

RPS a. Kolokwium 1

gr 1

zad 1

Proces rekrutacyjny w pewnej firmie polega na rozwiązaniu zadania programistycznego. W rekrutacji biorą udział absolwenci trzech uniwersytetów. Zadanie rekrutacyjne zostało rozwiązane prawidłowo przez 80% absolwentów uniwersytetu A, 20% absolwentów uniwersytetu B i 40% absolwentów uniwersytetu C. Wiedząc że 10% kandydatów ukończyło uniwersytet A, 30% uniwersytet B, a pozostali uniwersytet C odpowiedz na poniższe pytania.

- Ile procent z pośród wszystkich kandydatów rozwiązało zadanie poprawnie?
- Jakie jest prawdopodobieństwo że losowo wybrany kandydat który źle rozwiązał zadanie ukończył uniwersytet B?
- Jakie jest prawdopodobieństwo że losowo wybrany kandydat dobrze rozwiązał zadanie i ukończył uniwersytet C?

Odp.:

a.

$$P(D) = P(U_A) * P(D|U_A) + P(U_B) * P(D|U_B) + P(U_C) * P(D|U_C) = \\ 0,1 * 0,8 + 0,3 * 0,2 + 0,6 * 0,4 = 0,38$$

b.

$$P(D') = 1 - 0,38 = 0,62 \\ P(U_B|D') = \frac{0,3 * 0,2}{0,62} = \frac{12}{31} \approx 0,3870$$

c.

$$P(D \cap U_C) = 0,6 * 0,4 = 0,24$$

zad 2

Zdarzenia A, B i C są niezależne. $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,9$ i $P(C) = 0,1$.

a. Oblicz prawdopodobieństwo że zachodzą co najmniej 2 z nich a. Oblicz prawdopodobieństwo że zachodzą dokładnie 2 z nich

a.

$$P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(B \cap C) - 2 * P(A \cap B \cap C) = \\ 0,4 * 0,9 + 0,4 * 0,1 + 0,9 * 0,1 - 2 * 0,4 * 0,9 * 0,1 = 0,418$$

b.

$$P(A \cap B) + P(A \cap C) + P(B \cap C) - 3 * P(A \cap B \cap C) = \\ 0,4 * 0,9 + 0,4 * 0,1 + 0,9 * 0,1 - 3 * 0,4 * 0,9 * 0,1 = 0,382$$

zad 3

Dane są zdarzenia A i B takie że $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,6$, $P(A \cap B) = 0,2$.
Oblicz: a. $P(A \setminus B)$ a. $P(A \cup B)$ a. $P(A|B)$

Odp.:

a.

$$P(A \setminus B) = 0,4 - 0,2 = 0,2$$

b.

$$P(A \cup B) = 0,4 + 0,6 - 0,2 = 0,8$$

c.

$$P(A|B) = \frac{0,2}{0,6} = \frac{1}{3} = 0,33$$

gr 2**zad 1**

Na wydziale znajdują się dwa automaty z napojami każdy z nich wydaje losowo jeden z trzech napoi (zielony, niebieski lub czerwony). Pierwszy automat wydaje napoje z następującym prawdopodobieństwem zielony: 10%, niebieski: 40%, czerwony 50%. Drugi automat wydaje napoje z następującym prawdopodobieństwem zielony: 40%, niebieski: 30%, czerwony 30%. Najpierw wybieramy automat (z równym prawdopodobieństwem) a następnie bierzemy z niego napój.

- Jakie jest prawdopodobieństwo że dostaniemy niebieski napój?
- Otrzymaliśmy zielony napój, jakie jest prawdopodobieństwo że pochodzi on z pierwszego automatu?
- Jakie jest prawdopodobieństwo że otrzymamy czerwony napój i będzie on pochodził z drugiego automatu?

Odp.:

a.

$$P(N) = 0,5 * 0,4 + 0,5 * 0,3 = 0,35$$

b.

$$P(Z) = 0,5 * 0,1 + 0,5 * 0,4 = 0,25$$

$$P(A_1|Z) = \frac{P(A_1 \cap Z)}{P(Z)} = \frac{0,5 * 0,1}{0,25} = 0,2$$

c.

$$P(C \cap A_2) = 0,5 * 0,3 = 0,15$$

zad 2

Zdarzenia A, B i C są niezależne. $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,8$ i $P(C) = 0,2$.

- Oblicz prawdopodobieństwo że zachodzi co najmniej 1 z nich
- Oblicz prawdopodobieństwo że zachodzi dokładnie 1 z nich

Odp.:

a.

$$P(A \cup B \cup C) =$$

$$0,3 + 0,8 + 0,2 - 0,3 * 0,8 - 0,3 * 0,2 - 0,8 * 0,2 + 0,3 * 0,8 * 0,2 = 0.888$$

b.

$$P(A \cup B \cup C) =$$

$$0,3 + 0,8 + 0,2 - 2 * 0,3 * 0,8 - 2 * 0,3 * 0,2 - 2 * 0,8 * 0,2 + 3 * 0,3 * 0,8 * 0,2 = 0.524$$

zad 3

Dane są zdarzenia A i B takie że $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,6$, $P(A \cap B) = 0,2$.
Oblicz:

- $P(B \setminus A)$
- $P(A \cup B)$
- $P(B|A)$

Odp.:

a.

$$P(B \setminus A) = 0,6 - 0,2 = 0,4$$

b.

$$P(A \cup B) = 0,6 + 0,4 - 0,2 = 0,8$$

c.

$$P(B|A) = \frac{0,2}{0,4} = 0,5$$

gr 3**zad 1**

W sklepie są ubrania pochodzące z trzech różnych szwalni. 25% z nich pochodzi ze szwalni A, 25% ze szwalni B a 50% ze szwalni C. 30% ubrań wyprodukowanych w A jest wadliwych, 20% ze szwalni B jest wadliwych i 5% ubrań ze szwalni C jest wadliwych.

