Universidad Simón Bolívar
Dpto. de Cómputo Científico y Estadística
CO-3321 Estadística para Ingeniería
Intensivo Julio-Agosto 2016

Laboratorio 6: Regresión Lineal

Estudiantes:
Alessandra Marrero, 12-11091
Verónica Mazutiel, 13-10853
Profesor: Pedro Ovalles.

Sartenejas, 19 de agosto de 2016

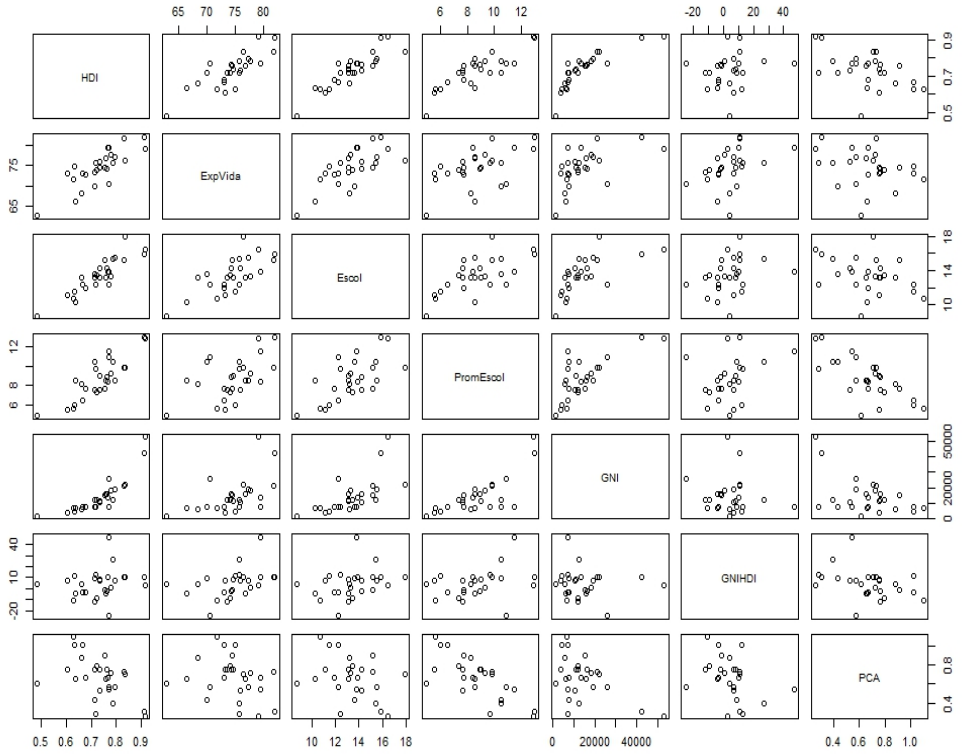
Laboratorio 6: Regresión Lineal

1. Realice un primer modelo con las variables cuyo $|\rho| > 0{,}5$ con respecto a la variable respuesta. Paraesto calcule la matriz de correlación y estudie las gráficas de las variables.

```
> (datos = read.delim("Datos.txt"))
                          Country   HDI ExpVida Escol PromEscol   GNI
1                       Argentina 0.836    76.3  17.9       9.8 22050
2                        Barbados 0.785    75.6  15.4      10.5 12488
3                          Belize 0.715    70.0  13.6      10.5  7614
4   Bolivia (Plurinational State of) 0.662    68.3  13.2       8.2  5760
5                          Brazil 0.755    74.5  15.2       7.7 15175
6                          Canada 0.913    82.0  15.9      13.0 42155
7                           Chile 0.832    81.7  15.2       9.8 21290
8                        Colombia 0.720    74.0  13.5       7.3 12040
9                      Costa Rica 0.766    79.4  13.9       8.4 13413
10                           Cuba 0.769    79.4  13.8      11.5  7301
11             Dominican Republic 0.715    73.5  13.1       7.6 11883
12                        Ecuador 0.732    75.9  14.2       7.6 10605
13                    El Salvador 0.666    73.0  12.3       6.5  7349
14                      Guatemala 0.627    71.8  10.7       5.6  6929
15                         Guyana 0.636    66.4  10.3       8.5  6522
16                          Haiti 0.483    62.8   8.7       4.9  1669
17                       Honduras 0.606    73.1  11.1       5.5  3938
18                        Jamaica 0.719    75.7  12.4       9.7  7415
19                         Mexico 0.756    76.8  13.1       8.5 16056
20                      Nicaragua 0.631    74.9  11.5       6.0  4457
21                         Panama 0.780    77.6  13.3       9.3 18192
22                       Paraguay 0.679    72.9  11.9       7.7  7643
23                           Peru 0.734    74.6  13.1       9.0 11015
24            Trinidad and Tobago 0.772    70.4  12.3      10.9 26090
