西安电子科技大学 网络与信息安全学院

信 号 与 系 统 实验报告

班　　级：____________________________

学　　号：____________________________

姓　　名：____________________________

Github 账号：**https://github.com/Doublc-Qluv**

电子邮箱：___________________________

指导教师：_______________________

2018 年 **6** 月 **2** 日

实验题目：信号与系统实验（二）

实验摘要：

一、运用科学计算软件 MATLAB 将特殊信号进行延拓、傅里叶变换、叠加等操作

二、通过形成图像直观感受傅里叶系数对于最后结果的影响（吉布斯现象）

三、MATLAB 自建函数以及特殊相关函数的应用

题目描述：

1. 使用题目中提供 matlab 程序得到一个周期为 4π， $f_{\max}=1, f_{\min}=-1$，的锯齿波信号，要求将以该信号作为一个周期进行周期延拓后得出时域表达式，并求出其指数形式的傅里叶系数，画出其叠加波形，指出吉布斯现象在何处出现。

2. 编写一个名为 square_wave 的函数，函数所需的参数为整数 n。

函数的功能为:将 t 从 0 到 4π ,等距取出 1001 个数字,分别计算其 $\sum_{k=1}^{n}\frac{\sin[(2k-1)t]}{2k-1}$，函数返回值为一个行向量，存储着上述 1001 个结果。并要求我们测试 n=20 以及更大数值时的结果，并画出结果。

3. (1) 题目中给出一个信号的三角函数形式的傅里叶展开 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin(nt)}{n}$，要求通过观察分析或者数值计算，推测出相应的 $f(t)$，并且画出波形进行比较。

(2) 题目要求通过求出所猜测函数的傅里叶系数来验证猜测，并与题目中所给形式进行比较，找出 cos 项的特点。

(3) 要求定义一个新的函数 $f_N(t)=\sum_{n=1}^{N}\frac{\sin(nt)}{n}$，画出 N 不同时的波形，与 $f(t)$ 波形进行比较，观察 N 为多少时，对 $f(t)$ 的描绘最差。

(4) 题目定义了一个新函数 $F_N(t)=\frac{f_1(t)+f_2(t)+f_3(t)+...+f_N(t)}{N}$，要求我们分别画出

$F_N(t), f_N(t)$ 并且进行比较，定性解释它们的不同点。

实验内容：

1.题目中给出的程序得到的函数：$y=\dfrac{(r(t+2\pi)-r(t-2\pi))}{2\pi}-2\varepsilon(t)$

($r(t)$ 为斜升函数 $,r(t)=t\varepsilon(t)$)

```
t=-2*pi:0.01:2*pi;
y1=sawtooth(0.5*t,1);%题目原始函数代码
y2=((t+2*pi).*stepfun(t,-2*pi)-(t-2*pi).*stepfun(t,2*pi))/(2*pi)-2*stepfun(t,0);%函数模拟代码

%plot(t,y1,'blue');
%axis([-10,10,-1.5,1.5]);
%xlabel('t');
%ylabel(' ');
%title('原始信号一个周期波形');
%grid on;

subplot(1,2,1);
plot(t,y2,'blue');
axis([-10,10,-1.5,1.5]);
xlabel('t');
ylabel(' ');
title('原始信号一个周期波形(已经改变输入方式)');
grid on;

sum=zeros(size(t));
for k=-10:10
sum=sum+pro1_fun(k).*exp(0.5i*k.*t);%对谐波做叠加处理
end
subplot(1,2,2);
plot(t,sum,'r');
axis([-10,10,-1.5,1.5]);
xlabel('t');
ylabel(' ');
title('前11次谐波叠加出的一个周期波形');
grid on;
```

