1. 已知R^3中，由$\alpha_1=(1,0,1,2)^T$， $\alpha_2=(1,1,3,1)^T$， $\alpha_3=(2,-1,a+1,5)^T$这三个向量生成的向量空间的维数为 2，求a的值。

2. 证明线性空间$R[x]_n=\{a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{n-1}x^{n-1}\mid a_i\in R\}$是$n$维的，并求

   $f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{n-1}x^{n-1}$在基$1,x-a,(x-a)^2,\cdots,(x-a)^{n-1}$下的坐标。

3. 在R^3中的线性变换σ将基$\alpha_1=(1,1,-1)^T,\alpha_2=(0,2,-1)^T,\alpha_3=(1,0,-1)^T$变为基

   $\beta_1=(1,-1,0)^T,\beta_2=(0,1,-1)^T,\beta_3=(0,3,-2)^T$

   （1） 求σ在基$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$下的表示矩阵$A$；

   （2） 求向量$\xi=(1,2,3)^T$及$\sigma(\xi)$在基$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$下的坐标；

   （3） 求向量$\xi=(1,2,3)^T$及$\sigma(\xi)$在基β_1,β_2,β_3下的坐标；

4. 已知矩阵$A=\begin{bmatrix}3 & 0 & 0\\ a & 3 & 0\\ c & b & 2\end{bmatrix}$

   （1） 求A的所有可能的若当标准形；

   （2） 给出A的可对角化的条件。

5. 设n维复线性空间V的一组基是$\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n$，对任意$\alpha,\beta\in V$，

   $\alpha=a_1\alpha_1+a_2\alpha_2+\cdots+a_n\alpha_n$，$\beta=b_1\alpha_1+b_2\alpha_2+\cdots+b_n\alpha_n$，对应实数

   $$(\alpha,\beta)=\sum_{i=1}^{n}\sqrt{-1}a_ib_i$$

   请问它是否为V的内积？若是请证明，若不是给出理由。

6. $\forall \mathrm{f(x)},\mathrm{g(x)}\in P[x]_3$，定义$(\mathrm{f(x)},\mathrm{g(x)})=\int_0^2 f(x)g(x)dx$，则$P[x]_3$为欧氏空间，求内积在基$1,\mathrm{x}-1,(x-1)^2$下的矩阵。

7. 设矩阵$A=\begin{bmatrix}1 & 2\mathrm{i}\\ 3+i & 4\end{bmatrix}$，求$A$的 Frobenius 范数和 1 范数。