

Advanced School in Artificial Intelligence

Constraint Processing: Ottimizzazione

Marco Gavanelli

marco.gavanelli@unife.it



Progetto di alta formazione in ambito tecnologico economico e culturale per una regione della conoscenza europea e attrattiva approvato e cofinanziato dalla Regione Emilia-Romagna con deliberazione di Giunta regionale n. 1625/2021



**Università
degli Studi
di Ferrara**

Ottimizzazione

- Un **CSP** è un problema in cui le **soluzioni sono tutte equivalenti**
- In molti problemi reali non è così: alcune soluzioni sono **preferibili** ad altre e si vuole trovare **la soluzione migliore**
- Per prima cosa bisogna definire che cosa vuol dire *migliore*
 - la soluzione a costo più basso
 - la soluzione che fa guadagnare di più
 - la soluzione in cui si spreca meno tempo
 - ...
- Spesso la discriminazione viene fatta tramite una **funzione obiettivo** da **minimizzare o massimizzare**
- Il valore della **funzione obiettivo** viene collegata alle **variabili** decisionali tramite **vincoli**

Constraint Optimization Problem

- Un Problema di Ottimizzazione Vincolata (Inglese: Constraint Optimization Problem o COP) è definito tramite
 - un CSP:
 - un insieme di variabili $X=\{X_1,\dots,X_n\}$
 - ogni variabile ha un suo dominio finito $D=\{D_1,\dots,D_n\}$
 - un insieme di vincoli $C=\{C_1,\dots,C_k\}$
 - una funzione obiettivo $f: X \rightarrow \mathbf{Z}$ (oppure \mathbf{Q}) da minimizzare (o massimizzare)
- Soluzione: ad ogni variabile deve essere associato un valore preso dal suo dominio, in modo da
 - soddisfare tutti i vincoli
 - e tale che nessun altro assegnamento che soddisfi tutti i vincoli abbia un valore di f minore (o maggiore in caso di problemi di massimizzazione)

Ottimizzazione

- Per richiedere di ottimizzare una funzione obiettivo, invece di solve satisfy si usa
- per un problema di massimizzazione

`solve maximize funzione;`

- per un problema di minimizzazione

`solve minimize funzione;`

- Ad es



```
var 1..5 : x;
```

```
var 1..5 : y;
```

```
constraint x*x+y*y < 10;
```

```
solve maximize 2*x+y;
```

Algoritmi per Ottimizzazione

- Un COP in linea di principio si potrebbe risolvere per ENUMERAZIONE
 - trova tutte le soluzioni ammissibili
 - scegli la migliore inefficiente
- Sarebbe più efficiente utilizzare i vincoli, per eliminare a priori soluzioni che non sono promettenti. Consideriamo un problema di minimizzazione, in cui una variabile C rappresenta il costo, ed è legata alle variabili decisionali tramite vincoli (Es: $C = A+B$)
 - 1) Risolvi il CSP: trova una soluzione, sia C^* il suo costo
 - 2) Aggiungi al CSP un nuovo vincolo $C < C^*$ 
 - 3) Se il nuovo CSP ha soluzione
 - Salta al passo 1
 - Altrimenti hai trovato l'ottimo

Production Planning

- Alla festa della scuola, Gina vuole portare delle torte per poterle poi rivendere. Gina sa fare due tipi di torte: alle banane e al cioccolato
- Gina sa che può vendere
 - una torta al cioccolato per 4,50€
 - una torta alle banane per 4€
- In casa ha
 - 4kg farina
 - 6 banane
 - 2kg di zucchero
 - 500g burro
 - 500g cacao
- Quante torte alle banane e quante al cioccolato deve fare per avere massimo ricavo?

Torta al cioccolato

- 200g farina
- 75g cacao
- 150g zucchero
- 150g burro

Torta alle banane:

- 250g farina
- 2 banane
- 75g zucchero
- 100g burro