

10. Kompleksie skaitļi - saknes vilkšana

Gunārs Ābeltiņš

2022-05-19

1. Uzdevums

Aprēķiniet aptuveni visas vērtības 4.pakāpes saknei no skaitļa $-4-3i$, vispirms - trigonometriskajā pierakstā, tad attēlojiet tās kompleksajā plaknē un iegūstiet ļoti aptuvenus algebriskos pierakstus.

$$|z| = \sqrt[2]{(-4)^2 + (-3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$$

$$\phi = -\arccos \frac{-4}{5} \approx -140^\circ = 220^\circ$$

$$-4 - 3i = 5(\cos 220^\circ + i \sin 220^\circ)$$

$$\sqrt[4]{-4-3i} = \sqrt[4]{5}(\cos \frac{220^\circ + 360^\circ k}{4} + i \sin \frac{220^\circ + 360^\circ k}{4}) \approx$$

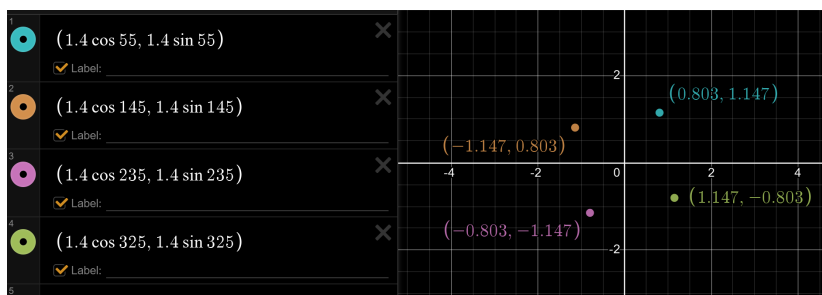
$$\approx 1.4(\cos(55^\circ + 90^\circ k) + i \sin(55^\circ + 90^\circ k))$$

$$k = 0 \Rightarrow 1.4(\cos 55^\circ + i \sin 55^\circ) \approx 0.8 + 1.1i$$

$$k = 1 \Rightarrow 1.4(\cos 145^\circ + i \sin 145^\circ) \approx -1.1 + 0.8i$$

$$k = 2 \Rightarrow 1.4(\cos 235^\circ + i \sin 235^\circ) \approx -0.8 - 1.1i$$

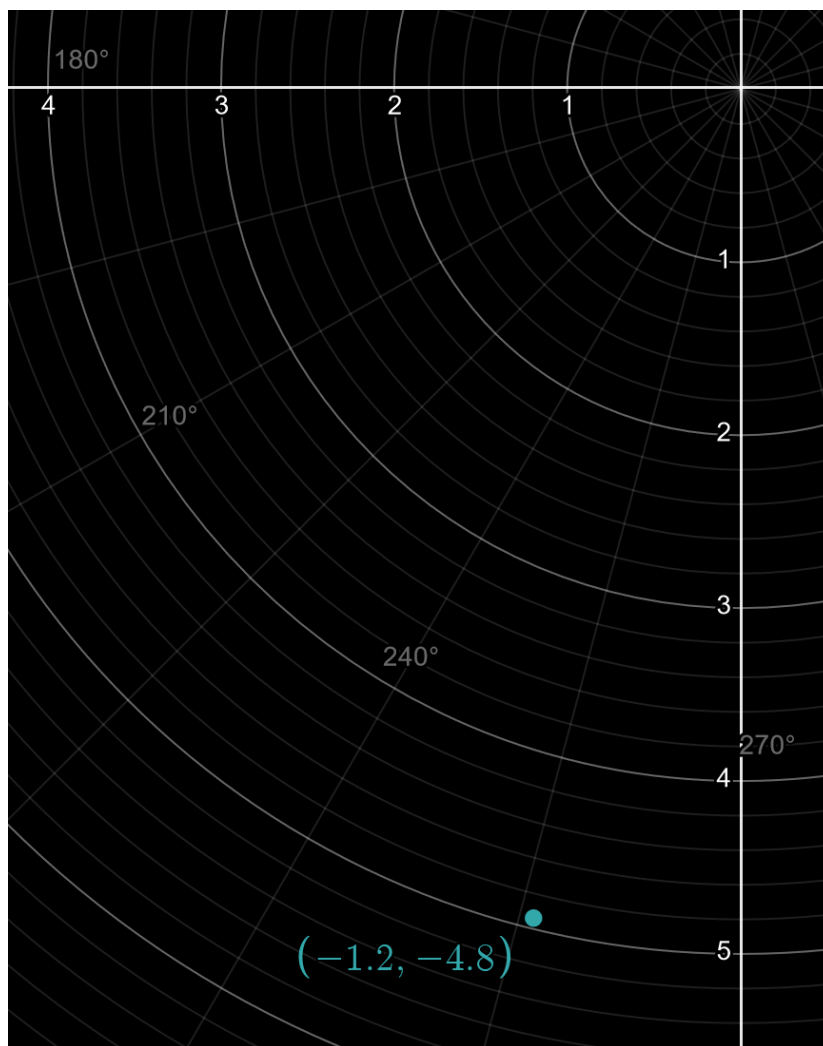
$$k = 3 \Rightarrow 1.4(\cos 325^\circ + i \sin 325^\circ) \approx 1.1 - 0.8i$$