25                  United States 0.915    79.1  16.5      12.9 52947
26                        Uruguay 0.793    77.2  15.5       8.5 19283
27 Venezuela (Bolivarian Republic of) 0.762    74.2  14.2       8.9 16159
   GNIHDI  PCA
1      11 0.71
2      27 0.39
3       9 0.43
4       4 0.88
5      -1 0.91
6      11 0.31
7      11 0.73
8      -9 0.79
9      10 0.67
10     47 0.54
11    -12 0.76
12      7 0.53
13     -3 1.02
```

```
14    -11 1.10
15     -4 0.66
16      4 0.61
17      7 0.75
18     13 0.28
19     -4 0.65
20     12 1.02
21      1 0.72
22     -3 0.67
23      8 0.75
24    -25 0.57
25      3 0.26
26      7 0.57
27     -2 0.76
> attach(datos)
> names(datos)
[1] "Country"   "HDI"       "ExpVida"   "Escol"     "PromEscol" "GNI"
[7] "GNIHDI"    "PCA"
```

```
> #Diagrama de dispersión
> pairs(datos[2:8])
>
```




```
> #Correlación
> c=cor(datos[2:8])
```

```
> c
              HDI    ExpVida      Escol  PromEscol        GNI
HDI       1.0000000  0.8056660  0.8925582  0.8451962  0.83435919
ExpVida   0.8056660  1.0000000  0.7096762  0.5339212  0.55732821
Escol     0.8925582  0.7096762  1.0000000  0.6642338  0.66373973
PromEscol 0.8451962  0.5339212  0.6642338  1.0000000  0.72973858
GNI       0.8343592  0.5573282  0.6637397  0.7297386  1.00000000
GNIHDI    0.1925694  0.4096271  0.3010869  0.3236630 -0.08917148
PCA      -0.4882619 -0.2703955 -0.3514418 -0.7236550 -0.49027647
              GNIHDI       PCA
HDI       0.19256939 -0.4882619
ExpVida   0.40962713 -0.2703955
Escol     0.30108687 -0.3514418
PromEscol 0.32366305 -0.7236550
GNI      -0.08917148 -0.4902765
GNIHDI    1.00000000 -0.3492623
PCA      -0.34926227  1.0000000
```

Si estudiamos las gráficas de las variables, podemos decir que aunque para la gráfica (HDI,ExpVida) no es muy clara la línea que sigue se puede notar una recta con pendiente positiva. De igual forma para la gráfica (HDI,Escol) los datos se agrupan formando lo que parece una recta ascendente. Lo mismo se repite para las gráficas (HDI,PromEscol) y (HDI,GNI) que aunque existen datos dispersos se puede observar una tendencia a formar una recta con pendiente positiva. Por otro lado, para las gráfica (HDI,GNIHDI) no se observa una forma conocida sino más “ruido” y para la de (HDI,PCA) aunque también lo que se ve es “ruido” se pude ver una tendencia más cercana a una recta con pendiente negativa.

