

Κλάσεις Πολυπλοκότητας

Δέκας Δημήτριος

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης

This work is licensed under a Creative Commons “Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International” license.



Θεωρία Υπολογισμού

Ο κλάδος της θεωρητικής πληροφορικής που πραγματεύεται το εάν και το πόσο αποδοτικά είναι δυνατόν να λυθεί κάποιο πρόβλημα με χρήση κάποιου αλγορίθμου σε ένα υπολογιστικό μοντέλο.

Θεωρία Υπολογισμού

Ο κλάδος της θεωρητικής πληροφορικής που πραγματεύεται το εάν και το πόσο αποδοτικά είναι δυνατόν να λυθεί κάποιο πρόβλημα με χρήση κάποιου αλγορίθμου σε ένα υπολογιστικό μοντέλο.

Διαιρείται στους εξής δύο κύριους υποκλάδους:

Θεωρία Υπολογισμού

Ο κλάδος της θεωρητικής πληροφορικής που πραγματεύεται το εάν και το πόσο αποδοτικά είναι δυνατόν να λυθεί κάποιο πρόβλημα με χρήση κάποιου αλγορίθμου σε ένα υπολογιστικό μοντέλο.

Διαιρείται στους εξής δύο κύριους υποκλάδους:

- θεωρία Υπολογισιμότητας

Θεωρία Υπολογισμού

Ο κλάδος της θεωρητικής πληροφορικής που πραγματεύεται το εάν και το πόσο αποδοτικά είναι δυνατόν να λυθεί κάποιο πρόβλημα με χρήση κάποιου αλγορίθμου σε ένα υπολογιστικό μοντέλο.

Διαιρείται στους εξής δύο κύριους υποκλάδους:

- θεωρία Υπολογισιμότητας
- θεωρία Πολυπλοκότητας

Θεωρία Πολυπλοκότητας

Ασχολείται με τον υπολογισμό των πόρων που απαιτούνται για την αλγοριθμική επίλυση ενός προβλήματος. Κατατάσσει τα προβλήματα σε κλάσεις πολυπλοκότητας βάση αυτού του κόστους.

Θεωρία Πολυπλοκότητας

Ασχολείται με τον υπολογισμό των πόρων που απαιτούνται για την αλγοριθμική επίλυση ενός προβλήματος. Κατατάσσει τα προβλήματα σε κλάσεις πολυπλοκότητας βάση αυτού του κόστους.

Οι σημαντικότεροι πόροι για τους οποίους ενδιαφερόμαστε:

Θεωρία Πολυπλοκότητας

Ασχολείται με τον υπολογισμό των πόρων που απαιτούνται για την αλγοριθμική επίλυση ενός προβλήματος. Κατατάσσει τα προβλήματα σε κλάσεις πολυπλοκότητας βάση αυτού του κόστους.

Οι σημαντικότεροι πόροι για τους οποίους ενδιαφερόμαστε:

- Χρόνος

Θεωρία Πολυπλοκότητας

Ασχολείται με τον υπολογισμό των πόρων που απαιτούνται για την αλγοριθμική επίλυση ενός προβλήματος. Κατατάσσει τα προβλήματα σε κλάσεις πολυπλοκότητας βάση αυτού του κόστους.

Οι σημαντικότεροι πόροι για τους οποίους ενδιαφερόμαστε:

- Χρόνος
- Χώρος

Κλάσεις Πολυπλοκότητας

Κλάσεις ισοδυναμίας που ορίζουν ότι τα προβλήματα που ανήκουν σε μία κλάση, έχουν την ίδια πολυπλοκότητα ως προς τον εξεταζόμενο πόρο.

Κλάσεις Πολυπλοκότητας

Κλάσεις ισοδυναμίας που ορίζουν ότι τα προβλήματα που ανήκουν σε μία κλάση, έχουν την ίδια πολυπλοκότητα ως προς τον εξεταζόμενο πόρο.