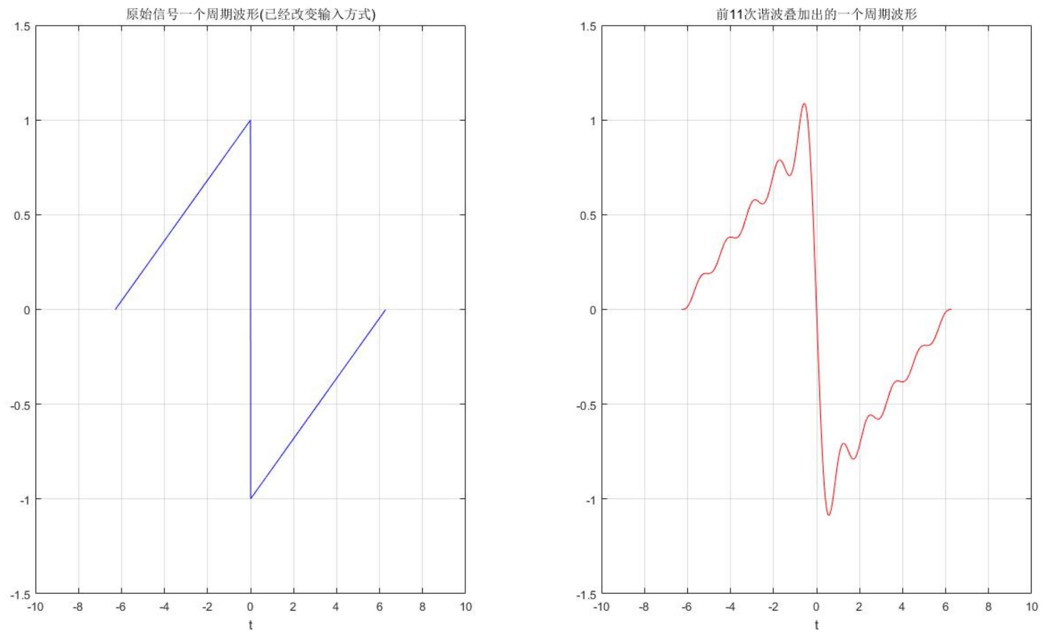

图 1-1

将之前得到的函数进行周期延拓：$y=\dfrac{(r(t+2\pi+4k\pi)-r(t-2\pi+4k\pi))}{2\pi}-2\varepsilon(t+4k\pi)$

取向左右周期延拓三周期便于查看结果：

```
for k=-3:1:3
t=-2*pi+4*k*pi:0.001:2*pi+4*k*pi;
y=((t+2*pi-4*k*pi).*stepfun(t,-2*pi+4*k*pi)-(t-2*pi-4*k*pi).*stepfun(t,2*pi+4*k*pi))/(2*pi)-2*stepfun(t,4*k*pi);
plot(t,y);hold on;
end
grid on;
title('periodic extension');
xlabel('t');
ylabel(' ');
```

