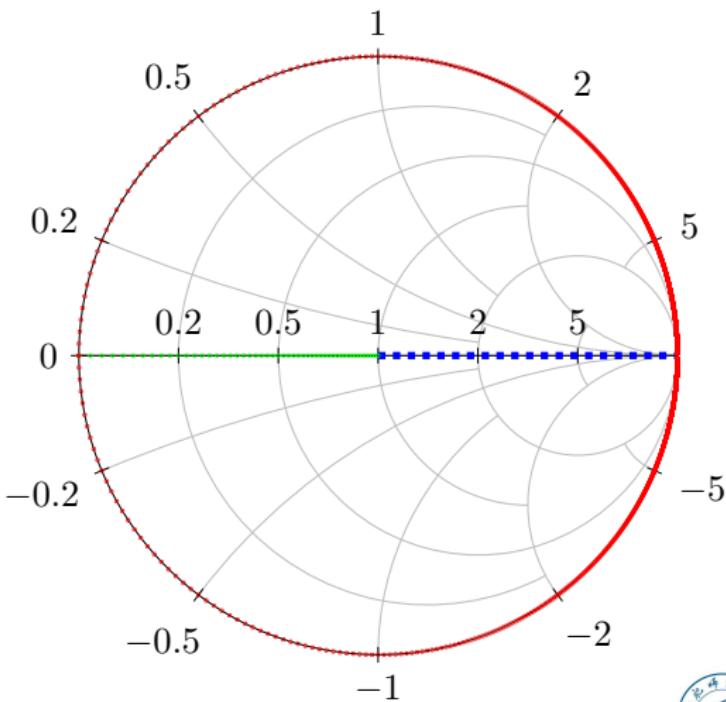
Smith 圆图的特点

- 圆图上有三条特殊线：
圆图上实轴为 $x = 0$ 的轨迹，
正半实轴为电压波腹点的轨迹，线上 R 值为驻波比读数。
负半实轴为电压波节点的轨迹，线上的 R 值为行波系数 K 的读数。
最外面的单位圆为 $R = 0$ 的纯电抗轨迹，即为 $|\Gamma| = 1$ 的全反射系数圆的轨迹。
- 圆上有两个特殊面圆图实轴以上的上半平面是**感性**阻抗的轨迹；实轴以下的下半平面是**容性**阻抗的轨迹。



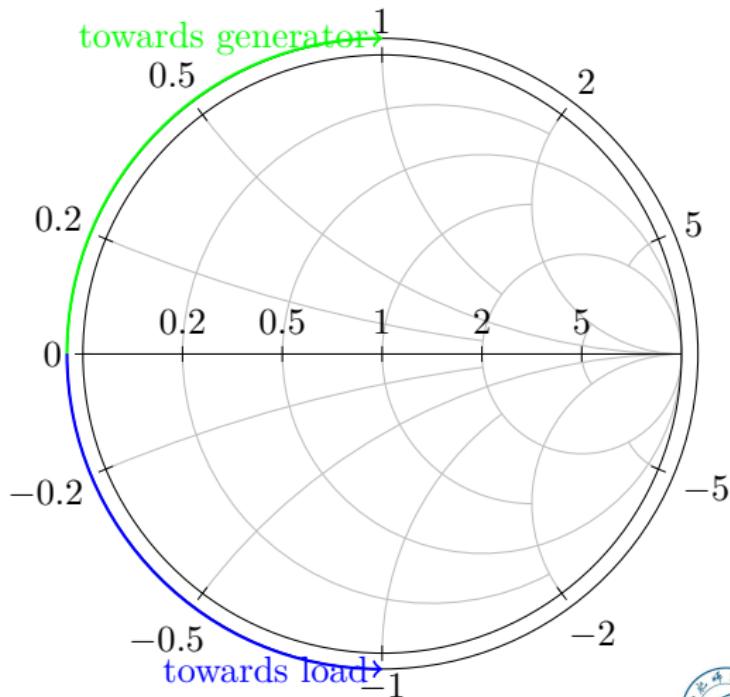
Smith 圆图的特点

- 圆图上有三条特殊线：
圆图上实轴为 $x = 0$ 的轨迹，
正半实轴为电压波腹点的轨迹，线上 R 值为驻波比读数。
负半实轴为电压波节点的轨迹，线上的 R 值为行波系数 K 的读数。
最外面的单位圆为 $R = 0$ 的纯电抗轨迹，即为 $|\Gamma| = 1$ 的全反射系数圆的轨迹。
- 圆上有两个特殊面圆图实轴以上的上半平面是**感性**阻抗的轨迹；实轴以下的下半平面是**容性**阻抗的轨迹。



Smith 圆图的特点

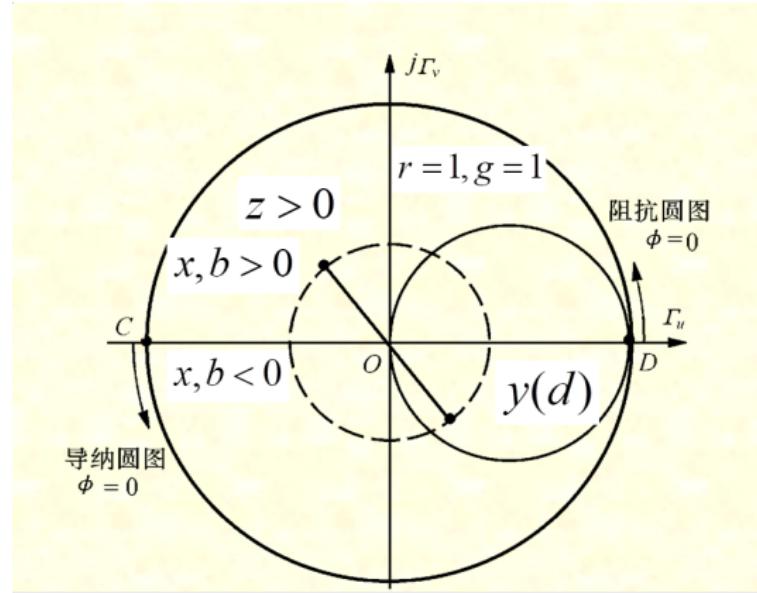
- 圆图上有两个旋转方向，在传输线上向负载方向移动时，则在圆图上沿等反射系数圆逆时针方向旋转；反之，在传输线上向波源方向移动时，则在圆图上沿等反射系数圆顺时针方向旋转。
- 圆图上任意一点对应四个参数： $x, r, |\Gamma|$ 和 ϕ ，知道前两个参数或后两个参数均可确定该点在圆图上的位置。
- 若传输线上某一位置对应于圆图上的 A 点，则 A 点的读数即为该位置的输入阻抗归一化值 $r = jx$ ；若关于 O 点的 A 点对称点为 B 点，则 B 点的读数即为该位置的输入导纳归一化值 $g + jb$ 。



Smith 圆图的特点

使用圆图应注意以下特点

- 当圆图作为阻抗圆图时，相角为 0 的反射系数位于 OD 上，相角增大，反射系数矢量沿逆时针方向转动；当圆图作为导纳圆图时，相角为 0 的反射系数位于 OC 上，相角增大，反射系数矢量仍沿逆时针方向转动。
- 与阻抗圆图相反，作为导纳圆图使用时，D 点为短路点，C 点为开路点，线段 OD 为电压波节点归一化阻抗的轨迹，线段 OC 为电压波腹点归一化阻抗的轨迹。
- $z(d)$ 与 $y(d)$ 在同一反射系数圆上，相应位置差 180°



阻抗圆图与导纳圆图的关系



Smith 圆图的应用

Smith 圆图的基本功能

| | |
|---|---|
| 1 | 已知阻抗 Z , 求导纳 Y (或逆问题) |
| 2 | 已知阻抗 Z , 求反射系数 Γ 和 ρ (或逆问题) |
| 3 | 已知阻抗 Z 和 ϕ 求输入阻抗 Z_{in} (或逆问题) |
| 4 | 已知驻波比和最小点 d_{min} , 求 Z_{in} |



Smith 圆图的应用

例 1 特性阻抗 $Z_0 = 50\Omega$, 负载阻抗 $Z_L = 100 + j50\Omega$, 求距负载 0.24λ 处输入阻抗。

解: 归一化负载阻抗 $z_L = 2 + j1$

1) 向电源方向旋转 0.213λ

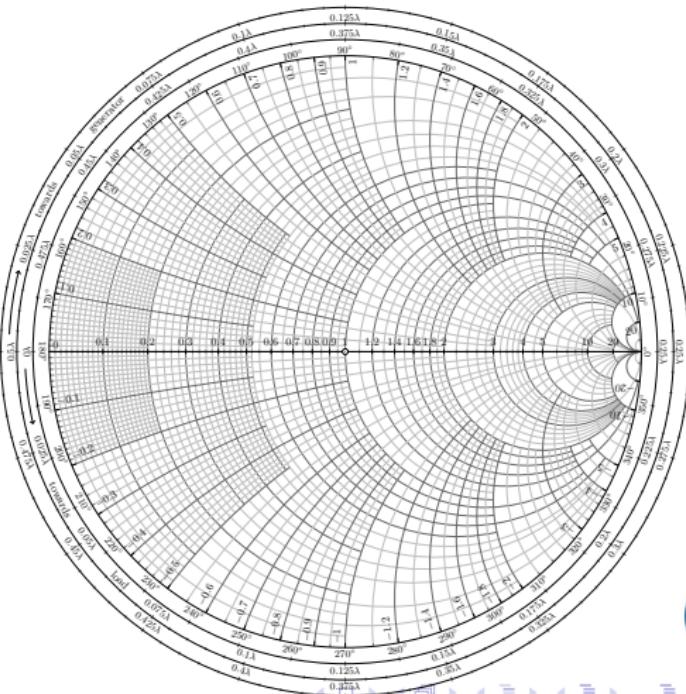
$$\phi = \arctan(1/2)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda/2} = \frac{\pi - \phi}{l}$$

$$l = (\pi - 0.4636)\lambda/4\pi \\ = 0.213\lambda$$

2) 旋转 0.24λ 到 z_{in}

$$z_{in} = 0.42 - j0.25 \rightarrow \times 50 \\ \rightarrow 21 - j12.5\Omega$$



Smith 圆图的应用

例 1 特性阻抗 $Z_0 = 50\Omega$, 负载阻抗 $Z_L = 100 + j50\Omega$, 求距负载 0.24λ 处输入阻抗。

解: 归一化负载阻抗 $z_L = 2 + j1$

1) 向电源方向旋转 0.213λ

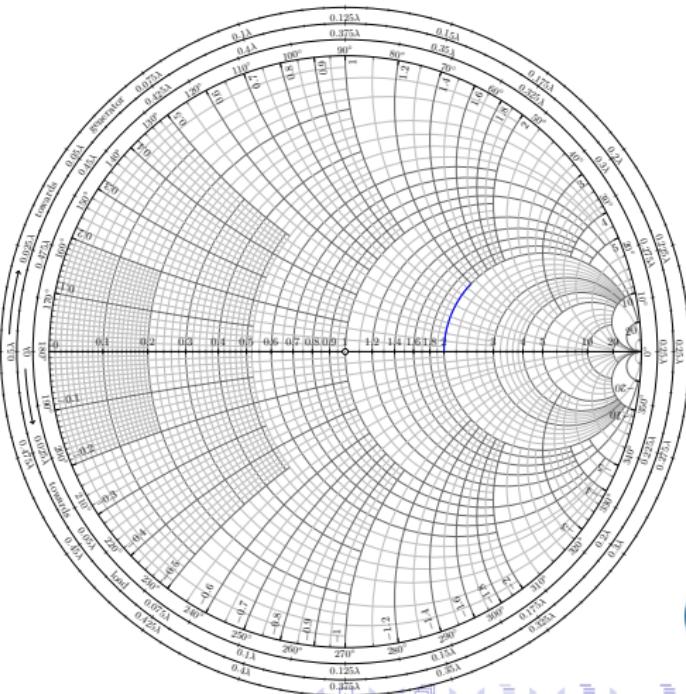
$$\phi = \arctan(1/2)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda/2} = \frac{\pi - \phi}{l}$$

