

13. Polinomi. Gredzeni.

Gunārs Ābeltiņš

2022-05-20

1. Uzdevums

Uzbūvējiet polinomu $P(x)$, kas pieņem šādas vērtības: $P(-3)=2$; $P(-1)=-2$; $P(0)=1$; $P(1)=-1$; $P(3)=1$. Vienādojumu sistēmu atrisiniet ar VA. Vai atradīsiet, kā uzzīmēt iegūtā polinoma grafiku

$$P(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

$$P(-3) = a_4(-3)^4 + a_3(-3)^3 + a_2(-3)^2 + a_1(-3) + a_0 = 2$$

$$P(-1) = a_4(-1)^4 + a_3(-1)^3 + a_2(-1)^2 + a_1(-1) + a_0 = -2$$

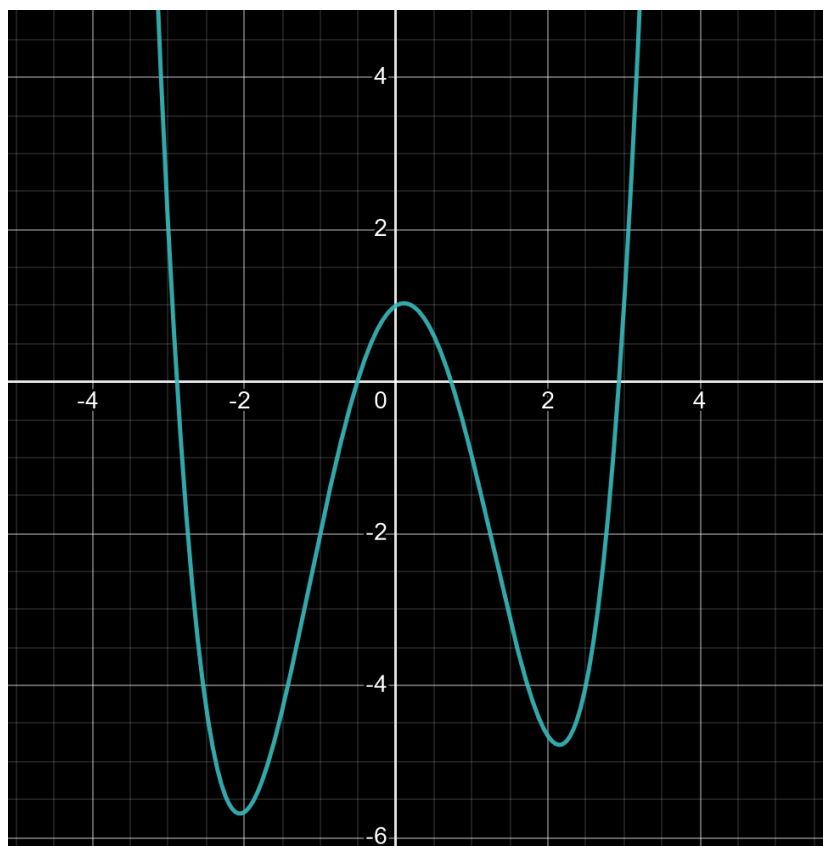
$$P(0) = a_4(0)^4 + a_3(0)^3 + a_2(0)^2 + a_1(0) + a_0 = 1$$

$$P(1) = a_4(1)^4 + a_3(1)^3 + a_2(1)^2 + a_1(1) + a_0 = -1$$

$$P(3) = a_4(3)^4 + a_3(3)^3 + a_2(3)^2 + a_1(3) + a_0 = 1$$

$$\begin{cases} 81a_4 - 27a_3 + 9a_2 - 3a_1 + a_0 = 2 \\ a_4 - a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = -2 \\ a_0 = 1 \\ a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = -1 \\ 81a_4 + 27a_3 + 9a_2 + 3a_1 + a_0 = 1 \end{cases}$$

$$P(x) = \frac{23}{72}x^4 - \frac{1}{12}x^3 - \frac{203}{72}x^2 + \frac{7}{12}x + 1$$



2. Uzdevums

Izmantojot tikai gredzena aksiomas un jau iepriekš pierādītās teorēmas, pierādiet T6. Pamatojiet katru secinājumu soli.

T6. Jebkurā gredzenā jebkuram a : $0 * a = a * 0 = 0$.

Aplūkosim izteiksmes:

$$(a + 0) * a; a * (a + 0)$$

3. gredzena aksioma:

$$a + 0 = a$$

Ņemot vērā 3. gredzena aksiomu, iegūstam:

$$(a + 0) * a = a * a; a * (a + 0) = a * a$$

7. gredzena aksioma:

$$a * (b + c) = (a * b) + (a * c); (b + c) * a = (b * a) + (c * a)$$

Ņemot vērā 7. gredzena aksiomu, iegūstam:

$$(a + 0) * a = (a * a) + (0 * a); a * (a + 0) = (a * a) + (a * 0)$$

Apvienojot iegūtās izteiksmes, iegūstam:

$$(a * a) + (0 * a) = a * a; (a * a) + (a * 0) = a * a$$

Atņemot no abām pusēm $a * a$, iegūstam:

$$0 * a = 0; a * 0 = 0$$

Q.E.D.

3. Uzdevums

Izmantojot tikai gredzena aksiomas un jau iepriekš pierādītās teorēmas, pierādiet T6'. Pamatojiet katru secinājumu soli.

T6'. Jebkurā gredzenā distributīvie likumi izpildās arī atņemšanai:

$$a * (b - c) = a * b - a * c; (b - c) * a = b * a - c * a$$

Ieviesīsim:

$$b - c = x; x + c = b$$

Aplūkosim izteiksmes:

$$a * (x + c) = a * b; (x + c) * a = b * a$$

Ņemot vērā 7. gredzena aksiomu, iegūstam:

$$a * x + a * c = a * b; x * a + c * a = b * a$$

Atņemama no abām pusēm $a * c$ un $c * a$ respektīvi, iegūstam:

$$a * x = a * b - a * c; x * a = b * a - c * a$$

Ievietojot $x = b - c$, iegūstam:

$$a * (b - c) = a * b - a * c; (b - c) * a = b * a - c * a$$

Q.E.D.