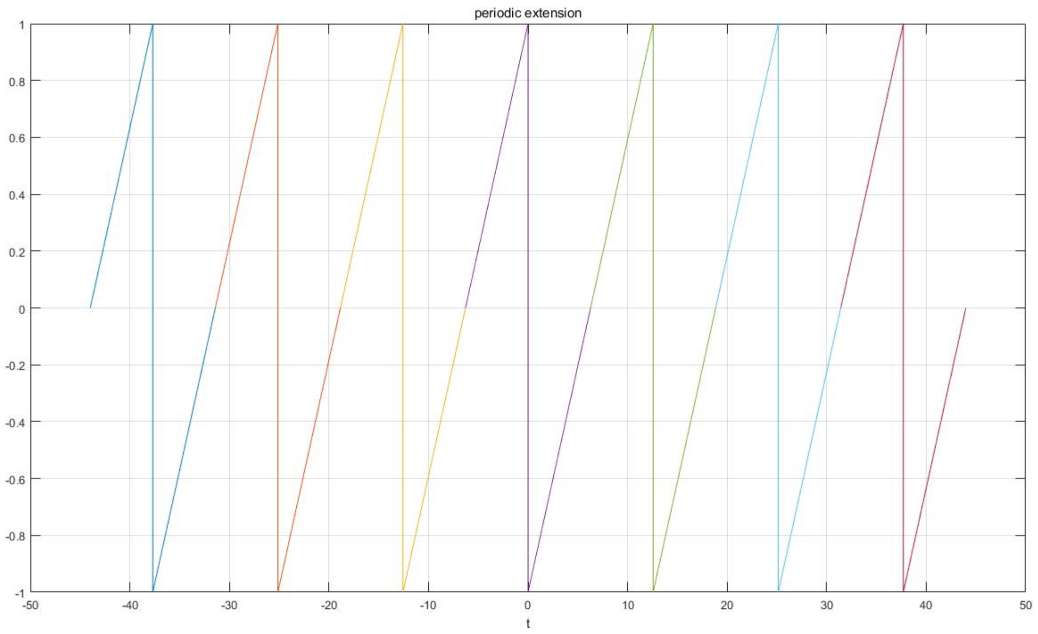

图 1-2

取 6 次、11 次、21 次谐波叠加简单判断吉布斯现象：

即：吉布斯现象显著显示在间断点处(例如：t=0)

```
t=-2*pi:0.1:2*pi;
y=sawtooth(0.5*t,1);
plot(t,y,'blue');hold on;
sum=zeros(size(t));
for k=-5:5
sum=sum+q1_1_function(k).*exp(0.5i*k.*t);%对谐波进行 6 次叠加处理
end
plot(t,sum,'green');hold on;
sum=zeros(size(t));
for k=-10:10
sum=sum+q1_1_function(k).*exp(0.5i*k.*t);%对谐波进行 11 次叠加处理
end
plot(t,sum,'red');
sum=zeros(size(t));
for k=-20:20
sum=sum+q1_1_function(k).*exp(0.5i*k.*t);%对谐波进行 21 叠加处理
end
plot(t,sum,'c');
legend('原信号一个周期','谐波 6 次叠加','谐波 11 次叠加','谐波 21 次叠加');
xlabel('t');
ylabel(' ');
title('吉布斯现象');
grid on;
```

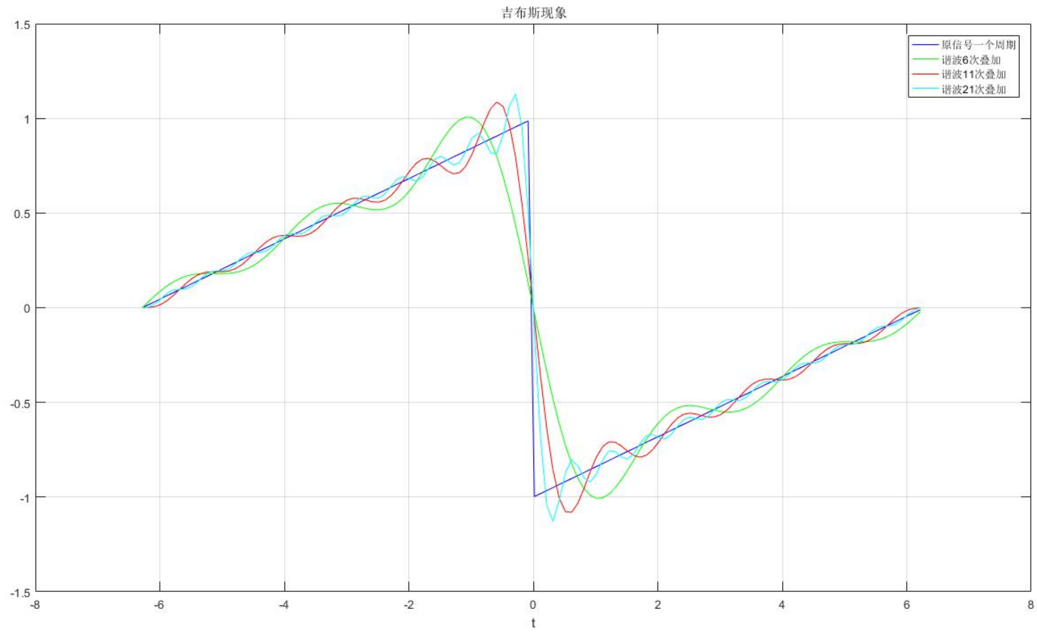

图 1-3

2. 题目要求我们编写函数来计算$\sum_{k=1}^{n}\frac{\sin[(2k-1)t]}{2k-1}$，

并得到相关参数：$T=2\pi, A=0.8, Duty=50\%$

```
A = 0.8;
T = 2*pi;
t = 0:4*pi/1000:4*pi;
f = square(t,50)*A;
plot(t,f);hold on;
axis([0,10,-1,1]);
title('Square');
xlabel('t');
ylabel(' ');
grid on;

n=200;
t = 0:(4*pi)/1000:4*pi;
F =zeros(1,1001);
for i=1:n
F=F+sin((2*i-1)*t)/(2*i-1);
end
plot(t,F);
legend('square()','square\_wave,n=200');
```

fuction: square_wave:

```
function [wave] = square_wave(n)
```

```
t = 0:4*pi/1000:4*pi;
wave = zeros(size(t));
for k = 1:n
wave = wave+sin((2*k-1).*t)/(2*k-1);
end
end
```