$$l = (\pi - 0.4636)\lambda/4\pi \\ = 0.213\lambda$$

2) 旋转 0.24λ 到 z_{in}

$$z_{in} = 0.42 - j0.25 \rightarrow \times 50 \\ \rightarrow 21 - j12.5\Omega$$



Smith 圆图的应用

例 1 特性阻抗 $Z_0 = 50\Omega$, 负载阻抗 $Z_L = 100 + j50\Omega$, 求距负载 0.24λ 处输入阻抗。

解: 归一化负载阻抗 $z_L = 2 + j1$

1) 向电源方向旋转 0.213λ

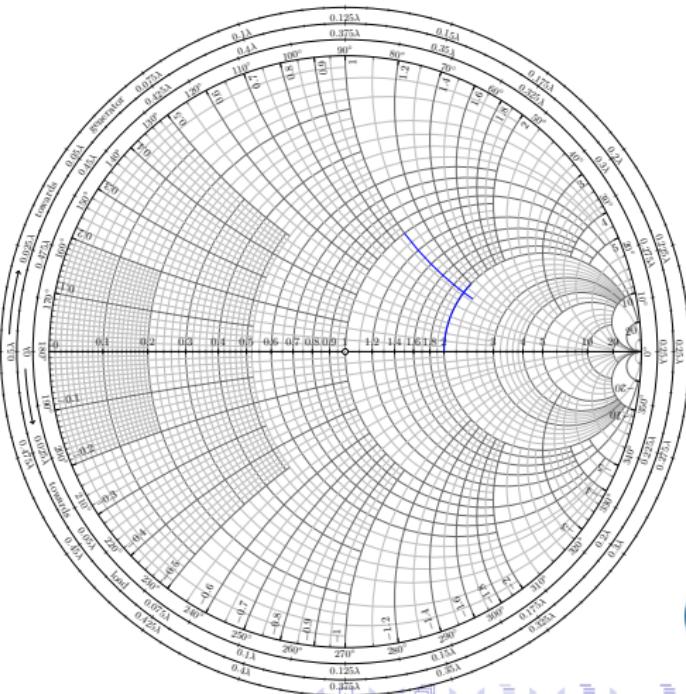
$$\phi = \arctan(1/2)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda/2} = \frac{\pi - \phi}{l}$$

$$l = (\pi - 0.4636)\lambda/4\pi \\ = 0.213\lambda$$

2) 旋转 0.24λ 到 z_{in}

$$z_{in} = 0.42 - j0.25 \rightarrow \times 50 \\ \rightarrow 21 - j12.5\Omega$$



Smith 圆图的应用

例 1 特性阻抗 $Z_0 = 50\Omega$, 负载阻抗 $Z_L = 100 + j50\Omega$, 求距负载 0.24λ 处输入阻抗。

解：归一化负载阻抗 $z_L = 2 + j1$

1) 向电源方向旋转 0.213λ

$$\phi = \arctan(1/2)$$

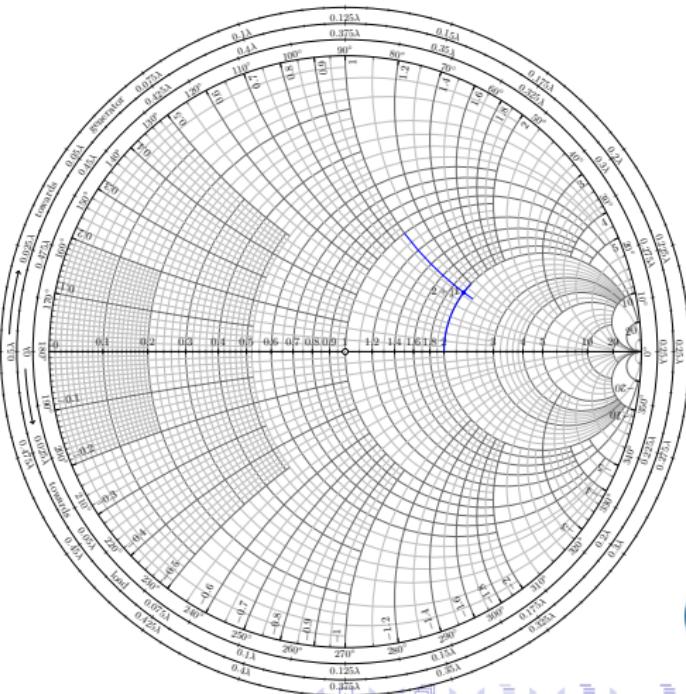
$$\frac{2\pi}{\lambda/2} = \frac{\pi - \phi}{l}$$

$$l = (\pi - 0.4636)\lambda/4\pi$$

$$= 0.213\lambda$$

2) 旋转 0.24λ 到 z_{in}

$$\begin{aligned} z_{in} &= 0.42 - j0.25 \rightarrow \times 50 \\ &\rightarrow 21 - j12.5\Omega \end{aligned}$$



Smith 圆图的应用

例 1 特性阻抗 $Z_0 = 50\Omega$, 负载阻抗 $Z_L = 100 + j50\Omega$, 求距负载 0.24λ 处输入阻抗。

解：归一化负载阻抗 $z_L = 2 + j1$

1) 向电源方向旋转 0.213λ

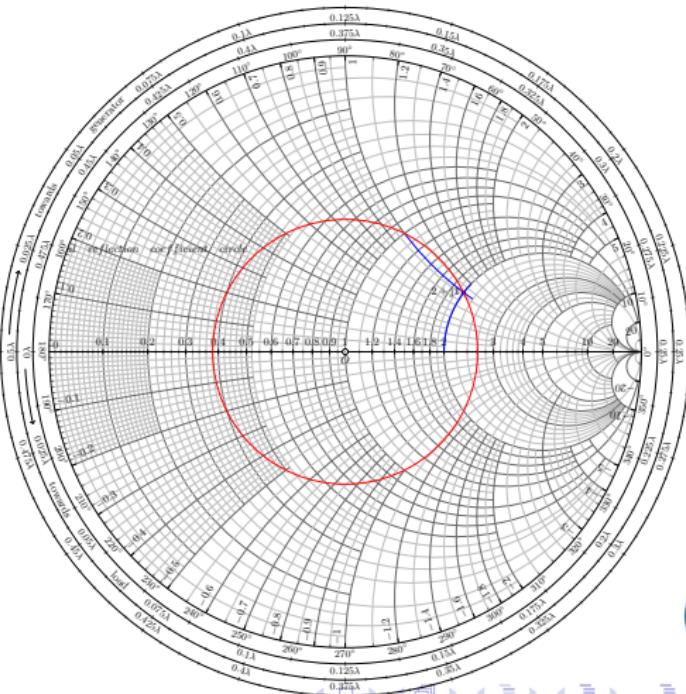
$$\phi = \arctan(1/2)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda/2} = \frac{\pi - \phi}{l}$$

$$l = (\pi - 0.4636)\lambda / 4\pi \\ = 0.213\lambda$$

2) 旋转 0.24λ 到 z_{in}

$$z_{in} = 0.42 - j0.25 \rightarrow \times 50 \\ \rightarrow 21 - j12.5\Omega$$



Smith 圆图的应用

例 1 特性阻抗 $Z_0 = 50\Omega$, 负载阻抗 $Z_L = 100 + j50\Omega$, 求距负载 0.24λ 处输入阻抗。

解：归一化负载阻抗 $z_L = 2 + j1$

1) 向电源方向旋转 0.213λ

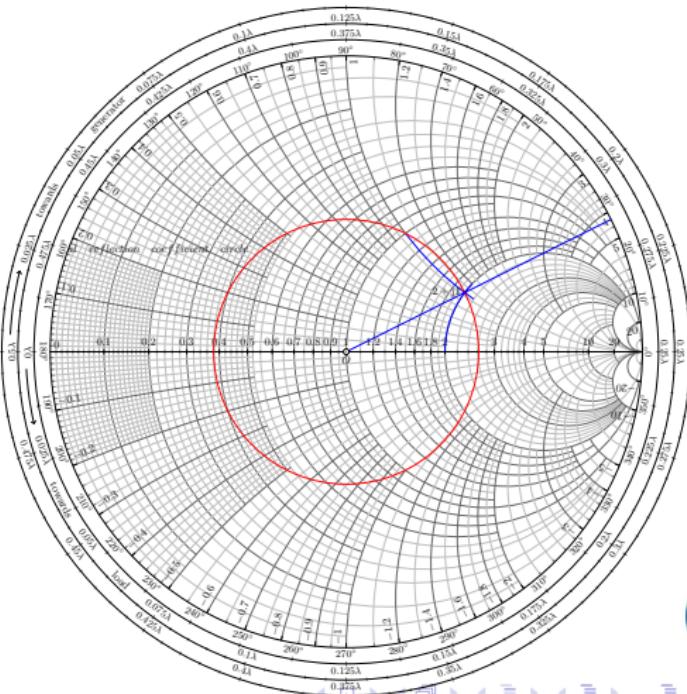
$$\phi = \arctan(1/2)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda/2} = \frac{\pi - \phi}{l}$$

$$l = (\pi - 0.4636)\lambda / 4\pi \\ = 0.213\lambda$$

2) 旋转 0.24λ 到 z_{in}

$$z_{in} = 0.42 - j0.25 \rightarrow \times 50 \\ \rightarrow 21 - j12.5\Omega$$



Smith 圆图的应用

例 1 特性阻抗 $Z_0 = 50\Omega$, 负载阻抗 $Z_L = 100 + j50\Omega$, 求距负载 0.24λ 处输入阻抗。

解：归一化负载阻抗 $z_L = 2 + j1$

1) 向电源方向旋转 0.213λ

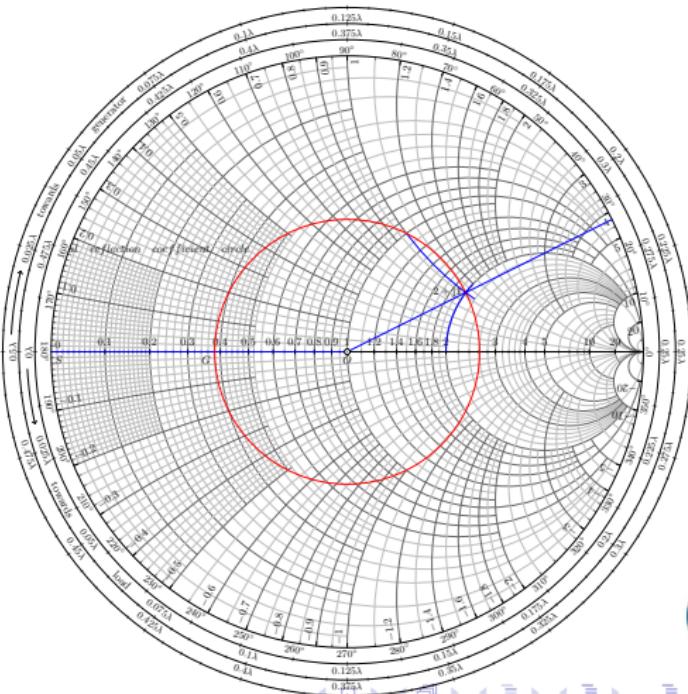
$$\phi = \arctan(1/2)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda/2} = \frac{\pi - \phi}{l}$$