Κάθε κλάση πολυπλοκότητας ακολουθεί τον παρακάτω ορισμό:

Ορισμός

Ένα σύνολο προβλημάτων το οποίο μπορεί να λυθεί απο ένα αυτόματο M , κάνοντας χρήση του πόρου R με πολυπλοκότητα $O(f(n))$, όπου n το μέγεθος της εισόδου.

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε πολυωνυμικό χρόνο από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε πολυωνυμικό χρόνο από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε πολυωνυμικό χρόνο από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- Έλεγχος πρώτων αριθμών (AKS Primality Test)

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε πολυωνυμικό χρόνο από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- Έλεγχος πρώτων αριθμών (AKS Primality Test)
- Greatest Common Divisor

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε πολυωνυμικό χρόνο από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- Έλεγχος πρώτων αριθμών (AKS Primality Test)
- Greatest Common Divisor
- ST-Connectivity

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε πολυωνυμικό χρόνο από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- Έλεγχος πρώτων αριθμών (AKS Primality Test)
- Greatest Common Divisor
- ST-Connectivity
- Linear Programming

NP (Non-Deterministic Polynomial Time)

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε πολυωνυμικό χρόνο από μία **μη**-ντετερμινιστική μηχανή Turing.

NP (Non-Deterministic Polynomial Time)

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε πολυωνυμικό χρόνο από μία **μη**-ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

NP (Non-Deterministic Polynomial Time)

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε πολυωνυμικό χρόνο από μία **μη**-ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- Discrete Log Problem

NP (Non-Deterministic Polynomial Time)

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε πολυωνυμικό χρόνο από μία **μη**-ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- Discrete Log Problem
- Integer Factorization

NP (Non-Deterministic Polynomial Time)

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε πολυωνυμικό χρόνο από μία **μη**-ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- Discrete Log Problem
- Integer Factorization
- Graph isomorphism

NP (Non-Deterministic Polynomial Time)

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε πολυωνυμικό χρόνο από μία **μη**-ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- Discrete Log Problem
- Integer Factorization
- Graph isomorphism
- Minimum Circuit Size Problem

Το θεώρημα των Cook-Levin απέδειξε ότι το πρόβλημα της Boolean ικανοποίησης ανήκει στην κλάση NP-Complete. Μετά απο αυτό το θεώρημα ακολούθησαν πολλά άλλα προβλήματα τα οποία εντάχθηκαν στην κλάση NP-Complete.

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L για τις οποίες ισχύει:

- 1 Η L ανήκει στην κλάση NP.
- 2 Κάθε γλώσσα στην κλάση NP είναι δυνατόν να αναχθεί στην L σε πολυωνυμικό χρόνο.

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L για τις οποίες ισχύει:

- 1 Η L ανήκει στην κλάση NP.
- 2 Κάθε γλώσσα στην κλάση NP είναι δυνατόν να αναχθεί στην L σε πολυωνυμικό χρόνο.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L για τις οποίες ισχύει:

- 1 Η L ανήκει στην κλάση NP.
- 2 Κάθε γλώσσα στην κλάση NP είναι δυνατόν να αναχθεί στην L σε πολυωνυμικό χρόνο.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- Boolean satisfiability (Circuit-SAT, SAT, 3-SAT)

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L για τις οποίες ισχύει:

- 1 Η L ανήκει στην κλάση NP.
- 2 Κάθε γλώσσα στην κλάση NP είναι δυνατόν να αναχθεί στην L σε πολυωνυμικό χρόνο.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- Boolean satisfiability (Circuit-SAT, SAT, 3-SAT)
- Hamiltonian Path

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L για τις οποίες ισχύει:

- 1 Η L ανήκει στην κλάση NP.
- 2 Κάθε γλώσσα στην κλάση NP είναι δυνατόν να αναχθεί στην L σε πολυωνυμικό χρόνο.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- Boolean satisfiability (Circuit-SAT, SAT, 3-SAT)
- Hamiltonian Path
- Graph coloring