2. Uzdevums

Aprēķiniet skaitļa $z = (-17 - 6i)/(2 - 3i)$ algebrisko pierakstu, attēlojiet to kompleksajā plaknē un iegūstiet ļoti aptuvenu trigonometrisko pierakstu. Tad aprēķiniet visas vērtības kubsaknei no z , vispirms trigonometriskajā pierakstā, tad attēlojiet tās kompleksajā plaknē un iegūstiet ļoti aptuvenus algebriskos pierakstus.

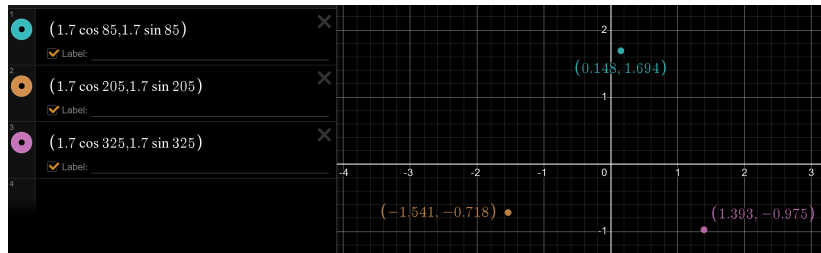
$$z = \frac{-17 - 6i}{2 - 3i} = \frac{(-17 - 6i)(2 + 3i)}{(2 - 3i)(2 + 3i)} = \frac{-16 - 63i}{13} \approx -1.2 - 4.8i$$



$$|z| = \sqrt{(-1.2)^2 + (-4.8)^2} \approx 5$$

$$\phi = -\arccos \frac{-1.2}{5} \approx -105^\circ = 255^\circ$$

$$\begin{aligned}
z &= 5(\cos 255^\circ + i \sin 255^\circ) \\
\sqrt[3]{z} &= \sqrt[3]{5}(\cos \frac{255^\circ + 360^\circ k}{3} + i \sin \frac{255^\circ + 360^\circ k}{3}) \approx \\
&\approx 1.7(\cos(85^\circ + 120^\circ k) + i \sin(85^\circ + 120^\circ k)) \\
k = 0 &\Rightarrow 1.7(\cos 85^\circ + i \sin 85^\circ) \approx 0.1 + 1.6i \\
k = 1 &\Rightarrow 1.7(\cos 205^\circ + i \sin 205^\circ) \approx -1.5 + 0.7i \\
k = 2 &\Rightarrow 1.7(\cos 325^\circ + i \sin 325^\circ) \approx 1.4 - 1.0i
\end{aligned}$$



3. Uzdevums

Aprēķiniet trigonometriskajā pierakstā visas vērtības 30-ās pakāpes saknei no skaitļiem 1 un i .

$$\begin{aligned}
1 &= 1(\cos 0^\circ + i \sin 0^\circ) \\
\sqrt[30]{1} &= 1(\cos \frac{0^\circ + 360^\circ k}{30} + i \sin \frac{0^\circ + 360^\circ k}{30}) = \cos 12^\circ k + i \sin 12^\circ k \\
i &= 1(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ) \\
\sqrt[30]{i} &= 1(\cos \frac{90^\circ + 360^\circ k}{30} + i \sin \frac{90^\circ + 360^\circ k}{30}) = \cos(3^\circ + 12^\circ k) + i \sin(3^\circ + 12^\circ k)
\end{aligned}$$