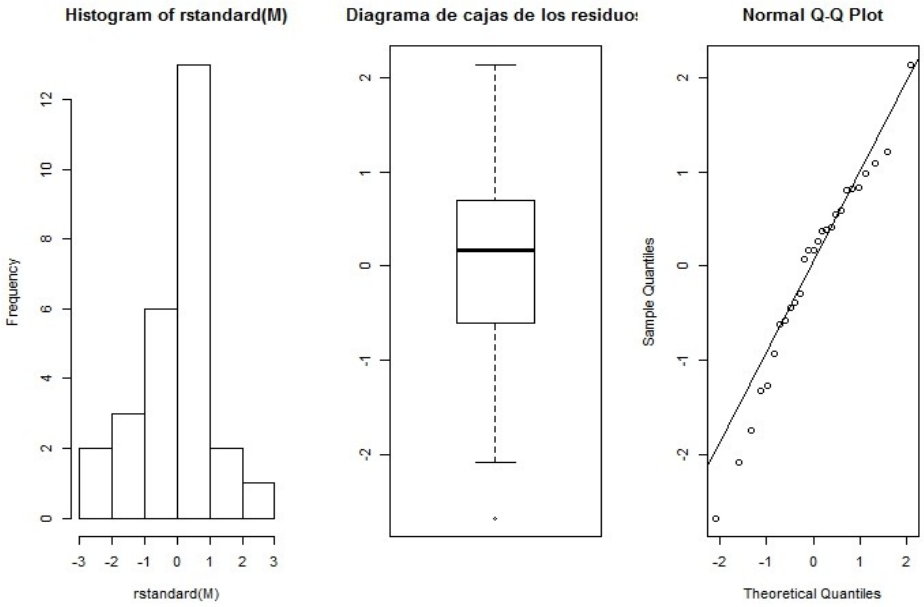
Todo esto tiene sentido en relación a las correlaciones obtenidas, pues las de (HDI,ExpVida), (HDI,Escol), (HDI,PromEscol) y (HDI,GNI) son positivas y bastantes cercanas a 1. Mientras que la correlación entre HDI y GNIHDI es menor a 0.5 y la de (HDI, PCA) es negativa y mayor a -0.5, lo cual tiene concordancia con las observaciones antes mencionadas.

