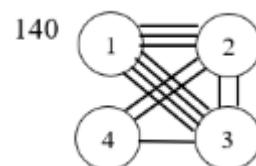


Тест №3

Составим матрицы соединений R графа и расстояний D множества позиций.

	e_1	e_2	e_3	e_4
$R =$	0	3	4	0
e_2	3	0	2	2
e_3	4	2	0	1
e_4	0	2	1	0

	p_1	p_2	p_3	p_4
$D =$	0	1	2	3
p_2	1	0	1	2
p_3	2	1	0	1
p_4	3	2	1	0



Определим нижнюю границу целевой функции для этих исходных данных. Для этого упорядочим составляющие вектора r в невозрастающем порядке, а вектора d – в неубывающем.

$$r = \{4 \ 3 \ 2 \ 2 \ 1 \ 0\}$$

$$d = \{1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 3\}$$

$$r * d = 4 + 3 + 2 + 4 + 2 + 0 = 15$$

Это значит, что для этих исходных данных значение целевой функции $F(P)$ не может быть меньше 15

- 1) Помещаем элемент e_1 в позицию p_1 . Т. к. размещен один элемент $F(q) = 0$.

Неразмещенные элементы $\{e_2; e_3; e_4\}$, свободные позиции $\{p_2; p_3; p_4\}$.

Составим вектор, соответствующий первой строке матрицы R $r_1 = \{4 \ 3 \ 0\}$, и вектор, соответствующий первой строке матрицы D $d_1 = \{1 \ 2 \ 3\}$, суммарная длина соединений между размещенным и неразмещенными элементами

$$w(P) = r_1 * d_1 = 4 + 6 + 0 = 10$$

Для оценки $v(P)$ вычеркнем из матриц R и D первые строку и столбец. Образует вектора: $r = \{2 \ 2 \ 1\}$ и $d = \{1 \ 1 \ 2\}$, соответствующие верхним половинам усеченных матриц R и D .

$$\text{Получим } v(P) = r * d = 2 + 2 + 2 = 6$$

$$\text{Таким образом, нижняя граница } F(P) = 0 + 6 + 10 = 16$$

- 2) Помещаем элемент e_1 в позицию p_2 . Т. к. размещен один элемент $F(q) = 0$.

Неразмещенные элементы $\{e_2; e_3; e_4\}$, свободные позиции $\{p_1; p_3; p_4\}$.

Составим вектор, соответствующий первой строке матрицы R $r_1 = \{4 \ 3 \ 0\}$, и вектор, соответствующий второй строке матрицы D $d_2 = \{1 \ 1 \ 2\}$, суммарная длина соединений между размещенным и неразмещенными элементами

$$w(P) = r_1 * d_2 = 3 + 4 + 0 = 7$$

Для оценки $v(P)$ вычеркнем из матрицы R первые строку и столбец, а из матрицы D вторые строку и столбец. Образует вектора: $r = \{2 \ 2 \ 1\}$ и $d = \{1 \ 2 \ 3\}$, соответствующие верхним половинам усеченных матриц R и D .

Получим $v(P) = r * d = 2 + 4 + 3 = 9$

Таким образом, нижняя граница $F(P) = 0 + 7 + 9 = 16$

Ввиду симметричности позиций (p_1 и p_4) и (p_2 и p_3) будут получены те же результаты для симметричных позиций. Назначаем элемент e_1 на позицию p_2 .

3) Помещаем элемент e_1 в позицию p_3 . Т. к. размещен один элемент $F(q) = 0$.

Неразмещенные элементы $\{e_2; e_3; e_4\}$, свободные позиции $\{p_1; p_2; p_4\}$.

Составим вектор, соответствующий первой строке матрицы R $r_1 = \{4 \ 3 \ 0\}$, и вектор, соответствующий третьей строке матрицы D $d_3 = \{1 \ 1 \ 2\}$, суммарная длина соединений между размещенным и неразмещенными элементами

$$w(P) = r_1 * d_3 = 3 + 4 + 0 = 7$$

Для оценки $v(P)$ вычеркнем из матрицы R первые строку и столбец, а из матрицы D третью строку и столбец. Образует вектора: $r = \{2 \ 2 \ 1\}$ и $d = \{1 \ 2 \ 3\}$, соответствующие верхним половинам усеченных матриц R и D .

4) Помещаем элемент e_1 в позицию p_4 . Т. к. размещен один элемент $F(q) = 0$.

Неразмещенные элементы $\{e_2; e_3; e_4\}$, свободные позиции $\{p_1; p_2; p_3\}$.

Составим вектор, соответствующий первой строке матрицы R $r_1 = \{4 \ 3 \ 0\}$, и вектор, соответствующий третьей строке матрицы D $d_4 = \{1 \ 2 \ 3\}$, суммарная длина соединений между размещенным и неразмещенными элементами

$$w(P) = r_1 * d_4 = 4 + 6 + 0 = 10$$

Для оценки $v(P)$ вычеркнем из матрицы R первые строку и столбец, а из матрицы D четвертую строку и столбец. Образует вектора: $r = \{2 \ 2 \ 1\}$ и $d = \{1 \ 1 \ 2\}$, соответствующие верхним половинам усеченных матриц R и D .