$$l = (\pi - 0.4636)\lambda / 4\pi \\ = 0.213\lambda$$

2) 旋转 0.24λ 到 z_{in}

$$z_{in} = 0.42 - j0.25 \rightarrow \times 50 \\ \rightarrow 21 - j12.5\Omega$$



Smith 圆图的应用

例 1 特性阻抗 $Z_0 = 50\Omega$, 负载阻抗 $Z_L = 100 + j50\Omega$, 求距负载 0.24λ 处输入阻抗。

解：归一化负载阻抗 $z_L = 2 + j1$

1) 向电源方向旋转 0.213λ

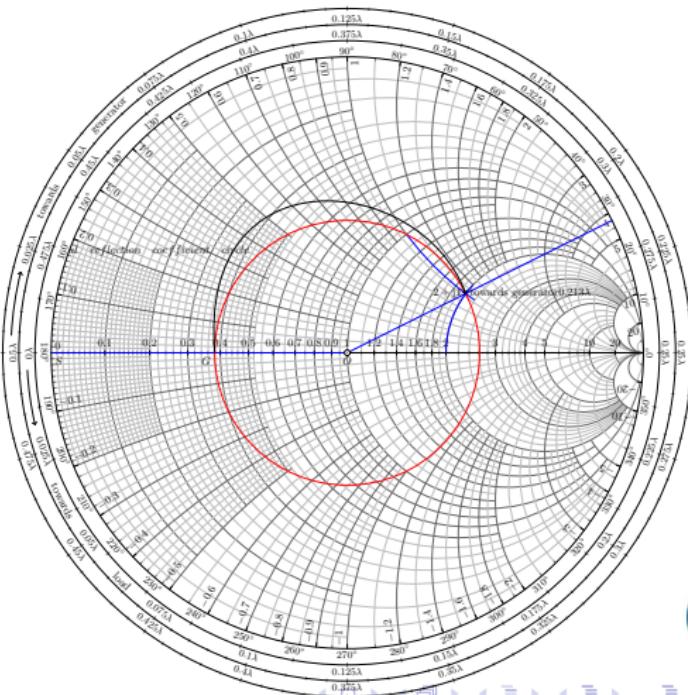
$$\phi = \arctan(1/2)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda/2} = \frac{\pi - \phi}{l}$$

$$l = (\pi - 0.4636)\lambda / 4\pi \\ = 0.213\lambda$$

2) 旋转 0.24λ 到 z_{in}

$$z_{in} = 0.42 - j0.25 \rightarrow \times 50 \\ \rightarrow 21 - j12.5\Omega$$



Smith 圆图的应用

例 1 特性阻抗 $Z_0 = 50\Omega$, 负载阻抗 $Z_L = 100 + j50\Omega$, 求距负载 0.24λ 处输入阻抗。

解：归一化负载阻抗 $z_L = 2 + j1$

1) 向电源方向旋转 0.213λ

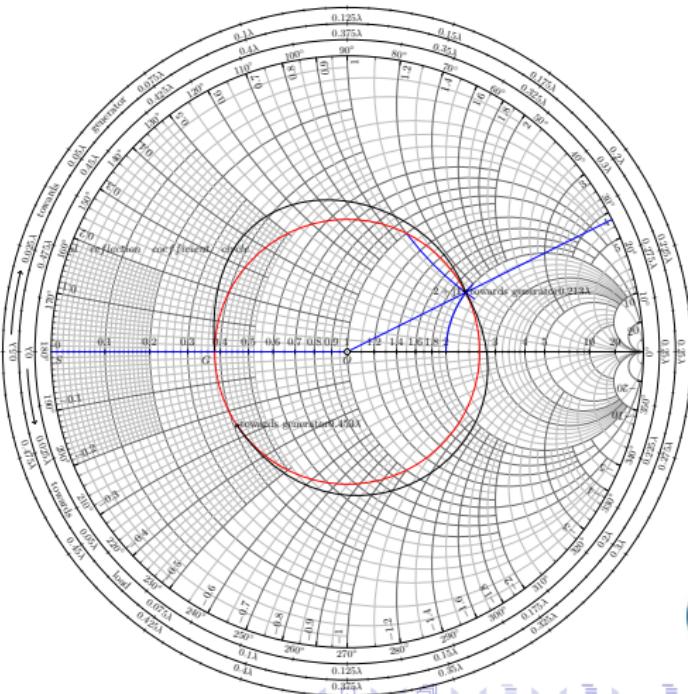
$$\phi = \arctan(1/2)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda/2} = \frac{\pi - \phi}{l}$$

$$l = (\pi - 0.4636)\lambda / 4\pi \\ = 0.213\lambda$$

2) 旋转 0.24λ 到 z_{in}

$$z_{in} = 0.42 - j0.25 \rightarrow \times 50 \\ \rightarrow 21 - j12.5\Omega$$



Smith 圆图的应用

例 1 特性阻抗 $Z_0 = 50\Omega$, 负载阻抗 $Z_L = 100 + j50\Omega$, 求距负载 0.24λ 处输入阻抗。

解：归一化负载阻抗 $z_L = 2 + j1$

1) 向电源方向旋转 0.213λ

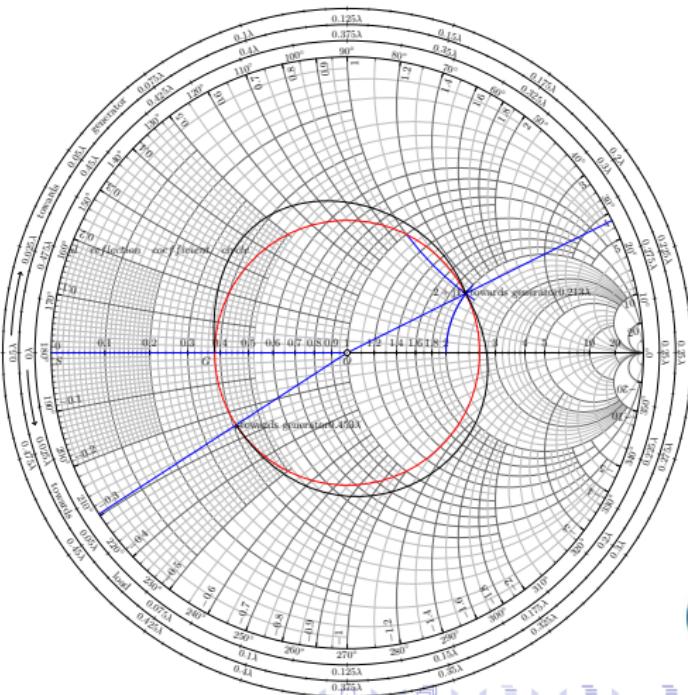
$$\phi = \arctan(1/2)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda/2} = \frac{\pi - \phi}{l}$$

$$l = (\pi - 0.4636)\lambda / 4\pi \\ = 0.213\lambda$$

2) 旋转 0.24λ 到 z_{in}

$$z_{in} = 0.42 - j0.25 \rightarrow \times 50 \\ \rightarrow 21 - j12.5\Omega$$



Smith 圆图的应用

例 1 特性阻抗 $Z_0 = 50\Omega$, 负载阻抗 $Z_L = 100 + j50\Omega$, 求距负载 0.24λ 处输入阻抗。

解：归一化负载阻抗 $z_L = 2 + j1$

1) 向电源方向旋转 0.213λ

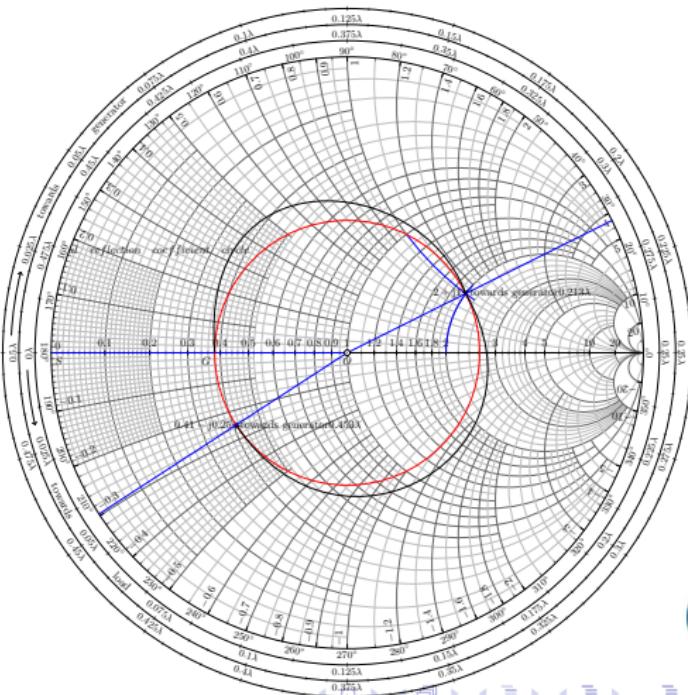
$$\phi = \arctan(1/2)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda/2} = \frac{\pi - \phi}{l}$$

$$l = (\pi - 0.4636)\lambda / 4\pi \\ = 0.213\lambda$$

2) 旋转 0.24λ 到 z_{in}

$$z_{in} = 0.42 - j0.25 \rightarrow \times 50 \\ \rightarrow 21 - j12.5\Omega$$

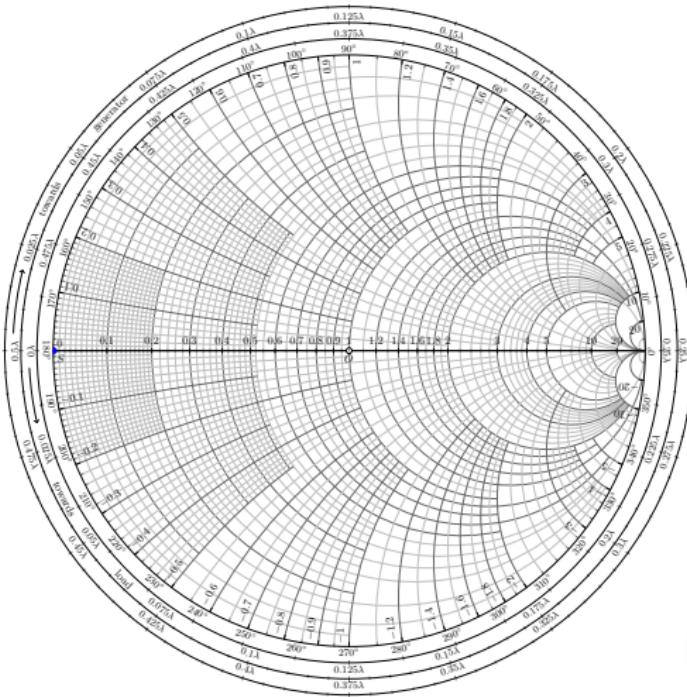


Smith 圆图的应用

例 2 已知无耗传输线的特征阻抗为 50Ω , 长度为 0.1λ , 终端短路, 求输入阻抗。

- 1) 先找出终端短路点 S
- 2) 向源方向旋转 0.1λ , 到圆图上 A 点, 读出 $x = 0.72$

$$\begin{aligned}Z_{in} &= Z_0 z_{in} = 50 \times j0.72 \\&= j36\Omega\end{aligned}$$