De manera que realizaremos nuestro modelo con las variables ExpVida,Escol,PromEscol y GNI.

```
> #Modelo con variables con |ρ|  > 0,5
> M=lm(HDI~ExpVida+Escol+PromEscol+GNI)

> M

Call:
lm(formula = HDI ~ ExpVida + Escol + PromEscol + GNI)

Coefficients:
(Intercept)      ExpVida       Escol    PromEscol         GNI
 -4.570e-02    5.663e-03    1.585e-02    1.334e-02    1.920e-06

> summary(M)

Call:
lm(formula = HDI ~ ExpVida + Escol + PromEscol + GNI)

Residuals:
```

```
     Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.033399 -0.007973  0.002521  0.010324  0.028578

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -4.570e-02  6.184e-02  -0.739 0.467721
ExpVida      5.663e-03  1.013e-03   5.592 1.27e-05 ***
Escol        1.585e-02  2.537e-03   6.250 2.73e-06 ***
PromEscol    1.334e-02  2.321e-03   5.746 8.84e-06 ***
GNI          1.920e-06  4.252e-07   4.516 0.000171 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 0.01574 on 22 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9756,    Adjusted R-squared:  0.9712
F-statistic: 219.9 on 4 and 22 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

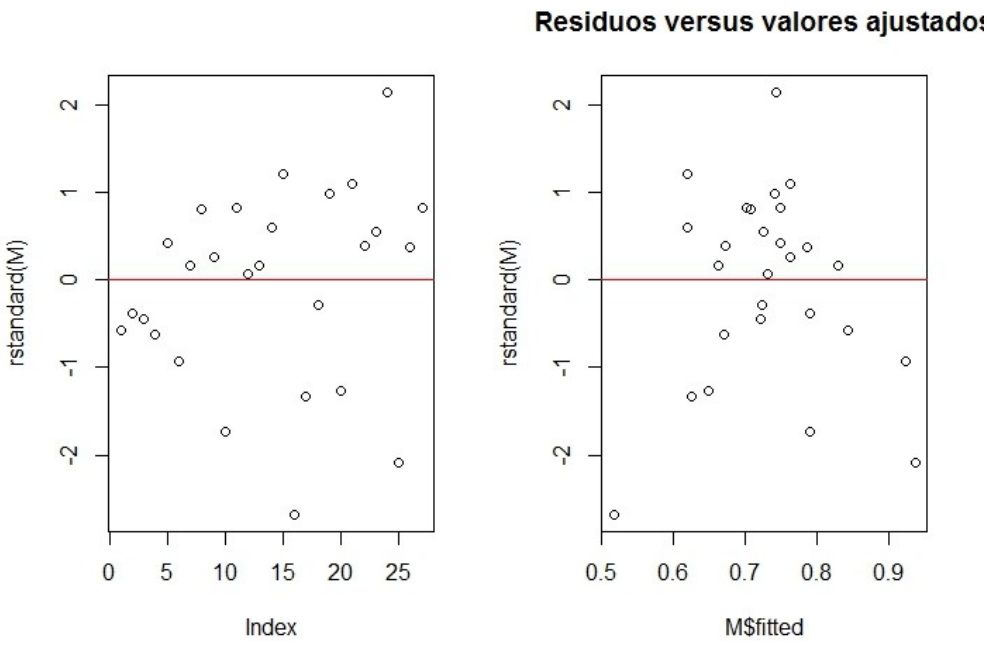
```
> ##### Análisis de los residuos ####
> #Modelo con variables con |ρ|  > 0,5
> #Para chequear la normalidad
> par(mfrow=c(1,3))
> hist(rstandard(M))
> boxplot(rstandard(M),main="Diagrama de cajas de los residuos")
> qqnorm(rstandard(M))
> qqline(rstandard(M))
```



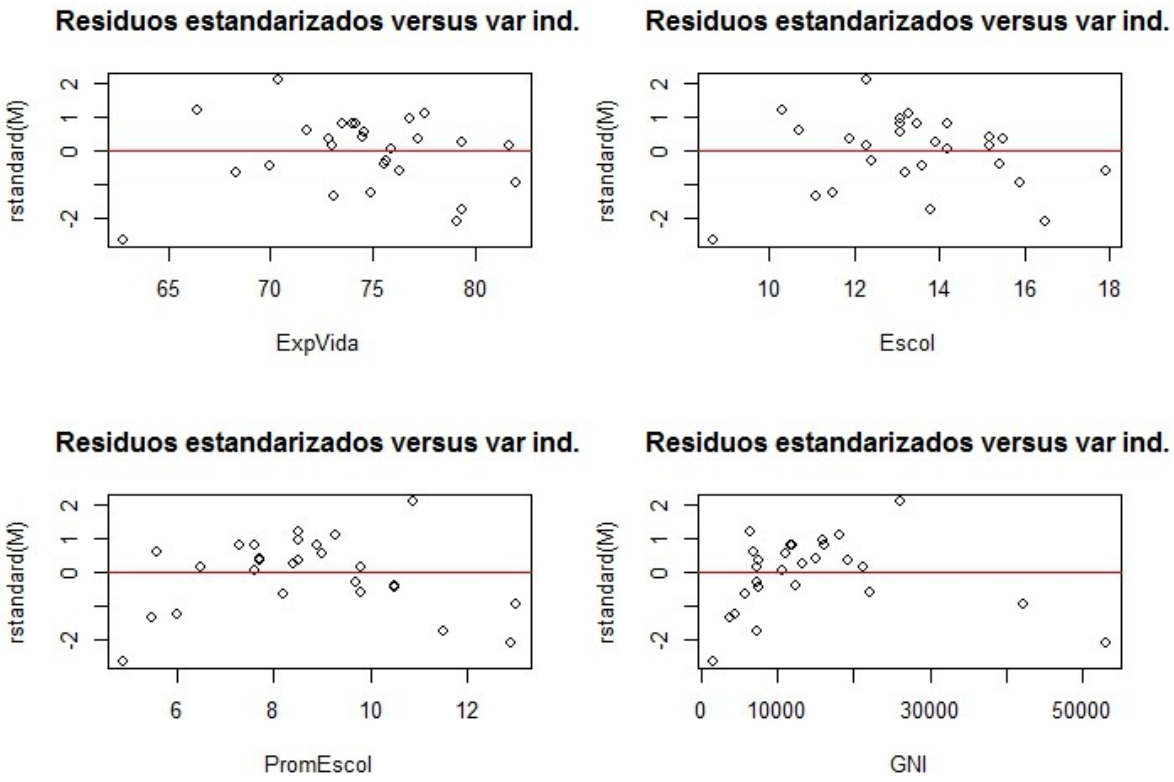
-Vemos que los residuos se distribuyen Normal.