Для всех ячеек получается одно число. Из этого следует, что они равнозначны.

Назначаем элемент e_1 в позицию p_1

5) Помещаем элемент e_2 в позицию p_2 . Размещены два элемента: e_1 в позиции p_1 и e_2 в позиции p_2 , $F(q) = r_{11}d_{22} = 0$

Неразмещенные элементы $\{e_3, e_4\}$, свободные позиции $\{p_3, p_4\}$;

$$r_1 = \{4 \ 0\} \text{ и } d_1 = \{2 \ 3\}, r_1 \times d_1 = 8 + 0 = 8$$

$$r_2 = \{2 \ 2\} \text{ и } d_2 = \{1 \ 2\}, r_2 \times d_2 = 2 + 4 = 6$$

$$w(P) = 8 + 6 = 14$$

$$r = \{1\} \text{ и } d = \{1\}, v(P) = r \times d = 1$$

$$F(P) = 0 + 14 + 1 = 15$$

6) Помещаем элемент e_2 в позицию p_3 . Размещены два элемента: e_1 в позиции p_1 и e_2 в позиции p_3 , $F(q) = r_{11}d_{23} = 1$

Неразмещенные элементы $\{e_3, e_4\}$, свободные позиции $\{p_2, p_4\}$;

$$r_1 = \{4 \ 0\} \text{ и } d_1 = \{1 \ 3\}, r_1 \times d_1 = 4 + 0 = 4$$

$$r_2 = \{2 \ 2\} \text{ и } d_3 = \{1 \ 1\}, r_2 \times d_3 = 2 + 2 = 4$$

$$w(P) = 4 + 4 = 8$$

$$r = \{1\} \text{ и } d = \{2\}, v(P) = r \times d = 2$$

$$F(P) = 1 + 8 + 2 = 11$$

7) Помещаем элемент e_2 в позицию p_4 . Размещены два элемента: e_1 в позиции p_1 и e_2 в позиции p_4 , $F(q) = r_{11}d_{24} = 2$

Неразмещенные элементы $\{e_3, e_4\}$, свободные позиции $\{p_2, p_3\}$;

$r_1 = \{4 \ 0\}$ и $d_1 = \{1 \ 2\}$, $r_1 \times d_2 = 4 + 0 = 4$

$r_2 = \{2 \ 2\}$ и $d_4 = \{1 \ 2\}$, $r_2 \times d_3 = 2 + 4 = 6$

$w(P) = 6 + 4 = 10$

$r = \{1\}$ и $d = \{1\}$, $v(P) = r \times d = 1$

$F(P) = 2 + 10 + 1 = 13$

Назначаем элемент e_2 в позицию p_3

8) Помещаем элемент e_3 в позицию p_2 . Размещены три элемента: e_1 в позиции p_1 , e_2 в позиции p_3 и e_3 в позицию p_2 , $F(q) = r_{12}d_{13} + r_{13}d_{12} + r_{23}d_{32} = 6 + 8 + 2 = 16$

Неразмещенный элемент $\{e_4\}$, свободная позиция $\{p_4\}$;

$r_1 = \{0\}$ и $d_1 = \{3\}$, $r_1 \times d_2 = 0$

$r_2 = \{2\}$ и $d_3 = \{1\}$, $r_2 \times d_4 = 2$

$r_3 = \{1\}$ и $d_2 = \{2\}$, $r_2 \times d_3 = 2$

$w(P) = 0 + 2 + 2 = 4$

Неразмещенный элемент один, $v(P) = 0$. $F(P) = 16 + 4 = 20$

9) Помещаем элемент e_3 в позицию p_4 . Размещены три элемента: e_1 в позиции p_1 , e_2 в позиции p_3 и e_3 в позицию p_4 , $F(q) = r_{12}d_{13} + r_{13}d_{12} + r_{23}d_{34} = 6 + 8 + 2 = 16$

Неразмещенный элемент $\{e_4\}$, свободная позиция $\{p_2\}$;

$r_1 = \{0\}$ и $d_1 = \{1\}$, $r_1 \times d_2 = 0$

$r_2 = \{2\}$ и $d_3 = \{1\}$, $r_2 \times d_4 = 2$

$r_3 = \{1\}$ и $d_4 = \{2\}$, $r_2 \times d_3 = 2$

$w(P) = 0 + 2 + 2 = 4$

Неразмещенный элемент один, $v(P) = 0$. $F(P) = 16 + 4 = 20$

Для всех ячеек получается одно число. Из этого следует, что они равнозначны.

Назначаем элемент e_3 в позицию p_2 .

10) Неразмещенный элемент e_4 , свободная позиция p_4 . Размещены три элемента: e_1 в позиции p_1 , e_2 в позиции p_3 и e_3 в позицию p_2 .

$F(q) = r_{12}d_{13} + r_{13}d_{12} + r_{14}d_{14} + r_{34}d_{32} + r_{34}d_{24} + r_{42}d_{43} = 6 + 8 + 0 + 1 + 2 + 2 = 19$

Назначаем элемент e_4 в позицию p_4