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L για τις οποίες ισχύει:

- 1 Η L ανήκει στην κλάση NP.
- 2 Κάθε γλώσσα στην κλάση NP είναι δυνατόν να αναχθεί στην L σε πολυωνυμικό χρόνο.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- Boolean satisfiability (Circuit-SAT, SAT, 3-SAT)
- Hamiltonian Path
- Graph coloring
- Sudoku

Ερώτημα

Είναι δυνατόν να βρεθεί ένας αλγόριθμος για κάθε πρόβλημα, το οποίο ανήκει στην κλάση NP, έτσι ώστε να μπορεί αυτό να λυθεί σε πολυωνυμικό χρόνο και άρα να ανήκει εν τέλει στην κλάση P;

Ερώτημα

Είναι δυνατόν να βρεθεί ένας αλγόριθμος για κάθε πρόβλημα, το οποίο ανήκει στην κλάση NP, έτσι ώστε να μπορεί αυτό να λυθεί σε πολυωνυμικό χρόνο και άρα να ανήκει εν τέλει στην κλάση P;

Με χρήση της κλάσης NP-Complete το παραπάνω ερώτημα μπορεί να διατυπωθεί με εναλλακτικό τρόπο ως εξής:

Εναλλακτική Διατύπωση

Είναι δυνατόν να βρεθεί ένας αλγόριθμος για **κάποιο** πρόβλημα, το οποίο ανήκει στην κλάση **NP-Complete**, έτσι ώστε να μπορεί αυτό να λυθεί σε πολυωνυμικό χρόνο και άρα να ανήκει εν τέλει στην κλάση P;

Τι θα συνέβαινε εάν $P = NP$

- Πλήρης κατανόηση της αναδίπλωσης των πρωτεϊνών.

Τι θα συνέβαινε εάν $P = NP$

- Πλήρης κατανόηση της αναδίπλωσης των πρωτεϊνών.
- Ραγδαία πρόοδος στην παραγωγική διαδικασία.

Τι θα συνέβαινε εάν $P = NP$

- Πλήρης κατανόηση της αναδίπλωσης των πρωτεϊνών.
- Ραγδαία πρόοδος στην παραγωγική διαδικασία.
- Ένα σημαντικό μέρος κρυπτογραφικών συστημάτων θα παύσει να είναι κατάλληλο για χρήση.

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L των οποίων τα αρητικά στιγμιότυπα είναι αποφασίσιμα σε πολυωνυμικό χρόνο από μία μη-ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L για τις οποίες ισχύει:

- 1 Η L ανήκει στην κλάση Co-NP.
- 2 Κάθε γλώσσα στην κλάση Co-NP είναι δυνατόν να αναχθεί στην L σε πολυωνυμικό χρόνο.

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε εκθετικό χρόνο από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε εκθετικό χρόνο από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε εκθετικό χρόνο από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- Στρατηγική νίκης σε κάποιο παιχνίδι

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε εκθετικό χρόνο από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- Στρατηγική νίκης σε κάποιο παιχνίδι
- Αποδοχή απο μηχανή Turing σε t βήματα

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε εκθετικό χρόνο από μία **μη**-ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε εκθετικό χρόνο από μία **μη**-ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες σε εκθετικό χρόνο από μία **μη**-ντετερμινιστική μηχανή Turing.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- SUCCINCT NP-Complete problems

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L για τις οποίες υπάρχει πιθανολογική μηχανή Turing με τις εξής ιδιότητες:

- 1 Τρέχει πάντοτε σε πολυωνυμικό χρόνο.
- 2 Εάν η σωστή απάντηση στο ερώτημα αποδοχής κάποιας συμβολοσειράς είναι ΟΧΙ, τότε **πάντα** επιστρέφει ΟΧΙ.
- 3 Εάν η σωστή απάντηση στο ερώτημα αποδοχής κάποιας συμβολοσειράς είναι ΝΑΙ, επιστρέφει ΝΑΙ με πιθανότητα τουλάχιστον $\frac{1}{2}$, αλλιώς επιστρέφει ΟΧΙ.

