

DOI:10.3969/j.issn.1674-0696.2020.02.10

## 谐波合成法脉动风模拟时间步长的取值

张军锋,涂保中,刘庆帅,杨军辉,李会知

(郑州大学 土木工程学院,河南 郑州 450001)

**摘要:**为明确基于 FFT 技术的谐波合成法(WAWS)中各参数的取值原则,尤其关注时间步长  $\Delta t$  以及对后续动力计算结果的影响,针对单自由度弹簧振子模型和某变电站避雷针高耸结构,采用多种参数进行脉动风时程模拟和时程动力计算,经结果对比和 WAWS 原理分析,并结合风谱和模态力谱特征,给出 WAWS 的参数,包括截止频率  $f_u$ 、周期  $T_0$ 、频率点  $N$  时频点比值  $M/N$  和时间步长  $\Delta t$  的取值原则。研究表明:基于单索引频率的 WAWS 进行随机场模拟时,如果时频点比值取常用值  $M/N=2$ ,最大频率  $f_u$  对应谐波的每个周期里只有两个时间点,得到的折线无法准确再现原余弦曲线的模拟目标,并且对应的  $\Delta t$  可能在动力时程计算无法准确计入结构的共振效应;为使动力计算准确计入共振效应,可通过增加截止频率  $f_u$  和  $M/N$  来减小  $\Delta t$ ,并且增加  $f_u$  或增加  $M/N$  的效果一致;弹簧振子模型对  $\Delta t$  的要求最为苛刻,其  $\Delta t$  可作为普通结构的上限,普通结构对  $\Delta t$  的具体取值,可以上限值为指导再通过试算合理确定。

**关键词:**桥梁工程;谐波合成法;脉动风场;截止频率;时频点比值;时间步长;共振效应

**中图分类号:**U442.5<sup>+</sup>9;TU973

**文献标志码:**A

**文章编号:**1674-0696(2020)02-062-07

## Value of Time Step in the Simulation of Fluctuating Wind Field by Weighted Amplitude Wave Superposition Method

ZHANG Junfeng, TU Baozhong, LIU Qingshuai, YANG Junhui, LI Huizhi

(School of Civil Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, Henan, China)

**Abstract:** In order to make clear the value principle of each parameter in the weighted amplitude wave superposition (WAWS) method based on FFT technique, the particular attention was paid on the time step  $\Delta t$  and its influence on the following dynamic calculation results. Aiming at the SDOF spring oscillator model and the lightning rod high-rise structure of a transformer substation, a variety of parameters were used to simulate the fluctuating wind time history and calculate the time history dynamics. The value principle of parameters of WAWS, including the cut-off frequency  $f_u$ , period  $T_0$ , frequency point  $N$ , ratio of time point to frequency point  $M/N$  and the time step  $\Delta t$ , was given by comparing the results and analyzing the principle of WAWS and combining the characteristics of wind spectrum and modal force spectrum. The research results show that: in random field simulation based on WAWS with single index frequency, if the ratio of time-frequency points is taken as the commonly used value  $M/N=2$ , there are only two time points in each period of the harmonic wave corresponding to the maximum frequency  $f_u$ . So the obtained broken line can't accurately reproduce the simulation target of the original cosine curve, moreover, the corresponding  $\Delta t$  may not be able to accurately account for the resonance effect of the structure in the dynamic time history calculation. In order to accurately account for the resonance effect in the dynamic calculation,  $f_u$  and  $M/N$  can be increased to decrease  $\Delta t$ , and the effect of increasing  $f_u$  or  $M/N$  is the same. The spring oscillator model has the most stringent requirements for  $\Delta t$ , which can be regarded as the upper limit of ordinary structure. And the specific value of  $\Delta t$  of ordinary structure can be determined reasonably through trial calculation under the guidance of the upper limit value.

**Key words:** bridge engineering; weighted amplitude wave superposition (WAWS) method; fluctuating wind field; cut-off frequency; time-frequency point ratio; time step; resonance effect

收稿日期:2018-12-05;修订日期:2018-12-14

基金项目:国家自然科学基金项目(51508523)

第一作者:张军锋(1983—),男,河南平顶山人,副教授,博士,主要从事结构和桥梁抗风方面的研究。E-mail:brilliantshine@163.com。

## 0 引言

谐波合成法(WAWS)是随机场如海浪、风和地震模拟的经典方法,通过谐波叠加实现对随机过程地模拟<sup>[1-2]</sup>。现阶段对WAWS研究主要集中在模拟方法本身,即旨在保证所得随机过程的平稳性、遍历性、功率谱与目标谱的一致性<sup>[3-4]</sup>以及改进模拟效率<sup>[5-10]</sup>。但是,进行随机场模拟的用途主要是后续的结构动力时程计算,要求模拟所得随机场的时间步长 $\Delta t$ 应满足动力计算精度要求,而文献中并未对 $\Delta t$ 取值进行讨论,部分文献的 $\Delta t$ 取值亦不合理。

为明确WAWS中模拟参数对时间步长 $\Delta t$ 以及后续动力计算结果的影响,根据单索引频率模拟方法<sup>[4,11]</sup>,针对一单自由度弹簧振子模型和某变电站避雷针高耸结构,采用WAWS分别进行单变量和多变量脉动风时程模拟,经时程动力计算结果对比和WAWS原理分析,给出WAWS的参数取值原则。

