

Advanced School in Artificial Intelligence

Constraint Processing **Algoritmi di ricerca**

Prof. Marco Gavanelli

Tutor:

Dott. Alessandro Bertagnon

Dott. Damiano Azzolini



Progetto di alta formazione in ambito tecnologico economico e culturale per una regione della conoscenza europea e attrattiva approvato e cofinanziato dalla Regione Emilia-Romagna con deliberazione di Giunta regionale n. 1625/2021



**Università
degli Studi
di Ferrara**

Esempio: Vehicle Routing

- Un dato numero di veicoli deve partire da un punto iniziale per fornire beni a tutti i clienti
- Ogni cliente richiede un dato quantitativo di beni
- Ogni veicolo ha una capacità massima, che non può essere superata
- Tutti i clienti devono essere serviti
- Qual è la soluzione migliore?



How do we solve these problems?

- Brute force:
 - try all possible combinations.
 - If it takes too much, buy a faster computer
 - Next year, we will have faster computers at lower price than this year
- How long will it take?
 - Vehicle routing, 1 vehicle (Travelling Salesman Problem)
 - 27 cities => $27!$ permutations = 10,888,869,450,418,352,160,768,000,000

Fastest computer in the world (2019)

- Summit
- 148 petaflops (148×10^{15} floating-point instructions per second)



Image credit: Carlos Jones/ORNL

How long will it take?

- Vehicle routing, 1 vehicle (Travelling Salesman Problem)
- 27 cities => 27! permutations = 10,888,869,450,418,352,160,768,000,000
- Fastest computer in the world: 148,000,000,000,000,000 instructions per second
 - (let us assume it computes 1 permutation per instruction)

$$\begin{array}{r} 10,888,869,450,418,352,160,768,000,000 \div \\ 148,000,000,000,000,000 = \end{array}$$

2332 years

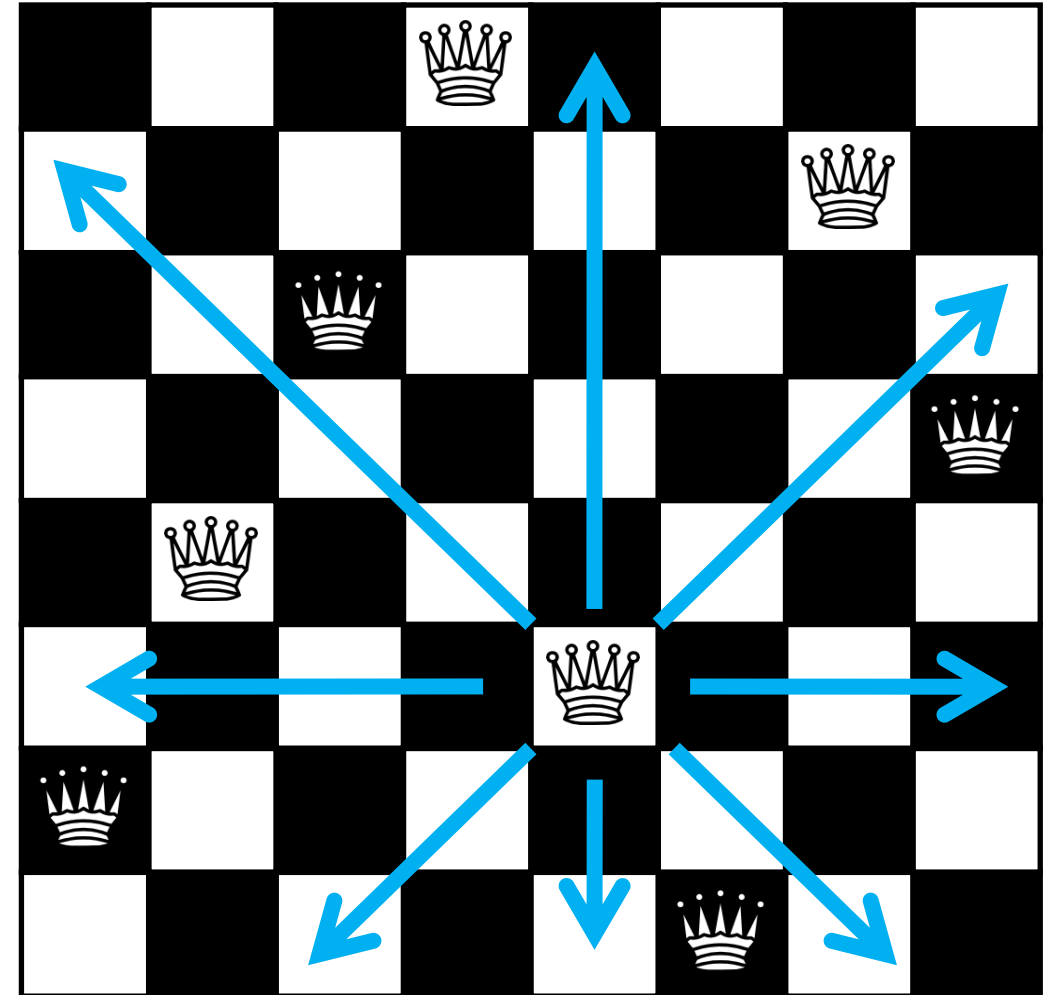
73,573,442,232 (s)