```
> # Para chequear la homocedasticidad
> par(mfrow=c(1,2))
```

```
> plot(rstandard(M))
> abline(h=0,col=2)
> plot(M$fitted,rstandard(M))
> title("Residuos versus valores ajustados")
> abline(h=0,col=2)
```




```
 #Para chequear la independencia
> par(mfrow=c(2,2))
> plot(ExpVida,rstandard(M),main="Residuos estandarizados versus var ind.")
> abline(h=0,col=2)
> plot(Escol,rstandard(M),main="Residuos estandarizados versus var ind.")
> abline(h=0,col=2)
> plot(PromEscol,rstandard(M),main="Residuos estandarizados versus var ind.")
> abline(h=0,col=2)
> plot(GNI,rstandard(M),main="Residuos estandarizados versus var ind.")
> abline(h=0,col=2)
```



Se verifica que se cumplen todas las condiciones para poder usar este modelo.

2. **Realice un segundo modelo con regresión paso a paso. En cada paso elimine la variable menos significativa y continúe hasta que todas las restantes tengan un nivel de significancia menor a 0.05.**

```
> (m5=lm(HDI~ ExpVida+ Escol+ PromEscol + GNI+GNIHDI+PCA) )

Call:
lm(formula = HDI ~ ExpVida + Escol + PromEscol + GNI + GNIHDI +
    PCA)

Coefficients:
(Intercept)      ExpVida        Escol    PromEscol          GNI
 -2.435e-01    7.656e-03    1.708e-02    1.979e-02    4.118e-07
    GNIHDI          PCA
 -1.412e-03    7.129e-03

> summary(m5)

Call:
lm(formula = HDI ~ ExpVida + Escol + PromEscol + GNI + GNIHDI +
    PCA)
```

```
Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max
-0.0109479 -0.0038418  0.0006767  0.0029871  0.0140140

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -2.435e-01  3.330e-02  -7.313 4.54e-07 ***
ExpVida      7.656e-03  4.966e-04  15.417 1.45e-12 ***
Escol        1.708e-02  1.131e-03  15.097 2.14e-12 ***
PromEscol    1.979e-02  1.350e-03  14.656 3.69e-12 ***
GNI          4.118e-07  2.486e-07   1.656    0.113
GNIHDI      -1.412e-03  1.558e-04  -9.062 1.61e-08 ***
PCA          7.129e-03  9.760e-03   0.730    0.474
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 0.006786 on 20 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.9959,             Adjusted R-squared:  0.9946
F-statistic:   805 on 6 and 20 DF,  p-value: < 2.2e-16
```

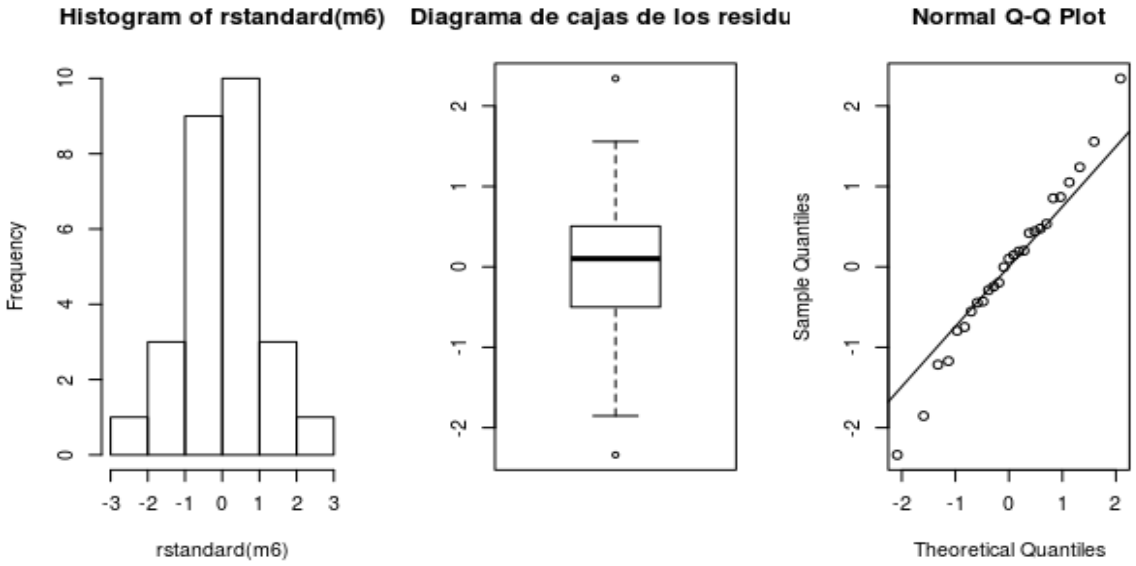
-Dado que las variables GNI y PCA tienen un valor de significancia muy alto probamos con un nuevo modelo que no toma esas variables