## 1 WAWS方法简介

### 1.1 模拟目标

将针对单变量和多变量两种形式进行随机场模拟,不失一般性仅给出多变量随机风场 $\mathbf{V}^0(t)$ 的模拟过程,如式(1),而模拟目标即为风场脉动风速的互谱密度矩阵 $\mathbf{S}^0(\omega)$ ,如式(2)。依规范<sup>[12]</sup>选择Davenport谱,如式(3),并取相干函数 $\rho$ 形如式(4),由此可得 $\mathbf{S}^0(\omega)$ 中的任一元素 $S_{ij}^0(\omega)$ 为式(5)。

$$\mathbf{V}^0(t) = \{v_1^0(t), v_2^0(t), \dots, v_n^0(t)\}^T \quad (1)$$

$$\mathbf{S}^0(\omega) = \begin{bmatrix} S_{11}^0(\omega) & S_{12}^0(\omega) & \dots & S_{1n}^0(\omega) \\ S_{21}^0(\omega) & S_{22}^0(\omega) & \dots & S_{2n}^0(\omega) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{n1}^0(\omega) & S_{n2}^0(\omega) & \dots & S_{nn}^0(\omega) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{f S(f)}{u_*^2} = \frac{4.0x^2}{(1+x^2)^{4/3}} \\ x = \frac{1}{200} \frac{f}{U(10)} \\ u_*^2 = \kappa U^2(10) \end{cases} \quad (3)$$

$$\exp\left\{ \frac{-f[C_z^2(z_i - z_j)^2 + C_y^2(y_i - y_j)^2 + C_x^2(x_i - x_j)^2]}{(U_i + U_j)/2} \right\} \quad (4)$$

$$S_{ij}^0(f) = \text{coh}(x_i, y_i, z_i, x_j, y_j, z_j, f) \sqrt{S_i(f) S_j(f)} \quad (5)$$

$$U(z) = U(10) \left( \frac{z}{10} \right)^\alpha \quad (6)$$

式中: $v_i^0(t)$ 为点*i*处的目标脉动风过程; $n$ 为变量个数,即需要模拟的点位数量,对弹簧振子模型和避雷针结构分别取 $n=1$ 和 $n=30$ ;  $S_{ij}^0(\omega)$ 为*i*、*j*两点随机过程的互谱密度; $\omega$ 为圆频率,rad/s; $f$ 为频率,Hz,且有 $\omega=2\pi f$ ;  $x$ 为无量纲的约化频率,即莫宁坐标; $u_*$ 为摩擦速度,与地表面阻力系数 $\kappa$ 有关<sup>[13]</sup>;  $U(10)$ 为10 m高度平均风速; $\text{coh}$ 为相干函数,其参数 $C_x$ 、 $C_y$ 和 $C_z$ 分别取6、16和10; $i$ 点坐标为 $(x_i, y_i, z_i)$ ;  $U_i$ 为*i*点平均风速,依式(6)确定; $\alpha$ 为风速幂指数; $\alpha$ 和 $\kappa$ 均与场地类型有关。模拟时依规范<sup>[12]</sup>和文献<sup>[13]</sup>对参数按B类场地取 $\alpha=0.15$ 和 $\kappa=3.27 \times 10^{-3}$ ,并有10 m高度的紊流度 $I_{10}=0.14$ 。由于脉动风的能量主要集中在低频段,故对频率范围取为 $(0 \sim f_u]$ ,  $f_u$ 需根据工程特点来确定。

### 1.2 WAWS模拟过程

在确定了 $\mathbf{S}^0(\omega)$ 之后,对 $\mathbf{S}^0(\omega)$ 进行乔里斯基(Cholesky)分解,如式(7),得到下三角矩阵 $\mathbf{H}(\omega)$ 如式(8)。根据单索引频率模拟方法,随机场中任意一点*j*的脉动风时程样本 $v_j(t)$ 可表示为式(9)。

$$\mathbf{S}^0(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \mathbf{H}^T(\omega) \quad (7)$$

$$\mathbf{H}(\omega) = \begin{bmatrix} H_{11}(\omega) & 0 & \dots & 0 \\ H_{21}(\omega) & H_{22}(\omega) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1}(\omega) & H_{n2}(\omega) & \dots & H_{nn}(\omega) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$\begin{cases} v_j(t) = \sum_{k=1}^j \sum_{l=1}^N |H_{jk}(\omega_l)| \sqrt{\Delta\omega} \cos(\omega_l t - \theta_{jk}(\omega_l) + \varphi_{kl}) \\ \omega_l = l\Delta\omega \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} H_{jk}(\omega) = |H_{jk}(\omega)| \exp(i\theta_{jk}(\omega)) \\ \theta_{jk}(\omega) = \tan^{-1} \left\{ \frac{\text{Im}(H_{jk}(\omega))}{\text{Re}(H_{jk}(\omega))} \right\} \end{cases} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{H}^T(\omega)$ 为 $\mathbf{H}(\omega)$ 的复共轭转置矩阵; $\mathbf{H}(\omega)$ 的元素 $H_{jk}(\omega)$ 可表示为式(10); $\theta_{jk}(\omega)$ 为 $H_{jk}(\omega)$ 的复角; $\Delta\omega$ 为频率步长, $N$ 为频率点数,当取频率范围取为 $(0 \sim \omega_u]$ 时, $\Delta\omega = \omega_u/N$ ;  $\omega_l$ 为合成随机场时所组合的谐波的第*l*个频率值,且有 $1 < l \leq N$ ,即由*N*个频率的谐波经叠加形成样本; $\varphi_{kl}$ 为随机相位,服从 $(0 \sim 2\pi)$ 之间的独立随机分布。依据文献<sup>[4]</sup>、文献<sup>[11]</sup>,由于每个频点 $\omega_l$ 自身的周期 $T_l = 2\pi/\omega_l = 2\pi N/l\omega_u$ ,则叠加后生成脉动风场样本仍为周期函数,周期 $T_0$