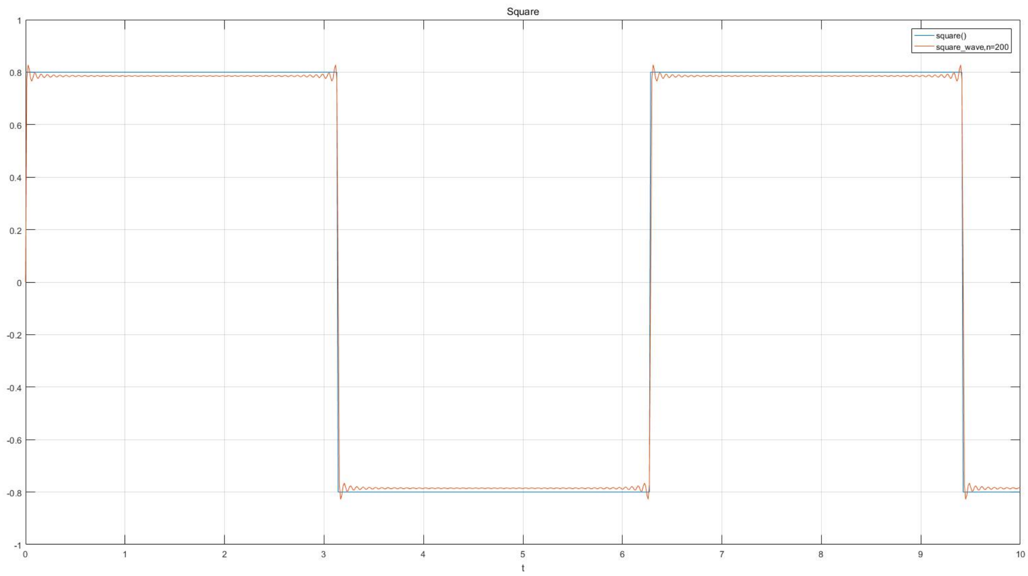

图 2-1

3.1 由 1、2 易得，取前 100 次谐波进行叠加，并得图 3-1

```
f = @(n,t)(sin(n*t)./n);
n = 1:100;
x = -10:0.01:10;
res = zeros(size(x));
for t = 1:length(x)%n=100
res(t) = sum(f(n,x(t)));
end
plot(x,res);
title('fourier series of f(t)');
xlabel('t(s)');
ylabel(' ');
grid on;
```

