Circuitos Elétricos como Filtros

José Humberto de Araújo[1]

[1]DFTE-UFRN

19 de abril de 2022

Sumário

Introdução

- Uma das aplicações mais importantes dos circuitos RC é na construção de filtros de sinais elétricos compostos. Um filtro é um circuito capaz de eliminar sinais expúrios ou indesejados que normalmente acompanham os sinais elétricos.

- Uma das aplicações mais importantes dos circuitos RC é na construção de filtros de sinais elétricos compostos. Um filtro é um circuito capaz de eliminar sinais expúrios ou indesejados que normalmente acompanham os sinais elétricos.
- Quando queremos eliminar possíveis sinais de alta freqûencia num certo sinal elétrico, devemos utilizar um filtro passa-baixa, que deixa passar somente sinais de baixa freqência.

Introdução

- Uma das aplicações mais importantes dos circuitos RC é na construção de filtros de sinais elétricos compostos. Um filtro é um circuito capaz de eliminar sinais expúrios ou indesejados que normalmente acompanham os sinais elétricos.
- Quando queremos eliminar possíveis sinais de alta freqûencia num certo sinal elétrico, devemos utilizar um filtro passa-baixa, que deixa passar somente sinais de baixa freqência.
- Caso contrário, se quisermos elinar sinais de baixa frequência, devemos utilizar um filtro passa-alta que corta os sinais de baixa frequência.

Introdução

- Uma das aplicações mais importantes dos circuitos RC é na construção de filtros de sinais elétricos compostos. Um filtro é um circuito capaz de eliminar sinais expúrios ou indesejados que normalmente acompanham os sinais elétricos.
- Quando queremos eliminar possíveis sinais de alta freqûencia num certo sinal elétrico, devemos utilizar um filtro passa-baixa, que deixa passar somente sinais de baixa freqência.
- Caso contrário, se quisermos elinar sinais de baixa frequência, devemos utilizar um filtro passa-alta que corta os sinais de baixa frequência.
- Se queremos um sinal, numa dada faixa de frequência, sem qualquer interferência de alta ou baixa frequência, utilizamos um filtro passa-faixa.

- Uma das aplicações mais importantes dos circuitos RC é na construção de filtros de sinais elétricos compostos. Um filtro é um circuito capaz de eliminar sinais expúrios ou indesejados que normalmente acompanham os sinais elétricos.
- Quando queremos eliminar possíveis sinais de alta freqûencia num certo sinal elétrico, devemos utilizar um filtro passa-baixa, que deixa passar somente sinais de baixa freqência.
- Caso contrário, se quisermos elinar sinais de baixa frequência, devemos utilizar um filtro passa-alta que corta os sinais de baixa frequência.
- Se queremos um sinal, numa dada faixa de frequência, sem qualquer interferência de alta ou baixa frequência, utilizamos um filtro passa-faixa.
- Por outro lado, quando queremos eliminar um sinal de uma determinada faixa de frequência, usamos o filtro rejeita faixa.

Voltágem e corrente como variáveis complexas

- Como veremos, a seguir, os dois primeiros filtros podem ser obtidos somente com circuitos RC

Voltágem e corrente como variáveis complexas

- Como veremos, a seguir, os dois primeiros filtros podem ser obtidos somente com circuitos RC
- Entretanto, os filtro passa-faixa e rejeta-faixa necessitam de circuitos ressonantes ou LRC.

Voltágem e corrente como variáveis complexas

- Como veremos, a seguir, os dois primeiros filtros podem ser obtidos somente com circuitos RC
- Entretanto, os filtro passa-faixa e rejeta-faixa necessitam de circuitos ressonantes ou LRC.
- Apesar de possuirem uma montágem bastante simples, a descrição quantitativa dos filtros exige um formalismo um pouco mais sofsticado, a base de varáveis complexas.

Voltágem e corrente como variáveis complexas

- Como veremos, a seguir, os dois primeiros filtros podem ser obtidos somente com circuitos RC
- Entretanto, os filtro passa-faixa e rejeta-faixa necessitam de circuitos ressonantes ou LRC.
- Apesar de possuirem uma montágem bastante simples, a descrição quantitativa dos filtros exige um formalismo um pouco mais sofsticado, a base de varáveis complexas.
- Como vimos anteriormente, qualquer sinal elétrico periódico (AC) pode ser representado como uma função trigonométrica da forma

$$V(t) = V_0 cos(\omega t) \tag{1}$$

Voltágem e corrente como variáveis complexas

- Como veremos, a seguir, os dois primeiros filtros podem ser obtidos somente com circuitos RC
- Entretanto, os filtro passa-faixa e rejeta-faixa necessitam de circuitos ressonantes ou LRC.
- Apesar de possuirem uma montágem bastante simples, a descrição quantitativa dos filtros exige um formalismo um pouco mais sofsticado, a base de varáveis complexas.
- Como vimos anteriormente, qualquer sinal elétrico periódico (AC) pode ser representado como uma função trigonométrica da forma

$$V(t) = V_0 cos(\omega t) \tag{1}$$

- Como sabemos, da identidade de Euler que $e^{ix} = cos(x) + isen(x)$, onde $i = \sqrt{-1}$.

