向量代数与空间解析几何

Didnelpsun

目录

1 向量代数

2 空间解析几何

2.1 平面方程

2.2 直线方程

2.3 位置关系

2.4 空间曲线

2.5 空间曲面

3 场论初步

3.1 方向导数

3.2 梯度

3.3 散度与旋度

直接代入公式。

例题：计算向量场 $u(x,y,z)=xy^2i+ye^xj+x\ln(1+z^2)k$ 在点 $P(1,1,0)$ 的散度和旋度。

解：所以 $u(x,y,z)=(P,Q,R)$，$P=xy^2$，$Q=ye^x$，$R=x\ln(1+z^2)$。

$\dfrac{\partial P}{\partial x}=y^2$，$\dfrac{\partial Q}{\partial y}=e^x$，$\dfrac{\partial R}{\partial z}=\dfrac{2zx}{1+z^2}$。

代入 $P(1,1,0)$，得到散度 $\operatorname{div}\vec{u}=1+e$。

旋度 $\overrightarrow{\operatorname{rot}}\,\vec{u}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ \dfrac{\partial}{\partial x} & \dfrac{\partial}{\partial y} & \dfrac{\partial}{\partial z}\\ xy^2 & ye^x & x\ln(1+z^2)\end{vmatrix}=\dfrac{\partial x\ln(1+z^2)}{\partial y}\vec{i}+\dfrac{\partial xy^2}{\partial z}\vec{j}+\dfrac{\partial ye^x}{\partial x}\vec{k}-\dfrac{\partial xy^2}{\partial y}\vec{k}-\dfrac{\partial ye^x}{\partial z}\vec{i}-\dfrac{\partial x\ln(1+z^2)}{\partial x}\vec{j}=0+0+ye^x\vec{k}-2xy\vec{k}-0-\ln(1+z^2)\vec{j}=-\ln(1+z^2)\vec{j}+(ye^x-2xy)\vec{k}=(0,0,e-2)$。