也即最小频点  $\omega_1$  的周期, 如式(11):

$$T_0 = 2\pi/\Delta\omega = 2\pi N/\omega_u \quad (11)$$

在确定了  $\omega_u$  之后, 为了保证模拟精度以及获得足够长的样本, 一般需要一个较小的  $\Delta\omega$  值或较大的  $N$  值。文献[4]以单变量随机过程的模拟为例对  $N$  的取值与所得样本高斯性进行了分析, 指出当  $N=1\,000$  时即可获得足够高的精度。对于脉动风模拟来说, 一般要保证  $T_0$  不小于 10 min 的风速时距, 即  $T_0 \geq 600$  s。因此根据  $T_0$  和  $\omega_u$  取值并即可确定频率点  $N$ , 如果  $N$  值偏小, 可增加  $\omega_u$ 。

由于式(9)的模拟过程为多次累加计算, 模拟过程极为耗时, 尤其当变量  $n$  较大时, 模拟过程更耗时。为节约模拟耗时, 可引入 FFT 技术提高模拟效率, 如式(12)~式(14)<sup>[3-4]</sup>:

$$v_j(p\Delta t) = \text{Re} \left\{ \left[ \sum_{k=1}^j g_{jk}(p\Delta t) \right] \cdot \exp(i\Delta\omega p\Delta t) \right\} \quad (12)$$

$$g_{jk}(p\Delta t) = \sum_{l=0}^{M-1} B_{jkl} \cdot \exp[i(l\Delta\omega)(p\Delta t)] \quad (13)$$

$$B_{jkl} = 2 |H_{jk}(l\Delta\omega)| \cdot \exp[i(\varphi_{kl} - \theta_{jk}(l\Delta\omega))] \quad (14)$$

实际上, 只有使用 FFT 才可将 WAWS 实用化, 只是式(9)中的连续时间点  $t$  被离散时间点  $p\Delta t$  代替, 其中:  $\Delta t$  为时间步长;  $p$  为时间点序号且有  $0 \leq p \leq M-1$ ;  $M$  为时间点数量。依据文献[4], 不管用式(9)或式(12)进行模拟时, 时间步长  $\Delta t$  应满足式(15)以符合数据采样理论, 亦即保证模拟生成随机场的功率谱密度与目标谱在统计意义上一致。再考虑到样本周期  $T_0$  [式(11)], 则应有  $M\Delta t = T_0$ , 从而可得与式(15)等价的关系式(16), 亦即时间点数量  $M$  与频率点数量  $N$  之间的关系, 此为应用 FFT 时的一个基本要求。

$$\Delta t \leq 2\pi/2\omega_u = T_N/2 \quad (15)$$

$$2\pi N/\omega_u = M\Delta t \leq M2\pi/2\omega_u \quad (M \geq 2N) \quad (16)$$

式中:  $T_N$  为频率  $\omega_u$  谐波的周期, 也是所有谐波中的最小周期。

在实际应用中, 往往均直接对式(16)取等号, 即时频点比值  $M/N=2$ , 对应的  $\Delta t = 2\pi/2\omega_u$ <sup>[3,5,10]</sup>。此相当于对最大频率  $\omega_u$  亦即最小周期  $T_N$  的谐波在其每个周期里只有两个时间点, 模拟结果仅为折线而无法再现原余弦曲线的模拟目标(图1)。

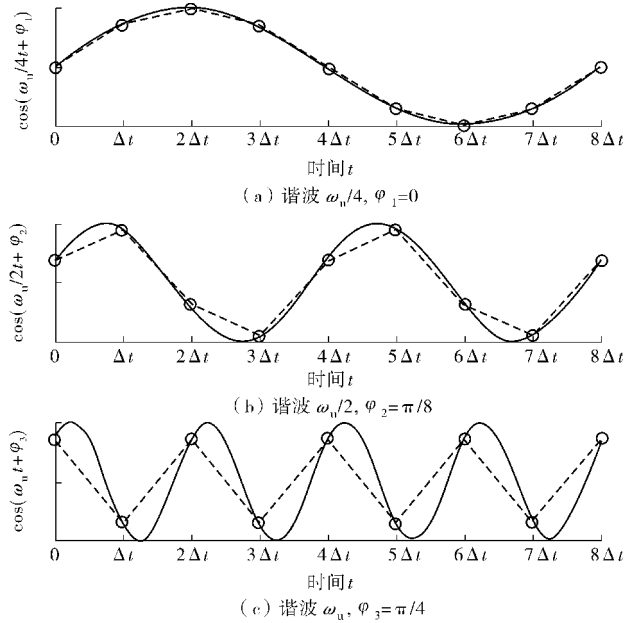


图1  $M/N=2$  时不同频率谐波的数据点分布

Fig. 1 Data point distribution of WAWS at different frequencies when  $M/N=2$

尽管并不影响生成随机场功率谱密度与目标谱的一致性, 但  $M/N=2$  对应的  $\Delta t$  可能并不满足后续动力时程计算的要求, 因为动力计算对荷载时程  $\Delta t$  的要求可能更高, 需要在脉动风模拟时设定更大的  $M$  值, 笔者将用两个例子对此进行详细阐述。两个算例的脉动风模拟均依据 B 类场地确定风场参数, 并取  $U(10)=24$  m/s, 样本周期均为  $T_0=600$  s,  $\omega_u$ 、 $M$  和  $N$  则根据算例进行调整。

