Advanced School in Artificial Intelligence

Constraint Processing: vincoli reificati

Marco Gavanelli

marco.gavanelli@unife.it

Progetto di alta formazione in ambito tecnologico economico e culturale per una regione della conoscenza europea e attrattiva approvato e cofinanziato dalla Regione Emilia-Romagna con deliberazione di Giunta regionale n. 1625/2021

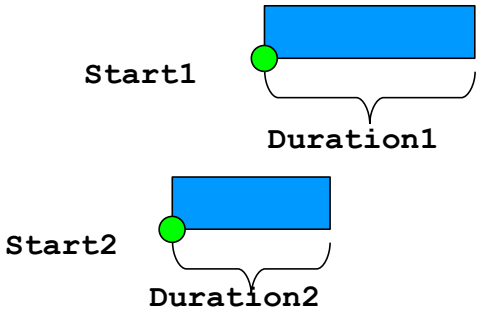
Regione Emilia-Romagna

FERRARIAE UNIVERSITAS · 13 91 · EX LABORE FRUCTUS

Università degli Studi di Ferrara

Orario delle lezioni

- Vincoli disgiuntivi
  - Supponiamo di avere due lezioni che devono essere tenute dallo stesso docente. Abbiamo gli istanti di inizio delle lezioni: `Start1` e `Start2` e la loro durata `Duration1` e `Duration2`.



  - Le due lezioni non possono sovrapporsi:

$$\texttt{Start1} + \texttt{Duration1} \leq \texttt{Start2}$$

OR

$$\texttt{Start2} + \texttt{Duration2} \leq \texttt{Start1}$$

Progetto di alta formazione in ambito tecnologico economico e culturale per una regione della conoscenza europea e attrattiva approvato e cofinanziato dalla Regione Emilia-Romagna con deliberazione di Giunta regionale n. 1625/2021

Reified Constraints o meta-constraints

- A ogni vincolo binario (del tipo >, <, <=, !=, …) viene associata una variabile booleana `B`.
  - Il vincolo binario è verificato se e solo se **`B=true`**

X	Y	minore(X, Y)
1	1	✗
1	2	✓
2	1	✗
2	2	✗

X	Y	B	minore(X, Y, B)
1	1	true	✗
1	2	true	✓
2	1	true	✗
2	2	true	✗
1	1	false	✓
1	2	false	✗
2	1	false	✓
2	2	false	✓

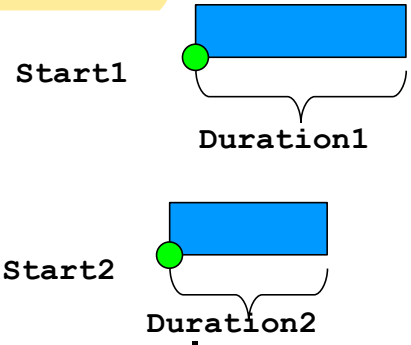
Il tipo bool

- In MiniZinc si possono definire variabili e costanti di tipo **`bool`**, possono assumere valori **`true`** e **`false`**.
- **`bool :b1 = true;`**
- **`var bool : b2;`**
- Variabili e costanti di tipo bool vengono automaticamente convertiti in interi all'interno delle espressioni (1=true, 0=false)
- **`var 1..10 : i;`**
- **`constraint i+b < 5;`**

Reified Constraints

- In MiniZinc, si può aggiungere il Boolean aggiungendo un simbolo di '=':

```
constraint (X<Y)=B;
```



- Si tratta di un (solo) vincolo ternario
- Con i meta-constraints posso modellare la disgiunzione nel modo seguente:

```
var bool:B1; var 1..10: Start1; var 2..3 :Duration1;
var bool:B2; var 1..10: Start2; var 2..3 :Duration2;
constraint (Start1+Duration1 <= Start2) = B1;
constraint (Start2+Duration2 <= Start1) = B2;
constraint B1 + B2 = 1;
```

Progetto di alta formazione in ambito tecnologico economico e culturale per una regione della conoscenza europea e attrattiva approvato e cofinanziato dalla Regione Emilia-Romagna con deliberazione di Giunta regionale n. 1625/2021

