Seminar 7

01.04.2024

Teoria Selecției

V. CONTINUE

(1) Dacă presupunem că greutatea unor persoane este o caracteristică repartizată normal cu abaterea medie pătratică = 2

Care trebuie să fie volumul de selecție pt a fi siguri cu $p = 0,99$ că media de selecție nu diferă de media populației în valoare absolută cu mai mult de o unitate.

Se notează cu $\overline{X}$ ~~v.a.~~ media de selecție.

cu $m \overset{not}{=}$ media v.a. X repartizată normal cu parametri m și σ.

greutate, media

1) $X \sim (m, \sigma)$

abaterea ~~medie~~ pătratică medie

$\Downarrow$

$$\frac{X-m}{\sigma} = Y \text{ are funcția de repartiție} = \text{F.c. LaPlace}$$

$$\frac{X-m}{\sigma} \sim N(0,1) \qquad [!] \to \Phi(x) = \int_{-\infty} f(t)\,dt \quad N(0,1)$$

2) $X \sim N(m, \sigma) \Rightarrow \underbrace{\overline{X}}_{\text{medie de selecție}} \sim N\left(m, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \Rightarrow \frac{\overline{X}-m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \in N(0,1)$

$n \overset{not}{=}$ volumul selecției

Seminar 7

01.04.2024

$n = ?$

n - nr. de persoane

$$0{,}99 = P(|\overline{X} - m| < 1) = P\left(-1 < \overline{X} - m < 1\right) = $$

$$= P\left(-\frac{\sqrt{n}}{\sigma} < \frac{\overline{X} - m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} < \frac{\sqrt{n}}{\sigma}\right) =$$

$$= P\left(-\frac{\sqrt{n}}{2} < Z < \frac{\sqrt{n}}{2}\right) = \cancel{\Phi\left(\frac{\sqrt{n}}{2}\right) - \Phi\left(\frac{\sqrt{n}}{2}\right)}$$

$$\Phi(Z) = \Phi_0(Z) + \frac{1}{2}$$

$$\int_{-\infty}^{Z} = \int_{0}^{Z} + \int_{-\infty}^{0}$$

Se arată că

$$\Phi_0(-Z) = -\Phi_0(Z)$$

$$\Phi(-Z) = 1 - \Phi(Z)$$

$$\Phi_0\left(\frac{\sqrt{n}}{2}\right) + \frac{1}{2} - \Phi_0\left(-\frac{\sqrt{n}}{2}\right) - \frac{1}{2} =$$

$$= \Phi_0\left(\frac{\sqrt{n}}{2}\right) - \Phi_0\left(-\frac{\sqrt{n}}{2}\right) = 2\,\Phi_0\left(\frac{\sqrt{n}}{2}\right) = 0{,}99 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Phi_0\left(\frac{\sqrt{n}}{2}\right) = 0{,}495 \Rightarrow \frac{\sqrt{n}}{2} = 2{,}58 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = (2 \cdot 2{,}58)^2 \Rightarrow n = 26{,}6256 \Rightarrow 26$$ ~~oameni~~ persoane

Seminar 7

② Se consid. 2 populații caracterizate de de v.a. independente având repartiții normale de aceeași medie și abateri medii pătratice 5,1 și 8,3. Ș.[?] că din fiecare populație se extrage câte o selecție de volum $n=81$, să se găsească prob. ca diferența dintre mediile celor 2 selecții în val. absolut să depășească 0,8.

$\sigma_X = 5,1$

$\sigma_Y = 8,3$

$n = 81$

Fie X, Y v.a. independente

Obs: Fie Z, T v.a. indep.
$V(Z-T) = V(Z) + V(T)$

$\cancel{P(|m_1 - m_2| > 0,8) = ?}$

$X \sim N(m, \sigma_X) \Rightarrow \overline{X} \sim N\left(m, \frac{\sigma_X}{9}\right)$

$Y \sim N(m, \sigma_Y) \Rightarrow \overline{Y} \sim N\left(m, \frac{\sigma_Y}{9}\right)$

$\overline{X} - \overline{Y} \sim N\left(0, \frac{\sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_Y^2}}{9}\right)$

$P(\overline{X} - \overline{Y} \geq 0,8) = 1 - P(|\overline{X} - \overline{Y}| \leq 0,8) =$

$= 1 - P(-0,8 \leq \overline{X} - \overline{Y} \leq 0,8) =$

$$= 1 - \left(\Phi \cancel{(0,78)} \left(\frac{0,8\cdot 9}{(5,1)^2 + (8,3)^2} \right) - \Phi \left(\frac{-0,8\cdot 9}{(5,1)^2 + (8,3)^2} \right) \right) = \ldots$$

$$= \cancel{0,739}$$

$$= 1 - \left(\Phi(0,739) - \Phi(-0,739) \right) =$$

$$= 1 - \left\{ \Phi(0,739) + \Phi(0,739) \right\} =$$

$$= 1 - \Phi(0,739) + 1 - \Phi(0,739) =$$

$$= 2 - 2\left(\Phi_0(0,739) \right\} + \frac{1}{2} \right)$$

$$= 2 - 2\Phi_0(0,739) - 1 =$$

$$= 1 - 2\Phi_0(0,739) \approx 1 - 2\Phi_0(0,74) =$$

$$= 1 - 2 \cdot 0,2704 =$$

V. DISCRETE

③ Repart. valorilor unor caracteristici X observate în urma unei selecții de volum $n = 50$. este dată în următorul tabel

a) Să se calculeze media și dispersia de alegere

b) Să se repr. grafic poligonul frecvențelor absolute