## 2 单自由度弹簧振子模型算例

为分析时间步长  $\Delta t$  对动力计算结果的影响并给出  $\Delta t$  的取值原则, 首先以一系列不同频率的单自由度弹簧振子模型为算例进行说明。此系列模型共 21 种, 弹簧刚度均为  $k=(2\pi)^2$ , 配合不同的质量改变频率  $f_s$ , 使  $f_s$  在 0.25~6.0 Hz 之间变化。

假定质点受到 B 类场地 10 m 高度平均风速  $U=24$  m/s 的脉动风荷载作用, 质点的迎风面积  $A=1$  m<sup>2</sup> 且有阻力系数  $C_D=1.0$ , 根据空气密度  $\rho=1.25$  kg/m<sup>3</sup> 及准定常气动力假定, 可得质点脉动风荷载时程:

$$F(t) = \rho A C_D U v(t) = 30v(t) \quad (17)$$

由于振子频率最大达 6 Hz, 故对脉动风模拟取  $f_u=8$  Hz, 即  $\omega_u=16\pi$ 。依  $T_0=600$  s 和式(11)得  $N=4\,800$ 。为评价  $\Delta t$  对计算结果的影响, 分别取不同  $M/N$  模拟脉动风(表1)。

表 1 脉动风模拟和结构计算参数				
Table 1 Fluctuating wind simulation and structural calculation parameters				
时频点比值 $M/N$	2	4	8	16
时间步长 $\Delta t/s$	1/16	1/32	1/64	1/128
时间点数 $M$ (荷载步数)	9 600	19 200	38 400	76 800
时程计算 子步数	$0.25 \leq f_s < 3.0$	4	2	1
	$3.0 \leq f_s < 4.5$	6	3	1
	$3.0 \leq f_s \leq 6.0$	8	4	1

动力计算在 ANSYS 中进行,脉动荷载的每个时间步长  $\Delta t$  对应 ANSYS 求解中的一个荷载步。为准确计入动力效应,一般要求时程计算中的积分步长满足  $ITS < 1/(20f_R)$ ,其中  $f_R$  为需计入的最高阶模态对应的频率, $f_R$  在本单自由度算例中即结构频率  $f_S$ 。由于荷载时程的时间步长  $\Delta t$  不能满足所有工况对 ITS 的要求,故对部分工况设置荷载子步(表 1)。另外,动力计算取阻尼比  $\zeta = 1\%$ 。

图 2 为 4 种  $M/N$  对应的模拟所得样本风谱与目标谱。显然,模拟所得样本的风谱特性与目标谱吻合良好,在模拟频率范围  $(0 \sim f_u]$  内,模拟效果不受  $M/N$  比值的影响,仅当  $M/N > 2$  时,由于样本时间点数更多而在频率  $f_u$  以外会有频率成分,但其数值极小可以忽略。

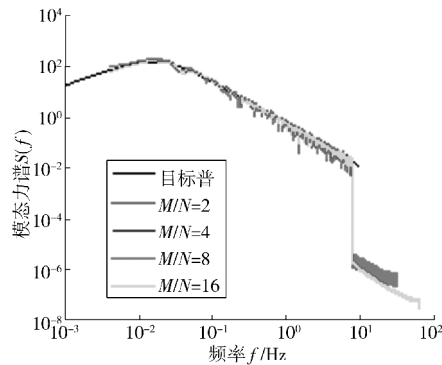


图 2 模拟所得样本风谱与目标谱

Fig. 2 Sample wind spectrum and target spectrum obtained by simulation

图 3 给出了 4 种  $M/N$  比值对应的质点位移时程的根方差  $\sigma_T$ ,同时还给出了频域计算结果作为理论解以作对比。根据 Davenport 风振理论, $\sigma_T$  由背景  $\sigma_B$  和共振  $\sigma_R$  两部分组成,且由式(17)即参数  $U$ 、 $I_{10}$  和  $k$  可得各  $f_S$  模型的  $\sigma_B = 2.553 \text{ m}$ , $\sigma_R$  可由式(18)近似得到且规律与  $\sigma_T$  一致。