All is lost?


- Brute force: cannot go beyond 20 cities
- But, with smart techniques, a problem of 85,900 cities has been solved!

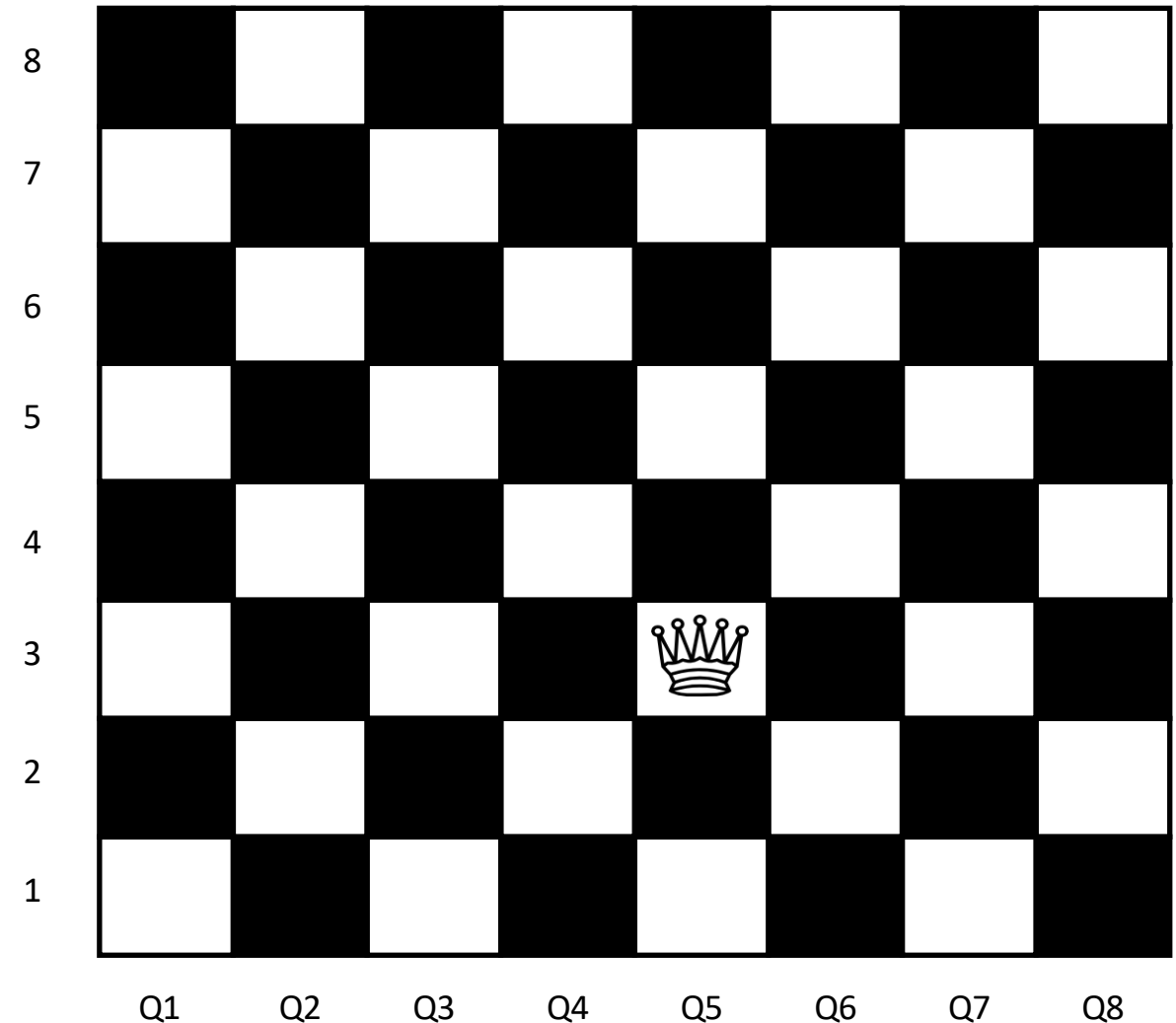
A simple example: 8-queens

- In a (8x8) chessboard, place 8 queens such that no queen attacks another queen
- Note that in each column we have to place exactly one queen: we just have to decide in which row we place it



