

به نام خدا

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

دانشگاه تهران

## مینی پروژه اول درس مکاترونیک

دکتر طالع ماسوله

دانشجو : فاطمه نائینیان

شماره دانشجویی : 810198479

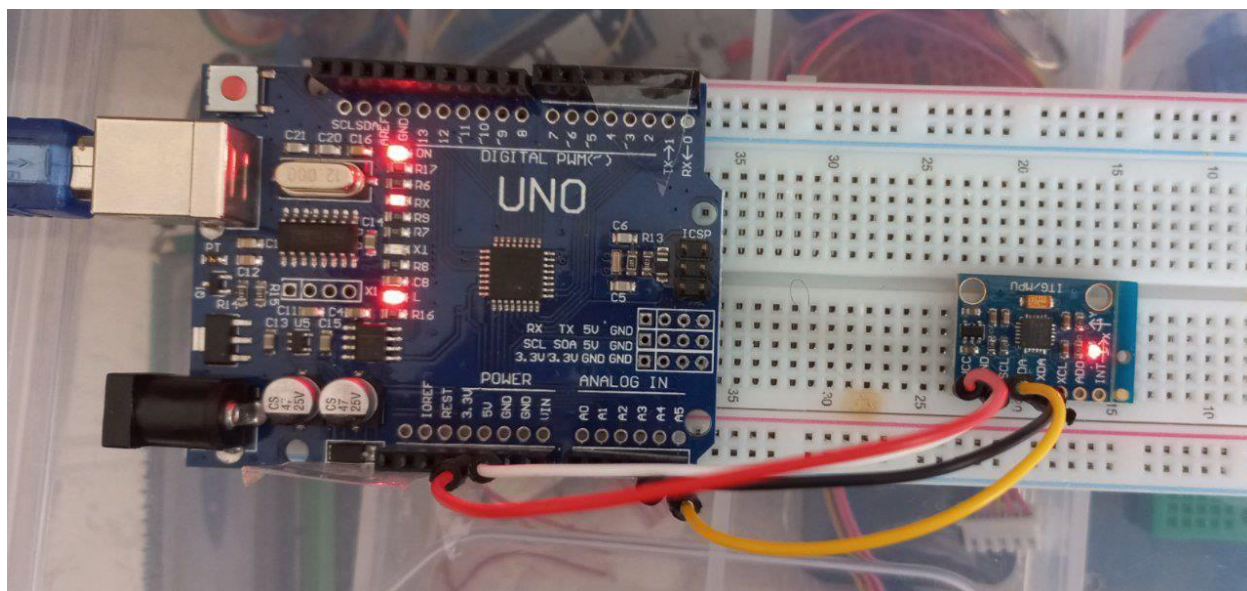
بهار 1401

## فهرست

3	بخش اول
3	نمایش داده‌ها روی نمودار
3	به دست آوردن ماتریس دوران
7	کتابخانه VPython
10	کاربردهای حسگرهای حرکتسنج
10	بخش دوم

## بخش اول

ابتدا یک مدار به شکل زیر میبندیم و سپس به لپ تاپ وصل میکنیم و از طریق IDE آردوینو کد ها را بر روی آن ایلود کرده و طریق serial monitor میتوانیم سیگنال هایی که ژيروسکوپ میفرستد را مشاهده کنیم.



## نمایش دادهها روی نمودار

در این بخش داده ها را با کمک نرم افزار serial plot مشاهده میکنیم.

- با کمک serial plot می توانیم میزان roll,pitch,yaw را مقایسه کنیم. حال فرض کنید هیچ اطلاعاتی از جهت ها نداریم. میتوانیم برد مورد را فیکس کنیم و در یکی از جهت ها دوران کنیم ، حال با توجه به سیگنالی که در serial plot میبینیم میتوانیم تشخیص دهیم چه محوری بوده است. Roll محور x و pitch محور y و yaw محور z را نشان میدهد. حال اگر x را ثابت نگه داریم، میتوانیم انقدر دوران را ادامه دهیم و از مون و خطا کنیم تا در نهایت دو سیگنال صفر شده و یک سیگنال باقی بماند حال با توجه به اینکه سیگنال غیر صفر کدام سیگنال است ، میتوان محور را شناسایی کرد.

