The G.R.B. code

Jérôme Guilet, Raphaël Raynaud, Matteo Bugli

21 novembre 2019

1 Résumé

Pour produire des courbes de lumière associées à la coalescence de deux étoiles à neutrons, le code G.R.B. utilise un modèle adapté des travaux de **?** qui suppose que l'objet compact formé est un magnétar qui perd de l'énergie par un phénomène de freinage magnétique induit par la composante dipolaire du champ magnétique de l'étoile. L'évolution temporelle de la fréquence de rotation de l'étoile est déterminée par le couple magnétique du rayonnement du dipôle

$$\Omega(t) = \frac{\Omega_0}{(1 + t/\tau_{\mathrm{em}})^{1/2}}, \tag{1}$$

où $\tau_{\mathrm{em}} = 6c^3 I/(B^2 R^6 \Omega_0^2)$ est le temps caractéristique de ralentissement, I, R et B étant le moment d'inertie, le rayon et le champ magnétique dipolaire de l'étoile à neutrons. On suppose que le rayonnement X est produit par dissipation interne dans le vent du magnétar et émis de façon isotrope (**?**). La luminosité en rayons X est alors déterminée par la luminosité de ralentissement du dipôle, modulo un facteur d'efficacité η

$$L_X = \eta L_{\mathrm{sd}}(t) = \eta \frac{B^2 R^6 \Omega^4(t)}{6c^3}\,. \tag{2}$$

Le magnétar central résultant de la fusion de deux étoiles à neutrons, il faut également tenir compte de la présence d'éjecta opaques résiduels qui vont d'abord absorber ce rayonnement dans certaines directions et le ré-émettre avec un spectre de corps noir. Le calcul des courbes de lumière dans la zone où le rayonnement est initialement piégé requiert donc de déterminer l'évolution dynamique des ejecta. On utilise dans ce cas le modèle de **?**, qui prend en compte l'injection d'énergie par le magnétar central et le chauffage additionel par désintégration d'éléments radioactifs.

Enfin, précisons que cette approche phénoménologique permet de comparer simplement différentes équations d'état qui déterminent le rayon R, le moment d'inertie I et la période critique de rotation du magnétar en deçà de laquelle l'objet s'effondre en trou noir. Cette période P est reliée à la masse maximale d'une étoile à neutrons par la relation (**?**)

$$M_{\max} = M_{\mathrm{TOV}}(1 + \alpha P^{\beta})\,, \tag{3}$$

où la masse maximale d'une étoile statique $M_{\rm TOV}$ et les exposants α et β sont donnés par les modèles d'équation d'état (?). Lorsque l'étoile s'effondre en trou noir du fait du ralentissement de sa rotation, on suppose que la luminosité due au vent du magnétar s'arrête abruptement.

2 Equations

ODE system to be integrated in time:

$$\dot{\Omega} = \frac{N_{\rm dip} + N_{\rm acc}}{I} \tag{4}$$

$$\dot{t}' = \mathcal{D} \tag{5}$$

$$\dot{\Gamma} = \frac{(L_{\rm sd} + L_{\rm ra} - L_{\rm e}) - \frac{\Gamma}{\mathcal{D}}(\xi L_{\rm sd} + L_{\rm ra} - L_{\rm e}) + \Gamma\mathcal{D}\frac{E'_{\rm int}}{3V'}(4\pi\kappa^2\beta c)}{M_{\rm ej}c^2 + E'_{\rm int}} \tag{6}$$

$$\dot{E}'_{\rm int} = \mathcal{D}\left[\frac{1}{\mathcal{D}^2}(\xi L_{\rm sd} + L_{\rm ra} - L_{\rm e}) - \frac{E'_{\rm int}}{3V'}(4\pi\kappa^2\beta c)\right] \tag{7}$$

$$\dot{V}' = 4\pi\kappa^2\beta c\mathcal{D} \tag{8}$$

$$\dot{R}' = \frac{\beta c}{1-\beta} \tag{9}$$

Kinematic functions:

$$\beta = (1 - \Gamma^{-2})^{-1/2} \tag{10}$$

$$\mathcal{D} = [\Gamma(1 - \beta\cos\theta)]^{-1} \tag{11}$$

Luminosities:

$$L_{\rm e} = \mathcal{D}^2\frac{E'_{\rm int}c}{R/\Gamma} \times \begin{cases} \tau^{-1} & \text{for } t < t_\tau, \\ 1 & \text{for } t \geq t_\tau, \end{cases} \tag{12}$$

$$L_{\rm ra} = 4\times 10^{49} M_{\text{ej,-2}} \times \mathcal{D}^2\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}\arctan\left(\frac{t'-t}{t'_\sigma}\right)\right] \tag{13}$$

$$L_{\rm sd} = L_{\rm dip} + L_{\rm prop} \tag{14}$$

$$L_{\rm dip} = -\eta_{\rm dip}N_{\rm dip}\Omega \tag{15}$$

$$L_{\rm prop} = -\eta_{\rm prop}[N_{\rm acc}\Omega + \frac{GM_*\dot{M}}{r_m}] \tag{16}$$

Torques:

$$N_{\rm dip} = -\frac{B^2R_*^6\Omega^3}{6c^3} \tag{17}$$

$$N_{\rm acc} = \dot{M}\sqrt{GM_*R_*}\begin{cases} \left(1 - \left(\frac{r_m}{r_c}\right)^{3/2}\right) & \text{for } r_m > R_*, \\ \left(1 - \frac{\Omega}{\Omega_{\rm K}}\right) & \text{for } r_m < R_*, \end{cases} \tag{18}$$

$$N_{\rm gw} = -\frac{32GI^2\epsilon^2\Omega^5}{5c^5} \tag{19}$$

Other functions:

$$\dot{M} = \frac{M_{\rm disk}}{\tau_\alpha} e^{-t/\tau_\alpha} \tag{20}$$

$$\tau_\alpha = \frac{R_{\rm disk} **2}{3\alpha c_s H} \tag{21}$$

$$\tau = \kappa \frac{M_{\rm ej}}{V'} \frac{R}{\Gamma} \tag{22}$$

$$c_s = H\Omega_{\rm K} \left(\frac{R_*}{R_{\rm disk}}\right)^{3/2} \tag{23}$$