8-regine come CSP

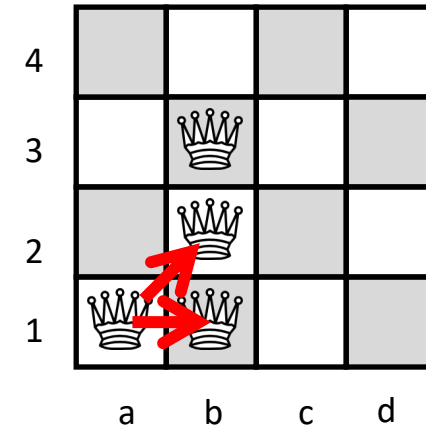
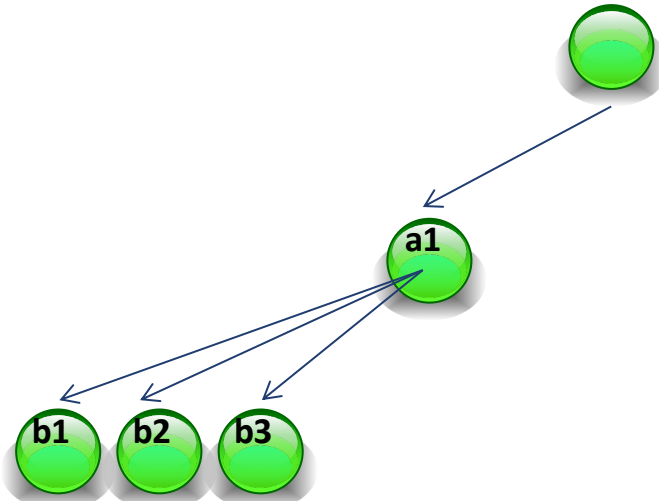
- Variabili:
 - una variabile per ogni colonna
 Q_1, Q_2, \dots, Q_8
- Domini:
 - Possibili posizioni
in riga $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$
- Vincoli:
Per tutte le coppie i, j da 1 a 8
 - $Q_i \neq Q_j$
 - $Q_i - Q_j \neq i - j$ 
 - $Q_i - Q_j \neq j - i$



