

Advanced School in Artificial Intelligence

Constraint Processing **Algoritmi di filtro**

Prof. Marco Gavanelli



Progetto di alta formazione in ambito tecnologico economico e culturale per una regione della conoscenza europea e attrattiva approvato e cofinanziato dalla Regione Emilia-Romagna con deliberazione di Giunta regionale n. 1625/2021



**Università
degli Studi
di Ferrara**

Potature

- Lo spazio di ricerca è ENORME
- Possiamo ridurlo rimuovendo valori incoerenti con i vincoli
 - Ogni volta in cui proviamo un assegnamento, rimuoviamo i valori che non possono essere in una soluzione
 - Se una variabile ha il dominio vuoto => torno indietro (backtrack)
- Possiamo potare di più del Forward Checking?

Arc-Consistency

- Esempio, orario delle lezioni:
 - Molte lezioni
 - Due lezioni devono essere seguite dagli stessi studenti il lunedì
 - Informatica: può cominciare dalle 9:00 alle 12:00, dura 3 ore
 - Analisi: può cominciare dalle 8:00 alle 11:00, dura 3 ore



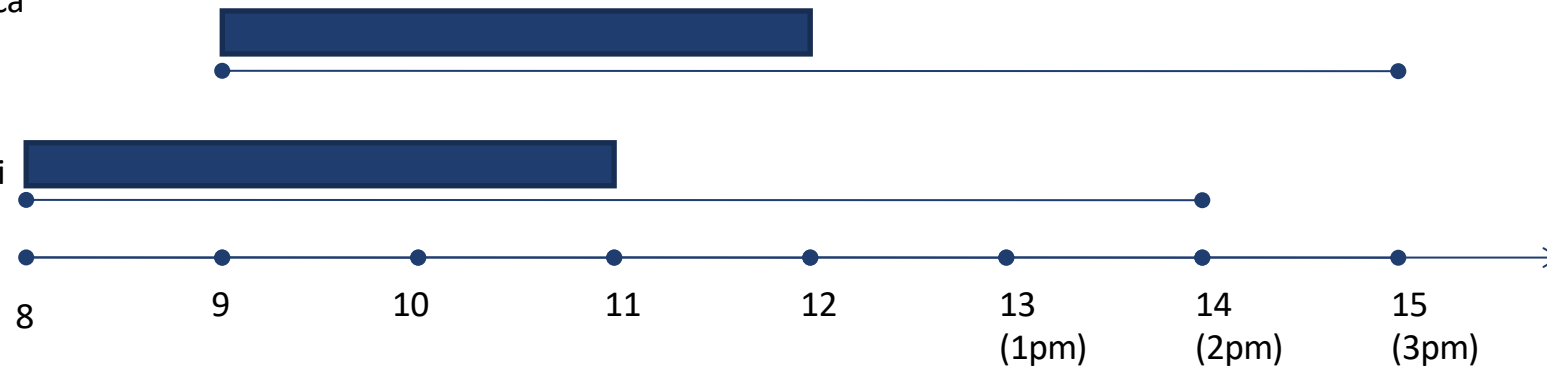
Geometria

Elettronica

...

Informatica

Analisi



Arc-Consistency

- Esempio, orario delle lezioni:
 - Molte lezioni
 - Due lezioni devono essere seguite dagli stessi studenti il lunedì
 - Informatica: può cominciare dalle 9:00 alle 12:00, dura 3 ore
 - Analisi: può cominciare dalle 8:00 alle 11:00, dura 3 ore