- Ile procent ubrań w sklepie jest wadliwych?

- b. Jeżeli kupiliśmy losowe ubranie i nie jest ono wadliwe to jaka jest szansa że pochodzi ze szwalni A?
- c. Jakie jest prawdopodobieństwo że losowe ubranie jest dobrej jakości i pochodzi ze szwalni C?

Odp.:

a.

$$P(W) = 0,25 * 0,3 + 0,25 * 0,2 + 0,5 * 0,05 = 0,15$$

b.

$$P(W') = 1 - P(W) = 1 - 0,15 = 0,85$$

$$P(S_A|W) = \frac{0,25 * 0,7}{0,85} \approx 0.206$$

c.

$$P(S_C \cap W') = 0,5 * 0,95 = 0.475$$

zad 2

Zdarzenia A, B i C są niezależne. $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,7$ i $P(C) = 0,1$.

- a. Oblicz prawdopodobieństwo że zachodzą one wszystkie naraz
- b. Oblicz prawdopodobieństwo że zachodzi co najmniej jedno z nich i równocześnie nie zachodzi C

Odp.:

a.

$$P(A \cap B \cap C) = 0,4 * 0,7 * 0,1 = 0,028$$

b.

$$P((A \cup B) \setminus C) = 0,4 + 0,7 - 0,4 * 0,1 - 0,7 * 0,1 - 0,4 * 0,7 + 0,4 * 0,7 * 0,1 = 0.738$$

zad 3

Dane są zdarzenia A i B takie że $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,8$, $P(A \cap B) = 0,4$.
Oblicz:

- a. $P(B \setminus A)$
- b. $P(A \cap B | A \cup B)$
- c. $P(B|A)$

Odp.:

a.

$$P(B \setminus A) = 0,8 - 0,4 = 0,4$$

b.

$$P(A \cap B | A \cup B) = \frac{0,4}{0,5 + 0,8 - 0,4} = \frac{0,4}{0,9} = 0,4$$

c.

$$P(B|A) = \frac{0,4}{0,5} = 0,8$$

gr 4

zad 1

Dane są 3 pudełka z czarnymi i białymi kulami. W pudełku A jest po równo kul białych i czarnych, w pudełku B jest 70% kul czarnych, a w pudełku C jest 3 razy więcej kul białych niż czarnych. Wybieramy jedno z pudełek z następującym prawdopodobieństwem: 30% - A, 50% - B, 20% - C.

- Jakie jest prawdopodobieństwo wylosowania białej kuli?
- Jeżeli wylosowaliśmy kulę czarną to jaka jest szansa że pochodzi z pudełka A?
- Jaka jest szansa że wyciągniemy kulę czarną pochodzącą z pudełka C?

Odp.:

a.

$$P(B) = 0,3 * 0,5 + 0,5 * 0,3 + 0,2 * 0,75 = 0,45$$

b.

$$P(C) = P(B') = 1 - 0,45 = 0,55$$

$$P(P_A|C) = \frac{0,3 * 0,5}{0,55} = \frac{3}{11} = 0,27$$

c.

$$P(P_C \cap C) = P(P_C) * P(C|P_C) = 0,2 * 0,25 = 0,05$$

zad 2

Zdarzenia A, B i C są niezależne. $P(A) = 0,7$, $P(B) = 0,4$ i $P(C) = 0,9$.

- Oblicz prawdopodobieństwo że nie zachodzi żadne z nich
- Oblicz prawdopodobieństwo że zachodzi co najmniej jedno z nich, ale nie zachodzą wszystkie

Odp.:

a.

$$P(A' \cap B' \cap C') = 0,3 * 0,6 * 0,1 = 0,018$$

b.

$$P((A \cup B \cup C) \setminus (A \cap B \cap C)) = \\ 0,7 + 0,4 + 0,9 - 0,7 * 0,4 - 0,7 * 0,9 - 0,4 * 0,9 = 0,73$$

zad 3

Dane są zdarzenia A i B takie że $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,3$, $P(A \cap B) = 0,1$.
Oblicz:

a. $P(A \setminus (A \cap B))$

b. $P(B|A \cup B)$

c. $P(A|B)$

Odp.:

a.

$$P(A \setminus (A \cap B)) = 0,2 - 0,1 = 0,1$$

b.

$$P(B|A \cup B) = \frac{0,3}{0,2 + 0,3 - 0,1} = \frac{0,3}{0,4} = 0,75$$

c.

$$P(A|B) = \frac{0,1}{0,3} = \frac{1}{3} = 0,(3)$$