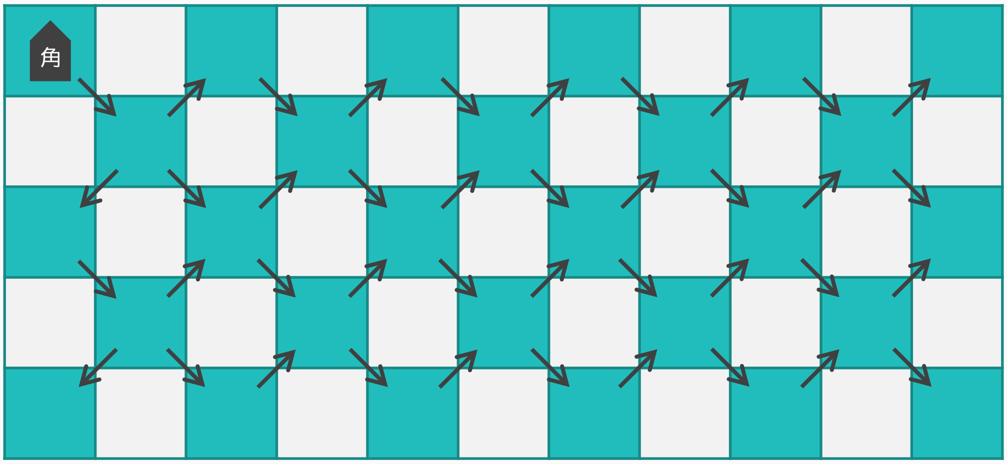
5.3 節末問題 5.3 の解答

問題 5.3.1

まず、$H = 5, W = 11$ のケースを考えてみましょう。上から x 行目、左から y 列目のマスを (x, y) とするとき、$x + y$ が偶数のマスにのみたどり着けます。



実は、$H \geq 2, W \geq 2$ の場合は必ず $x + y$ が偶数のマス（全部で $\lceil HW/2 \rceil$ 個）に限り到達可能です。奇数のマスに移動できない理由は以下の通りです。

角行は斜め方向への移動なので、隣り合うマスのみを考えると、

- マス $(x, y) \rightarrow$ マス $(x + 1, y + 1)$
- マス $(x, y) \rightarrow$ マス $(x + 1, y - 1)$
- マス $(x, y) \rightarrow$ マス $(x - 1, y + 1)$
- マス $(x, y) \rightarrow$ マス $(x - 1, y - 1)$

の移動ができる。しかし、 $[x$ 座標$] + [y$ 座標$]$ の値の増加は $-2, 0, 2$ のいずれかとなるため、偶奇は変わらない。

スタート位置（左上マス）については $[x$ 座標$] + [y$ 座標$] = 2$（偶数）なので、 奇数のマスには移動できない。

したがって、次ページのように実装すると正解が得られます。なお、$H = 1$ または $W = 1$ のとき、答えが 1 であることに注意してください。このような場合分けを必要とするケースを「コーナーケース」といいます。

```cpp
#include <iostream>
using namespace std;

int main() {
    // 入力
    long long H, W;
    cin >> H >> W;

    // 場合分け
    if (H == 1 || W == 1) {
        cout << "1" << endl;
    }
    else {
        cout << (H * W + 1) / 2 << endl;
    }
    return 0;
}
```

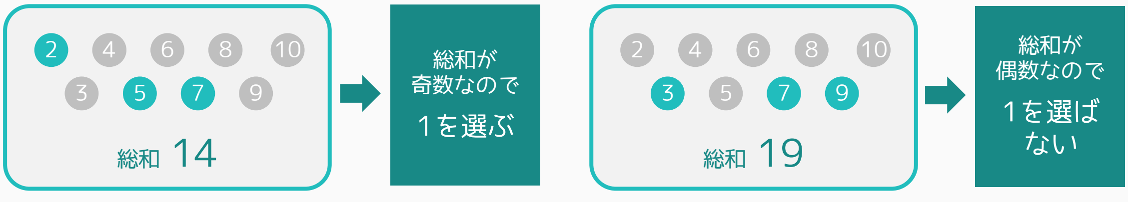
※ Python などのソースコードは chap5-3.md をご覧ください。

問題 5.3.2

以下の手順で数の選び方を決めていくことを考えましょう。

- **手順 1**： $2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ の選び方を決める
- **手順 2**： 1 の選び方を決める

まず、手順 1 における選び方は全部で $2^9 = 512$ 通りあります（→**3.3.2項**）。一方、手順 1 が終わった時点で、最終的な選んだ数の総和を奇数にするような手順 2 の選び方は必ず 1 通りだけ存在します。



したがって、求める答えは $512 \times 1 =$ **512 通り**（全体のちょうど半分）です。