```
> #Modelo 6:
> (m6=lm(HDI ~ ExpVida+ Escol+ PromEscol+GNIHDI))

Call:
lm(formula = HDI ~ ExpVida + Escol + PromEscol + GNIHDI)

Coefficients:
(Intercept)      ExpVida       Escol    PromEscol       GNIHDI
  -0.272420     0.008005     0.017706     0.020481    -0.001596

> summary(m6)

Call:
lm(formula = HDI ~ ExpVida + Escol + PromEscol + GNIHDI)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max
-0.0143878 -0.0031472  0.0006626  0.0032920  0.0140772

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.2724201  0.0271659  -10.03 1.15e-09 ***
ExpVida      0.0080046  0.0004598   17.41 2.37e-14 ***
Escol        0.0177056  0.0010849   16.32 8.90e-14 ***
PromEscol    0.0204809  0.0008884   23.05  < 2e-16 ***
GNIHDI      -0.0015955  0.0001135  -14.05 1.81e-12 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1
```

Residual standard error: 0.006917 on 22 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9953, Adjusted R-squared: 0.9944
F-statistic: 1161 on 4 and 22 DF, p-value: < 2.2e-16

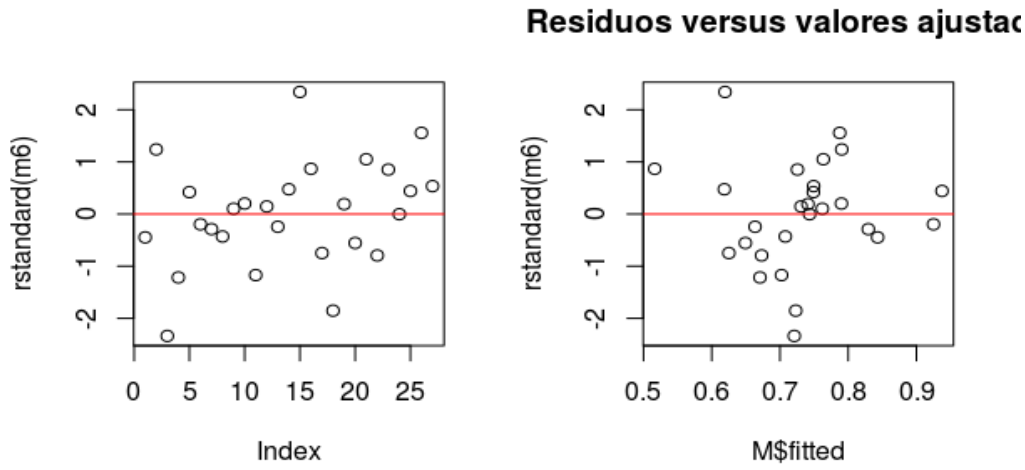
-Escogemos el modelo m6 pues todas variables son significativas con un nivel de signifancia menor a 0.05 y el R^2 ajustado de m6 es mayor que el R^2 ajustado de m5.