## به دست آوردن ماتریس دوران

میدانیم roll زاویه گردش حول x و pitch زاویه گردش حول y و yaw زاویه گردش حول z است. بنابر این با هر کدام از این زاویه ها میتوانیم ماتریس دوران را پیدا کنیم. ماتریس دوران حول هر محور به شکل زیر است.

$$R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$R_y(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$R_z(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

حال میتوانیم از این قانون استفاده کنیم که در دستگاه مختصات متحرک به ترتیب از ابتدا به انتها در هم ضرب می شوند.

$$Q_{xyz} = R_x * R_y * R_z$$

در نهایت ماتریس دوران کلی به دست خواهد آمد.

$$R_X R_Y R_Z$$

$$\begin{aligned} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos A & -\sin A \\ 0 & \sin A & \cos A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos B & 0 & \sin B \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin B & 0 & \cos B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos C & -\sin C & 0 \\ \sin C & \cos C & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos B & 0 & \sin B \\ \sin A \sin B & \cos A & -\sin A \cos B \\ -\cos A \sin B & \sin A & \cos A \cos B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos C & -\sin C & 0 \\ \sin C & \cos C & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos B \cos C & -\cos B \sin C & \sin B \\ \sin A \sin B \cos C + \cos A \sin C & -\sin A \sin B \sin C + \cos A \cos C & -\sin A \cos B \\ -\cos A \sin B \cos C + \sin A \sin C & \cos A \sin B \sin C + \sin A \cos C & \cos A \cos B \end{pmatrix} \end{aligned}$$

بنابراین کد این بخش به شکل رو به رو خواهد شد.

```
1 import time
2 import serial
3 import numpy as np
4 from vpython import *
5
6 arduinoData = serial.Serial('com7', 115200)
7 time.sleep(100)
8
9 toRad = np.pi/180.0
10 toDeg = 1/toRad
11
12 while True:
13     while arduinoData.inWaiting() == 0:
14         pass
15     dataPacket = arduinoData.readline()
16     try:
17         dataPacket = str(dataPacket, 'utf-8')
18         splitPacket = dataPacket.split(",")
19         roll = float(splitPacket[0])*toRad
20         pitch = float(splitPacket[1])*toRad
21         yaw = float(splitPacket[2])*toRad
22         print('roll,pitch,yaw')
23         print(roll*toDeg, pitch*toDeg, yaw*toDeg)
24
25         Qx = np.array( [[1,0,0 ],[0,np.cos(roll),-np.sin(roll)],[0,np.sin(roll),np.cos(roll)]] )
26         Qy = np.array( [[np.cos(pitch),0,np.sin(pitch)],[0,1,0],[-np.sin(pitch),0,np.cos(pitch)]] )
27         Qz = np.array( [[np.cos(yaw),-np.sin(yaw),0],[np.sin(yaw),np.cos(yaw),0],[0,0,1]] )
28
29         print('rotation matrix')
30         Qxyz = np.matmul(np.matmul(Qx,Qy),Qz)
31         print(Qxyz)
32     except:
33         pass
```

حال می‌خواهیم با کمک Quaternions ماتریس دوران را پیدا کنیم. ماتریس quaternions دارای 4 سطر است که آنها را  $q_0, q_1, q_2, q_3$  نام گذاری می‌کنیم. حال رابطه زیر برای پیدا کردن ماتریس دوران برقرار است.

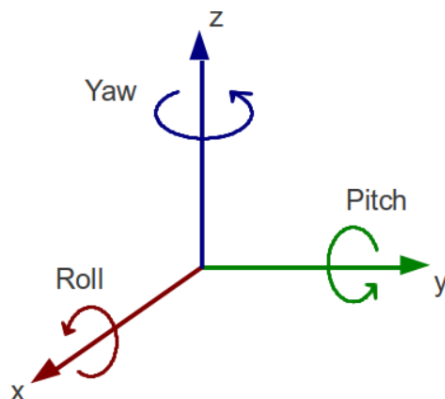
$$R(Q) = \begin{bmatrix} 2(q_0^2 + q_1^2) - 1 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_0^2 + q_2^2) - 1 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & 2(q_0^2 + q_3^2) - 1 \end{bmatrix}$$

کد این بخش به شکل زیر می شود:

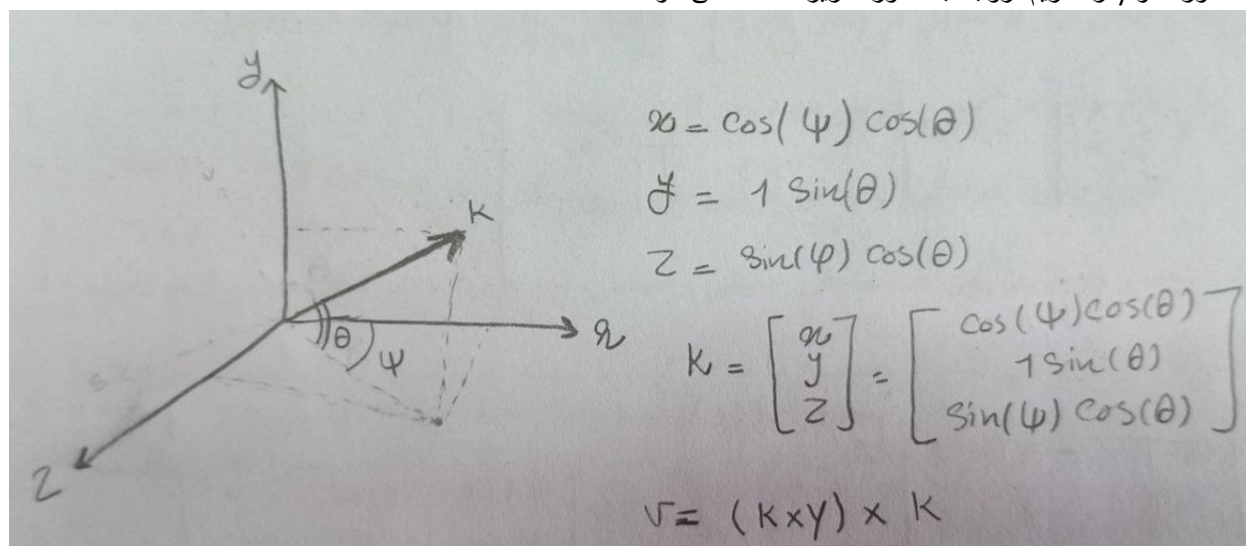
```
13 while True:
14     while arduinoData.inWaiting() == 0:
15         pass
16     dataPacket = arduinoData.readline()
17     try:
18         dataPacket = str(dataPacket, 'utf-8')
19         splitPacket = dataPacket.split(",")
20
21         q0 = float(splitPacket[0])
22         q1 = float(splitPacket[1])
23         q2 = float(splitPacket[2])
24         q3 = float(splitPacket[3])
25
26         print('Quaternions')
27         print(q0,q1,q2,q3)
28
29         rm11 = 2 * (q0 * q0 + q1 * q1) - 1
30         rm12 = 2 * (q1 * q2 - q0 * q3)
31         rm13 = 2 * (q1 * q3 + q0 * q2)
32         rm21 = 2 * (q1 * q2 + q0 * q3)
33         rm22 = 2 * (q0 * q0 + q2 * q2) - 1
34         rm23 = 2 * (q2 * q3 - q0 * q1)
35         rm31 = 2 * (q1 * q3 - q0 * q2)
36         rm32 = 2 * (q2 * q3 + q0 * q1)
37         rm33 = 2 * (q0 * q0 + q3 * q3) - 1
38
39         rotation_matrix = np.array([[rm11, rm12, rm13],[rm21, rm22, rm23],[rm31, rm32, rm33]])
40         print('rotation matrix')
41         print(rotation_matrix)
42     except:
43         pass
```

## کتابخانه VPython

در این بخش با کمک yaw , pitch , roll می‌خواهیم دوران جسم را شبیه سازی کنیم. همانند قبل با کمک کتابخانه serial اطلاعات را از ژيروسکوپ می‌گیریم. سپس به صورت زیر عمل می‌کنیم.



برای مثال بردار زیر را در نظر می‌گیریم. می‌خواهیم تصویر بردار  $k$  را بر هر محور پیدا کنیم. اگر فرض کنیم زاویه بردار  $k$  با محور  $X$  و  $Y$  را داریم. روابط به صورت زیر خلاصه می‌شوند.



بردار  $k$  نشان دهنده محور بردار است و می‌خواهیم بردار های عمود بر  $k$  را پیدا کنیم تا بتوانیم آن را نمایش دهیم.  $V_{rot}$  بردار عمود بر  $k$  است که به روش زیر به دست می‌آید.

$$v_{rot} = v \cos \theta + (k \times v) \sin \theta + k (k \cdot v)(1 - \cos \theta)$$

از ضرب خارجی بردار  $k$  و  $v_{rot}$  می‌توانیم بردار عمود بر این دو را پیدا کنیم که همان بردار جانبی است.