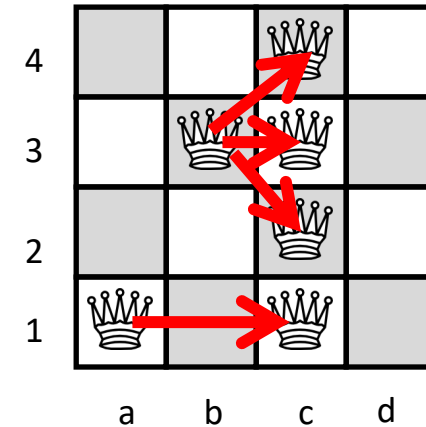
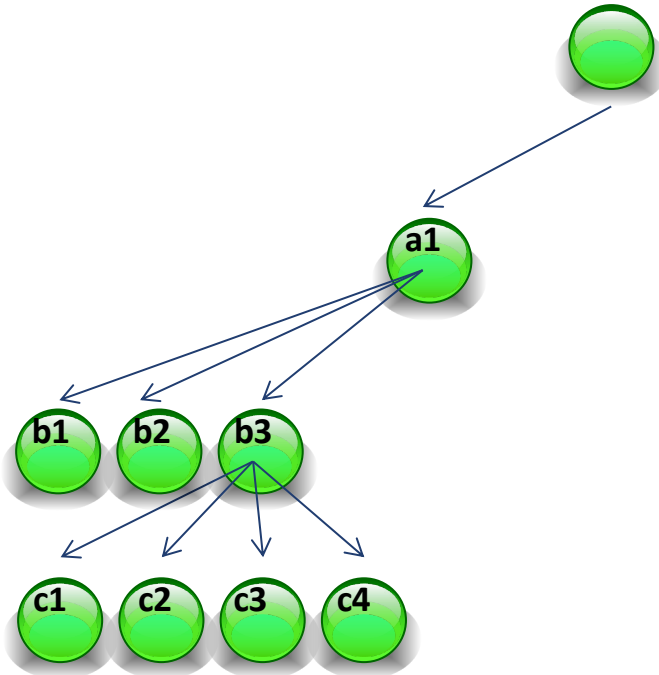
Simple backtracking o Standard Backtracking

- L'algoritmo di Standard Backtracking o Simple Backtracking si basa sull'idea di
 - provare ad assegnare un valore ad una variabile
 - verificare se tutti i vincoli che legano questa variabile con quelle assegnate in precedenza sono soddisfatti
 - se sì -> si continua ad assegnare i valori alle variabili successive
 - se no -> l'ultimo assegnamento era errato: lo si disfa e si prende un altro valore dal dominio della variabile
- Il simple backtracking verifica se i vincoli sono soddisfatti dopo aver effettuato l'assegnamento

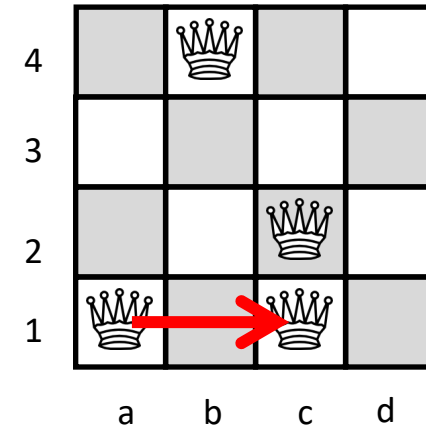
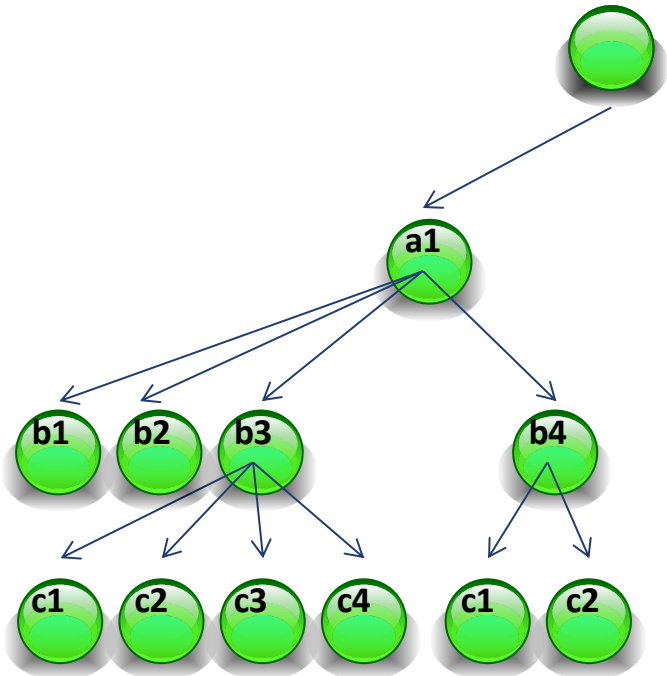
Simple backtracking