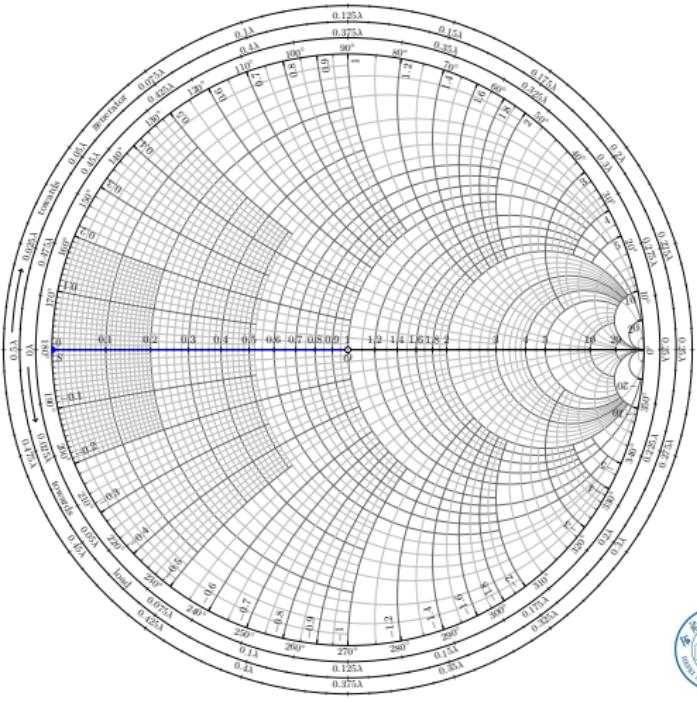


Smith 圆图的应用

例 2 已知无耗传输线的特征阻抗为 50Ω , 长度为 0.1λ , 终端短路, 求输入阻抗。

- 1) 先找出终端短路点 S
- 2) 向源方向旋转 0.1λ , 到圆图上 A 点, 读出 $x = 0.72$

$$\begin{aligned}Z_{in} &= Z_0 z_{in} = 50 \times j0.72 \\&= j36\Omega\end{aligned}$$

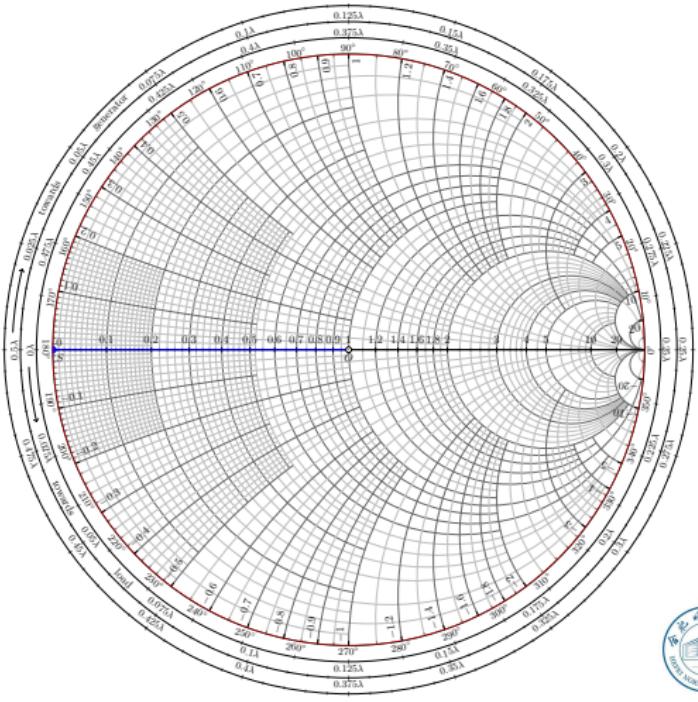


Smith 圆图的应用

例 2 已知无耗传输线的特征阻抗为 50Ω , 长度为 0.1λ , 终端短路, 求输入阻抗。

- 先找出终端短路点 S
 - 向源方向旋转 0.1λ , 到圆图上 A 点, 读出 $x = 0.72$

$$Z_{in} = Z_0 z_{in} = 50 \times j0.72 \\ = j36\Omega$$

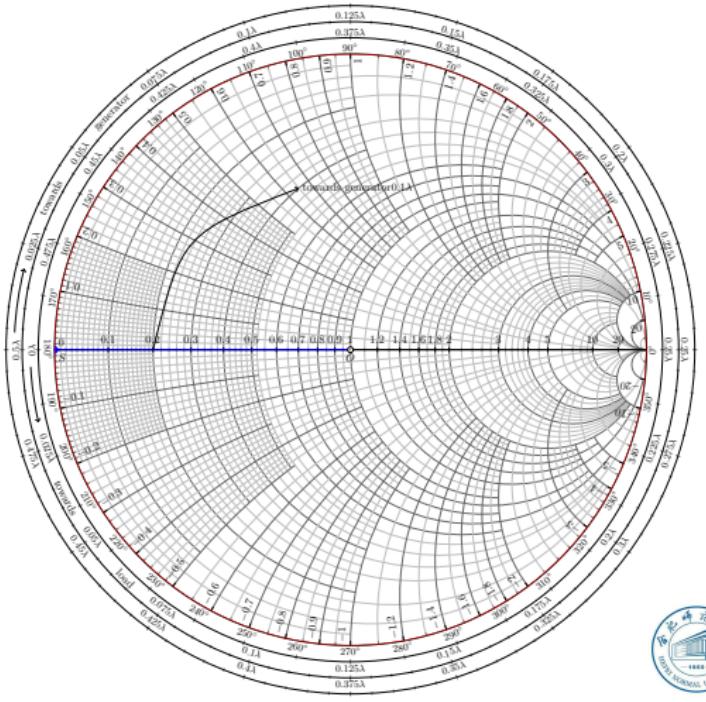


Smith 圆图的应用

例 2 已知无耗传输线的特征阻抗为 50Ω , 长度为 0.1λ , 终端短路, 求输入阻抗。

- 先找出终端短路点 S
 - 向源方向旋转 0.1λ , 到圆图上 A 点, 读出 $x = 0.72$

$$Z_{in} = Z_0 z_{in} = 50 \times j0.72 \\ = j36\Omega$$

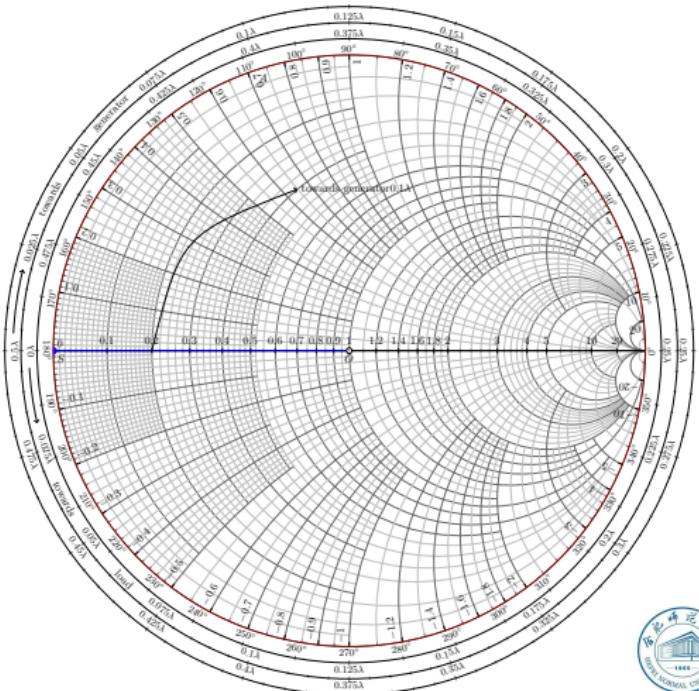


Smith 圆图的应用

例 2 已知无耗传输线的特征阻抗为 50Ω , 长度为 0.1λ , 终端短路, 求输入阻抗。

- 1) 先找出终端短路点 S
- 2) 向源方向旋转 0.1λ , 到圆图上 A 点, 读出 $x = 0.72$

$$\begin{aligned}Z_{in} &= Z_0 z_{in} = 50 \times j0.72 \\&= j36\Omega\end{aligned}$$

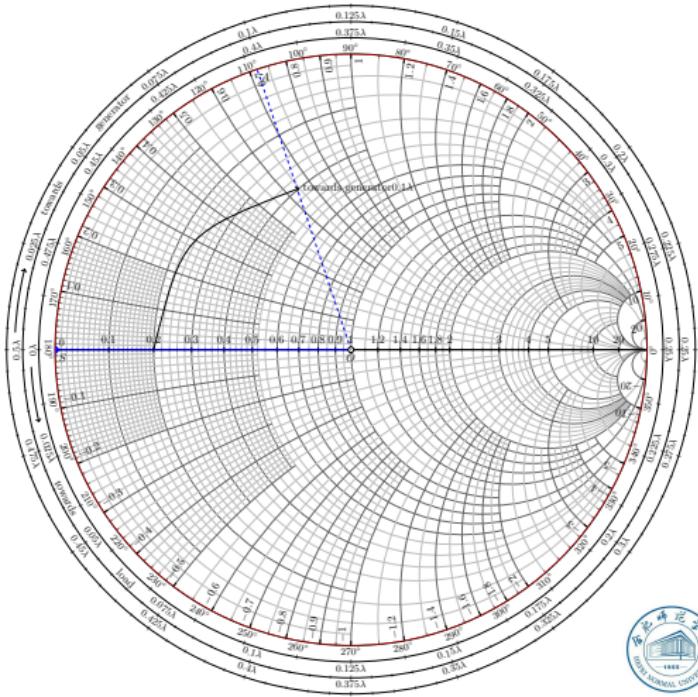


Smith 圆图的应用

例 2 已知无耗传输线的特征阻抗为 50Ω , 长度为 0.1λ , 终端短路, 求输入阻抗。

- 1) 先找出终端短路点 S
- 2) 向源方向旋转 0.1λ , 到圆图上 A 点, 读出 $x = 0.72$

$$\begin{aligned}Z_{in} &= Z_0 z_{in} = 50 \times j0.72 \\&= j36\Omega\end{aligned}$$

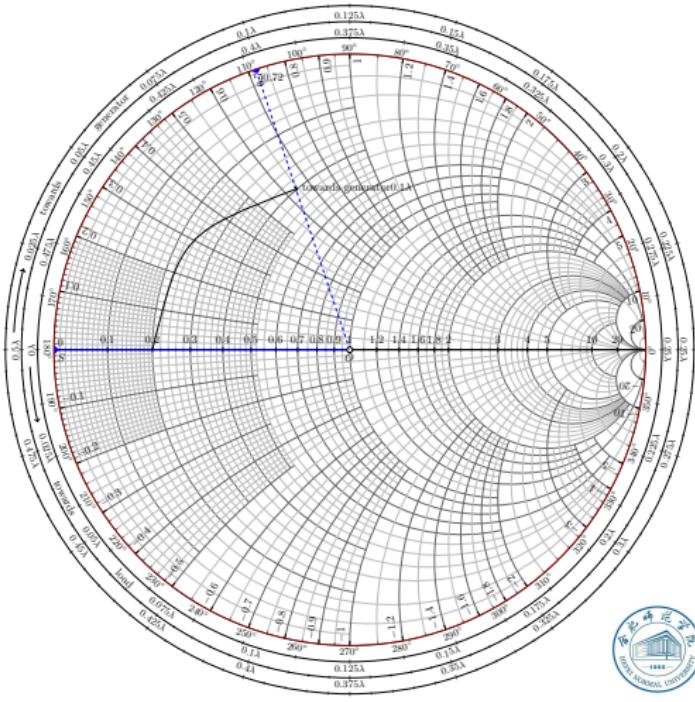


Smith 圆图的应用

例 2 已知无耗传输线的特征阻抗为 50Ω , 长度为 0.1λ , 终端短路, 求输入阻抗。

- 1) 先找出终端短路点 S
- 2) 向源方向旋转 0.1λ , 到圆图上 A 点, 读出 $x = 0.72$

$$\begin{aligned}Z_{in} &= Z_0 z_{in} = 50 \times j0.72 \\&= j36\Omega\end{aligned}$$



