Circuitos RC como Filtros

José Humberto de Araújo[1]

[1]DFTE-UFRN

26 de abril de 2022

Sumário

Tensão e corrente como variáveis complexas

- Os filtros passa-baixa e passa-alta podem ser obtidos com circuitos RC

Tensão e corrente como variáveis complexas

- Os filtros passa-baixa e passa-alta podem ser obtidos com circuitos RC
- Como vimos, $V(t)$ pode ser escrita como varável complexa

$$V(t) = \Re V_0 e^{i\omega t}. \tag{1}$$

Tensão e corrente como variáveis complexas

- Os filtros passa-baixa e passa-alta podem ser obtidos com circuitos RC
- Como vimos, $V(t)$ pode ser escrita como varável complexa

$$V(t) = \Re V_0 e^{i\omega t}. \tag{1}$$

- Analogamente, a corrente pode ser escrita na forma

$$I(t) = \Re I_0 e^{i\omega t}. \tag{2}$$

Tensão e corrente como variáveis complexas

- Os filtros passa-baixa e passa-alta podem ser obtidos com circuitos RC
- Como vimos, $V(t)$ pode ser escrita como varável complexa

$$V(t) = \Re V_0 e^{i\omega t}. \tag{1}$$

- Analogamente, a corrente pode ser escrita na forma

$$I(t) = \Re I_0 e^{i\omega t}. \tag{2}$$

- Para um capacitor, a corrente tem a forma

$$I(t) = \Re(\frac{V_0 e^{i\omega t}}{X_C}), \tag{3}$$

onde $X_C = -i/\omega C$ é a reatância capacitiva.

Tensão e corrente como variáveis complexas

- Os filtros passa-baixa e passa-alta podem ser obtidos com circuitos RC
- Como vimos, $V(t)$ pode ser escrita como varável complexa

$$V(t) = \Re V_0 e^{i\omega t}. \tag{1}$$

- Analogamente, a corrente pode ser escrita na forma

$$I(t) = \Re I_0 e^{i\omega t}. \tag{2}$$

- Para um capacitor, a corrente tem a forma

$$I(t) = \Re(\frac{V_0 e^{i\omega t}}{X_C}), \tag{3}$$

  onde $X_C = -i/\omega C$ é a reatância capacitiva.
- Para um indutor,

$$I(t) = \Re(\frac{V_0 e^{i\omega t}}{X_L}), \tag{4}$$

  onde $X_L = i\omega L$ é a reatância indutiva.

- O circuito eletrônico mais simples é o divisor de tensão, com apenas dois componentes.

- O circuito eletrônico mais simples é o divisor de tensão, com apenas dois componentes.
- No caso generalizado, são duas impedâncias em série e a entrada é uma tensão alternada.
- A figura 1 mostra o diagrama do divisor de tensão generalizado.

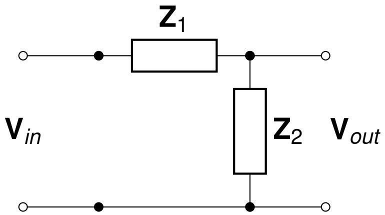

Figura 1: Desenho esquemático de um divisor de tensão generalizado

Divisor de Tensão Generalizado

- A corrente na malha fechada é dada por

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V_{in}}}{\mathbf{Z_T}} = \frac{\mathbf{V_{in}}}{\mathbf{Z_1} + \mathbf{Z_2}} \tag{5}$$

Divisor de Tensão Generalizado

- A corrente na malha fechada é dada por

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V_{in}}}{\mathbf{Z_T}} = \frac{\mathbf{V_{in}}}{\mathbf{Z_1} + \mathbf{Z_2}} \tag{5}$$

- como a corrente em $\mathbf{Z_2}$ é a mesma da malha, a voltagem de saida $\mathbf{V_{out}}$ é dada por

$$\mathbf{V_{out}} = \mathbf{Z_2}\mathbf{I} = \frac{\mathbf{Z_2}}{\mathbf{Z_1} + \mathbf{Z_2}}\mathbf{V_{in}} \tag{6}$$

$$\mathbf{V_{out}} = \frac{\mathbf{Z_2}}{\mathbf{Z_1} + \mathbf{Z_2}}\mathbf{V_{in}} \tag{7}$$