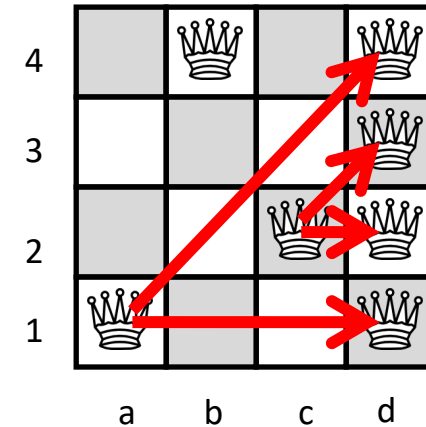
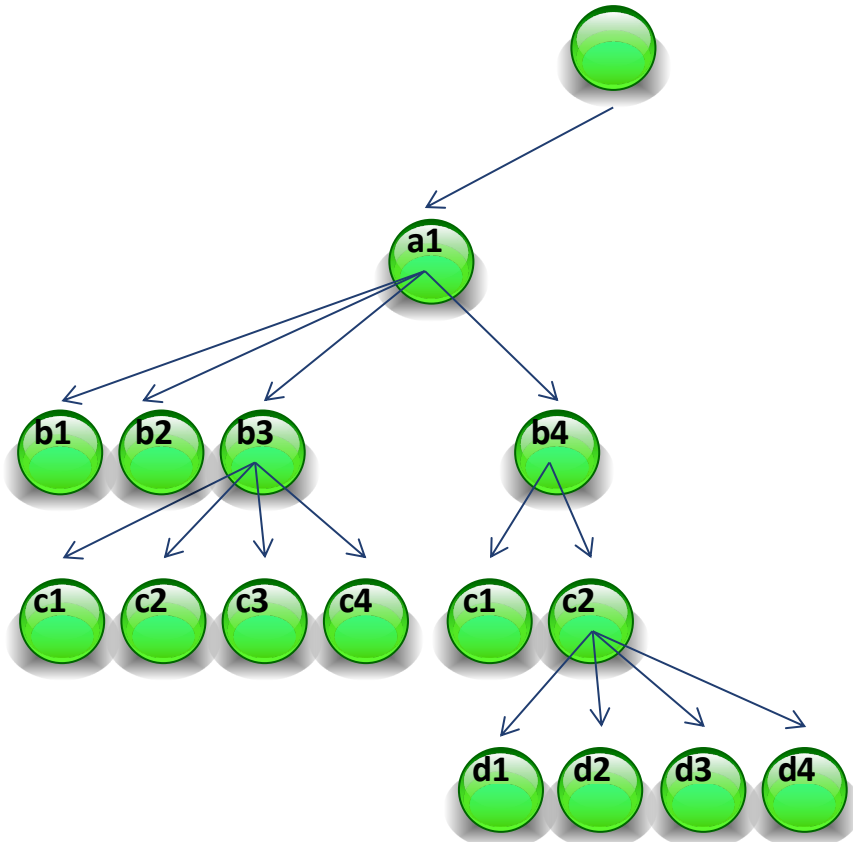
Simple backtracking



