

# Advanced School in Artificial Intelligence

## **Constraint Processing: Vincoli globali: il vincolo alldifferent**

**Marco Gavanelli**

**marco.gavanelli@unife.it**




*Progetto di alta formazione in ambito tecnologico economico e culturale per una regione della conoscenza europea e attrattiva approvato e cofinanziato dalla Regione Emilia-Romagna con deliberazione di Giunta regionale n. 1625/2021*



**Università  
degli Studi  
di Ferrara**

## Propagazione di vincoli

- Finora abbiamo visto propagazioni generali
- In generale, per ottenere la Generalized Arc Consistency sono noti solo algoritmi *esponenziali nel numero di variabili* 
- Per vincoli specifici, si può avere propagazione polinomiale
- Ogni vincolo ha associato un algoritmo di *PROPAGAZIONE* o di *FILTERING*
  - Algoritmo di filtering implementa tecniche complesse di propagazione che derivano da studi effettuati nell'Intelligenza Artificiale o nella Ricerca Operativa

## Alldifferent

- In molti problemi è necessario imporre che diverse variabili assumano valori tutti diversi

- `var 1..3:X1;`  
`var 1..3:X2;`  
`var 1..3:X3;`  
`var 1..4:X4;`

`constraint X1!=X2;`

`constraint X1!=X3;`

`constraint X1!=X4;`

`constraint X2!=X3;`

`constraint X2!=X4;`

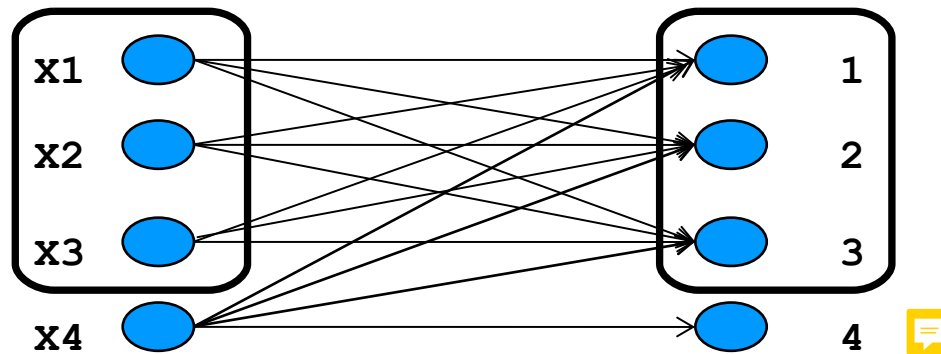
`constraint X3!=X4;`

- Quali valori vengono rimossi dai domini dalla arc-consistency?



## Alldifferent

- In molti problemi è necessario imporre che diverse variabili assumano valori tutti diversi
- `var 1..3:X1; var 1..3:X2;`  
`var 1..3:X3; var 1..4:X4;`  
`constraint alldifferent([X1,X2,X3,X4]);`
- la propagazione GAC del vincolo alldifferent ...  
elimina i valori 1, 2 e 3 dal dominio di X4.



Insieme di variabili di cardinalità 3 che  
hanno medesimo dominio di cardinalità 3



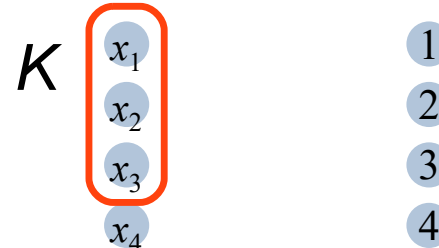
`var {1,2,3,4}:X4;`

## Hall's Marriage theorem (1935)

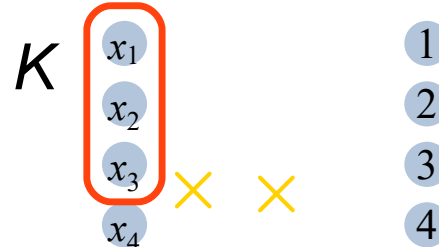
*If a group of men and women marry only if they have been introduced to each other previously, then a complete set of marriages is possible if and only if every subset of men has collectively been introduced to at least as many women, and vice versa*

## Conseguenze teorema di Hall

- Quindi se trovo un sottoinsieme  $K$  delle variabili tale che 

$$|K| > \left| \bigcup_{x_i \in K} D(x_i) \right|$$


- Allora non c'è soluzione (fallisco)
- Se trovo un sottoinsieme  $K$  delle variabili tale che

$$|K| = \left| \bigcup_{x_i \in K} D(x_i) \right|$$


- Allora i valori delle variabili che sono in  $K$  sono usati tutti dalle variabili in  $K$ , quindi posso rimuoverli dagli altri domini

## Esercizio

- Si consideri il vincolo `alldifferent([A,B,C,D,E,F])` che lavora sulle seguenti variabili

```
var {1, 2, 3} : A;  
var {3, 5, 6} : B;  
var {1, 2, 4, 6} : C;  
var {3, 5, 6} : D;  
var {2, 3, 4, 5} : E;  
var {3, 5, 6} : F;
```

- Si descriva la propagazione che il vincolo effettua sui domini delle variabili, supponendo che ottenga la generalized arc consistency 

## Nota sintattica

- `alldifferent(array[int] of var int: x)`
- Per usarlo:
- `include "alldifferent.mzn";`
- oppure:
- `include "globals.mzn";` 