Divisor de Tensão Generalizado

- A corrente na malha fechada é dada por

$$\mathbf{I} = \frac{\mathbf{V_{in}}}{\mathbf{Z_T}} = \frac{\mathbf{V_{in}}}{\mathbf{Z_1} + \mathbf{Z_2}} \tag{5}$$

- como a corrente em $\mathbf{Z_2}$ é a mesma da malha, a voltagem de saida $\mathbf{V_{out}}$ é dada por

$$\mathbf{V_{out}} = \mathbf{Z_2}\mathbf{I} = \frac{\mathbf{Z_2}}{\mathbf{Z_1} + \mathbf{Z_2}}\mathbf{V_{in}} \tag{6}$$

$$\mathbf{V_{out}} = \frac{\mathbf{Z_2}}{\mathbf{Z_1} + \mathbf{Z_2}}\mathbf{V_{in}} \tag{7}$$

- Um filtro possui a mesma configuração de um divisor de tensão generalizado, onde um dos elementos é um resistor e o outro é um capacitor, indutor ou uma associação de indutores e capacitores.

Filtro passa-baixa

- No filtro passa-baixa, o primeiro elemento é um resistor e o outro é um capacitor.

Filtro passa-baixa

- No filtro passa-baixa, o primeiro elemento é um resistor e o outro é um capacitor.
- O circuito de um filtro passa-baixa é mostrado na figura 2.

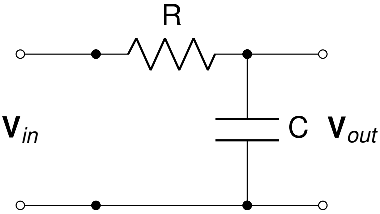

Figura 2: Desenho esquemático do filtro passa-baixa

Filtro passa-baixa

- No filtro passa-baixa, o primeiro elemento é um resistor e o outro é um capacitor.
- O circuito de um filtro passa-baixa é mostrado na figura 2.

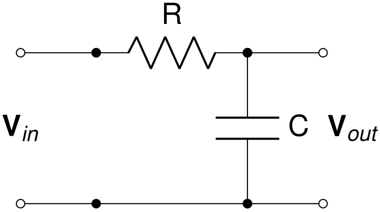

Figura 2: Desenho esquemático do filtro passa-baixa

- Usando a equação (15), a tensão de saida pode ser escrita na forma

$$\mathbf{V_{out}} = \left(\frac{-\mathbf{i}/\omega\mathbf{C}}{\mathbf{R} - \mathbf{i}/\omega\mathbf{C}}\right)\mathbf{V_{in}} \tag{8}$$

Filtro passa-baixa

- Calculando em módulo, temos. [1]

$$V_{out} = (\frac{1/\omega^2 C^2}{R^2 + 1/\omega^2 C^2})^{1/2} V_{in} \tag{9}$$

ou

$$V_{out} = (\frac{1}{1 + R^2\omega^2 C^2})^{1/2} V_{in} \tag{10}$$

[1] O módulo de uma grandeza complexa é difinido da forma: se $\mathbf{Z} = \mathbf{X} + \mathbf{iY}$, então o seu módulo é $Z = (X^2 + Y^2)^{1/2}$. Tambem **Z** = $Ze^{i\phi}$, onde $\phi = tan^{-1}\frac{Y}{X}$.

Filtro passa-baixa

- Calculando em módulo, temos. [1]

$$V_{out} = (\frac{1/\omega^2 C^2}{R^2 + 1/\omega^2 C^2})^{1/2} V_{in} \quad (9)$$

ou

$$V_{out} = (\frac{1}{1 + R^2\omega^2 C^2})^{1/2} V_{in} \quad (10)$$

- O gráfico de $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ vesus ω é mostrado na figura 3.