$$\sigma_T^2 = \sigma_B^2 + \sigma_R^2 \tag{18}$$

由于荷载谱与风谱形式一致[式(17)],能量主

要集中在低频区且能量随频率增加而减小(图 2),所以  $\sigma_R$  和  $\sigma_T$  会随频率  $f_S$  的增加而减小。 $M/N = 2$  时,如  $f_S < 1.25 \text{ Hz}$ ,则时程计算所得  $\sigma_T$  与理论解一致性良好,随着  $f_S$  的增加,尽管计算中的积分步长 ITS 设置满足要求,但时程结果逐渐小于理论解,且偏差越来越明显。随着  $M/N$  的增加,即使  $f_S$  较大,时程结果与理论解的偏差亦越来越小,并在  $M/N = 8$  时两条曲线已基本重合。对于不同的  $f_S$ ,如保证时程计算所得  $\sigma_T$  与理论解的偏差控制在 3% 以内,则需满足以下条件: $f_S \leq 1.25 \text{ Hz}$  时,应有  $\Delta t \leq 1/16 \text{ s}$ ;  $f_S \leq 2.5 \text{ Hz}$  时,应有  $\Delta t \leq 1/32 \text{ s}$ ;  $f_S \leq 5 \text{ Hz}$  时,应有  $\Delta t \leq 1/64 \text{ s}$ 。需要强调,不同  $M/N$  比值对应的  $\sigma_B$  相同,不同  $M/N$  比值所得  $\sigma_T$  的差异仅源于  $\sigma_R$  的差异。上述现象亦说明,当结构频率较高时,如果采用较小的  $M/N$  比值亦即较大的时间步长  $\Delta t$ ,即使在 ANSYS 中增加荷载子步,仍无法准确计入其共振效应,仅能通过减小  $\Delta t$  方可准确计入共振效应。

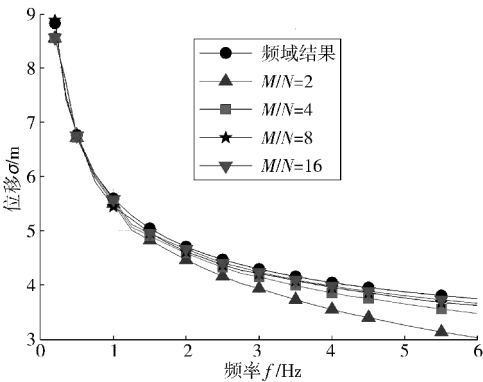


图 3  $M/N$  比值对计算结果的影响

Fig. 3 The influence of  $M/N$  ratio on calculation results

以  $f_S = 4 \text{ Hz}$  的模型为例分析其原因。当  $M/N = 2$  时,对于频率为  $f_S = 4 \text{ Hz}$  的谐波,每个周期中有 4 个时点(图 1),模拟所得仅为折线,在 ANSYS 中亦将按照此折线时程进行计算,即使增加子步数,也无法准确体现原简谐波的时程特征和动力效应。随着  $M/N$  比值的增加,其对  $f_S$  的谐波模拟所得每个周期的时程点随之增加,模拟结果越趋近原目标谐波,最终动力计算结果亦与理论值越接近;当  $M/N = 8$  时,时程结果与理论值的差别已可以忽略。因此,在脉动风模拟时, $M/N$  的比值或者时间步长  $\Delta t$  应根据动力计算计入的最高频率  $f_R$  进行合理设定。

对于弹簧振子模型,由于其频率  $f_S$  调整范围较大,故在脉动风模拟时取定值  $f_u = 8 \text{ Hz}$  配合不同的  $M/N$  实现对时间步长  $\Delta t$  改变。而实际结构的频率往往是确定的,可以通过  $f_u$  和  $M/N$  的配合实现不同



或相同的  $\Delta t$ , 笔者将以某变电站避雷针高耸结构为例对此继续进行分析。

### 3 某变电站避雷针高耸结构算例

某 750 kV 变电站避雷针塔身高 58 m<sup>[14]</sup>, 由变

截面薄壁钢圆筒组成, 直径从 1.5 m 渐变至 0.15 m, 如图 4。采用 ANSYS 中的 Beam188 单元建模计算。计算中不含塔尖, 塔身共划分 31 个单元。经动力特性计算可得其前 5 阶侧弯振型, 频率  $f_1 \sim f_5$  分别为 0.751、2.09、4.31、7.46 和 11.66 Hz。

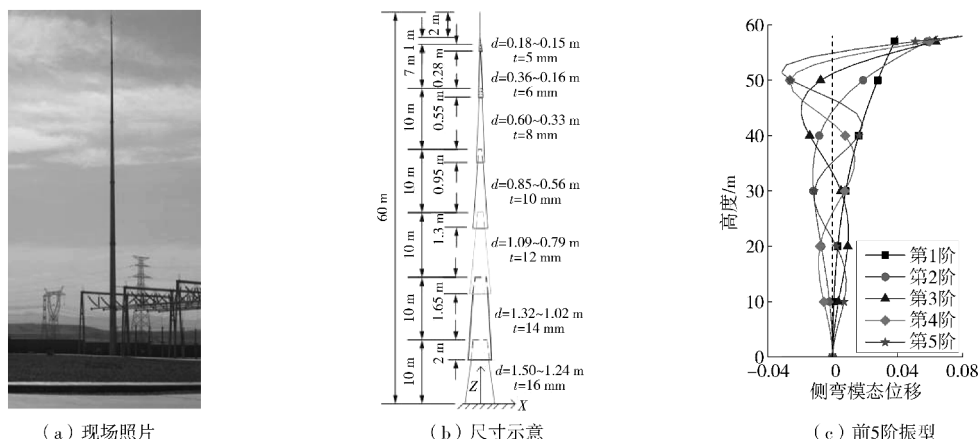


图 4 避雷针结构及前 5 阶侧弯振型

Fig. 4 Structure of lightning rod and the first 5-order bending modes

结构处于 B 类场地, 基本风压为 0.8 kPa, 即风速  $U(10) = 35.8 \text{ m/s}$ , 其他参数与单自由度弹簧振子模型一致, 进行多变量 (即节点数  $n = 31$ ) 脉动风场  $V(t)$  模拟。根据各节点迎风面积、规范阻力系数  $C_D = 0.6$  及准定常气动力假定, 类似式 (17) 可得各节点脉动风荷载时程。