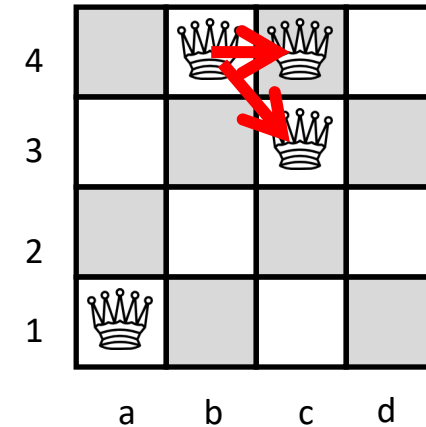
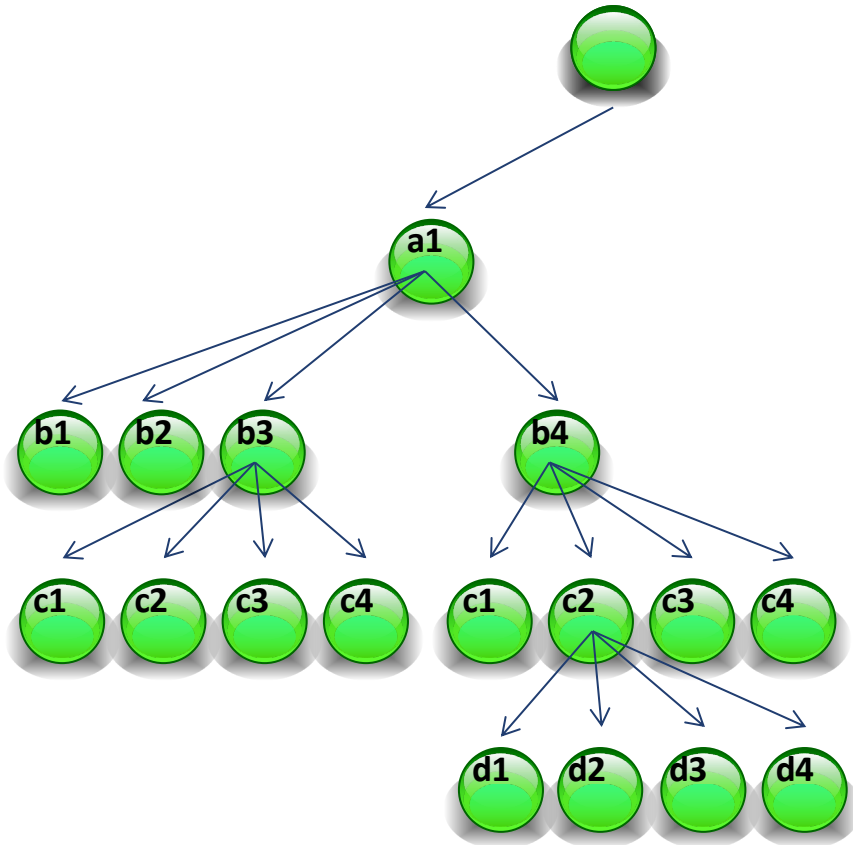
Simple backtracking