Voltágem e corrente como variáveis complexas

- Como veremos, a seguir, os dois primeiros filtros podem ser obtidos somente com circuitos RC
- Entretanto, os filtro passa-faixa e rejeta-faixa necessitam de circuitos ressonantes ou LRC.
- Apesar de possuirem uma montágem bastante simples, a descrição quantitativa dos filtros exige um formalismo um pouco mais sofsticado, a base de varáveis complexas.
- Como vimos anteriormente, qualquer sinal elétrico periódico (AC) pode ser representado como uma função trigonométrica da forma

$$V(t) = V_0 cos(\omega t) \tag{1}$$

- Como sabemos, da identidade de Euler que $e^{ix} = cos(x) + isen(x)$, onde $i = \sqrt{-1}$.
- Assim $V(t)$ pode ser escrita como varável complexa da forma

$$V(t) = \Re V_0 e^{i\omega t} \tag{2}$$

Voltágem e corrente como variáveis complexas

- Analogamente, a corrente pode ser escrita na forma

$$I(t) = \Re I_0 e^{i\omega t} \tag{3}$$

Voltágem e corrente como variáveis complexas

- Analogamente, a corrente pode ser escrita na forma

$$I(t) = \Re I_0 e^{i\omega t} \tag{3}$$

- Para um capacitor, a corrente tem a forma

$$I(t) = C\frac{dV}{dt} = C\frac{d}{dt}\Re(V_0 cos(\omega t) + V_0 isen(\omega t)) \tag{4}$$

$$I(t) = C\frac{d}{dt}(V_0 cos(\omega t)) = -C\omega V_0 sen(\omega t) = \Re(\frac{V_0 e^{i\omega t}}{-i/\omega C}) \tag{5}$$

Voltágem e corrente como variáveis complexas

- Analogamente, a corrente pode ser escrita na forma

$$I(t) = \Re I_0 e^{i\omega t} \tag{3}$$

- Para um capacitor, a corrente tem a forma

$$I(t) = C\frac{dV}{dt} = C\frac{d}{dt}\Re(V_0 cos(\omega t) + V_0 isen(\omega t)) \tag{4}$$

$$I(t) = C\frac{d}{dt}(V_0 cos(\omega t)) = -C\omega V_0 sen(\omega t) = \Re(\frac{V_0 e^{i\omega t}}{-i/\omega C}) \tag{5}$$

- Assim

$$I(t) = \Re(\frac{V_0 e^{i\omega t}}{X_C}) \tag{6}$$

Onde $X_C = -i/\omega C$ é a reatância capacitiva.

Voltágem e corrente como variáveis complexas

- Analogamente, a corrente pode ser escrita na forma

$$I(t) = \Re I_0 e^{i\omega t} \tag{3}$$

- Para um capacitor, a corrente tem a forma

$$I(t) = C\frac{dV}{dt} = C\frac{d}{dt}\Re(V_0 cos(\omega t) + V_0 isen(\omega t)) \tag{4}$$

$$I(t) = C\frac{d}{dt}(V_0 cos(\omega t)) = -C\omega V_0 sen(\omega t) = \Re(\frac{V_0 e^{i\omega t}}{-i/\omega C}) \tag{5}$$

- Assim

$$I(t) = \Re(\frac{V_0 e^{i\omega t}}{X_C}) \tag{6}$$

Onde $X_C = -i/\omega C$ é a reatância capacitiva.

- Para um indutor, a tensão é proporcional a variação temporal da corrente

$$V = L\frac{dI}{dt} \Rightarrow V_0 cos(\omega t) = L\frac{dI}{dt} \tag{7}$$

- Assim

$$dI = \frac{V_0}{L} cos(\omega t) dt \Rightarrow I = \frac{V_0}{L\omega} sen(\omega t) \tag{8}$$

que em notação complexa fica na forma

$$I(t) = \Re(\frac{V_0 e^{i\omega t}}{i\omega L}) = \Re(\frac{V_0 e^{i\omega t}}{X_L}) \tag{9}$$

onde $X_L = i\omega L$ é a reatância indutiva.

- Assim

$$dI = \frac{V_0}{L} cos(\omega t) dt \Rightarrow I = \frac{V_0}{L\omega} sen(\omega t) \tag{8}$$

que em notação complexa fica na forma

$$I(t) = \Re(\frac{V_0 e^{i\omega t}}{i\omega L}) = \Re(\frac{V_0 e^{i\omega t}}{X_L}) \tag{9}$$

onde $X_L = i\omega L$ é a reatância indutiva.

- Em circuitos de corrente alternada que possuem componentes reativos, como os capacitores e indutores, faz-se necessário uma definição mais ampla da Lei de Ohm, que inclua, além da resistência elétrica R, as reatâncias capacitiva e indutiva. Isto pode ser feito usando-se a definição de impedância Z, que leva em conta as reatâncias.