进行脉动风模拟时, 通过  $f_u$  和  $M/N$  组合得到不同的  $\Delta t$ , 并配合适当的子步数使各工况的积分步长 ITS 相同 (表 2), 通过瑞利阻尼对前两阶频率取阻尼比  $\zeta = 1\%$ 。工况的选择考虑了以下 3 方面的因素: 首先, 与单自由度弹簧振子模型一致, 对于相同的  $f_u$ , 配合多种  $M/N$  比值以分析  $\Delta t$  对结果的影响; 其次, 前期经频域计算表明, 本结构的响应几乎完全由前两阶提供, 且第 2 阶模态的贡献远小于第 1 阶模态<sup>[14]</sup>, 故对前 3 种工况取  $f_u = 1.5 \text{ Hz}$  以仅计入第 1 阶模态的贡献而其他工况  $f_u \geq 3.0 \text{ Hz}$  以计入前两阶模态贡献, 以此分析  $f_u$  对结果的影响; 最后, 对于后 6 种工况, 由于可以忽略  $f_u$  的影响, 故可对比分析不同  $f_u$  和  $M/N$  组合对应的结果。

表 2 脉动风模拟和结构计算参数

Table 2 Fluctuating wind simulation and structural calculation parameters					
工况 编号	最大频率 $f_u$	时频点比 值 $M/N$	时间步长 $\Delta t/s$	时间点 数 $M$	时程计算 子步数
I	1.5	2	1/3	1 800	16
II	1.5	4	1/6	3 600	8

(续表 2)

工况 编号	最大频率 $f_u$	时频点比 值 $M/N$	时间步长 $\Delta t/s$	时间点 数 $M$	时程计算 子步数
III	1.5	8	1/12	7 200	4
IV	3	2	1/6	3 600	8
V	3	4	1/12	7 200	4
VI	3	8	1/24	14 400	2
VII	6	2	1/12	7 200	4
VIII	6	4	1/24	14 400	2
IX	12	2	1/24	14 400	2

相比弹簧振子算例, 本算例的脉动风模拟还需要注意, 由于脉动风模拟需要生成随机相位  $\varphi_{kl}$ , 如式 (9), 如果对各种工况独立生成  $\varphi_{kl}$ , 则最终计算结果不仅受  $f_u$  和  $\Delta t$  的影响, 还将受  $\varphi_{kl}$  差异的影响, 故在模拟时以工况 IX 的  $\varphi_{kl}$  为准, 其他工况的  $\varphi_{kl}$  均根据频率  $\omega_l$  取用工况 IX 的  $\varphi_{kl}$ , 从而避免  $\varphi_{kl}$  差异的影响。另外, 由于各工况结果的差异源于共振分量的不同, 故表 3 还给出了顶点位移的总脉动响应  $\sigma_T$ 、共振分量  $\sigma_R$  和背景分量  $\sigma_B$  以作对比。

因各工况  $\sigma_T$  的差异有限, 故以工况 IX 结果为基准, 其他工况结果以相对值给出 (图 5)。由于各工况  $\sigma_B$  的偏差不足 0.5%, 故亦可认为  $\sigma_T$  的差异完全来自  $\sigma_R$  (表 3)。由表 3 可以看出, 9 种工况的  $\sigma_T$  结果可以大致分为 4 组, 从小到大依次为: 工况 I; 工况 II 和工况 IV; 工况 III、工况 V 和工况 VII; 工况 IV、

工况Ⅷ和工况Ⅸ,且 4 组结果分别与  $\Delta t=1/3$  s、 $\Delta t=1/6$  s、 $\Delta t=1/12$  s 和  $\Delta t=1/24$  s 对应。除工况Ⅰ因  $f_u$  偏小且  $\Delta t$  过大而结果明显偏小外,其他 8 组工况的结果差异虽不足 4%,但依然表现出下列规律:

- 1) 在  $f_u$  相同时,位移响应随着  $\Delta t$  的减小而有所增加,并且 ANSYS 计算子步数的增加并不能补偿  $\Delta t$  的增加。这与前述单自由度结构的结论一致,其原因仍源于脉动风中高频谐波每个周期内时间点数量随  $M/N$  比值的变化,使计算所得共振分量随着  $M/N$  比值的增加而更为准确(表 3)。
- 2) 对于  $f_u$  不同但  $\Delta t$  相同的工况,工况Ⅱ和工况Ⅲ的结果相较工况Ⅳ、工况Ⅴ和工况Ⅶ仍略微偏小,这是由于前两种工况的  $f_u$  仅能计入 1 阶振型而其他工况可计入两阶甚至更多振型。这说明即使  $\Delta t$  相同,如果  $f_u$  的取值无法计入必要振型,则结果仍会偏小,只是由于本算例第 2 阶振型的贡献远小于第 1 阶振型,所以差异并不明显。
- 3) 对比工况Ⅴ~工况Ⅸ,相同的  $\Delta t$  将得到相同的结果,且  $\Delta t=1/12$  s 或  $1/24$  s 对结果的影响已不足 1%,说明在大于  $f_2$  后,  $f_u$  的增加对计算结果已无影响,并且增加  $f_u$  或增加  $M/N$  来减小  $\Delta t$  的效果相同,同时也印证了频域计算结果,即第 3 阶及后续振型的贡献已可忽略。这也说明,以风振计算为用途的脉动风场模拟,需根据模态参与数量确定  $f_u$  并选择合适的  $M/N$  比值,以得到准确的结果。