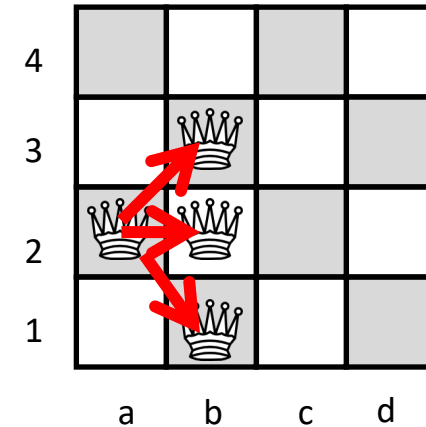
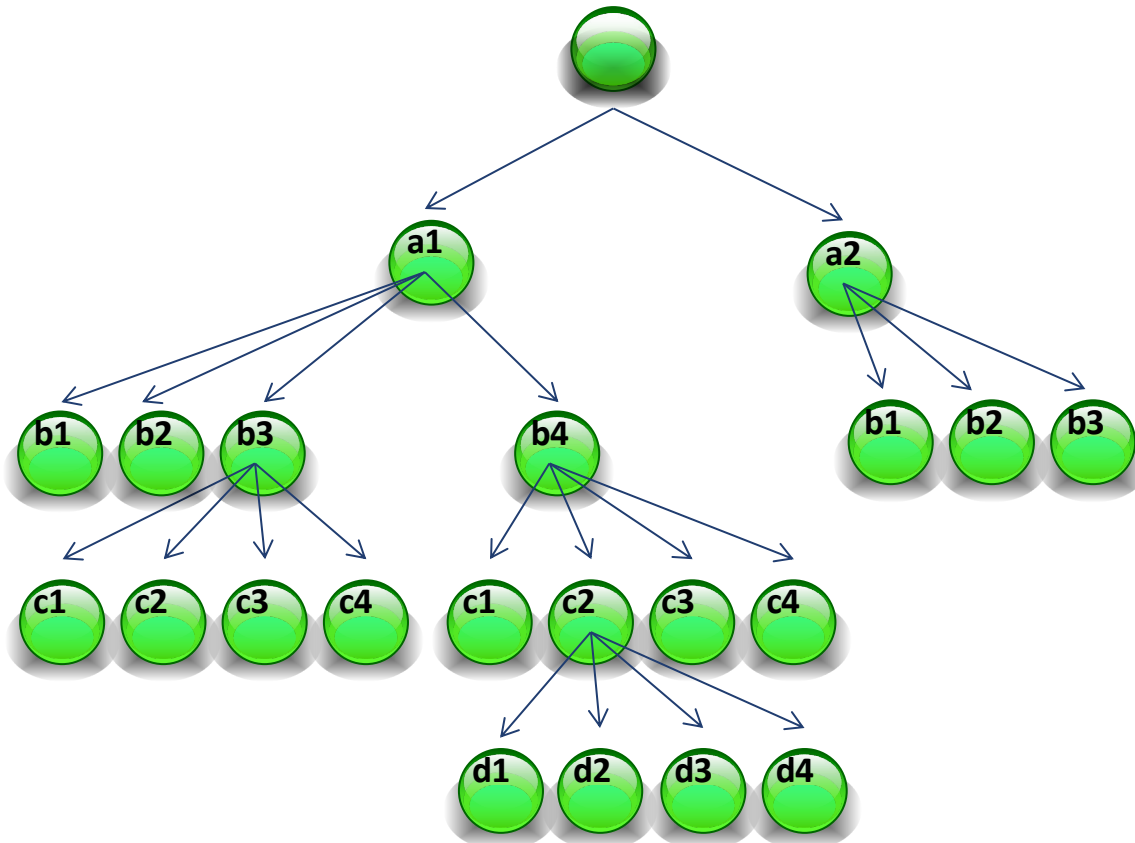
Simple backtracking