[1] O módulo de uma grandeza complexa é difinido da forma: se $\mathbf{Z} = \mathbf{X} + \mathbf{iY}$, então o seu módulo é $Z = (X^2 + Y^2)^{1/2}$. Tambem $\mathbf{Z}$ = $Ze^{i\phi}$, onde $\phi = tan^{-1}\frac{Y}{X}$.

Filtro passa-baixa

- Calculando em módulo, temos. [1]

$$V_{out} = (\frac{1/\omega^2 C^2}{R^2 + 1/\omega^2 C^2})^{1/2} V_{in} \quad (9)$$

ou

$$V_{out} = (\frac{1}{1 + R^2\omega^2 C^2})^{1/2} V_{in} \quad (10)$$

- O gráfico de $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ vesus ω é mostrado na figura 3.
- Onde $\omega 3dB$ é a frequência angular característica do filtro, o ponto onde $\omega = \frac{1}{RC}$.

[1] O módulo de uma grandeza complexa é difinido da forma: se $\mathbf{Z} = \mathbf{X} + \mathbf{iY}$, então o seu módulo é $Z = (X^2 + Y^2)^{1/2}$. Tambem $\mathbf{Z}$ = $Ze^{i\phi}$, onde $\phi = tan^{-1}\frac{Y}{X}$.

Filtro passa-baixa

- Calculando em módulo, temos. [1]

$$V_{out} = (\frac{1/\omega^2 C^2}{R^2 + 1/\omega^2 C^2})^{1/2} V_{in} \tag{9}$$

ou

$$V_{out} = (\frac{1}{1 + R^2\omega^2 C^2})^{1/2} V_{in} \tag{10}$$

- O gráfico de $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ vesus ω é mostrado na figura 3.
- Onde $\omega 3dB$ é a frequência angular característica do filtro, o ponto onde $\omega = \frac{1}{RC}$.
- Da equação (18), pode-se ver que em $\omega = \omega 3dB \Rightarrow$, $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ = 0,707.

[1] O módulo de uma grandeza complexa é difinido da forma: se $\mathbf{Z} = \mathbf{X} + \mathbf{iY}$, então o seu módulo é $Z = (X^2 + Y^2)^{1/2}$. Tambem $\mathbf{Z}$ = $Ze^{i\phi}$, onde $\phi = tan^{-1}\frac{Y}{X}$.

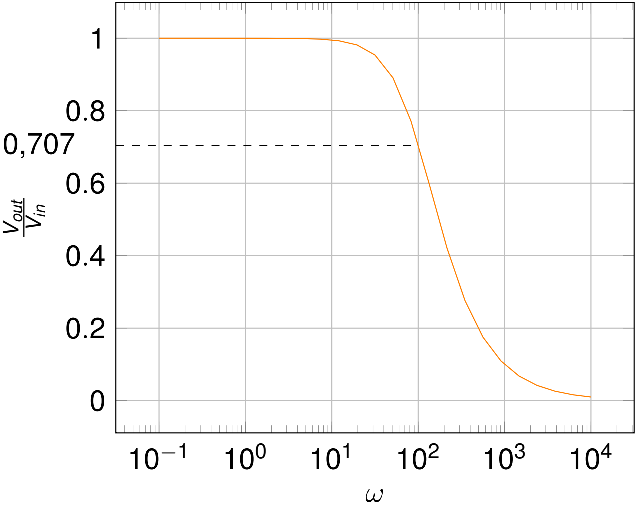

Figura 3: Gráfico de $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ em função da frequência angular ω.

Filtro passa-alta

- No filtro passa-alta, o primeiro elemento é o capacitor e o segundo o resistor.

Filtro passa-alta

- No filtro passa-alta, o primeiro elemento é o capacitor e o segundo o resistor.
- Sua montágem é da forma mostrada na figura 4.

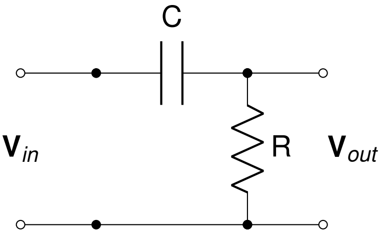

Figura 4: Desenho esquemático do filtro passa-alto

- No filtro passa-alta, o primeiro elemento é o capacitor e o segundo o resistor.
- Sua montágem é da forma mostrada na figura 4.

