

Тятя! Тятя! Наши сети притащили мертвеца!

Задача 1

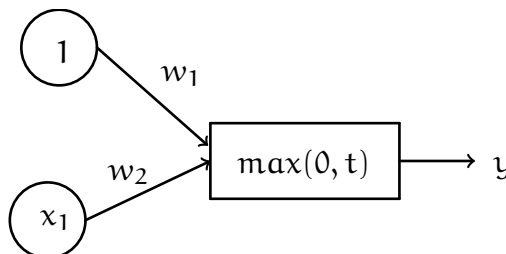
Маша услышала про машин лёрнинг и решила, что они и есть та самая Маша, которой этот лёрнинг принадлежит. Теперь она собрала два наблюдения: $x_1 = 1, x_2 = 2, y_1 = 2, y_2 = 3$ и собирается обучить линейную регрессию $y = \beta \cdot x$. Она собирается сделать это тремя способами, и ей нужна ваша помощь!

1. Получить теоретическую оценку методом наименьших квадратов.
2. Методом градиентного спуска. Она собирается в качестве скорости обучения взять $\eta = 0.1$. В качестве стартовой точки она хочет использовать $\beta_0 = 0$. Обучение заканчивается после первого шага.
3. Методом стохастического градиентного спуска. Все параметры берутся такими же как в предыдущем пункте. Делается два шага. Сначала с первым наблюдением, потом со вторым.

Задача 2

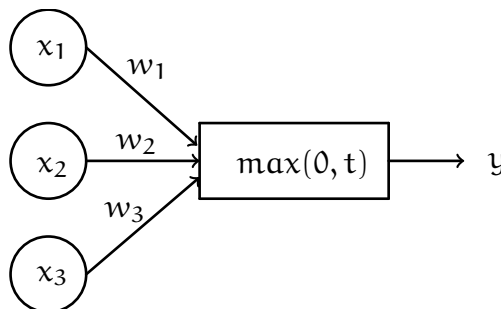
Парни очень любят Олю, а Оля любит собирать перцептроны и думать по вечерам о их весах и функциях активации. Сегодня она решила разобрать свои залежи из перцептронов и как следует упорядочить их.

- Для перцептрона



нужно подобрать веса так, чтобы он превращал $x_1 = 0$ в $y = 1$, а $x_1 = 1$ в $y = 0$.

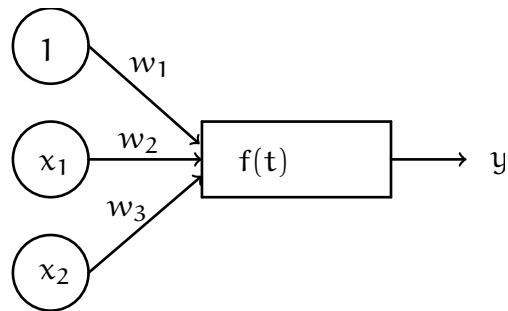
- Для перцепторона



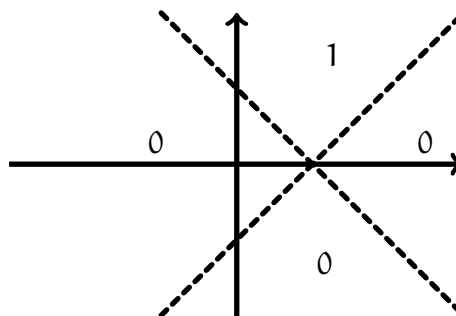
Оля хочет по наблюдениям x подобрать такие веса w_i , чтобы на выходе получились y .

x_1	x_2	x_3	y
1	1	2	0.5
1	-1	1	0

- У Оли есть несколько вот таких перцептронов с неизвестной функцией активации (надо самому выбирать):



На плоскости проведены две прямые $x_1 + x_2 = 1$ и $x_1 - x_2 = 1$.



Оле нужно собрать нейросетку, которая будет классифицировать объекты с плоскости так, как показано на картинке.

Задача 3

Попробуйте с помощью нейросеток с минимально возможным числом нейронов описать логические функции, заданные следующими таблицами истинности:

x_1	x_2	$x_1 \cap x_2$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

x_1	x_2	$x_1 \cup x_2$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

x_1	x_2	$x_1 \text{ Xor } x_2$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Первые два столбика идут на вход, третий получается на выходе. Операция из третьей таблицы называется исключающим или.