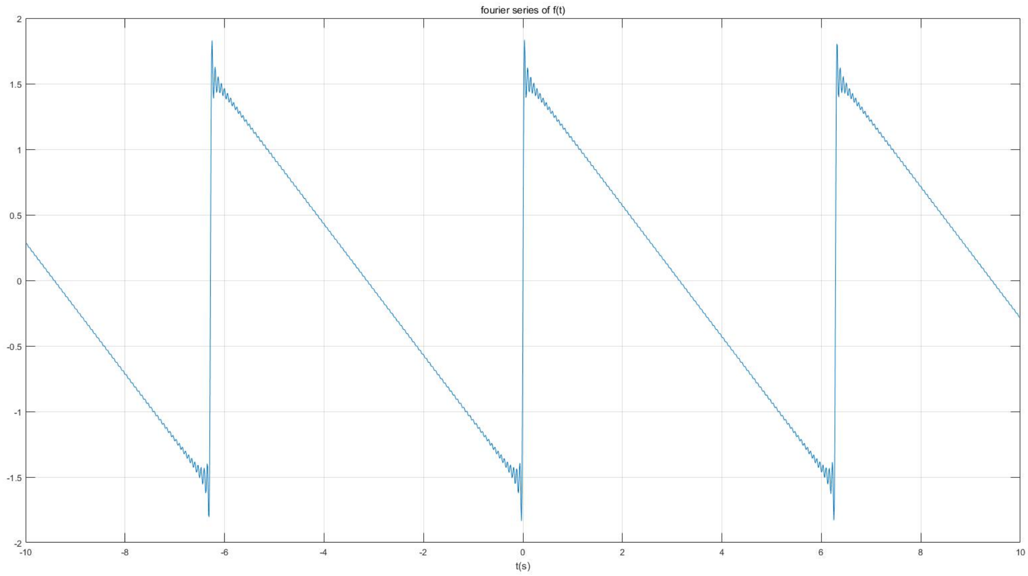

图 3-1

由吉布斯现象可得出一个周期内表达式：

$f(t) = A(-\frac{t}{\pi}+1)$　　A 表示幅度，t 取 $t \in [0,2\pi]$

3.2 验证 3.1 所得：

由：

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nt}{n}$$

易得：$f_n = \frac{1}{n}$，则 A 可以解得，$T = 2\pi$：

$$f_n = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin(nt)dt$$

可得：$A = \frac{\pi}{2}$

综上：

$$f(t) = \frac{\pi}{2}(-\frac{t}{\pi}+1) \qquad t \in [0,2\pi]$$

3.3 在 3.1 的基础上取得不同的 N 值观察谐波效果：

$$f_N(t) = \sum_{n=1}^{N} \frac{\sin nt}{n}$$

取 N=[5,10,20,50,100,500,1000] 以观察变化

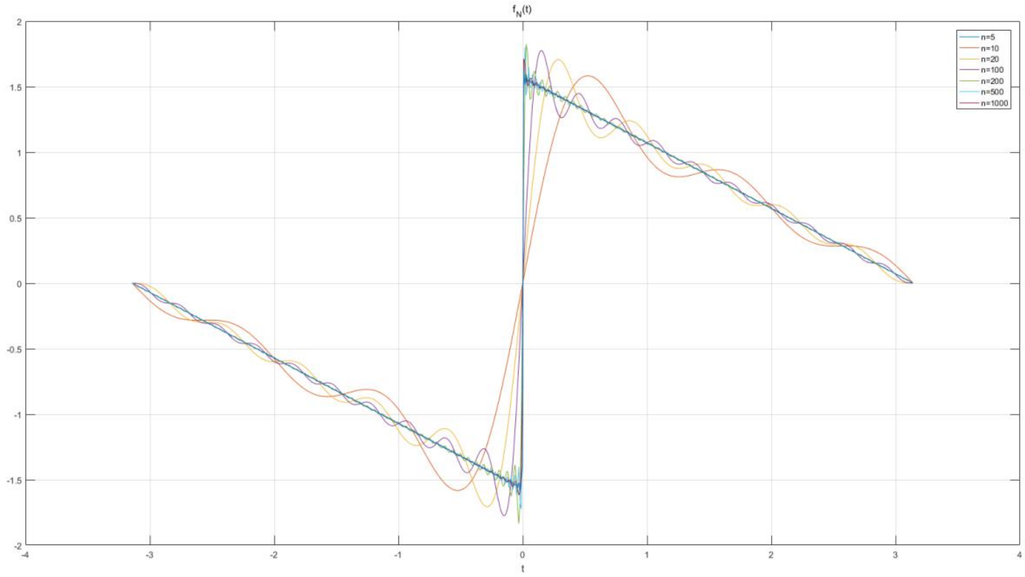