$$side\ Arrow = V_{rot} \times k$$

حال می‌توانیم در کد پایتون برداری که با vpython نمایش می‌دهیم را آپدیت کنیم.

```

1  import time
2  import serial
3  import numpy as np
4  from vpython import *
5
6  arduinoData = serial.Serial('com7', 115200)
7  time.sleep([100])
8
9  toRad = np.pi/180.0
10 toDeg = 1/toRad
11
12 scene.range = 4
13 scene.forward = vector(-1,-1,-1)
14 scene.width = 600
15 scene.height = 600
16 xarr = arrow(length=2 , shaftwidth=0.1 ,color=color.red, axis=vector(1,0,0))
17 yarr = arrow(length=2 , shaftwidth=0.1 ,color=color.green, axis=vector(0,1,0))
18 zarr = arrow(length=2 , shaftwidth=0.1 ,color=color.blue, axis=vector(0,0,1))
19
20 frontarr = arrow(length=4 ,shaftwidth=0.1 ,color=color.purple,axis=vector(1,0,0))
21 uparr = arrow(length=1,shaftwidth=0.1 ,color=color.magenta,axis=vector(0,1,0))
22 sidearr = arrow(length=1,shaftwidth=0.1 ,color=color.orange,axis=vector(0,0,1))
23 bBoard = box(length=6,width=2,height=0.2,opacity=0.8,pos=vector(0,0,0))
24 sensor = box(length=1,width=0.75,height=0.1,color=color.blue,pos=vector(0.5,0.15,0))
25 arduino = box(length=1.75,width=0.6,height=0.1,color=color.green,pos=vector(2,0.15,0))
26 obj = compound([bBoard,sensor,arduino])
27
28 while True:
29     while arduinoData.inWaiting() == 0:
30         pass
31     dataPacket = arduinoData.readline()
32     try:
33         dataPacket = str(dataPacket, 'utf-8')
34         splitPacket = dataPacket.split(",")
35         roll = float(splitPacket[0])*toRad
36         pitch = float(splitPacket[1])*toRad
37         yaw = float(splitPacket[2])*toRad
38         print('roll,pitch,yaw')
39         print(roll*toDeg, pitch*toDeg, yaw*toDeg)
40
41         k = vector(cos(yaw)*cos(pitch),sin(pitch),sin(yaw)*cos(pitch))
42         y = vector(0,1,0)
43         s = cross(k,y)
44         v = cross(s,k)
45         vrot = v*cos(roll)+cross(k,v)*sin(roll)
46         frontarr.axis = k
47         uparr.axis = vrot
48         sidearr.axis = cross(k,vrot)
49         obj.axis = k
50         obj.up = vrot
51         frontarr.length = 2
52         uparr.length = 4
53         sidearr.length = 1
54
55         Qx = np.array( [[1,0,0 ],[0,cos(roll),-sin(roll)],[0,sin(roll),cos(roll)]] )
56         Qy = np.array( [[cos(pitch),0,sin(pitch)],[0,1,0],[-sin(pitch),0,cos(pitch)]] )
57         Qz = np.array( [[cos(yaw),-sin(yaw),0],[sin(yaw),cos(yaw),0],[0,0,1]] )
58
59         print('rotation matrix')
60         Qxyz = np.matmul(np.matmul(Qx,Qy),Qz)
61         print(Qxyz)
62     except:
63         pass