Smith 圆图的应用

例 3 已知无耗传输线的特征阻抗为 $Z_0 = 50\Omega$, 端接负载阻抗为 $Z_L = (85 + j30)\Omega$, 利用圆图求驻波比。

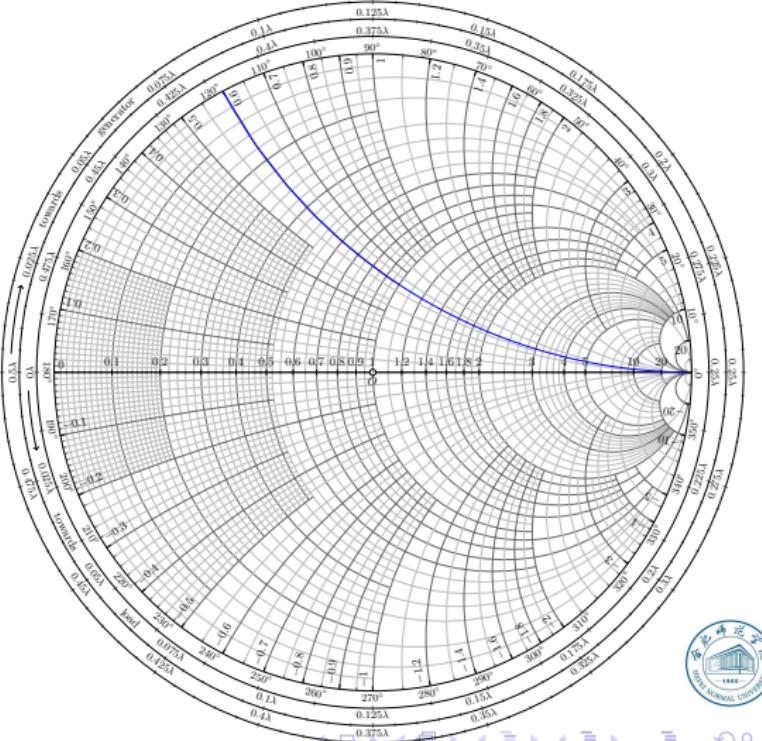
1) 首先对负载归一化

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 1.7 + j0.6$$

2) 在 Smith 圆图中确定负载位置 A 点:

$r = 1.7$, $x = 0.6$, 并画出负载所在的等反射系数圆

3) 由图读出与等反射系数圆相切的电阻圆的 r 值即为驻波比 $\rho = 2.0$



Smith 圆图的应用

例 3 已知无耗传输线的特征阻抗为 $Z_0 = 50\Omega$, 端接负载阻抗为 $Z_L = (85 + j30)\Omega$, 利用圆图求驻波比。

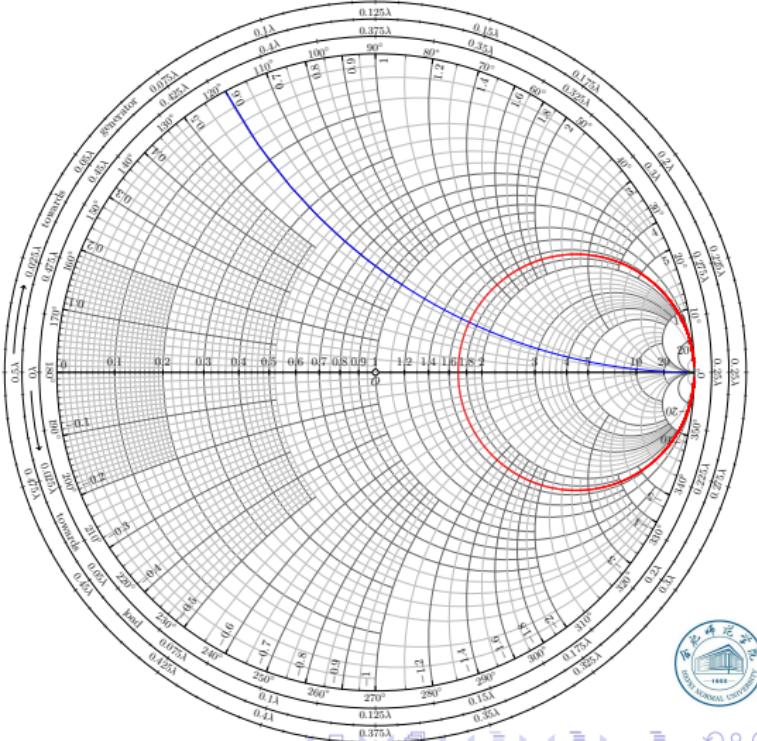
1) 首先对负载归一化

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 1.7 + j0.6$$

2) 在 Smith 圆图中确定负载位置 A 点:

$r = 1.7$, $x = 0.6$, 并画出负载所在的等反射系数圆

3) 由图读出与等反射系数圆相切的电阻圆的 r 值即为驻波比 $\rho = 2.0$



Smith 圆图的应用

例 3 已知无耗传输线的特征阻抗为 $Z_0 = 50\Omega$, 端接负载阻抗为 $Z_L = (85 + j30)\Omega$, 利用圆图求驻波比。

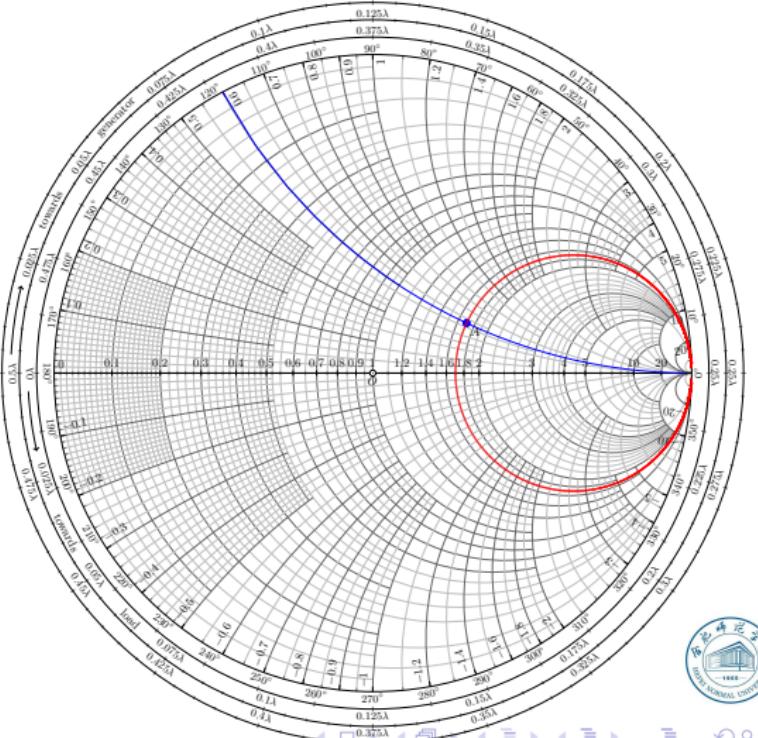
1) 首先对负载归一化

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 1.7 + j0.6$$

2) 在 Smith 圆图中确定负载位置 A 点:

$r = 1.7$, $x = 0.6$, 并画出负载所在的等反射系数圆

3) 由图读出与等反射系数圆相切的电阻圆的 r 值即为驻波比 $\rho = 2.0$



Smith 圆图的应用

例 3 已知无耗传输线的特征阻抗为 $Z_0 = 50\Omega$, 端接负载阻抗为 $Z_L = (85 + j30)\Omega$, 利用圆图求驻波比。

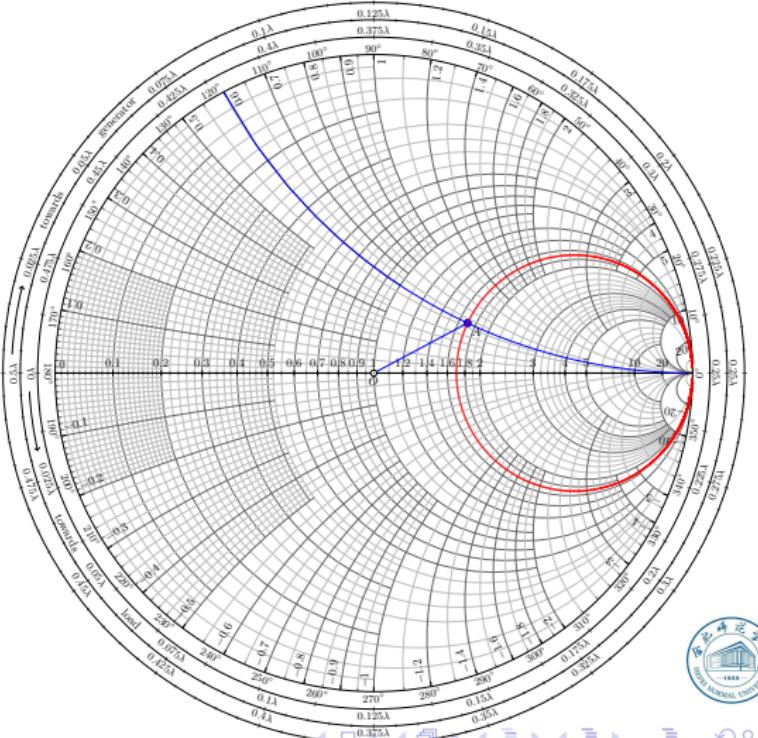
1) 首先对负载归一化

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 1.7 + j0.6$$

2) 在 Smith 圆图中确定负载位置 A 点:

$r = 1.7$, $x = 0.6$, 并画出负载所在的等反射系数圆

3) 由图读出与等反射系数圆相切的电阻圆的 r 值即为驻波比 $\rho = 2.0$



Smith 圆图的应用

例 3 已知无耗传输线的特征阻抗为 $Z_0 = 50\Omega$, 端接负载阻抗为 $Z_L = (85 + j30)\Omega$, 利用圆图求驻波比。

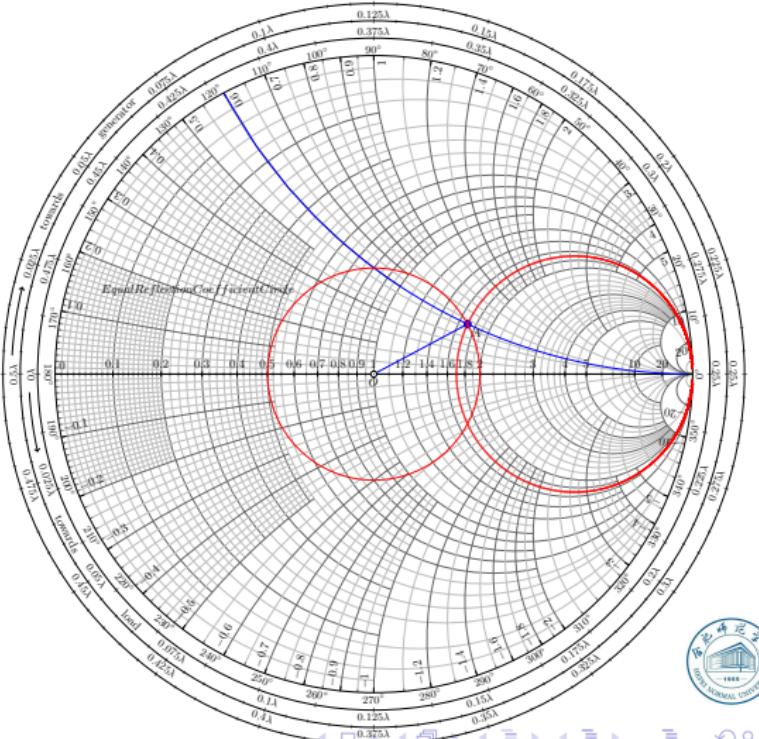
1) 首先对负载归一化

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 1.7 + j0.6$$

2) 在 Smith 圆图中确定负载位置 A 点:

$r = 1.7$, $x = 0.6$, 并画出负载所在的等反射系数圆

3) 由图读出与等反射系数圆相切的电阻圆的 r 值即为驻波比 $\rho = 2.0$



Smith 圆图的应用

例 3 已知无耗传输线的特征阻抗为 $Z_0 = 50\Omega$, 端接负载阻抗为 $Z_L = (85 + j30)\Omega$, 利用圆图求驻波比。

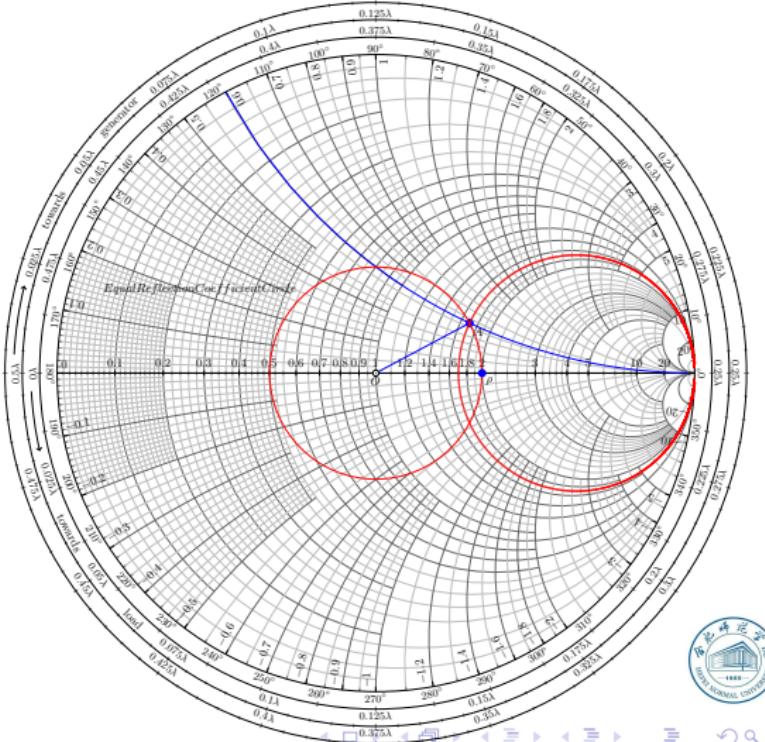
1) 首先对负载归一化

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 1.7 + j0.6$$

2) 在 Smith 圆图中确定负载位置 A 点:

$r = 1.7$, $x = 0.6$, 并画出负载所在的等反射系数圆

3) 由图读出与等反射系数圆相切的电阻圆的 r 值即为驻波比 $\rho = 2.0$



Smith 圆图的应用

例 3 已知无耗传输线的特征阻抗为 $Z_0 = 50\Omega$, 端接负载阻抗为 $Z_L = (85 + j30)\Omega$, 利用圆图求驻波比。

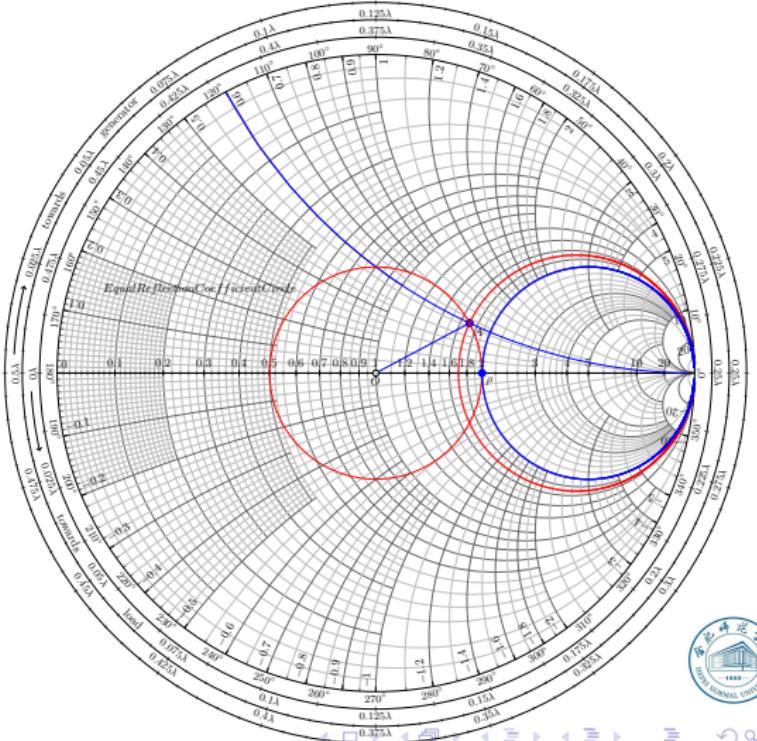
1) 首先对负载归一化

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 1.7 + j0.6$$

2) 在 Smith 圆图中确定负载位置 A 点:

$r = 1.7$, $x = 0.6$, 并画出负载所在的等反射系数圆

3) 由图读出与等反射系数圆相切的电阻圆的 r 值即为驻波比 $\rho = 2.0$



Smith 圆图的应用

例 4 已知传输线长 $l = 25m$, 特征阻抗为 100Ω , 端接负载阻抗为 $Z_L = (100 - j200)\Omega$, 信号源频率为 $f = 10MHz$, 利用 Smith 圆图求输入阻抗及导纳。

1) 首先对负载归一化

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 1 - j2$$

2) 图中定位 A 点:

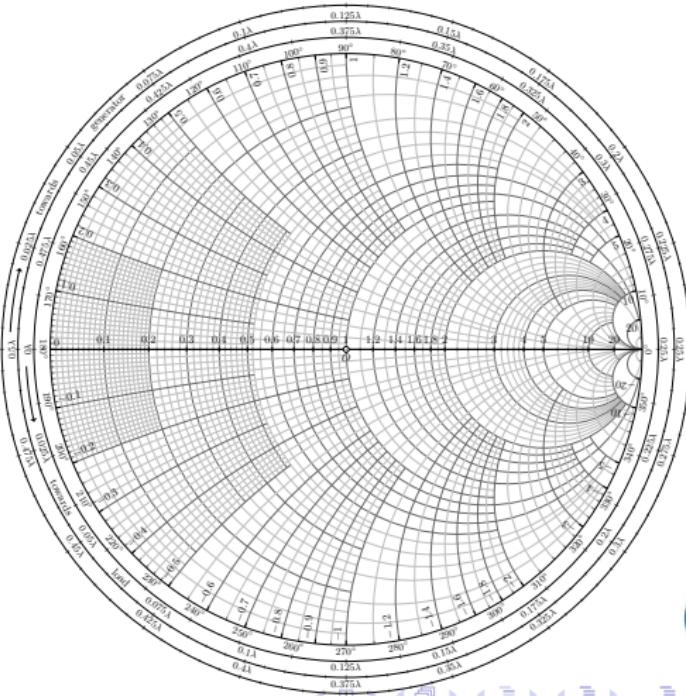
$r = 1, x = -2$, 由题知

$\lambda = 30m$, 传输线长

$l = 25m$, 所以由 A 点沿等反射系数圆顺时针转动

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{5}{6} = 0.833 = 0.5 + 0.333$$

到输入阻抗点, 而



Smith 圆图的应用

例 4 已知传输线长 $l = 25m$, 特征阻抗为 100Ω , 端接负载阻抗为 $Z_L = (100 - j200)\Omega$, 信号源频率为 $f = 10MHz$, 利用 Smith 圆图求输入阻抗及导纳。

1) 首先对负载归一化

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 1 - j2$$

2) 图中定位 A 点:

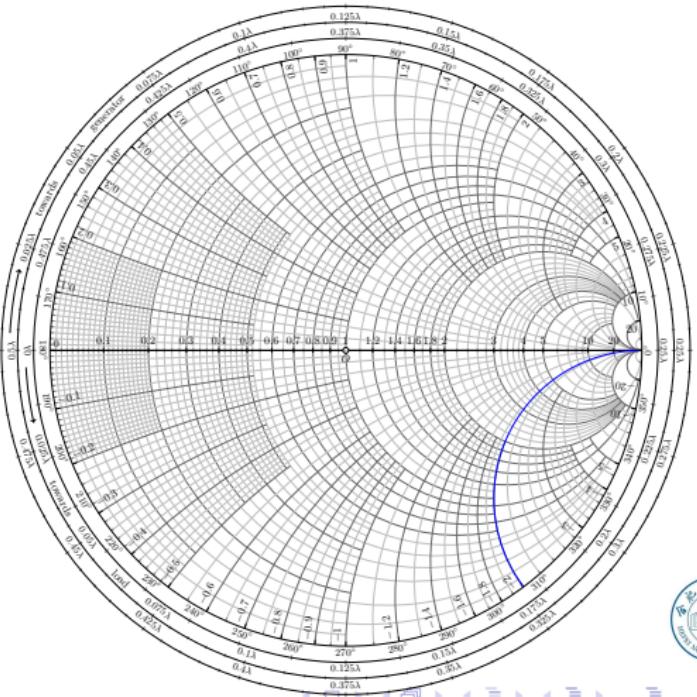
$r = 1, x = -2$, 由题知

$\lambda = 30m$, 传输线长

$l = 25m$, 所以由 A 点沿等反射系数圆顺时针转动

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{5}{6} = 0.833 = 0.5 + 0.333$$

到输入阻抗点, 而



Smith 圆图的应用

例 4 已知传输线长 $l = 25m$, 特征阻抗为 100Ω , 端接负载阻抗为 $Z_L = (100 - j200)\Omega$, 信号源频率为 $f = 10MHz$, 利用 Smith 圆图求输入阻抗及导纳。

1) 首先对负载归一化

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 1 - j2$$

2) 图中定位 A 点:

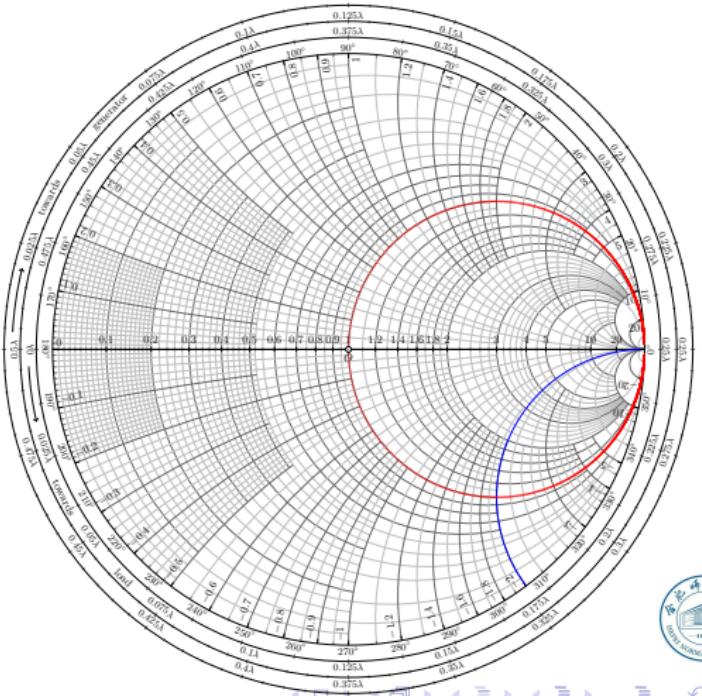
$r = 1, x = -2$, 由题知

$\lambda = 30m$, 传输线长

$l = 25m$, 所以由 A 点沿等反射系数圆顺时针转动

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{5}{6} = 0.833 = 0.5 + 0.333$$

到输入阻抗点, 而



Smith 圆图的应用

例 4 已知传输线长 $l = 25m$, 特征阻抗为 100Ω , 端接负载阻抗为 $Z_L = (100 - j200)\Omega$, 信号源频率为 $f = 10MHz$, 利用 Smith 圆图求输入阻抗及导纳。

1) 首先对负载归一化

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 1 - j2$$

2) 图中定位 A 点:

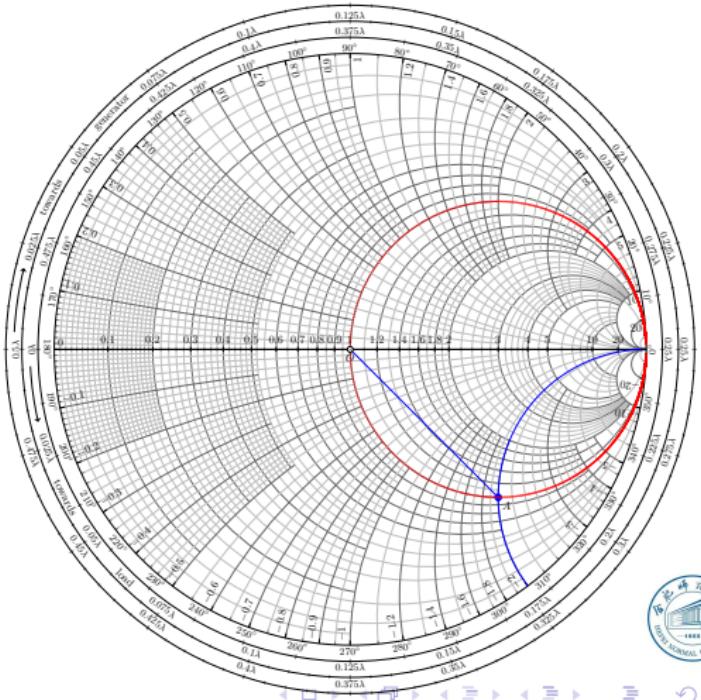
$r = 1, x = -2$, 由题知

$\lambda = 30m$, 传输线长

$l = 25m$, 所以由 A 点沿等反射系数圆顺时针转动

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{5}{6} = 0.833 = 0.5 + 0.333$$

到输入阻抗点, 而



Smith 圆图的应用

例 4 已知传输线长 $l = 25m$, 特征阻抗为 100Ω , 端接负载阻抗为 $Z_L = (100 - j200)\Omega$, 信号源频率为 $f = 10MHz$, 利用 Smith 圆图求输入阻抗及导纳。

1) 首先对负载归一化

$$z_L = \frac{Z_L}{Z_0} = 1 - j2$$

2) 图中定位 A 点:

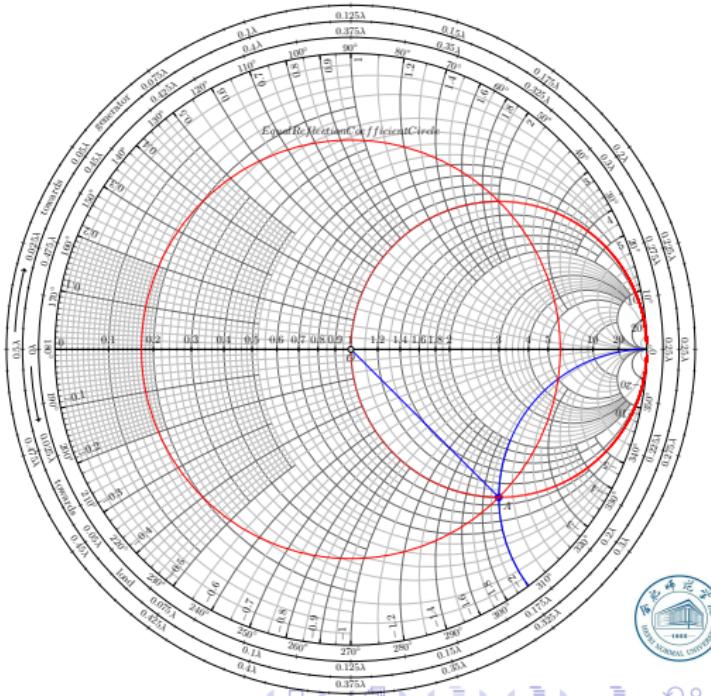
$r = 1, x = -2$, 由题知

$\lambda = 30m$, 传输线长

$l = 25m$, 所以由 A 点沿等反射系数圆顺时针转动

$$\frac{l}{\lambda} = \frac{5}{6} = 0.833 = 0.5 + 0.333$$

到输入阻抗点, 而

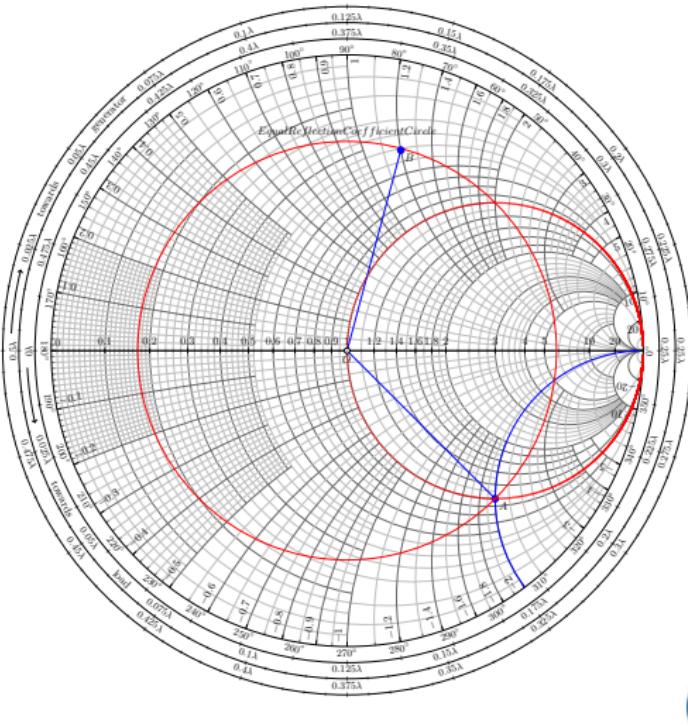


Smith 圆图的应用

$$2\beta l = 4\pi \frac{5}{6} = 2\pi + \frac{4}{3}\pi$$

3) 由负载对应的 A 点先沿等反射系数圆顺时针转动 0.5 刻度, 对应 2π , 再转 $\frac{4}{3}\pi$, 对应 0.333 刻度, 到达 B 点, B 点即为输入阻抗点。从图中读出该点读数:
0.45 + j1.2, 反归一化, 得到输入阻抗

$$\begin{aligned} Z_{in} &= (0.45 + j1.2) \times 100 \\ &= (45 + j120)\Omega \end{aligned}$$

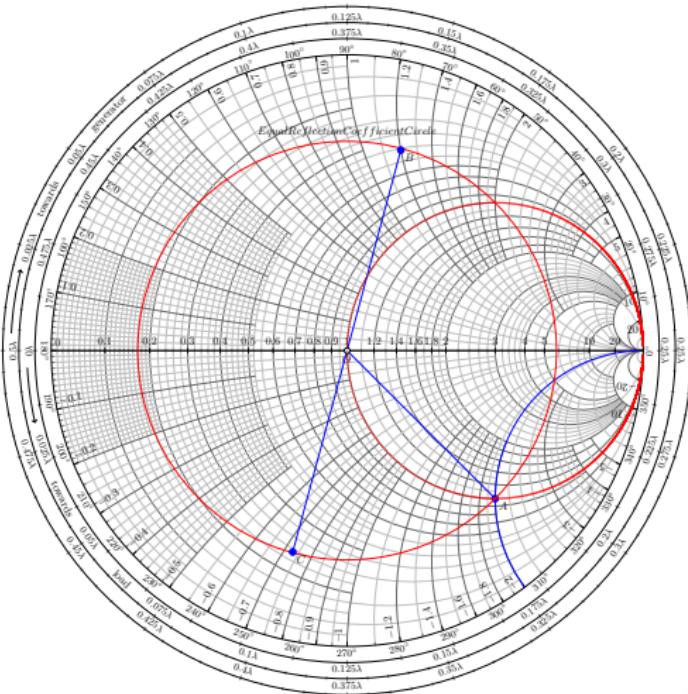


Smith 圆图的应用

4) 再由 OB 反向延长到 C 点，为归一化导纳点，读出该点的值为

$y_{in} = 0.27 - j0.73$ ，所以输入导纳为

$$\begin{aligned}Y_{in} &= (0.27 - j0.73)/100 \\&= 0.0027 - j0.0073\end{aligned}$$



Smith 圆图的应用

例 5 如图所示, 已知一无耗传输线的特性阻抗为 50Ω , 驻波比 $\rho = 3$, 相邻两个电压最小值点的距离为 $0.2m$, 距离负载最近的电压驻波最小值点距负载 $0.05m$, 求: (1) 负载处反射系数; (2) 负载阻抗

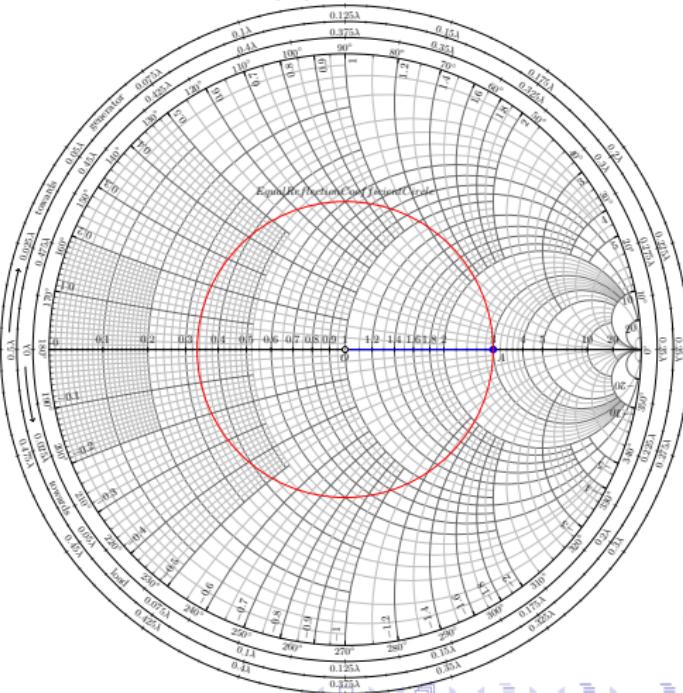
由题可知 $\lambda/2 = 0.2m$, 所以
 $\lambda = 0.4m$, 由已知条件有

$$\rho = |V_{\max}| / |V_{\min}| = 3$$

因为 $\rho = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}$, 所以

$$|\Gamma_L| = |\Gamma| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1} = \frac{1}{2}$$