图 3-2

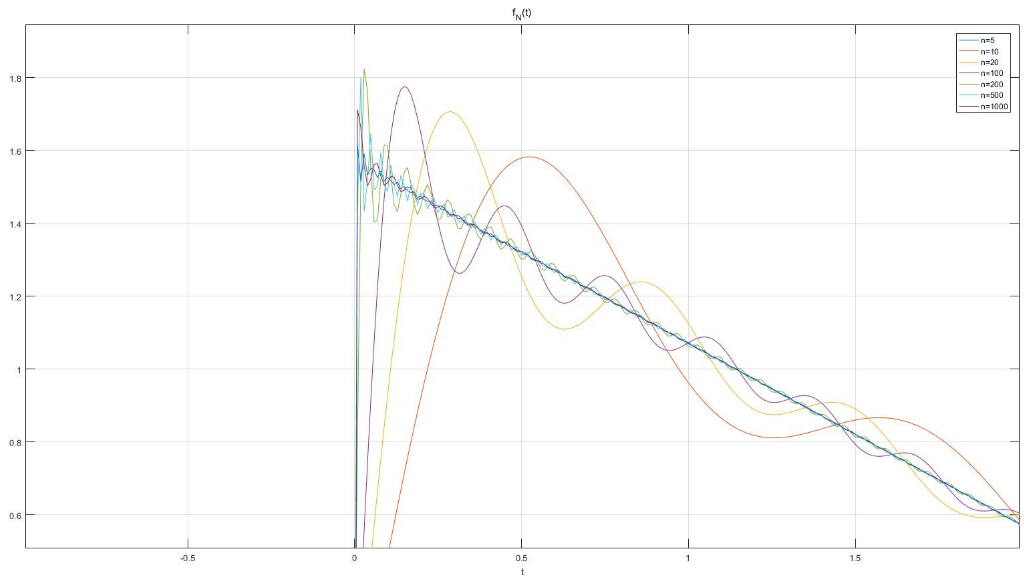

图 3-3

放大来看从 n=100 处开始，吉布斯现象开始明显。

3.4 分析该函数：

$$\mathrm{F}_n(t) = \frac{f_1(t) + f_2(t) + \ldots + f_N(t)}{N}$$

可得与 3.3 相似，需要添加一层外部循环即可：

```
f = @(n,t)(sin(n*t)./n);
N = [5,10,20,100,200,500,1000];
```

```
for i = 1:length(N)
n = N(i);
x = -pi:0.01:pi;
res = zeros(size(x));
for k = 1:length(x)
for m = 1:n
res(k) = res(k) + sum(f(1:m,x(k)));
end
res(k)=res(k)/n;
end
plot(x,res);hold on;
grid on;
title('F_N(t)');
xlabel('t');
ylabel(' ');
pause(1);
legend('n=5','n=10','n=20','n=100','n=200','n=500','n=1000');
end
```

