4. Determinanti. Matricu reizināšana

Gunārs Ābeltiņš

2022.03.12

Lekcijas konspekts

Matricu īpašibas. Kad drīkts reizināt. Efektīva determinanta aprēķināšana.

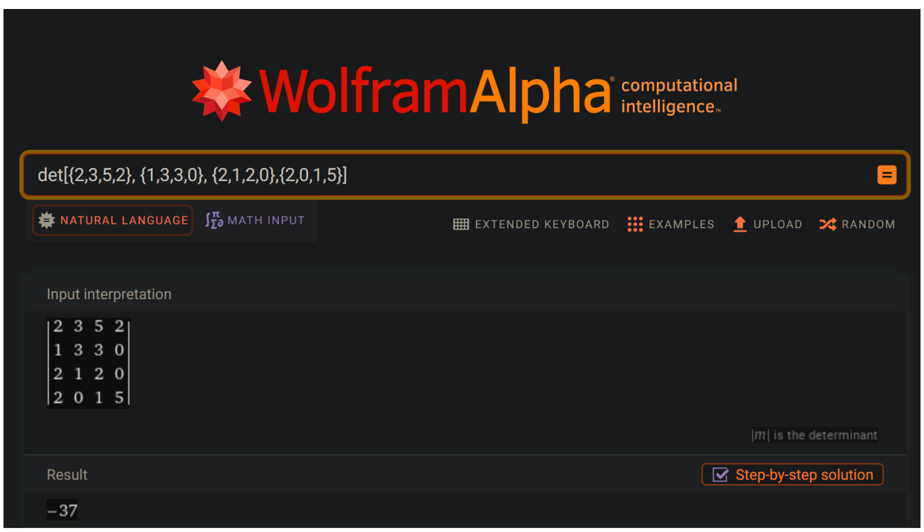
1. Uzdevums

Izmantojot Gausa metodi (ne savādāk), aprēķiniet determinantu Det [{2,3,5,2}, {1,3,3,0}, {2,1,2,0},{2,0,1,5}] . Mēģiniet pārkārtot rindas un/vai kolonnas, lai ietaupītu darbības. Rezultātu pārbaudiet ar WolframAlpha.

$$\det\begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 5 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= -\begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & -5 \\ 0 & -6 & 5 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -5 \\ 0 & -3 & -1 & 2 \\ 0 & -6 & 5 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 2 & -13 \\ 0 & 0 & 1 & -25 \end{vmatrix} =$$

$$= -\begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & -25 \\ 0 & 0 & 2 & -13 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & -25 \\ 0 & 0 & 0 & 37 \end{vmatrix} = -(1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 37) = -37$$



2. Uzdevums

a) Aprēķiniet 5-dimensiju vektoru {2,-3,5,6,-1}, {-1,2,2,-3,1} skalāro reizinājumu.
b) Sareiziniet matricu [{1,-2,3},{4,-5,6},{0,8,7}] ar vertikālo vektoru {-1,3,2}.

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 5 \\ 6 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot (-1) \\ -3 \cdot 2 \\ 5 \cdot 2 \\ 6 \cdot (-3) \\ -1 \cdot 1 \end{pmatrix} = (-2 + -6 + 10 + -18 + -1) = (-17)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & -5 & 6 \\ 0 & 8 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot (-1) + (-2) \cdot 3 + 3 \cdot 2 \\ 4 \cdot (-1) + (-5) \cdot 3 + 6 \cdot 2 \\ 0 \cdot (-1) + 8 \cdot 3 + 7 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 9 \\ 36 \end{pmatrix}$$

3. Uzdevums

Dotas matricas A=[{-1,2},{3,-5}], B=[{1,2},{3,4}], C=[{1,-2},{-3,3}], . Aprēķiniet reizinājumus AB, BA, (AB)C, A(BC). Pārliecinieties, ka AB<>BA un A(BC)=(AB)C. Ko no tā var secināt?

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 & (-1) \cdot 2 + 2 \cdot 4 \\ 3 \cdot 1 + (-5) \cdot 3 & 3 \cdot 2 + (-5) \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -12 & -14 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 3 & 1 \cdot 2 + 2 \cdot (-5) \\ 3 \cdot (-1) + 4 \cdot 3 & 3 \cdot 2 + 4 \cdot (-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 9 & -14 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -12 & -14 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 5 & -8 \\ 9 & -14 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ -12 & -14 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} =$$
$$= \begin{pmatrix} 5 \cdot 1 + 6 \cdot (-3) & 5 \cdot (-2) + 6 \cdot 3 \\ (-12) \cdot 1 + (-14) \cdot (-3) & (-12) \cdot (-2) + (-14) \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & 8 \\ 30 & -18 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \cdot \left(\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \right) =$$
$$= \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ -9 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & 8 \\ 30 & -18 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -13 & 8 \\ 30 & -18 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 & 8 \\ 30 & -18 \end{pmatrix}$$

Matricu reizināšana nav komutatīva, bet ir distributīva.