

Matrix Theory

University of Chinese Academy of Sciences

Spring 2024

Congying Han

Homework 7

Chenkai GUO

2024.5.3

1. 编写矩阵满秩分解的算法，并且以下面的矩阵进行满秩分解测试。

$$(1) A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$(2) A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 2i & i & 0 \end{bmatrix}$$

解：具体实现代码详见附件，分解后得到的 F, G 矩阵分别如下所示：

$$(1) F = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$(2) F = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \\ 2i & 0 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2. 编写奇异值分解的算法，并且以下面的矩阵进行奇异值分解测试。

$$(1) A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

解：(1) 具体实现代码详见附件，分解后得到的 U, Σ, V 矩阵分别如下所示：

$$U = \begin{bmatrix} 0.44458293 & 0.09927427 & 0.67761177 & 0 \\ 0.27463897 & -0.47831954 & -0.60203895 & 0 \\ 0.7192219 & -0.37904527 & 0.07557282 & 0 \\ 0.45786386 & 0.78592619 & -0.41554906 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 5.87156598 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.06984905 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.61655089 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 0.276 & 0.473 & 0.548 & -0.006 & 0.632 \\ 0.722 & 0.145 & 0.241 & 0.006 & -0.632 \\ 0.445 & -0.328 & -0.306 & -0.71 & 0.316 \\ 0.078 & 0.735 & -0.674 & 0 & 0 \\ 0.445 & -0.328 & -0.306 & 0.704 & 0.316 \end{bmatrix}$$