```



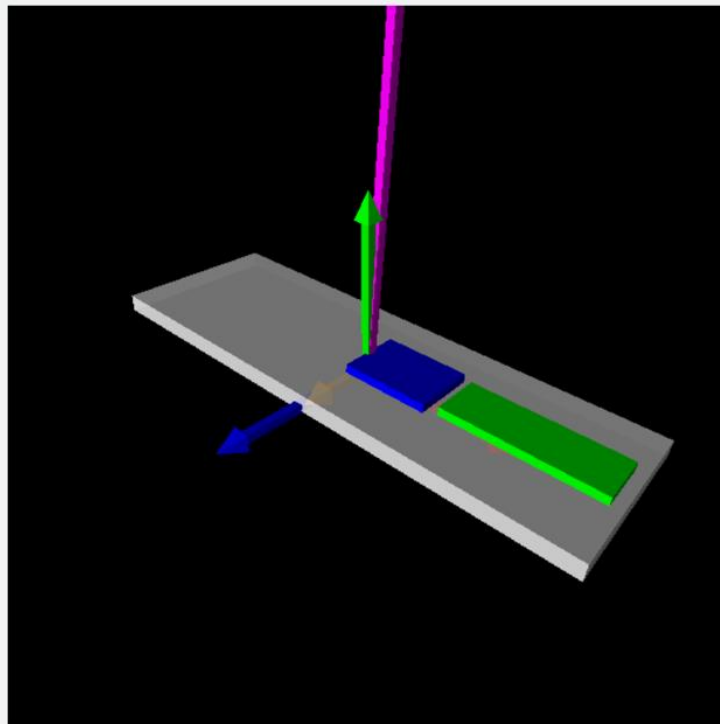
```

5
6  arduinoData = serial.Serial('com7', 115200)
7  time.sleep(100)
8
9  toRad = np.pi/180.0

PROBLEMS  OUTPUT  TERMINAL  DEBUG CONSOLE

[[ 0.99614582  0.08382379 -0.025828 ]
 [-0.08192349  0.9943522  0.06747038]
 [ 0.03133775 -0.06509442  0.99738692]]
roll,pitch,yaw
-3.87 -1.48 -4.81
rotation matrix
[[ 0.99614582  0.08382379 -0.025828 ]
 [-0.08192349  0.9943522  0.06747038]
 [ 0.03133775 -0.06509442  0.99738692]]
roll,pitch,yaw
-3.87 -1.48 -4.81
rotation matrix
[[ 0.99614582  0.08382379 -0.025828 ]
 [-0.08192349  0.9943522  0.06747038]
 [ 0.03133775 -0.06509442  0.99738692]]
roll,pitch,yaw
-3.86 -1.48 -4.81
rotation matrix
[[ 0.99614582  0.08382379 -0.025828 ]
 [-0.08192896  0.99436354  0.0672963 ]
 [ 0.03132345 -0.06492087  0.99739868]]
roll,pitch,yaw
-3.87 -1.48 -4.81
rotation matrix
[[ 0.99614582  0.08382379 -0.025828 ]
 [-0.08192349  0.9943522  0.06747038]
 [ 0.03133775 -0.06509442  0.99738692]]
roll,pitch,yaw
-3.87 -1.48 -4.81
rotation matrix
[[ 0.99614582  0.08382379 -0.025828 ]
 [-0.08192349  0.9943522  0.06747038]
 [ 0.03133775 -0.06509442  0.99738692]]

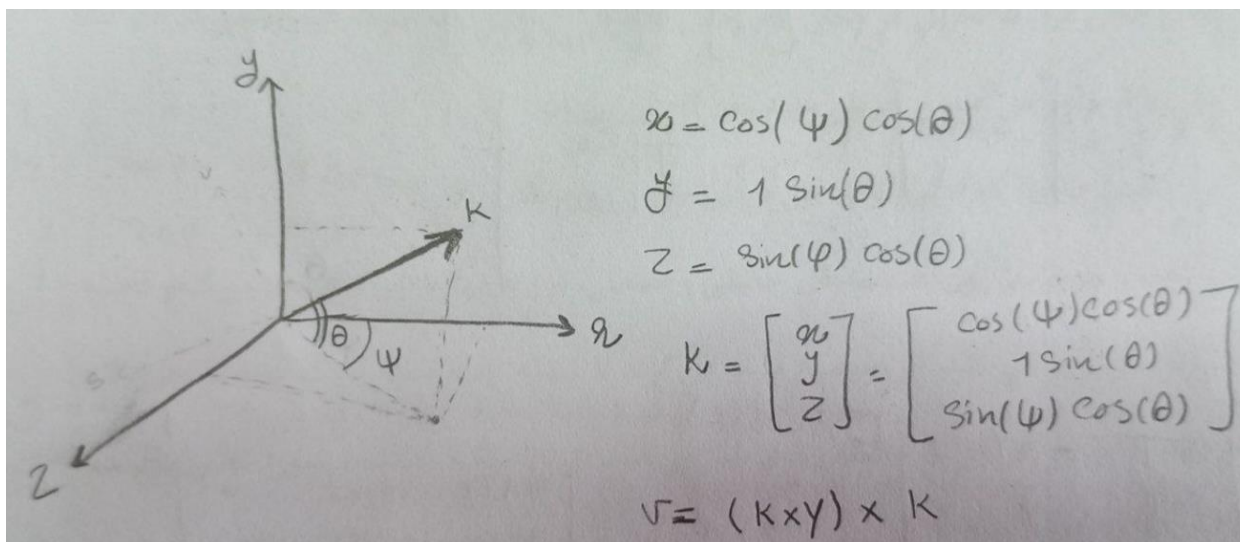
```



- یکی از مشکلات روش roll , pitch , yaw این است که در تعقیب حرکت جسم هنگامی که زاویه از 90 درجه بیشتر شود یا از 90- کمتر شود ، دچار مشکل می شود و نمیتواند آن حرکت را انجام دهد.دلیل این موضوع این است در یک دوران برای رسیدن به آن دوران صرفا یک مسیر وجود ندارد و بنابراین حسگر دچار خطا می شود و مسیر کوتاه تر را شناسایی میکند. بنابراین به سراغ استفاده از quaternions میرویم که این مشکل را ندارد .