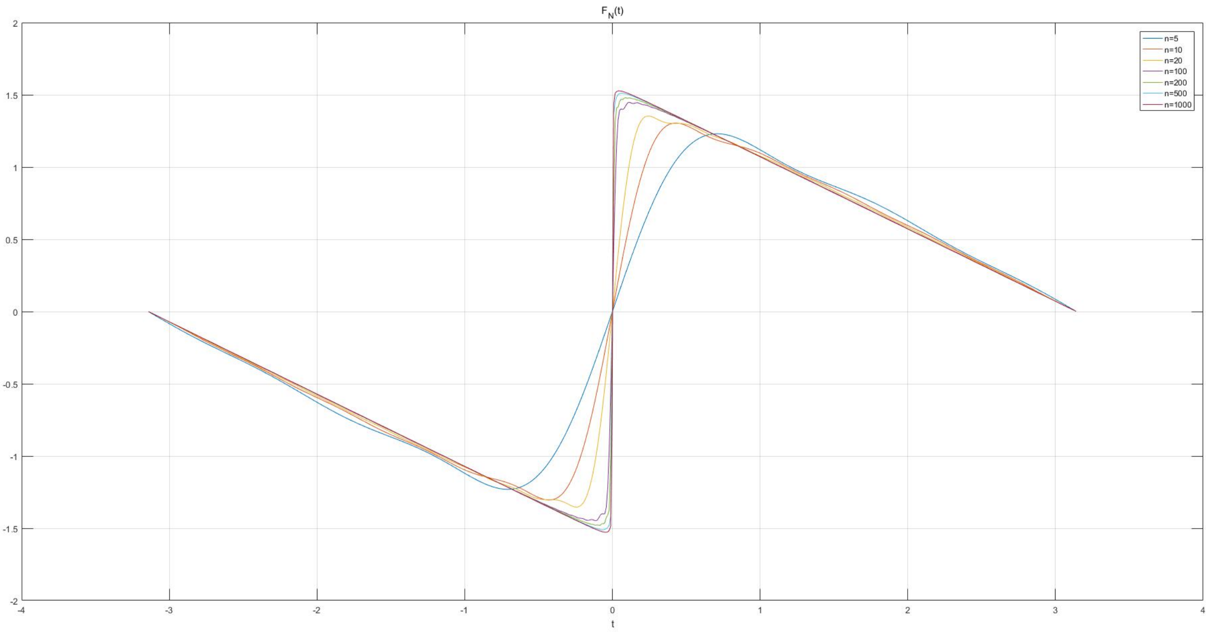

图 3-4

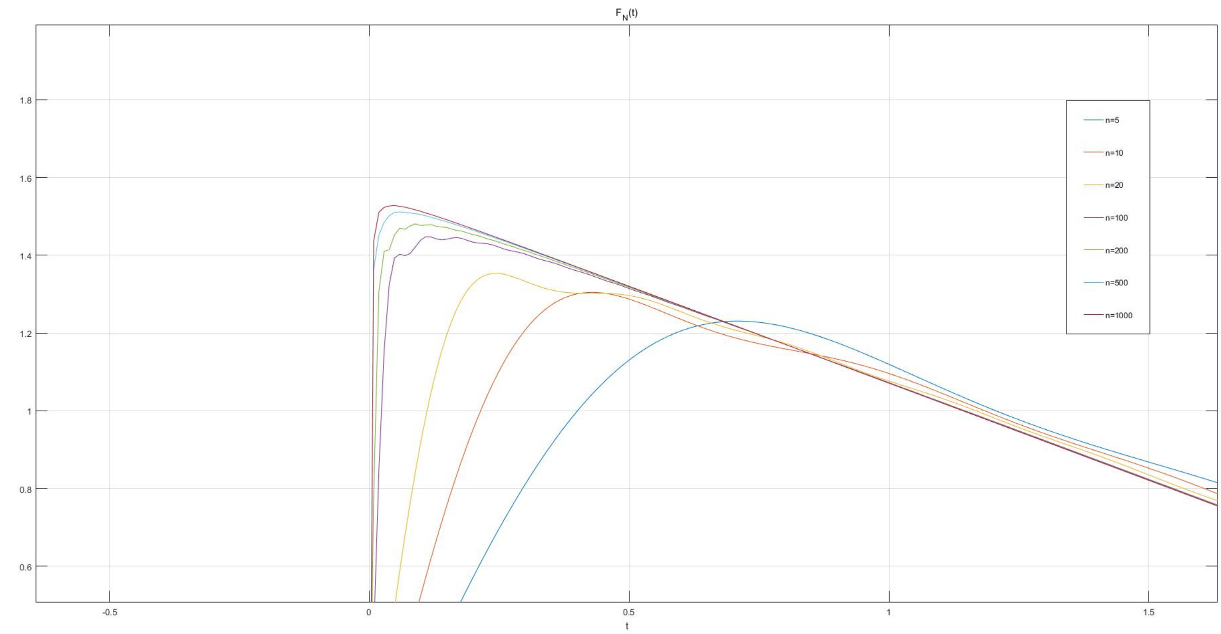

图 3-5

放大来看与图 3-3 直接对比，图 3-5 更加平滑，波动性小，吉布斯现象在相同取值范围内不明显，由此可以推测在$n \to \infty$时，吉布斯现象已不再明显，从而可以减少吉布斯现象的干扰。

实验总结：

本次实验较为综合的考察了 matlab 中求导以及积分的操作，以及一些特殊函数的应用。软件本身使用不熟练，相关函数不熟悉或者不知道，需要使用官方文档、以及百度相关知识才可顺利解决，同时在同一张图内的直接对比的应用明显提高了完成效率。

在课程学习上，本次实验加深了对于傅里叶变换、吉布斯现象的季节与掌握。

参考文献：

[1]吴大正,信号系统与现行系统分析（第四版）[M].北京：高等教育出版社，2005

[2]党宏社,信号与系统实验（MATLAB 版）[M].陕西西安:西安电子科技大学出版

社,2007

[3]初生不惑,Matlab 函数,

https://www.yiibai.com/matlab/matlab_functions.html