

1 P1

1.1 Metode del trapezi i quadratura de Newton

1.1.1 Valors obtinguts:

Subintervals	4	8	16	32	64	128
Quadratura de Simpson	0.9878242	0.0506787	0.1516852	0.3574180	0.3162449	0.3159174
Metode del Trapezi	0.2114939	-0.4753275	0.1954926	0.1715777	0.3111791	0.3149939
Subintervals	256	512	1024	2048	4096	8192
Quadratura de Simpson	0.3159050	0.3159043	0.3159042	0.3159042	0.3159042	0.3159042
Metode del Trapezi	0.3156883	0.3158510	0.3158910	0.3159009	0.3159034	0.3159040

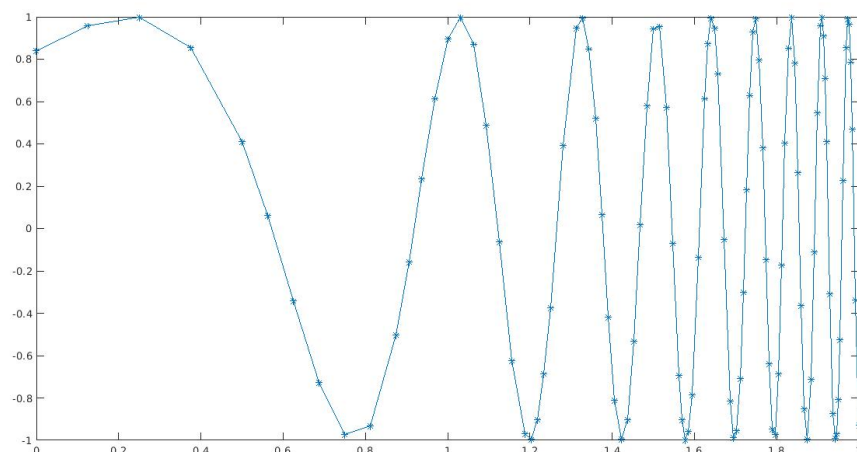


Figure 1: Convergencia de les quadratures

Observem que ambdós mètodes convergeixen correctament, el mètode del trapezi té una convergència quadràtica i la quadratura de Simpson una convergència proporcional a h^5 .

Sabent que l'error que comentem a la quadratura de Simpson decreix amb un ordre de 5, podem suposar que la longitud per la qual l'error és menor a 10^{-6} serà aproximadament $\# \text{Subintervals} = 2/h = \frac{2}{5\sqrt[5]{10^6}}$. Necessitarem aproximadament 32 intervals.

1.2 Simpson Adaptat

1.2.1 Fita del Error

Volem veure que la quadratura de Simpson adaptada ens produeix un error fitat (per 2ϵ en aquest cas). Considerem tots els intervals (x_i, y_i) tals que retornen el valor de la quadratura sense fer la crida recursiva. Sigui E_i l'error comès per l'interval i -èssim, com tots aquests intervals són disjunts i la seva unió és $(0,2)$ tenim que:

$$\sum_{i=0}^r E_i < \sum_{i=0}^r (y_i - x_i) * \epsilon = (b - a) * \epsilon = 2\epsilon$$

Per tant l'error esta fitat per 2ϵ .

1.2.2 Valors obtinguts

Cridant a la funcio amb una tolerancia de 10^{-3} obtenim 0.3159216 i un error absolut de 6.4188e-04. mentres que la funcio *integral* a matlab ens retorna 0.3159042. En efecte, hem comes un error menor a $2 \cdot 10^{-3}$.

Els intervals que utilitzem en aquest cas son (200 punts):

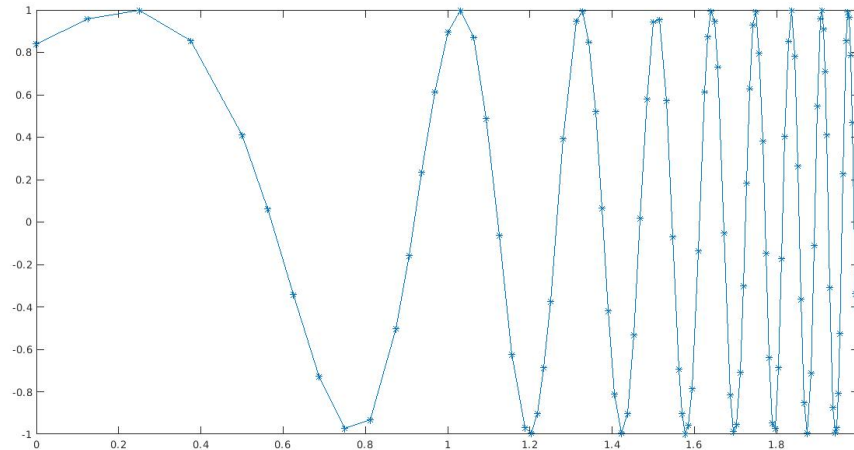


Figure 2: Simpson Adaptat amb tolerancia 10^{-3}

Si volem una precisio de 10^{-6} obtenim com a resposta 0.3159041 i utilitzem 579 punts:

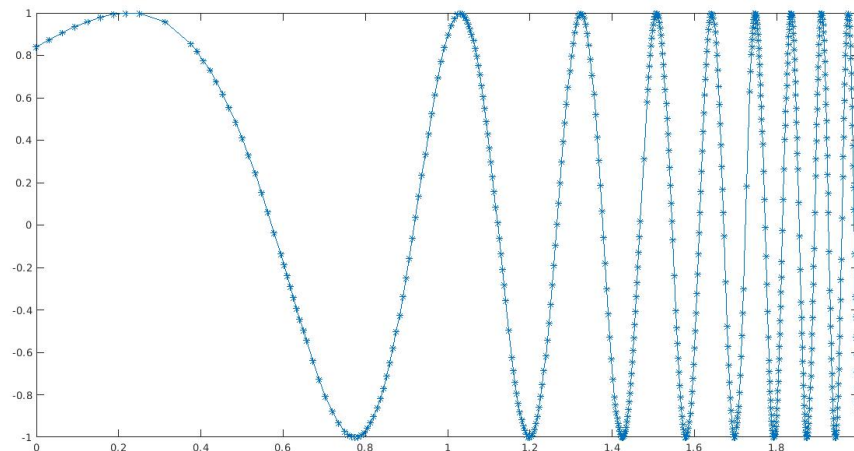


Figure 3: Simpson Adaptat amb tolerancia 10^{-6}

Donat que la figura oscil.la molt mes a la esquerra, si utilitzem la quadratura de simpson amb intervals uniformes utilitzem molts mes punts dels que necessitem, ja que a l'interval (0,1)

no calen masses punts per poder aproximar el valor de l'integral. La quadratura de Simpson adaptada ens permet aproximar l'integral sense fer servir punts inútils. De fet quan volem una precisió de 10^{-6} només 68 punts es troben a l'interval $(0,1)$