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \arctan \frac{2(q_0 q_1 + q_2 q_3)}{1 - 2(q_1^2 + q_2^2)} \\ \arcsin(2(q_0 q_2 - q_3 q_1)) \\ \arctan \frac{2(q_0 q_3 + q_1 q_2)}{1 - 2(q_2^2 + q_3^2)} \end{bmatrix}$$

با داشتن quaternions از روابط بالا میتوان roll , pitch , yaw را پیدا کرد. از تابع atan2 استفاده کرد که سینوس و کسینوس را میگیرد و زاویه دقیق را میدهد. حال بعد از پیدا کردن roll , pitch , yaw از همان روابط سوال قبل مقادیر بردار ها را ابدیت میکنیم.



برای پیدا کردن ماتریس دوران هم همانند سوال قبل از روش زیر استفاده میکنیم و مشکل مطرح شده حل می شود.

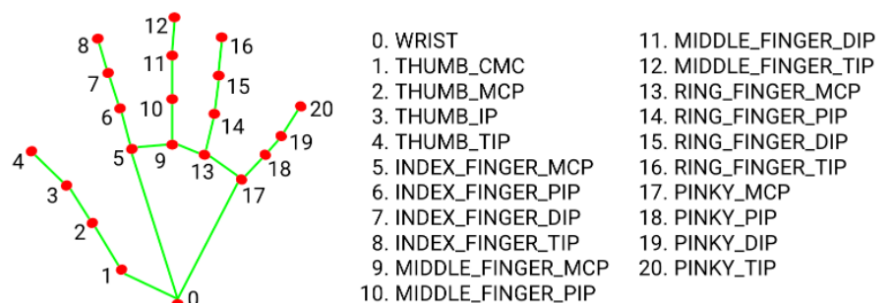
$$R(Q) = \begin{bmatrix} 2(q_0^2 + q_1^2) - 1 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 2(q_0^2 + q_2^2) - 1 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & 2(q_0^2 + q_3^2) - 1 \end{bmatrix}$$

### کاربردهای حسگرهای حرکتسنج

- بنظر من از مهمترین کاربرد های حرکتسنج در زندگی روزمره این است که در تلفن همراه کاربرد دارد و در برنامه health گوشی حرکت و قدم ها را تشخیص میدهد. از طرفی حرکت و چرخش و جهت گیری را تشخیص میدهد. از حرکت سنج ها در موشک ها و هواپیما ها نیز استفاده می شود تا بتوانند به صورت دقیق مقدار دوران جسم را اندازه گیری کنند. در عکاسی 360 درجه این حسگر ها کمک میکنند تا زاویه را تشخیص دهیم. همچنین این حسگر به جهت یابی و کاهش لرزش دوربین هنگام عکس برداری کمک میکند.

### بخش دوم

- در این بخش با کمک لینک داده شده یک کد پیش فرض و یک نمایش از 21 نقطه داده شده میبینیم.



رابطه ای که در این بخش می‌خواهم استفاده کنم این است که 3 نقطه از نقاط بالا را انتخاب کرده و دو بردار با آن می‌سازیم با کمک جمع و ضرب خارجی این دو بردار می‌توان دو بردار عمود برهم پیدا کرد که می‌تواند به عنوان دو محور مورد نیاز برای اعمال تغییرات در `vpython` استفاده شود.

- من از نقاط  $0 - 5 - 17$  استفاده کردم به این دلیل که این نقاط کف دست هستند و بهترین محور ها را فراهم میکنند. طوری که بردار اول از نقطه 0 به 5 و بردار دوم از نقطه 0 به 17 در نظر می‌گیریم. حاصل جمع آنها را بردار  $x$  و ضرب خارجی آنها را  $z$  می‌گیریم. استفاده است حسگر های ژيروسکوپ مزیت بیشتری نسبت به `mediapipe` دارد زیرا این کتابخانه هنگام تشخیص این 21 نقطه دچار خطا می شود ولی ژيروسکوپ نتایج بهتری و قابل اطمینان تری دارد.