响已不足 1%,说明在大于  $f_2$  后,  $f_u$  的增加对计算结果已无影响,并且增加  $f_u$  或增加  $M/N$  来减小  $\Delta t$  的效果相同,同时也印证了频域计算结果,即第 3 阶及后续振型的贡献已可忽略。这也说明,以风振计算为用途的脉动风场模拟,需根据模态参与数量确定  $f_u$  并选择合适的  $M/N$  比值,以得到准确的结果。

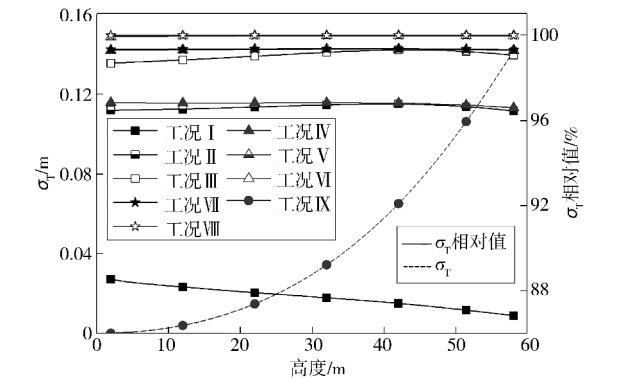


图 5 不同工况的脉动响应  
Fig. 5 Fluctuating response  $\sigma_T$  of different conditions

表 3 各工况顶点脉动位移

Table 3 Fluctuating displacement at the top of each working condition

mm

顶点位移	工 况								
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
$\sigma_T$	122.896 6	136.497 9	140.194 1	136.715 6	140.525 4	141.480 3	140.559 3	141.517 1	141.523 8
$\sigma_R$	97.083 6	113.469 6	117.814 8	113.860 1	118.341 2	119.456 7	118.420 9	119.540 1	119.564 9
$\sigma_B$	73.499 9	73.491 2	73.486 1	73.647 7	73.642 8	73.640 3	73.704 3	73.701 8	73.729 5

值得强调的是,对比两个算例可知,本算例  $f_2=2.09$  Hz,当  $\Delta t\leq 1/12$  s 时所得结果已基本不受  $\Delta t$  影响,而单自由度结构  $f_s=2.0$  Hz 的算例则需  $\Delta t\leq 1/25$  s 方可,亦即对  $\Delta t$  的要求更加严苛。这说明,即使两个结构要计入的最大振型频率相同,达到同样的计算精度对  $\Delta t$  的要求亦不一致,亦即无法简单根据需计入的最大振型频率简单指定  $\Delta t$ 。

上述现象反映了两个频率相同的结构,为准确计入共振效应,对  $\Delta t$  的要求不同,而这与模态力谱的形状有关。在动力分析中,直接决定总响应以及共振效应的是模态力谱而非荷载谱<sup>[14]</sup>。基于准定常假定,弹簧振子与避雷针的节点力谱与风谱形状一致,但弹簧振子模型作为单自由度结构,其风谱和模态力谱的形状完全一致,而避雷针结构的风谱和模态力谱则有一定差异(图 6)。从图 6 可以看出,避雷针结构的 2 阶模态力谱与弹簧振子的模态力谱在 0.8 Hz 以下基本平行,但在 0.8 Hz 以上区段,前

者的模态力谱下降速度明显大于后者,故前者第 2 阶振型的共振效应将明显小于同样频率弹簧振子的共振效应。由于前者共振分量  $\sigma_B$  偏小,在总脉动响应  $\sigma_T$  中的比重也偏小,即使  $\sigma_R$  的计算结果有一定偏差,对  $\sigma_T$  的影响也相对不大。所以对  $\sigma_T$  达到相同精度时,避雷针结构对  $\Delta t$  的要求相对弹簧振子模型较宽松。然而,上述分析也只能定性说明两种结构对  $\Delta t$  的不同要求,仍难以对  $\Delta t$  的取值给出具体指导。

另外,避雷针结构 1 阶模态力谱在 0.1 Hz 以上区段,其下降速度同样大于风谱。这是由于模态力谱综合考虑整个结构的振型,并且计入了结构各位置间的相干函数,所以模态力谱在高频段的下降速度更快,也因此对  $\Delta t$  的要求相对宽松。由此也可知,单自由度弹簧振子模型对  $\Delta t$  的要求最为苛刻,其  $\Delta t$  可作为普通结构的上限。

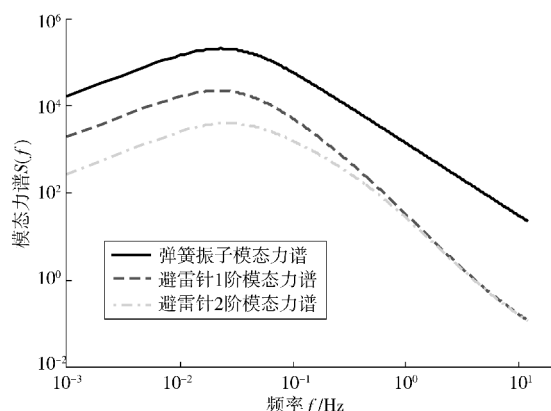


图6 两种结构的模态力谱

Fig. 6 Modal force spectrums of two kinds of structures

## 4 结 论

为分析时间步长  $\Delta t$  对动力计算结果的影响并给出  $\Delta t$  的取值原则,在 WAWS 原理分析的基础上,针对一单自由度弹簧振子模型和某变电站避雷针高耸结构,分别进行了单变量和多变量脉动风时程模拟,通过对时程动力计算结果的系统对比,给出了 WAWS 参数截止频率  $f_u$ 、周期  $T_0$ 、频率点  $N$ 、时频点比值  $M/N$  和时间步长  $\Delta t$  的取值原则。具体结论如下:

1) 采用 FFT 技术进行单索引频率的 WAWS 进行随机场模拟时,如果时频点比值  $M/N=2$ ,最大频率  $\omega_u$  对应谐波的每个周期里只有两个时间点,得到的折线无法准确再现原余弦曲线的模拟目标。

2)  $M/N=2$  并不影响生成随机场功率谱密度与目标谱的一致性,但对应的  $\Delta t$  可能在动力时程计算无法准确计入结构的共振效应,尤其当需要计及的结构频率在  $\omega_u$  附近时。并且如果  $\Delta t$  较大,即使在动力求解中增加荷载子步,也无法准确计入共振效应,必须减小  $\Delta t$  方可。

3) 在 WAWS 模拟脉动风时,应首先合理确定周期  $T_0$ ,一般有  $T_0 \geq 600$  s,截止频率  $f_u$  的取值须大于需要计及的结构最大频率,并尽量保证频率点  $N > 1000$ 。为使动力计算准确计入共振效应,可通过增加  $f_u$  或增加  $M/N$  来减小  $\Delta t$ ,并且增加  $f_u$  或增加  $M/N$  的效果一致。

4) 根据结构模态力谱特征可知,单自由度弹簧振子模型对  $\Delta t$  的要求最为苛刻,其  $\Delta t$  可作为普通结构的上限,普通结构对  $\Delta t$  的具体取值,可以上限值为指导再通过试算确定合理。

## 参考文献 (References):

- [1] 王之宏. 风荷载的模拟研究[J]. 建筑结构学报, 1994, 15(1): 44-52.  
WANG Zhihong. Simulation of wind loading [J]. *Journal of Building Structures*, 1994, 15(1): 44-52.
- [2] 张希黔, 葛勇, 严春风, 等. 脉动风场模拟技术的研究与进展[J]. 地震工程与工程振动, 2008, 28(6): 206-212.  
ZHANG Xiqian, GE Yong, YAN Chunfeng, et al. Advances in research of simulation technology of fluctuation wind loading [J]. *Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 2008, 28(6): 206-212.
- [3] DEODATIS G. Simulation of ergodic multivariate stochastic processes [J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1996, 122(8): 778-787.
- [4] SHINOZUKA M, DEODATIS G. Simulation of stochastic processes by spectral representation [J]. *Applied Mechanics Reviews*, 1991, 44(4): 191-204.
- [5] 李锦华, 李春祥. 超高层建筑脉动风速场模拟的改进谐波合成法[J]. 振动与冲击, 2008, 27(12): 151-156, 187.  
LI Jinhua, LI Chunxiang. Improved harmony super position method for simulation the fluctuating wind velocity fields of super tall buildings [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2008, 27(12): 151-156, 187.
- [6] 罗俊杰, 韩大建. 大跨度结构随机脉动风场的快速模拟方法[J]. 工程力学, 2008, 25(3): 96-101.  
LUO Junjie, HAN Dajian. A fast simulation method of stochastic wind field for long-span structures [J]. *Engineering Mechanics*, 2008, 25(3): 96-101.
- [7] 丁泉顺, 陈艾荣, 项海帆. 大跨度桥梁空间脉动风场的计算机模拟[J]. 力学季刊, 2006, 27(2): 184-189.  
DING Quanshun, CHEN Airon, XIANG Haifan. Simulation of spatial fluctuating wind field on long-span bridges [J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2006, 27(2): 184-189.
- [8] 曹映泓, 项海帆, 周颖. 大跨度桥梁随机风场的模拟[J]. 土木工程学报, 1998, 31(3): 72-79.  
CAO Yinghong, XIANG Haifan, ZHOU Ying. Simulation of stochastic wind field on long-span bridge [J]. *China Civil Engineering Journal*, 1998, 31(3): 72-79.
- [9] 李永乐, 周述华, 强士中. 大跨度斜拉桥三维脉动风场模拟[J]. 土木工程学报, 2003, 36(10): 60-65.  
LI Yongle, ZHOU Shuhua, QIANG Shizhong. Simulation of three-dimensional fluctuating wind field for large span cable-stayed bridge [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2003, 36(10): 60-65.
- [10] 陶天友, 王浩. 基于 Hermite 插值的简化风场模拟[J]. 工程力学, 2017, 34(3): 182-188.  
TAO Tianyou, WANG Hao. Reduced simulation of the wind field based on Hermite interpolation [J]. *Engineering Mechanics*, 2017, 34(3): 182-188.
- [11] SHINOZUKA M. Digital simulation of random processes in engineering mechanics with the aid of FFT technique [C]// ARIARATNAM S T, LEIPHOLZ H H E. *Proceedings of the Symposium on Stochastic Problems in Mechanics*. Waterloo: University of Waterloo Press, 1974: 277-286.

(下转第 117 页)