```
> #Modelo regresion paso a paso

> #Para chequear la normalidad
> par(mfrow=c(1,3))
> hist(rstandard(m6))
> boxplot(rstandard(m6),main="Diagrama de cajas de los residuos")
> qqnorm(rstandard(m6))
> qqline(rstandard(m6))
```

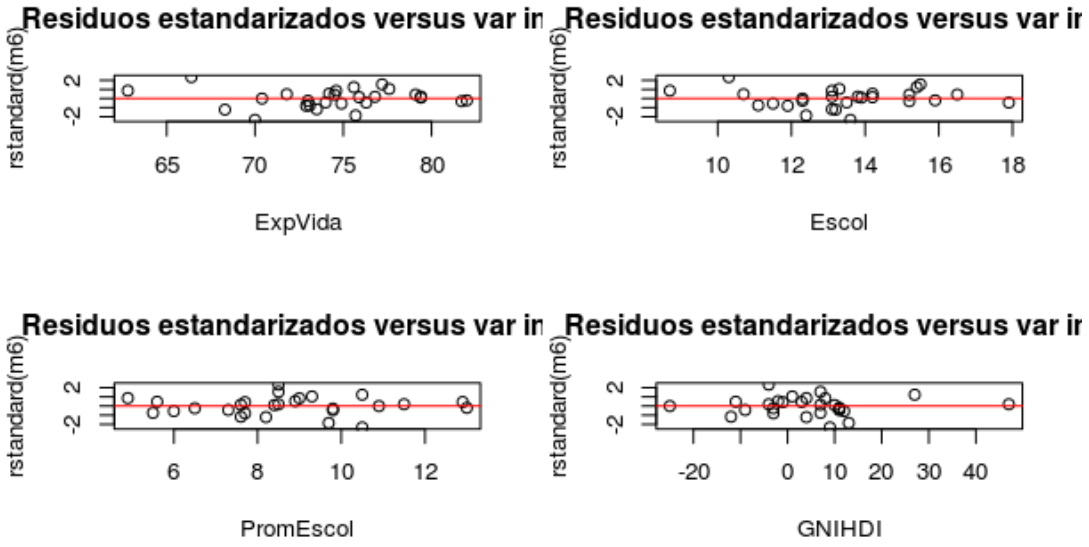


-Vemos que los residuos se distribuyen Normal.

```
> # Para chequear la homocedasticidad
> par(mfrow=c(1,2))
> plot(rstandard(m6))
> abline(h=0,col=2)
> plot(M$fitted,rstandard(m6))
> title("Residuos versus valores ajustados")
> abline(h=0,col=2)
```




```
> #Para chequear la independencia
> par(mfrow=c(2,2))
> plot(ExpVida,rstandard(m6),main="Residuos estandarizados versus var ind.")
> abline(h=0,col=2)
> plot(Escol,rstandard(m6),main="Residuos estandarizados versus var ind.")
> abline(h=0,col=2)
> plot(PromEscol,rstandard(m6),main="Residuos estandarizados versus var ind.")
> abline(h=0,col=2)
> plot(GNIHDI,rstandard(m6),main="Residuos estandarizados versus var ind.")
> abline(h=0,col=2)
```



Se verifica que se cumplen todas las condiciones para poder usar este modelo.

3. **Compare los modelos**

Observando los summary de ambos modelos podemos compararlos. Se puede notar que todas las variables del modelo m6 son significativas y las del modelo M no, además el R^2 ajustado de m6 es mayor que el R^2 ajustado de M. Luego m6 es un mejor modelo que M.

4. **Use los datos que aparecen en la misma hoja de datos, subrayados en azul, para hacer una predicción con ambos modelos.**

```
> #HDI ~ ExpVida + Escol + PromEscol + GNI
> new=data.frame(ExpVida=80,Escol=15,PromEscol=13,GNI=13000)
> new
  ExpVida Escol PromEscol   GNI
1      80    15        13 13000
> (Temp1=predict(M,new,interval="prediction"))# Intervalo de prediccion
       fit       lwr       upr
1 0.8434604 0.8039724 0.8829483

> #HDI ~ ExpVida + Escol + PromEscol + GNIHDI
> new2=data.frame(ExpVida=80,Escol=15,PromEscol=13,GNIHDI=3)# valores con los que se van a predecir la concentraci??n de Ozono
> new2
  ExpVida Escol PromEscol GNIHDI
1      80    15        13      3
> (Temp2=predict(m6,new2,interval="prediction"))# Intervalo de prediccion
       fit       lwr       upr
1 0.894997 0.8787348 0.9112593
```

-El intervalo de predicción para el modelo M es [0.8039724, 0.8829483]

-El intervalo de predicción para el modelo m6 es [0.8787348, 0.9112593]