

1. 设 \mathbb{R}^3 的子空间 L 是由向量 $e_1 = (1, 0, 0)^T$ 生成

(1) 若子空间 M 由 $\alpha = (1, 1, 0)^T$ 和 $\beta = (1, 1, 1)^T$ 生成, 求投影矩阵 $P_{L,M}$ 和向量

$x = (2, 3, 1)^T$ 沿着 M 到 L 的投影。

(2) 求正交投影矩阵 P_L 和向量 $x = (2, 3, 1)^T$ 在 L 上的正交投影。

2. 证明满足以下三个矩阵方程

$$AX = B, XA = D, XAX = X$$

的矩阵 X 是唯一的 (如果存在的话)。