3.5 節末問題 3.5 の解答

問題 3.5.1 (1), (2)

表が出る確率が $p = 0.5$、試行回数が $n = 10000$ なので、**3.5.6 項**で述べた公式に代入すると、10000 回のうち表が出た割合の分布は、

- 平均：$p = 0.5$
- 標準偏差：$\sqrt{p(1-p)/n} = \sqrt{0.5 \times (1-0.5) \div 10000} = 0.005$

の正規分布に近似できます。回数に換算すると、平均 $\boldsymbol{\mu = 5000}$ 回、標準偏差 $\boldsymbol{\sigma = 50}$ 回となります。

そこで、$\mu - 2\sigma = 4900, \mu + 2\sigma = 5100$ より、回数が 4900 回以上 5100 回以下となる確率は**約 95%** です（68 − 95 − 99.7 則：→**3.5.5項**）。なお、平均と標準偏差は、以下の公式から直接計算することもできます。

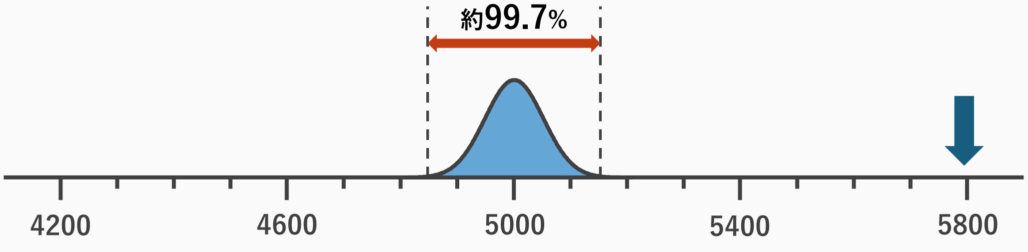
確率 p で成功する試行を n 回行ったとき、成功した回数の分布は、平均 $\mu = np$、標準偏差 $\sigma = \sqrt{np(1-p)}$ の正規分布に近似できます。

問題 3.5.1 (3)

(1), (2) の結果から、約 99.7% の確率で表が出た回数が

- $\mu - 3\sigma = 5000 - 150 = 4850$ 回以上
- $\mu + 3\sigma = 5000 + 150 = 5150$ 回以下

となります。5800 回はこの範囲を大幅に逸脱しているため、コインが出る確率は**50% ではない可能性が高い**といえます。

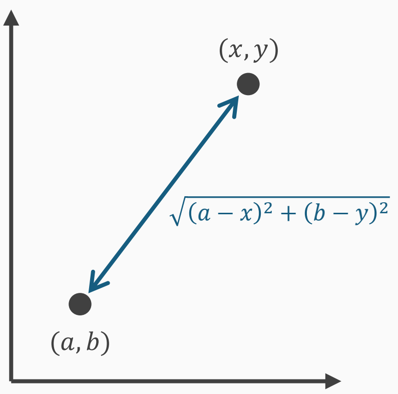


問題 3.5.2 (1)

以下のようなプログラムを書くと、ランダムに打った 100 万個の点のうち何個が 2 つの円のうち少なくとも一方に含まれたかを判定することができます。

たとえば著者環境では、このプログラムは 719653※ と出力します。

なお、詳しくは 4.1 節で解説しますが、座標 (a, b) と座標 (x, y) の間の距離は $\sqrt{(a-x)^2+(b-y)^2}$ となります。



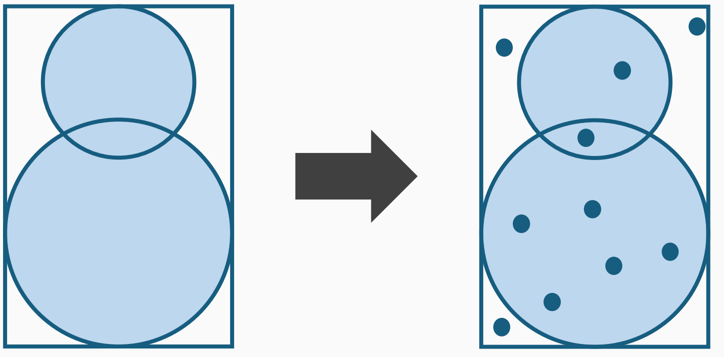

```cpp
#include <iostream>
using namespace std;

int main() {
    int N = 1000000;
    int M = 0;

    for (int i = 1; i <= N; i++) {
        double px = 6.0 * rand() / (double)RAND_MAX;
        double py = 9.0 * rand() / (double)RAND_MAX;

        // 点 (3, 3) との距離。この値が 3 以下であれば半径 3 の円に含まれる。
        double dist_33 = sqrt((px - 3.0) * (px - 3.0) + (py - 3.0) * (py - 3.0));

        // 点 (3, 7) との距離。この値が 2 以下であれば半径 2 の円に含まれる。
        double dist_37 = sqrt((px - 3.0) * (px - 3.0) + (py - 7.0) * (py - 7.0));

        // 条件分岐
        if (dist_33 <= 3.0 || dist_37 <= 2.0) M += 1;
    }

    // N 回中何回表に入ったかを出力
    cout << M << endl;
    return 0;
}
```

※ 著者環境では 719653 回ですが、718000〜721000 回の範囲に入れば良いです。

※ Python などのソースコードは chap3-5.md をご覧ください。

問題 3.5.2 (2)

ランダムに点を打った領域（$0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 9$）の面積は $6 \times 9 = 54$ であるため、下図の青色領域に入った点の割合を p とするとき、青色領域の面積は $54 \times p$ で近似することができます。



これを利用して面積を計算しましょう。たとえば著者環境での結果を使うと、$54 \times 719653 \div 1000000 = 38.861262$ と計算されます。実際の値は約 38.850912677 ... であるため、0.02 以下の差におさまっています。