

1.

假定  $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$  是  $\mathbf{R}^3$  的一个基, 试求由

$\mathbf{y}_1 = \mathbf{x}_1 - 2\mathbf{x}_2 + 3\mathbf{x}_3, \quad \mathbf{y}_2 = 2\mathbf{x}_1 + 3\mathbf{x}_2 + 2\mathbf{x}_3, \quad \mathbf{y}_3 = 4\mathbf{x}_1 + 13\mathbf{x}_2$   
生成的子空间  $L(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \mathbf{y}_3)$  的基.

2.

在  $\mathbf{R}^2$  中, 设  $\mathbf{x} = (\xi_1, \xi_2)$ , 证明  $T_1\mathbf{x} = (\xi_2, -\xi_1)$  与  $T_2\mathbf{x} = (\xi_1, -\xi_2)$  是  $\mathbf{R}^2$  的两个线性变换, 并求  $T_1 + T_2, T_1T_2$  及  $T_2T_1$ .

3.

$$T_1\mathbf{X} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\mathbf{X}, \quad T_2\mathbf{X} = \mathbf{X} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$
$$T_3\mathbf{X} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\mathbf{X} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

求  $T_1, T_2, T_3$  在基  $E_{11}, E_{12}, E_{21}, E_{22}$  下的矩阵.