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L για τις οποίες υπάρχει πιθανολογική μηχανή Turing με τις εξής ιδιότητες:

- 1 Τρέχει πάντοτε σε πολυωνυμικό χρόνο.
- 2 Εάν η σωστή απάντηση στο ερώτημα αποδοχής κάποιας συμβολοσειράς είναι ΝΑΙ, τότε **πάντα** επιστρέφει ΝΑΙ.
- 3 Εάν η σωστή απάντηση στο ερώτημα αποδοχής κάποιας συμβολοσειράς είναι ΟΧΙ, επιστρέφει ΟΧΙ με πιθανότητα τουλάχιστον $\frac{1}{2}$, αλλιώς επιστρέφει ΝΑΙ.

ZPP (Zero-Error Probabilistic Polynomial Time)

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L για τις οποίες υπάρχει πιθανολογική μηχανή Turing με τις εξής ιδιότητες:

- 1 Τρέχει πάντοτε σε πολυωνυμικό χρόνο.
- 2 Στο ερώτημα αποδοχής κάποιας συμβολοσειράς ενδέχεται να απαντήσει ΝΑΙ, ΟΧΙ ή ΔΕΝ ΓΝΩΡΙΖΩ.
- 3 Εάν απαντήσει ΝΑΙ ή ΟΧΙ, τότε αυτή είναι η σωστή απάντηση.
- 4 Επιστρέφει ΔΕΝ ΓΝΩΡΙΖΩ με πιθανότητα $\leq \frac{1}{2}$.

Θεώρημα

Ισχύει $ZPP = RP \cap Co - RP$.

BPP (Bounded-Error Probabilistic Polynomial Time)

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L για τις οποίες υπάρχει πιθανολογική μηχανή Turing με τις εξής ιδιότητες:

- 1 Τρέχει πάντοτε σε πολυωνυμικό χρόνο.
- 2 Σε κάθε ερώτημα αποδοχής κάποιας συμβολοσειράς, έχει πιθανότητα το πολύ $\frac{1}{3}$ να δώσει λάθος απάντηση, είτε αυτή είναι ΝΑΙ, είτε ΟΧΙ.

Υπολογισμοί σε Κβαντικούς Υπολογιστές

Υπάρχει ανάλογη κλάση πολυπλοκότητας, η οποία αφορά προβλήματα απόφασης που λύνονται από κβαντικούς υπολογιστές σε πολυωνυμικό χρόνο και ονομάζεται Bounded-Error Quantum Polynomial Time.

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L για τις οποίες υπάρχει πιθανολογική μηχανή Turing με τις εξής ιδιότητες:

- 1 Τρέχει πάντοτε σε πολυωνυμικό χρόνο.
- 2 Εάν η σωστή απάντηση στο ερώτημα αποδοχής κάποιας συμβολοσειράς είναι ΝΑΙ, τότε επιστρέφει ΝΑΙ με πιθανότητα $> \frac{1}{2}$.
- 3 Εάν η σωστή απάντηση στο ερώτημα αποδοχής κάποιας συμβολοσειράς είναι ΟΧΙ, τότε επιστρέφει ΝΑΙ με πιθανότητα $\leq \frac{1}{2}$.

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing και απαιτούν πολυωνυμικό χώρο σε σχέση με το μέγεθος της εισόδου.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing και απαιτούν πολυωνυμικό χώρο σε σχέση με το μέγεθος της εισόδου.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- First-order Theory Problems

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing και απαιτούν πολυωνυμικό χώρο σε σχέση με το μέγεθος της εισόδου.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- First-order Theory Problems
- QSAT

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing και απαιτούν πολυωνυμικό χώρο σε σχέση με το μέγεθος της εισόδου.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- First-order Theory Problems
- QSAT
- Succinct versions of many graph problems.