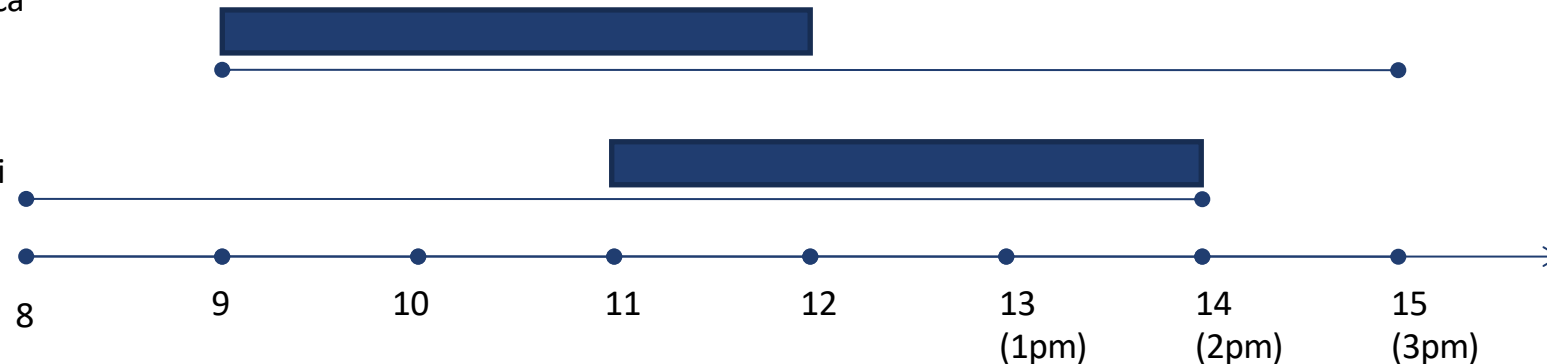
Geometria

Elettronica

...

Informatica

Analisi

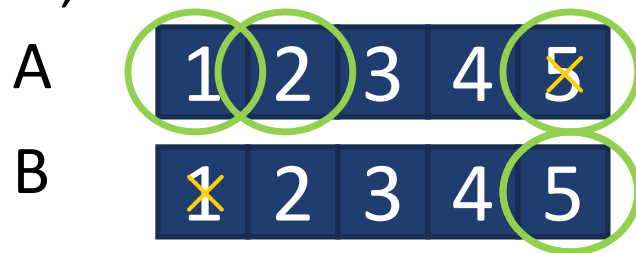


Arc-Consistency

- Se Informatica inizia alle 9.00 (o alle 10.00), non c'è modo di inserire Analisi senza sovrapposizioni
- Quindi possiamo immediatamente rimuovere i valori 9 e 10 dal dominio di Informatica, senza nemmeno aver iniziato la ricerca!
- Con lo stesso ragionamento, posso rimuovere i valori 10 e 11 dal dominio di Analisi
- Il fatto di aver cancellato dei valori dal dominio di Analisi può far partire altre cancellazioni, sul dominio di altre variabili.
- La Arc-Consistency può essere applicata prima di far partire la ricerca, oppure ad ogni nodo dell'albero di ricerca

Arc-Consistency

- Dato un vincolo che coinvolge due variabili A e B
- Considera un elemento $a1$ nel dominio di A
- Esiste almeno un valore valido per B ?
 - Sì \Rightarrow Non fare nulla
 - No \Rightarrow Cancella il valore $a1$ dal dominio di A
- Lo stesso ragionamento si fa anche nella direzione opposta (prendere un elemento $b1$ dal dominio di B , ...)
- Esempio: $A < B$, con domini 1..5



Node e Arc-Consistency

- **Definizione:** Un vincolo **unario** (che coinvolge una sola variabile) è **node-consistent** se tutti i valori nel dominio della variabile sono compatibili con il vincolo

- $\forall d \in \text{dom}(X), c(d)$ è vero (soddisfatto)

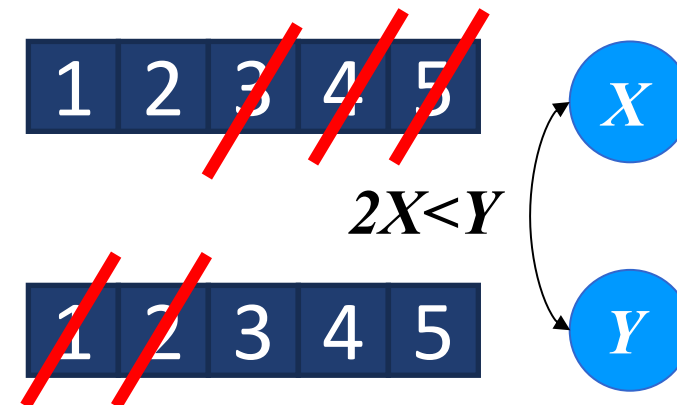


- **Definizione:** Un vincolo **binario** (che coinvolge 2 variabili) $c(X, Y)$ è **arc consistent** se