1) 绘出等反射系数圆



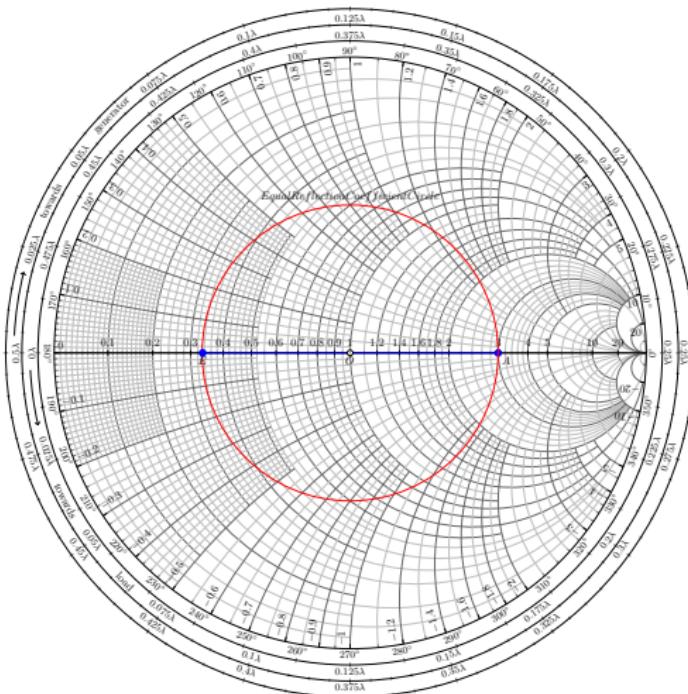
Smith 圆图的应用

2) 第一个最小值点处反射波相位为 $-\pi$, 对应 E 点, 延长 OE , 与单位圆交于点 H , 由 H 点向负载 (逆时针) 转动 $\frac{d_{\min}}{\lambda} = \frac{1}{8}$ 刻度, 得到点 F 。等反射系数圆与 OF 的交点为 G 点。由 G 点读出的即为归一化负载阻抗 $0.6 - j0.8$, 进行反归一化, 得到负载阻抗为

$$(0.6 - j0.8) \times 50 = 30 - j40$$

3) 由 G 点读出反射系数为:

$$\Gamma_L = -j0.5$$



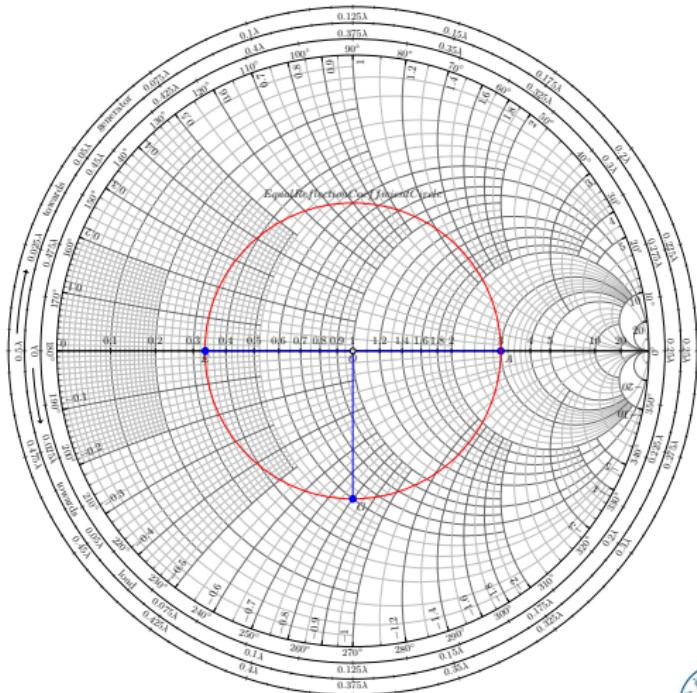
Smith 圆图的应用

2) 第一个最小值点处反射波相位为 $-\pi$, 对应 E 点, 延长 OE , 与单位圆交于点 H , 由 H 点向负载 (逆时针) 转动 $\frac{d_{\min}}{\lambda} = \frac{1}{8}$ 刻度, 得到点 F 。等反射系数圆与 OF 的交点为 G 点。由 G 点读出的即为归一化负载阻抗 $0.6 - j0.8$, 进行反归一化, 得到负载阻抗为

$$(0.6 - j0.8) \times 50 = 30 - j40$$

3) 由 G 点读出反射系数为:

$$\Gamma_L = -j0.5$$



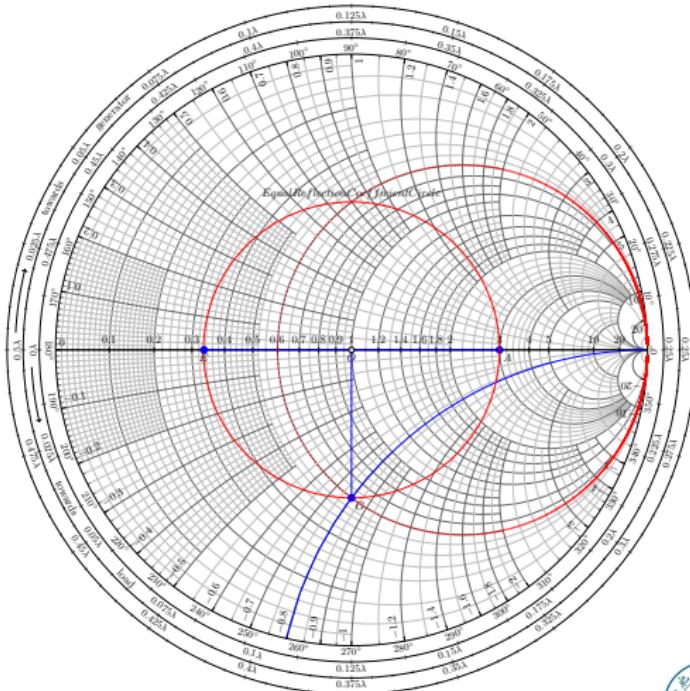
Smith 圆图的应用

2) 第一个最小值点处反射波相位为 $-\pi$, 对应 E 点, 延长 OE , 与单位圆交于点 H , 由 H 点向负载 (逆时针) 转动 $\frac{d_{\min}}{\lambda} = \frac{1}{8}$ 刻度, 得到点 F 。等反射系数圆与 OF 的交点为 G 点。由 G 点读出的即为归一化负载阻抗 $0.6 - j0.8$, 进行反归一化, 得到负载阻抗为

$$(0.6 - j0.8) \times 50 = 30 - j40$$

3) 由 G 点读出反射系数为:

$$\Gamma_L = -j0.5$$



Smith 圆图的应用

例 6 已知一无耗传输线的特征阻抗为 50Ω , 端接负载阻抗 Z_L , 驻波电压最大值和最小值分别为 $V_{\max} = 2.5V$ 和 $V_{\min} = 1V$, 相邻两个电压最小值点距离为 $0.05m$ 。当负载处由接纯电阻 $R(R < Z_0)$ 改为接负载 Z_L 时, 电压最小值向源方向移动 $1.25cm$, 求负载阻抗 Z_L 。

1) 驻波比

$$\rho = |V_{\max}| / |V_{\min}| = 2.5$$

2) 相邻两个电压最小值点的距离为 $0.05m$, 即半波长

$\lambda/2 = 0.05m$, 即 $\lambda = 0.1m$,
从而移动 $1.25cm$ 为 $\lambda/8$ 。

3) 当负载处由接纯电阻换为接负载 Z_L 时, 电压最小值向源方向移动 $\lambda/8$, 相当于纯电阻点向源移动 $\lambda/8$



Smith 圆图的应用

- 4) 端接负载 Z_L 的传输系统的 A 点输入阻抗为 R , 由 $\rho = 2.5 = r$ 可以确定等反射系数圆 $|\Gamma|$
- 5) 由于端接纯电阻时对应电压最小值, R 处电压最小, $r = R/Z_0 < 1$, 说明纯电阻点在横轴的负半轴上 E 点,



6) 对于端接负载 Z_L 的传输系统, 对应圆图上点 E 向负载逆时针旋转 $\lambda/8$ 到点 G, 即得到 Z_L 。从圆图上读出归一化阻抗为 $0.69 - j0.72$, 所以负载阻抗为

$$\begin{aligned}Z_L &= 0.69 - j0.72 \times 50 \\&= (34.5 - j36)\Omega\end{aligned}$$

7) 导纳为 (对应 F 点)

$$Y_L = 1/Z_L = 0.02006 \angle 46.23^\circ S$$



Smith 导纳圆图

- 导纳圆图



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

③ 第3章 分布电路与传输线理论

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配

- Smith 圆图
- 阻抗匹配
- 支节匹配器
- $\lambda/4$ 阻抗变换器
- 小反射理论
- 二项式（最大平坦特性）多节阻抗变换器
- 切比雪夫（等波纹特性）多节阻抗变换器
- 漸变传输线



阻抗匹配



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

③ 第3章 分布电路与传输线理论

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配

- Smith 圆图
- 阻抗匹配
- **支节匹配器**
- $\lambda/4$ 阻抗变换器
- 小反射理论
- 二项式（最大平坦特性）多节阻抗变换器
- 切比雪夫（等波纹特性）多节阻抗变换器
- 漸变传输线



支节匹配器



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

③ 第3章 分布电路与传输线理论

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配

- Smith 圆图
- 阻抗匹配
- 支节匹配器
- **λ/4 阻抗变换器**
- 小反射理论
- 二项式（最大平坦特性）多节阻抗变换器
- 切比雪夫（等波纹特性）多节阻抗变换器
- 漸变传输线



$\lambda/4$ 阻抗变换器



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

③ 第3章 分布电路与传输线理论

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配

- Smith 圆图
- 阻抗匹配
- 支节匹配器
- $\lambda/4$ 阻抗变换器
- 小反射理论
- 二项式（最大平坦特性）多节阻抗变换器
- 切比雪夫（等波纹特性）多节阻抗变换器
- 渐变传输线



小反射理论



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

③ 第3章 分布电路与传输线理论

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配

- Smith 圆图
- 阻抗匹配
- 支节匹配器
- $\lambda/4$ 阻抗变换器
- 小反射理论
- 二项式（最大平坦特性）多节阻抗变换器
- 切比雪夫（等波纹特性）多节阻抗变换器
- 漸变传输线



二项式（最大平坦特性）多节阻抗变换器



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

③ 第3章 分布电路与传输线理论

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配

- Smith 圆图
- 阻抗匹配
- 支节匹配器
- $\lambda/4$ 阻抗变换器
- 小反射理论
- 二项式（最大平坦特性）多节阻抗变换器
- 切比雪夫（等波纹特性）多节阻抗变换器
- 渐变传输线



切比雪夫（等波纹特性）多节阻抗变换器



① 第1章 绪论

② 第2章 从低频电路到微波分析

③ 第3章 分布电路与传输线理论

④ 第4章 Smith 圆图与阻抗匹配

- Smith 圆图
- 阻抗匹配
- 支节匹配器
- $\lambda/4$ 阻抗变换器
- 小反射理论
- 二项式（最大平坦特性）多节阻抗变换器
- 切比雪夫（等波纹特性）多节阻抗变换器
- 漸变传输线



渐变传输线