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες από μία **μη**-ντετερμινιστική μηχανή Turing και απαιτούν πολυωνυμικό χώρο σε σχέση με το μέγεθος της εισόδου.

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing και απαιτούν εκθετικό χώρο σε σχέση με το μέγεθος της εισόδου.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing και απαιτούν εκθετικό χώρο σε σχέση με το μέγεθος της εισόδου.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- Ideal Membership Problem

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing και απαιτούν εκθετικό χώρο σε σχέση με το μέγεθος της εισόδου.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- Ideal Membership Problem
- Problems related to Vector Addition Systems

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες από μία ντετερμινιστική μηχανή Turing και απαιτούν εκθετικό χώρο σε σχέση με το μέγεθος της εισόδου.

Χαρακτηριστικά προβλήματα που ανήκουν στην κλάση:

- Ideal Membership Problem
- Problems related to Vector Addition Systems
- Temporal Planning with Concurrent Actions

Ορισμός

Η κλάση των γλωσσών L που είναι αποφασίσιμες από μία **μη**-ντετερμινιστική μηχανή Turing και απαιτούν εκθετικό χώρο σε σχέση με το μέγεθος της εισόδου.

Διατυπώθηκε και αποδείχθηκε (μέσω μια κατασκευαστικής απόδειξης) από τον Walter Savitch το 1970 και δίνει μία σχέση ανάμεσα στην ντετερμινιστική και μη-ντετερμινιστική χωρική πολυπλοκότητα. Το θεώρημα δηλώνει ότι για κάθε συνάρτηση $f \in \Omega(\log(n))$ ισχύει το εξής:

$$NSPACE(f(n)) \subseteq DSPACE(f(n))^2$$

Διατυπώθηκε και αποδείχθηκε (μέσω μια κατασκευαστικής απόδειξης) από τον Walter Savitch το 1970 και δίνει μία σχέση ανάμεσα στην ντετερμινιστική και μη-ντετερμινιστική χωρική πολυπλοκότητα. Το θεώρημα δηλώνει ότι για κάθε συνάρτηση $f \in \Omega(\log(n))$ ισχύει το εξής:

$$NSPACE(f(n)) \subseteq DSPACE(f(n))^2$$

Απο το θεώρημα αυτό προκύπτουν δύο πολύ χρήσιμα αποτελέσματα:

Διατυπώθηκε και αποδείχθηκε (μέσω μια κατασκευαστικής απόδειξης) από τον Walter Savitch το 1970 και δίνει μία σχέση ανάμεσα στην ντετερμινιστική και μη-ντετερμινιστική χωρική πολυπλοκότητα. Το θεώρημα δηλώνει ότι για κάθε συνάρτηση $f \in \Omega(\log(n))$ ισχύει το εξής:

$$NSPACE(f(n)) \subseteq DSPACE(f(n))^2$$

Απο το θεώρημα αυτό προκύπτουν δύο πολύ χρήσιμα αποτελέσματα:

❶ $PSPACE = NPSPACE$

Διατυπώθηκε και αποδείχθηκε (μέσω μια κατασκευαστικής απόδειξης) από τον Walter Savitch το 1970 και δίνει μία σχέση ανάμεσα στην ντετερμινιστική και μη-ντετερμινιστική χωρική πολυπλοκότητα. Το θεώρημα δηλώνει ότι για κάθε συνάρτηση $f \in \Omega(\log(n))$ ισχύει το εξής:

$$NSPACE(f(n)) \subseteq DSPACE(f(n))^2$$

Απο το θεώρημα αυτό προκύπτουν δύο πολύ χρήσιμα αποτελέσματα:

- 1 $PSPACE = NPSPACE$
- 2 $EXPSPACE = NEXPSPACE$

Σας ευχαριστώ για την προσοχή και τον χρόνο σας.
Μήν διστάσετε να κάνετε οποιαδήποτε ερώτηση.

Ευχαριστώ τον Θανάση Βράνη για την πολύτιμη βοήθεια του.