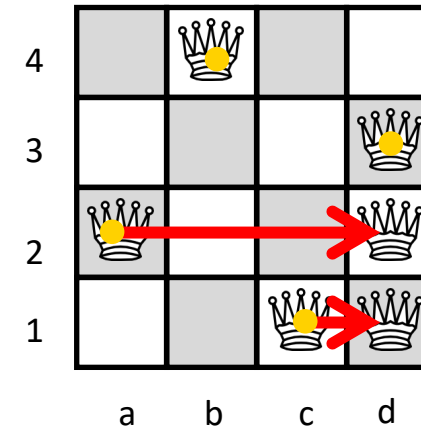
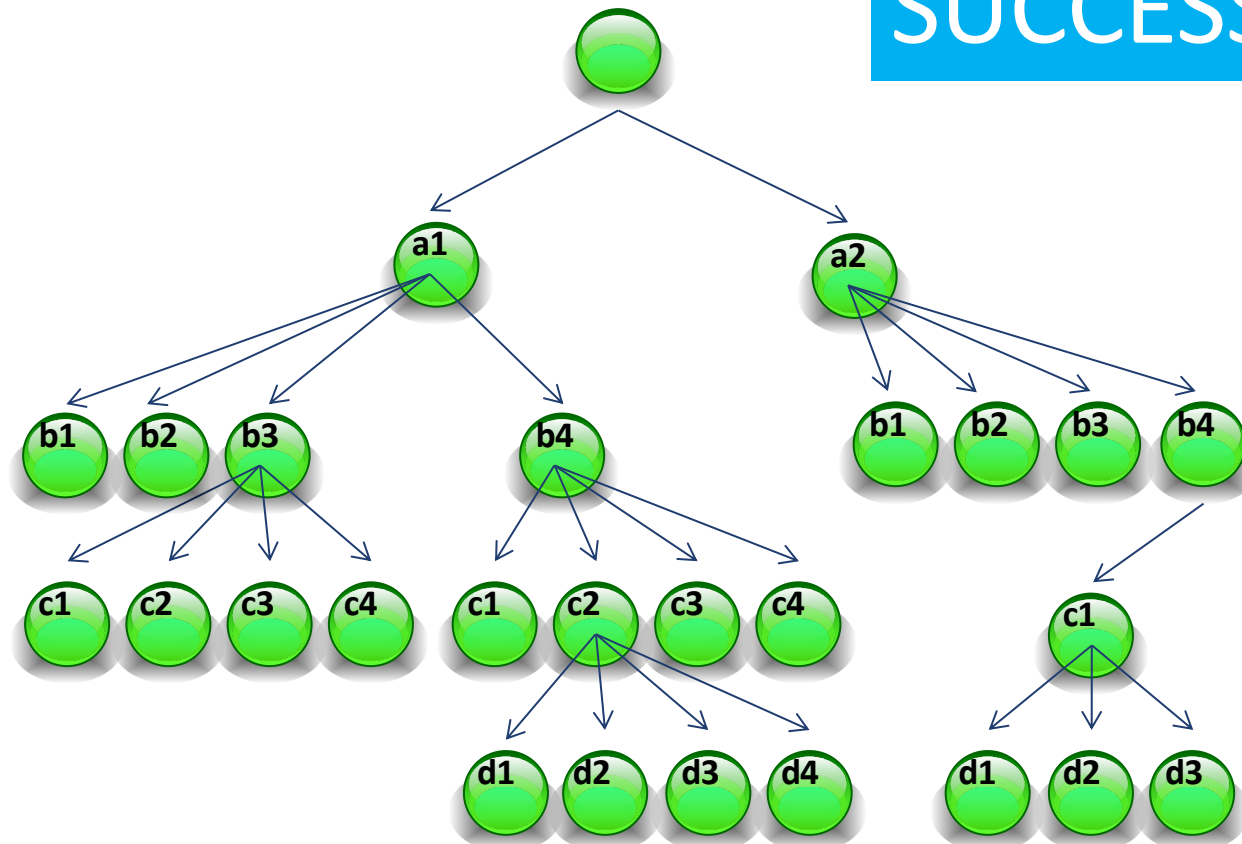
Simple backtracking



Simple backtracking



Simple backtracking



Simple backtracking

Disegna la radice dell'albero

Finché ci sono variabili non assegnate

1. Scegli una variabile X fra quelle non ancora assegnate e scrivi il suo nome nel nodo che hai appena disegnato.

Finché non hai provato tutti i valori nel suo dominio,

scegli un valore v nel dominio di X e disegna un arco

a partire da X , etichettando l'arco con v

Controlla i vincoli fra $X=v$ e tutti gli assegnamenti
antecedenti (fino alla radice dell'albero)

Se sono tutti soddisfatti,

aggiungi un nodo alla fine dell'arco e vai a 1.

Altrimenti (Se qualche vincolo non è soddisfatto)

scrivi *fallimento* in fondo all'arco.

Torna al nodo da cui era partito l'arco appena disegnato

Altrimenti (se hai già provato tutti i valori nel dominio)

Progetto di una formazione in ambito tecnologico economico e culturale per una regione della conoscenza europea e attrattiva approvato e
cofinanziato dalla Regione Emilia-Romagna con deliberazione di Giunta regionale n. 1625/2021

Se esiste il padre di X

Advanced School in Artificial Intelligence