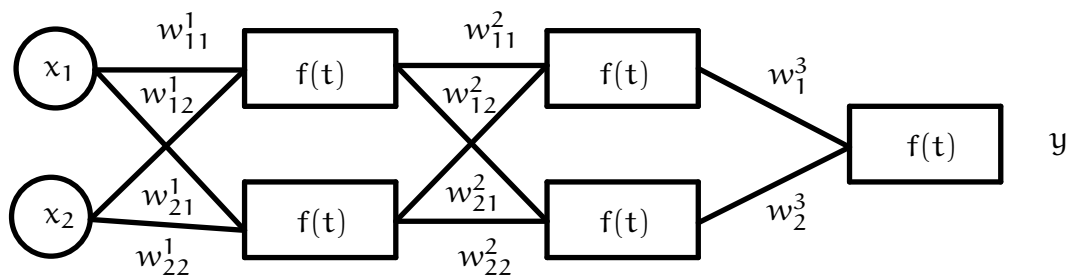
Задача 4

Нарисуйте следующую функцию в виде нейросетки.

$$y = \max(0, 4 \cdot \max(0, 3x_1 + 4x_2 + 1) + 2 \cdot \max(0, 3x_1 + 2x_2 + 7) + 6)$$

Задача 5

Дана нейросетка:



1. Перепишите её как сложную функцию.
2. Запишите эту функцию в матричном виде.
3. Предположим, что $L(W_1, W_2, W_3) = \frac{1}{2} \cdot (y - \hat{y})^2$ — функция потерь, где W_i — веса i -го слоя. Найдите производную функции L по всем весам W_i .

Задача 6

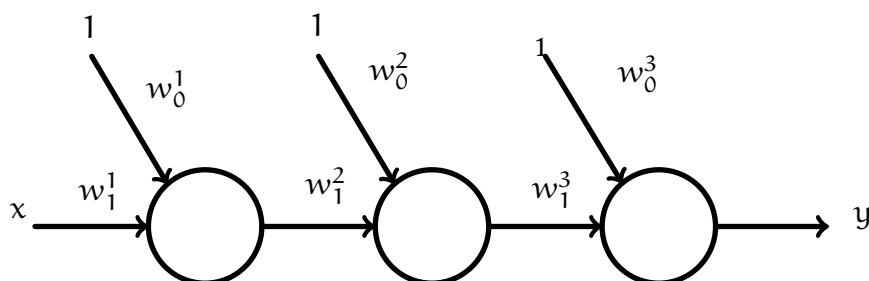
Изобразите для функции $f(x, y) = x^2 + xy + (x + y)^2$ граф вычислений. Найдите производные всех выходов по всем входам. Опираясь на граф выпишите частные производные функции f .

Задача 7

Функция $f(t) = \frac{e^t}{1+e^t}$ называется сигмOIDом. Покажите, что $f'(t) = f(t)(1 - f(t))$.

Задача 8

Как-то раз Вовочка решал задачу классификации. С тех пор у него в кармане завалялась нейросеть:

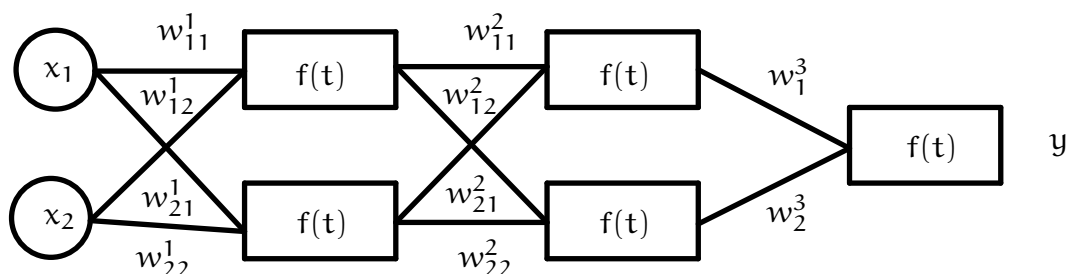


В качестве функции активации используется сигмOID: $f(t) = \frac{e^t}{1+e^t}$. Есть два наблюдения: $x_1 = 1, x_2 = 5, y_1 = 1, y_2 = 0$. Скорость обучения $\gamma = 1$. В качестве инициализации взяты нулевые веса. Как это обычно бывает, Вовочка обнаружил её в своих штанах после стирки и

очень обрадовался. Теперь он собирается сделать два шага стохастического градиентного спуска, используя алгоритм обратного распространения ошибки. Помогите ему.

Задача 9

Дана нейросетка:



Для квадратичной функции ошибки $MSE(W_1, W_2, W_3) = (y - \hat{y})^2$ выпишите все производные в том виде, в котором их было бы удобно использовать для алгоритма обратного распространения ошибки.

Задача 10

Та, кому принадлежит машин лёрнинг собирается обучить нейронную сеть для решения задачи регрессии. На вход в ней идёт 12 переменных, в сетке есть 3 скрытых слоя. В первом слое 300 нейронов, во втором 200, в третьем 100.

- Сколько параметров предстоит оценить Маше? Сколько наблюдений вы бы на её месте использовали?
- Что Маша должна сделать с внешним слоем, если она собирается решать задачу классификации на два класса и получать на выходе вероятность принадлежности к первому классу?
- Что делать Маше, если она хочет решать задачу классификации на K классов?