Operatori per vincoli reificati

- Avendo i vincoli reificati, è possibile introdurre anche dei combinatori:
  - `not` E per not E
  - E_1 `\/` E_2 per E_1 OR E_2
  - E_1 `/\` E_2 per E_1 AND E_2
  - E_1 `->` E_2 per l'implicazione materiale $E_1 \rightarrow E_2$.
  - E_1 `<-` E_2 per l'implicazione materiale $E_1 \leftarrow E_2$.
  - E_1 `<->` E_2 per la coimplicazione $E_1 \leftrightarrow E_2$.
- Anche questi sono a loro volta vincoli reificati, quindi si possono scrivere espressioni!

```
constraint X+Y < Z \/ (Z < X /\ Z < Y);
```

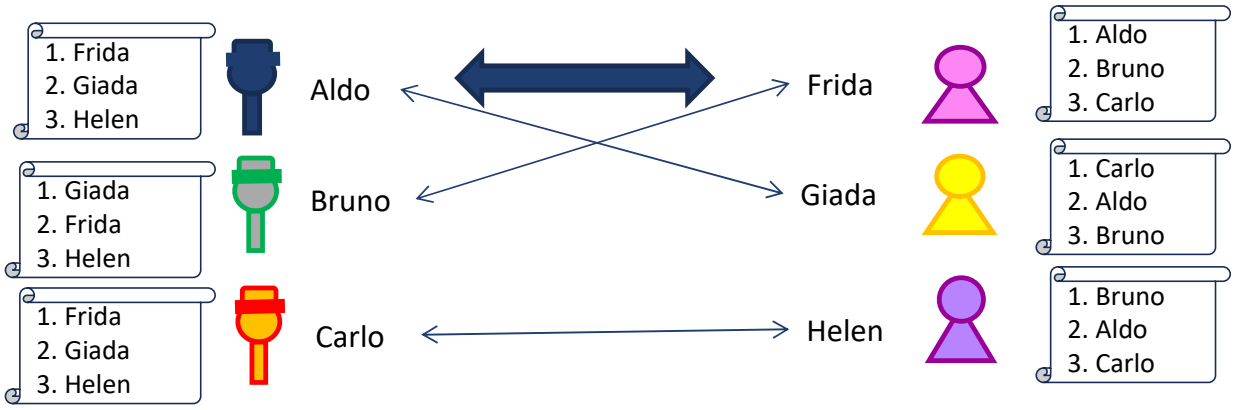
- Può essere espanso in

```
constraint (X+Y < Z) = B1; constraint (Z < X) = B2;
constraint (Z < Y) = B3; constraint (B2 /\ B3) = B4;
constraint B1 \/ B4;
```

Progetto di alta formazione in ambito tecnologico economico e culturale per una regione della conoscenza europea e attrattiva approvato e cofinanziato dalla Regione Emilia-Romagna con deliberazione di Giunta regionale n. 1625/2021

Stable Marriage

- Ci sono *n* uomini e *n* donne che desiderano sposarsi.
- Ciascuna donna crea una lista, mettendo gli uomini in ordine di preferenza
- Ciascun uomo crea una lista con le sue preferenze, elencando le donne in ordine
- Si vogliono formare le coppie in modo che risultino stabili:
  - Se una donna D piace all'uomo U più di quanto gli piaccia sua moglie
  - e alla donna D l'uomo U piace di più di quanto le piaccia suo marito
  - allora D e U lasceranno i relativi coniugi per mettersi insieme, quindi il matrimonio non è stabile



Progetto di alta formazione in ambito tecnologico economico e culturale per una regione della conoscenza europea e attrattiva approvato e cofinanziato dalla Regione Emilia-Romagna con deliberazione di Giunta regionale n. 1625/2021

Stable Marriage

```
int :n;
enum uomini;
enum donne;
array [uomini,donne] of 1..n: prefUomini;
array [donne,uomini] of 1..n: prefDonne;
```

```
array [uomini] of var donne: moglie;
array [donne] of var uomini: marito;
```

```
constraint forall(U in uomini) (marito[moglie[U]]=U);
constraint forall(D in donne)  (moglie[marito[D]]=D);
```

```
constraint forall(U in uomini, D in donne)
        (   prefUomini[U,moglie[U]] <= prefUomini[U,D]
            \/
            prefDonne[D,marito[D]] <= prefDonne[D,U]
        );
```

Progetto di alta formazione in ambito tecnologico economico e culturale per una regione della conoscenza europea e attrattiva approvato e cofinanziato dalla Regione Emilia-Romagna con deliberazione di Giunta regionale n. 1625/2021