

# 1/3 已知X分布列，求Y分布列

已知X的分布列为

X	-2	0	2
P	0.4	0.3	0.3

，求 $Y=X^2+1$ 的分布列

- ①根据X的所有取值  
计算Y的所有取值

$$Y=(-2)^2+1=5$$

$$Y=0^2+1=1$$

$$Y=2^2+1=5$$

- ②将表格里X那一列对应换成Y

Y	5	1	5
P	0.4	0.3	0.3



Y	1	5
P	0.3	0.7

# 1/3 已知X分布列，求Y分布列

已知X的分布列为

X	3	4	5	6
P	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$

，求 $Y=2X-1$ 的分布列

- ①根据X的所有取值  
计算Y的所有取值

$$Y=2 \times 3 - 1 = 5$$

$$Y=2 \times 4 - 1 = 7$$

$$Y=2 \times 5 - 1 = 9$$

- ②将表格里X那一列对应换成Y  $Y=2 \times 6 - 1 = 11$

Y	5	7	9	11
P	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$

$$\longleftrightarrow Y \sim \begin{pmatrix} 5 & 7 & 9 & 11 \\ \frac{1}{20} & \frac{3}{20} & \frac{3}{10} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$



## 2/3 已知 $F_X(x)$ , 求 $F_Y(y)$

设 $X$ 的分布函数为 $F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$ , 求 $Y=2X$ 的分布函数。

①写出 $X=?Y$

$$Y=2X \longrightarrow X=\frac{Y}{2}$$

②用 $?y$ 替换 $F_X(x)$ 中的 $x$   
结果为 $F_X(?y)$

$$F_X\left(\frac{y}{2}\right) = \begin{cases} 0, & \frac{y}{2} \leq 0 \\ \left(\frac{y}{2}\right)^2, & 0 < \frac{y}{2} < 1 \\ 1, & \frac{y}{2} \geq 1 \end{cases}$$

③判断 $?y$ 中是否有负号

若无, 则 $F_Y(y) = F_X(?y)$

若有, 则 $F_Y(y) = 1 - F_X(?y)$

$$F_Y(y) = F_X\left(\frac{y}{2}\right) = \begin{cases} 0, & \frac{y}{2} \leq 0 \\ \frac{y^2}{4}, & 0 < \frac{y}{2} < 1 \\ 1, & \frac{y}{2} \geq 1 \end{cases}$$

2/3 已知 $F_X(x)$ , 求 $F_Y(y)$

设 $X$ 的分布函数为 $F_X(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ x^2, & 0 < x < 1 \\ 1, & x \geq 1 \end{cases}$ , 求 $Y = -X$ 的分布函数。

① 写出 $X = ? Y$

$$Y = -X \longrightarrow X = -Y$$

② 用 $? y$ 替换 $F_X(x)$ 中的 $x$   
结果为 $F_X(? y)$

$$F_X(-y) = \begin{cases} 0, & -y \leq 0 \\ (-y)^2, & 0 < -y < 1 \\ 1, & -y \geq 1 \end{cases}$$

③ 判断 $? y$ 中是否有负号

若无, 则 $F_Y(y) = F_X(? y)$

若有, 则 $F_Y(y) = 1 - F_X(? y)$

$$F_Y(y) = 1 - F_X(-y) = \begin{cases} 1, & y \geq 0 \\ 1 - y^2, & -1 < y < 0 \\ 0, & y \leq -1 \end{cases}$$



### 3/3 已知 $f_X(x)$ ; 求 $f_Y(y)$

设 $X$ 的密度函数为 $f_X(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ , 求 $Y=2X$ 的密度函数。

①写出 $X=?Y$        $Y=2X \longrightarrow X=\frac{Y}{2}$

②用 $?y$  替换 $f_X(x)$ 中的 $x$ , 结果为 $f_X(?y)$        $f_X(\frac{y}{2}) = \begin{cases} 1, & 0 < y < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

③令 $f_Y=?y) \cdot f_X(?y)$        $f_Y=(\frac{y}{2})' \cdot f_X(\frac{y}{2}) = \frac{1}{2} \cdot f_X(\frac{y}{2}) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 < y < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$

④判断 $?y$  中是否有负号  $\begin{cases} \text{若无, 则} f_Y(y) = f_Y \\ \text{若有, 则} f_Y(y) = -f_Y \end{cases}$        $f_Y(y) = f_Y = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 < y < 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$