- $\forall d \in \text{dom}(X) \exists g \in \text{dom}(Y)$ t.c.
 $c(d, g)$ è vero (soddisfatto)

e (viceversa)

- $\forall g \in \text{dom}(Y) \exists d \in \text{dom}(X)$ t.c.
 $c(d, g)$ è vero



Arc-consistency, graficamente

$dom(B)$

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
$dom(A)$	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	0	
	2	0	0	0	0	1	1	0	1	0	0	
	3	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	
	4	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	
	5	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	
	6	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	
	7	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	
	8	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	
	9	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	
	10	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	
		$c(A,B)$										

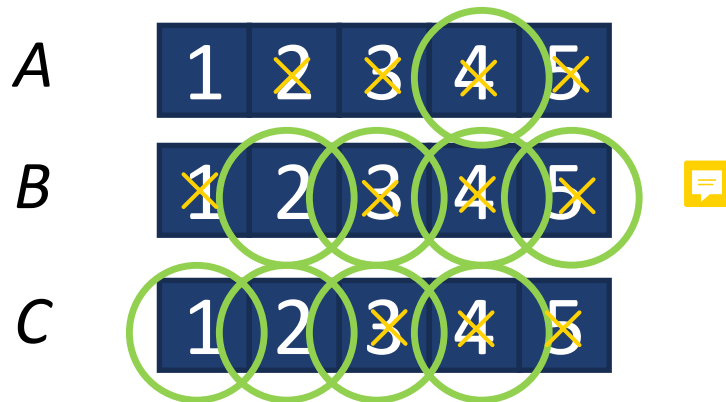


Arc Consistency: Es. con più variabili

- Variabili: A, B, C

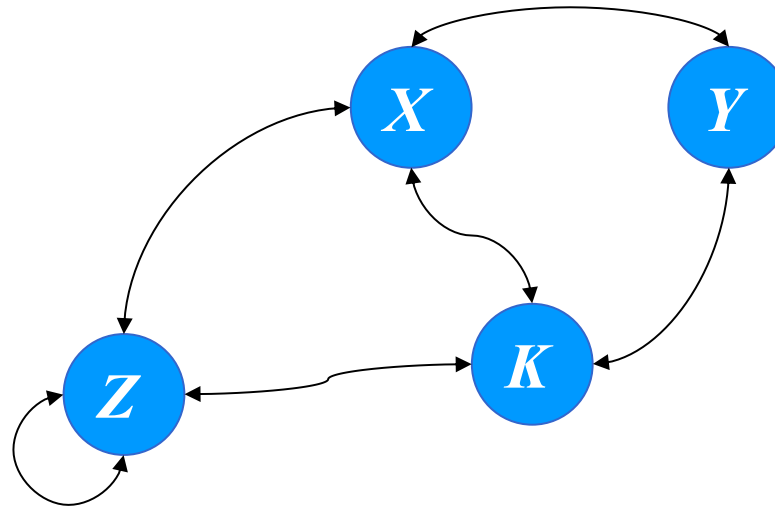
- Domini: $1..5$

- Vincoli: $A < B$, $B+C < 5$



Arc-Consistency di una rete di vincoli

- Una rete di vincoli è Arc-Consistent se
 - tutti i vincoli unari sono node-consistent
 - tutti i vincoli binari sono arc-consistent
- Esistono diversi algoritmi per rendere arc-consistent una rete; uno dei più usati è AC-3



AC3 (Mackworth)

La (List of active constraints) = lista di tutti i vincoli;

Ls (List of sleeping constraints) = \emptyset ;

while $La \neq \emptyset$ do

 prendi un vincolo $c(X, Y) \in La$ e togliilo da La

 se ci sono elementi non supportati in $dom(X)$

 allora eliminali (se $dom(X) = \emptyset$, fallisci)

 metti in La tutti i vincoli in Ls che coinvolgono X

 (stesso ragionamento per Y)

 (se $c(X, Y)$ non è completamente risolto)

 mettilo in Ls

Esempio

- $A :: 1, 2, \cancel{3}, \cancel{4}, \cancel{5}$
- $B :: \cancel{1}, 3, 4, \cancel{5}$
- $C :: \cancel{1}, 2, \cancel{3}, 4$
- $D :: 3, 4, \cancel{5}$
- $A < B$
- $B \neq C$
- $C = 2A$
- $B + D < 8$