1. 求下列矩阵的特征多项式和最小多项式

$$A=\begin{bmatrix} 7 & 4 & -4 \\ 4 & -8 & -1 \\ -4 & -1 & -8 \end{bmatrix}$$

2. 写出如下矩阵的 Jordan 标准形

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & -1 & 0 & 0 \\ 7 & -1 & 2 & 1 \\ -7 & -6 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

3. 设 $A_1=\begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -4 & 3 & 0 \\ -8 & 8 & -1 \end{bmatrix}$, $A_2=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$, $A=\begin{bmatrix} A_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & A_2 \end{bmatrix}$

（1）求 A 的 Jordan 标准形 J

（2）求可逆矩阵 P, 使得 $P^{-1}AP=J$

4. 设线性空间 V^3 的一个基为 x_1， x_2， x_3，线性变换 T 在这组基下的矩阵为:

$$A=\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

令 $y_1=x_1+x_2$， $y_2=x_1+x_2+x_3$，证明空间 $W=L(y_1,y_2)$ 是 T 的不变子空间。