装订线　任课教师：　学号：　姓名：　班级：

西 安 电 子 科 技 大 学

考试时间 **120** 分钟

试　　题

题号	一	二	三	四	五	总分
分数						

1.考试形式：闭卷□　开卷□ ；2.本试卷共五大题，满分 100 分；

3.考试日期：　　年　　月　　日；(答题内容请写在装订线外)

一、填空题（每空 3 分，共 39 分）

1. 对于整数集 Z 上定义的运算$*$： $a*b=a+b-2$，其中+是数的加法，则 $\langle Z,*\rangle$ 的单位元为________，任意元素 a 的逆元为__________。

2. 设$\langle G,*\rangle$是群，若G 中存在一个元素a，使得G 中任意元素都可由a 的幂生成，则称该群是________，元素a 称为该群的________。

3. 10 阶群的子群的阶数只可能是__________。

4. 设 $\langle G,\cdot\rangle$ 是群，对任意 $a,b,c\in G$，如果 $a\cdot b=a\cdot c,$ ，则_________。

5. F =｛*f*｜*f*：*A*→*A*｝，o 为函数的复合运算，**<F，o>**的单位元是 _________ 。

6. 有限布尔代数的元素的个数必定等于________。

7. 在布尔代数$<A,\vee,\wedge,->$中，$b\wedge\bar{c}=0$ 当且仅当_________。

8. 代数系统$<A,+,\bullet>$是环，若对运算“**•**”还满足____________则$<A,+,\bullet>$是整环。

9. 设 **G** 是所有 **3** 位二进制数构成的集合，关于异或运算，**G** 中的幺元是_________，**011** 的逆元是_________。

10. 设**<G,*>** 是群， **e** 为单位元，若 **a** 元素满足 **a*a=a，a=**_______。

二、单项选择题（每题 3 分，共 15 分）

1.在有理数集 **Q** 上定义的二元运算*，$\forall x, y \in Q$有 $x * y = x + y - xy$，则 **Q** 中满足（　　　　）。

A．所有元素都有逆元　　　　　　**B.** 只有唯一逆元

C. $\forall x \in Q, x \neq 1$时有逆元 x^{-1}　**D.** 所有元素都无逆元

2.下面关于循环群性质的描述，错误的是（　　　　）。

A. 循环群必是交换群

B. 循环群的子群仍然是循环群

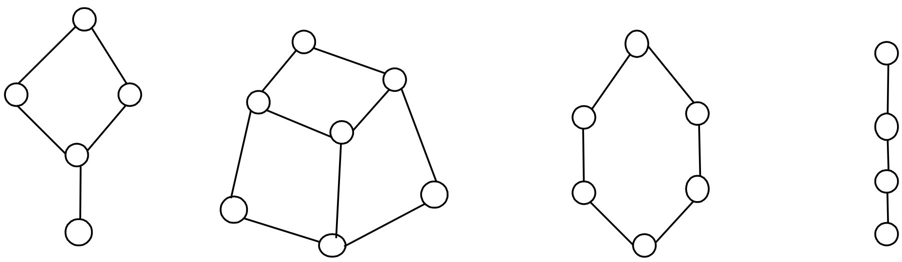
C. 设 **G** 是 **n** 阶循环群，**a**∈**G**，则 **a** 是生成元当且仅当 **a** 的阶数是 **n**

D．循环群的生成元一定是唯一的

3. 设$<L, \leq>$是一条链，其中$|L| \geq 3$，则$<L, \leq>$（　　　　）。

A. 不是格 **B.** 是有补格 **C.** 是分配格 **D.** 是布尔格

4. 如下哈斯图（　　　）表示的关系构成有补格。



A.　　　　**B.**　　　　**C.**　　　　**D.**

5. 设$G = \{2^m \times 3^n \mid m, n \in I\}$，*为普通乘法，则代数系统$<G, *>$的幺元为（　　　　）。

A．不存在　**B.** $e = 2^0 \times 3^0$　**C.** $e = 2 \times 3$　**D.** $e = 2^{-1} \times 3^{-1}$

三、判断题（每小题 2 分，本题共 10 分，正确的打“√”，错误的打“×”）

1. 代数系统中一个元素若有左逆元，则该元素一定也有右逆元。（　　　　）

2. 任何一个循环群必定是阿贝尔群。（　　　　）

3. 每一个有限整环一定是域，反之也对。（　　　　）

4. 每一个链都是分配格。（　　　　）

5. 设 $A=\{x \mid x=a+b\sqrt{3},\quad a,b\text{均为有理数}\}$， **+, •** 为普通加法和乘法，则代数系统<**A**，**+**，**•** >是域。 （ ）

四、计算与构造题(每小题 4 分，本题共 12 分)

1. 构造两个具有 5 个元素的格，其中一个是分配格，但不是有补格；另一个是有补格，但不是分配格（用哈斯图表示）。

2. 设 **A={1，2}**，**A** 上所有函数的集合记为 A^A，$\circ$是函数的复合运算，试给出 A^A 上运算$\circ$的运算表，并指出 A^A 中是否有幺元，哪些元素有逆元。

3. 设 $E(x_1,x_2,x_3)=(x_1\wedge x_2)\vee(x_2\wedge x_3)\vee(\bar{x}_2\wedge x_3)$ 是布尔代数 $<\{0,1\},\vee,\wedge,\bar{\ }>$ 上的一个布尔表达式，试写出其主析取范式和主合取范式。

五、证明题 (第 1 题 5 分，第 2 题 5 分，第 3 题 5 分，第 4 题 9 分，本题共 24 分)

1. 循环群的任何非平凡子群也是循环群。

2. 试证明若$<G,*>$是群，$H \subseteq G$，且任意的$a \in H$，对每一个$x \in G$，有 $a*x = x*a$，则$<H,*>$是$<G,*>$的子群。

3. 设**<S, ∧ , ∨ ,′, 0,1>**是一布尔代数，则 **R={<a, b> | a ∧ b=b}**是 **S** 上的偏序关系。

4. 设 $<A, \vee, \wedge, ->$ 是一个布尔代数，如果在 **A** 上定义二元运算☆，为 $a☆b=(a\wedge\bar{b})\vee(\bar{a}\wedge b)$，则<**A,☆**>是一阿贝尔群。