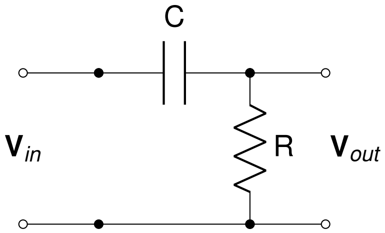

Figura 4: Desenho esquemático do filtro passa-alto

- A tensão de saida pode ser escrita na forma

$$\mathbf{V_{out}} = \frac{\mathbf{R}}{\mathbf{R} - \frac{\mathbf{i}}{\omega \mathbf{C}}} \mathbf{V_{in}} \tag{11}$$

Filtro passa-alta

- Em módulo, podemos escrever

$$V_{out} = \frac{R}{(R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2})^{1/2}} V_{in} \tag{12}$$

Filtro passa-alta

- Em módulo, podemos escrever

$$V_{out} = \frac{R}{(R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2})^{1/2}} V_{in} \tag{12}$$

- ou

$$V_{out} = \frac{1}{(1 + \frac{1}{R^2 C^2 \omega^2})^{1/2}} V_{in} \tag{13}$$

Filtro passa-alta

- Em módulo, podemos escrever

$$V_{out} = \frac{R}{(R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2})^{1/2}} V_{in} \tag{12}$$

- ou

$$V_{out} = \frac{1}{(1 + \frac{1}{R^2 C^2 \omega^2})^{1/2}} V_{in} \tag{13}$$

- A figura 5 mostra o gráfico de $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ vesus ω para o filtro passa-alto.

- Em módulo, podemos escrever

$$V_{out} = \frac{R}{(R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2})^{1/2}} V_{in} \tag{12}$$

- ou

$$V_{out} = \frac{1}{(1 + \frac{1}{R^2 C^2 \omega^2})^{1/2}} V_{in} \tag{13}$$

- A figura 5 mostra o gráfico de $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ vesus ω para o filtro passa-alto.
- Da equação (21), pode-se ver que em $\omega = \omega 3dB \Rightarrow$, $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ = 0,707.

Filtro passa-alta

- Em módulo, podemos escrever

$$V_{out} = \frac{R}{(R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2})^{1/2}} V_{in} \tag{12}$$

- ou

$$V_{out} = \frac{1}{(1 + \frac{1}{R^2 C^2 \omega^2})^{1/2}} V_{in} \tag{13}$$

- A figura 5 mostra o gráfico de $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ vesus ω para o filtro passa-alto.
- Da equação (21), pode-se ver que em $\omega = \omega 3dB \Rightarrow$, $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ = 0,707.
- Neste filtro, sinais com frequências abaixo de $\omega 3dB$ são cortados.

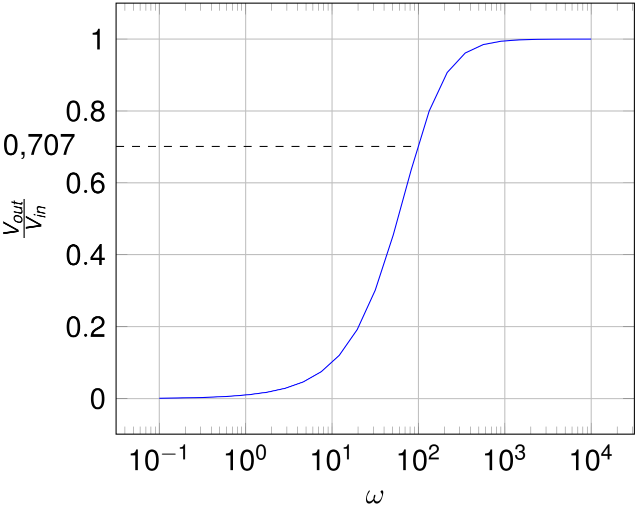

Figura 5: Gráfico de $\frac{V_{out}}{V_{in}}$ em função da frequência angular ω para o filtro passa-alta.