Seminar 1

19.02.2024

→ cazul evenimentelor elementare = probabil
→ considerăm experiență un număr finit de evenimente elementare = probabil
→ notăm cu Ω = spațiul evenimentelor elementare
→ probabilitatea p a unui eveniment A ($A \subset \Omega$) se calculează prin: $\boxed{p = \frac{cf}{cp}}$

→ $p = \frac{|A|}{|\Omega|}$

① Se aruncă 2 zaruri. Care este probabilitatea obținerii sumei de 6?

$$\left.\begin{aligned} cp &= 6^2 \\ cf &= 5 \end{aligned}\right\} \Rightarrow p = \frac{5}{36}$$

② Se aruncă 6 zaruri. Se cere probabilitatea:

a) obținerii tuturor numerelor de la 1 la 6

$$\left.\begin{aligned} cp &= 6^6 \\ cf &= P_6 = 6! \end{aligned}\right\} \Rightarrow p = \frac{6!}{6^6} = \frac{1\cdot 2\cdot \cancel{3}\cdot 4\cdot 5\cdot \cancel{6}}{6^{\cancel{6}\,4}} = \frac{20}{6^4} = \frac{5}{9\cdot 6^2}$$

b) reapariției numărului 4

$$\left.\begin{aligned} cp &= 6^6 \\ cf &= 5^6 \end{aligned}\right\} \Rightarrow p = \left(\frac{5}{6}\right)^6$$

③ Din mulțimea numerelor naturale din 7 cifre diferite care nu conțin cifra 0, se alege la întâmplare un număr. Care este probabilitatea ca acesta să conțină cifrele 3 și 4 în această ordine:

a) consecutiv

contează ordinea pt. că sunt numere

$$\left.\begin{aligned} c_p &= A_9^7 = \frac{9!}{2!} \\ c_f &= \underbrace{6\,A_7^5}_{} = \frac{6\cdot 7!}{2!} \end{aligned}\right\} \Rightarrow p = \frac{6\cdot 7!}{2!}\cdot\frac{2!}{9!} = \frac{1}{12}$$

număr de 7 cifre

combinări din cifre fără 3 și 4

3	4					
1	2	3	4	5	6	7

	3	4				
1	2	3	4	5	6	7

...

b) nu neapărat consecutiv

$$\left.\begin{aligned} c_p &= A_9^7 = \frac{9!}{2!} \\ c_f &= 21\cdot A_7^5 = 21\,\frac{7!}{2!} \end{aligned}\right\} \Rightarrow p = 21\cdot\frac{7!}{\cancel{2!}}\cdot\frac{\cancel{2!}}{9!} = \frac{7}{24}$$

1	2	3	4	5	6	7
3	4					
3		4				
3			4			
3				4		
3					4	
3						4

← 7 cifre un număr

⇒ 6 numere favorabile

1	2	3	4	5	6	7
	3	4				
	3		4			
	3			4		
	3				4	
	3					4

⇒ 5 numere favorabile

$\Rightarrow 6+5+4+3+2+1 = 21$

Seminar 1

19.02.2024

④ ÎNTR-O LADĂ, DIN 100 DE MERE, 10 SUNT STRICATE. CARE ESTE PROBABILITATEA, CA. LUÂND 5 MERE LA ÎNTÂMPLARE, SĂ GĂSIM:

a) 2 MERE STRICATE?

$$\left.\begin{aligned} cp &= C_{100}^{5} = \frac{100!}{95!\,5!} \\ cf &= C_{10}^{2}\cdot C_{90}^{3} = \frac{10!}{8!\,2!}\cdot\frac{90!}{87!\,3!} \end{aligned}\right\} \Rightarrow p = \frac{10!}{8!\,2!}\cdot\frac{90!}{87!\cdot 3!}\cdot\frac{95!\cdot 5!}{100!} =$$

b) CEL PUȚIN UN MĂR STRICAT

Metoda 1:

$$\left.\begin{aligned} cp &= C_{100}^{5} \\ \text{niciun măr stricat} &= C_{90}^{5} \end{aligned}\right\} \Rightarrow p = 1 - \frac{C_{90}^{5}}{C_{100}^{5}}$$

Metoda 2:

$$\left.\begin{aligned} cp &= C_{100}^{5} \\ cf &= \sum_{k=1}^{5} C_{10}^{k}\cdot C_{90}^{5-k} \end{aligned}\right\} \Rightarrow p = \frac{\sum_{k=1}^{5} C_{10}^{k}\cdot C_{90}^{5-k}}{C_{100}^{5}}$$

Spații de Probabilitate

1. FIE A și B, 2 EVENIMENTE ASTFEL ÎNCÂT REALIZAREA EVENIMENTULUI $A=\frac{1}{5}$, PROBABILITATEA EVENIMENTULUI $B=\frac{3}{5}$ și PROBABILITATEA REALIZĂRII SIMULTANE A EVENIMENTELOR A și $B=\frac{1}{10}$. SĂ SE CALCULEZE:

a) PROBABILITATEA REALIZĂRII A CEL PUȚIN UNUIA DINTRE EVENIMENTELE A și B.

$$\left.\begin{aligned} P(A)&=\frac{1}{5} \\ P(B)&=\frac{3}{5} \\ P(A\cap B)&=\frac{1}{10}\end{aligned}\right\} \Rightarrow P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=$$

$$=\frac{1}{5}+\frac{3}{5}-\frac{1}{10}=\frac{7}{10}$$

b) PROBABILITATEA REALIZĂRII EVENIMENTULUI A și A NEREALIZĂRII EVENIMENTULUI B

$$P(A\setminus B)=P(A\cap\bar{B})=P(A\cap B^c)=P(A)\cdot P(B'|A)=$$

$$=P(A)\cdot(1-(P(B|A))=\frac{1}{5}\left(1-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{10}$$

2. DINTR-O URNĂ CU n bile numerotate până la n, se EXTRAG PE RÂND TOATE BILELE. O "concordanță pe poziția i" ÎNSEAMNĂ APARIȚIA BILEI i LA EXTRAGEREA i. SĂ SE DETERMINE PROBABILITATEA DE A AVEA CEL PUȚIN O CONCORDANȚĂ.

notăm cu A_i evenimentul concordanței de pe poziția i