

In generale, un network è descritto da una matrice di adiacenza $A_{ij} = \{0, 1\}$ in cui la cella (i, j) assume il valore 1 se il nodo i è connesso al nodo j , 0 altrimenti. Nei casi considerati in questo studio si assume sempre che $A_{ij} = A_{ji}$ (proprietà di simmetria). Si può ora definire la matrice dei gradi come $D_{ij} = \{\sum_j A_{ij}\}$

Random Walk su network

Si consideri ora un network generico con M nodi, assumendo che ognuno di essi possa scambiare particelle coi suoi vicini. Sia π_{ij} la matrice stocastica che definisce la probabilità che una particella effettui il viaggio tra nodi $j \rightarrow i$. Assumendo di avere N particelle nel reticolo, è possibile definire la funzione $\delta_\alpha(i, t)$ che vale 1 se la particella α si trova nel nodo i al tempo t , 0 altrimenti.

Ogni particella segue quindi la dinamica

$$\delta_\alpha(i, t + \Delta t) = \sum_j \xi_{ij}^\alpha \delta_\alpha(j, t) \quad (1)$$

dove ξ_{ij}^α è una matrice random che prende valori della base standard $\hat{e}_i \in \mathbb{R}^M$ con probabilità π_{ij} . Il numero di particelle nel nodo i al tempo t è dato da

$$n_i(t) = \sum_\alpha \delta_\alpha(i, t) \quad (2)$$

ed è possibile dimostrare [RandomWalks] che la seguente equazione è un integrale del moto

$$\sum_i n_i(t) = N \quad (3)$$

Modelli di traffico