Análise da fase

- Qualquer número complexo $\hat{Z}$ pode ser escrito como,

$$\hat{Z} = |\hat{Z}|e^{i\phi}, \tag{10}$$

onde $|\hat{Z}|$ é o módulo e ϕ a fase.

Análise da fase

- Qualquer número complexo $\hat{Z}$ pode ser escrito como,

$$\hat{Z} = |\hat{Z}|e^{i\phi}, \tag{10}$$

  onde $|\hat{Z}|$ é o módulo e ϕ a fase.
- Se escrever-mos

$$\hat{Z} = a + ib \tag{11}$$

$$|\hat{Z}| = \sqrt{a^2 + b^2}, \tag{12}$$

- Qualquer número complexo $\hat{Z}$ pode ser escrito como,

$$\hat{Z} = |\hat{Z}|e^{i\phi}, \tag{10}$$

onde $|\hat{Z}|$ é o módulo e ϕ a fase.

- Se escrever-mos

$$\hat{Z} = a + ib \tag{11}$$

$$|\hat{Z}| = \sqrt{a^2 + b^2}, \tag{12}$$

- Assim a fase fica,

$$\phi = \tan^{-1}(\frac{b}{a}) \tag{13}$$

- A tensão e a corrente complexas estão relacionadas com a impedância da forma

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z}\mathbf{I} \Rightarrow \mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} \tag{14}$$

Lei de Ohm generalizada

- A tensão e a corrente complexas estão relacionadas com a impedância da forma

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z}\mathbf{I} \Rightarrow \mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} \tag{14}$$

- Existem três tipos diferentes de impedância:
  $Z_R = R$ para resistores
  $Z_C = X_C$ para capacitores
  $Z_L = X_L$ para indutores.

Lei de Ohm generalizada

- A tensão e a corrente complexas estão relacionadas com a impedância da forma

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z}\mathbf{I} \Rightarrow \mathbf{I} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{Z}} \tag{14}$$

- Existem três tipos diferentes de impedância:
  $Z_R = R$ para resistores
  $Z_C = X_C$ para capacitores
  $Z_L = X_L$ para indutores.
- Como no caso de grandezas escalares, as impedâncias também podem ser associadas:
  associação em série,

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z_1} + \mathbf{Z_2} + \mathbf{Z_3} + ... \tag{15}$$

associação em paralelo,

$$\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Z}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Z_1}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Z_2}} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Z_3}} + ... \tag{16}$$

- O circuito eletrônico mais simples é o divisor de voltágem, com apenas dois componentes.

- O circuito eletrônico mais simples é o divisor de voltágem, com apenas dois componentes.
- No caso generalizado, são duas impedâncias em série e a entrada é uma tensão alternada.
- A figura 1 mostra o diagrama do divisor de tensão generalizado.

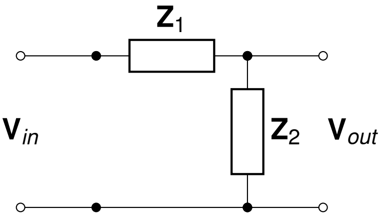

Figura 1: Desenho esquemático de um divisor de tensão generalizado

- A corrente na malha fechada é dada por

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V_{in}}}{\mathbf{Z_T}} = \frac{\mathbf{V_{in}}}{\mathbf{Z_1} + \mathbf{Z_2}} \tag{17}$$

- A corrente na malha fechada é dada por

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V_{in}}}{\mathbf{Z_T}} = \frac{\mathbf{V_{in}}}{\mathbf{Z_1} + \mathbf{Z_2}} \tag{17}$$

- como a corrente em $\mathbf{Z_2}$ é a mesma da malha, a voltagem de saida $\mathbf{V_{out}}$ é dada por

$$\mathbf{V_{out}} = \mathbf{Z_2}\mathbf{I} = \frac{\mathbf{Z_2}}{\mathbf{Z_1} + \mathbf{Z_2}}\mathbf{V_{in}} \tag{18}$$

$$\mathbf{V_{out}} = \frac{\mathbf{Z_2}}{\mathbf{Z_1} + \mathbf{Z_2}}\mathbf{V_{in}} \tag{19}$$

Divisor de Tensão Generalizado

- A corrente na malha fechada é dada por

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V_{in}}}{\mathbf{Z_T}} = \frac{\mathbf{V_{in}}}{\mathbf{Z_1} + \mathbf{Z_2}} \tag{17}$$

- como a corrente em $\mathbf{Z_2}$ é a mesma da malha, a voltagem de saida $\mathbf{V_{out}}$ é dada por

$$\mathbf{V_{out}} = \mathbf{Z_2}\mathbf{I} = \frac{\mathbf{Z_2}}{\mathbf{Z_1} + \mathbf{Z_2}}\mathbf{V_{in}} \tag{18}$$

$$\mathbf{V_{out}} = \frac{\mathbf{Z_2}}{\mathbf{Z_1} + \mathbf{Z_2}}\mathbf{V_{in}} \tag{19}$$

- Um filtro possui a mesma configuração de um divisor de tensão generalizado, onde um dos elementos é um resistor e o outro é um capacitor, indutor ou uma associação de indutores e capacitores.