1/5 已知$F_X(\mathrm{x})$与$f_X(\mathrm{x})$中的一项，求另一项

$$f_X(\mathrm{x})=F_X{}'(\mathrm{x}) \qquad F_X(\mathrm{x})=\int_{-\infty}^{x} f_X(\mathrm{x})\mathrm{dx}$$

例：设X的密度函数$f_X(\mathrm{x})=\begin{cases} 0\,, & \mathrm{x}<0 \\ -\frac{1}{2}\mathrm{x}+1\,, & 0\leqslant \mathrm{x}\leqslant 2 \\ 0\,, & \mathrm{x}>2 \end{cases}$，求X的分布函数$F_X(\mathrm{x})$。

解：当x>2时，$F_X(\mathrm{x})=\int_{-\infty}^{x} f_X(\mathrm{x})\mathrm{dx}=\int_{-\infty}^{0} f_X(\mathrm{x})\mathrm{dx}+\int_{0}^{2} f_X(\mathrm{x})\mathrm{dx}+\int_{2}^{x} f_X(\mathrm{x})\mathrm{dx}$

$$=\int_{-\infty}^{0} 0\mathrm{dx}+\int_{0}^{2}\left(-\frac{1}{2}\mathrm{x}+1\right)\mathrm{dx}+\int_{2}^{x} 0\mathrm{dx}$$

$$=\quad 0 \quad + \quad 1 \quad + \quad 0$$

$$=1$$

1/5 已知$F_X(x)$与$f_X(x)$中的一项，求另一项

$$f_X(x)=F_X'(x) \qquad F_X(x)=\int_{-\infty}^{x} f_X(x)dx$$

例：设X的密度函数$f_X(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ -\frac{1}{2}x+1, & 0\leqslant x\leqslant 2 \\ 0, & x>2 \end{cases}$，求X的分布函数$F_X(x)$。

解：当x>2时，$F_X(x)=\int_{-\infty}^{x} f_X(x)dx=1$

当0⩽x⩽2时，$F_X(x)=\int_{-\infty}^{x} f_X(x)dx=-\frac{x^2}{4}+x$

当x<0时，$F_X(x)=\int_{-\infty}^{x} f_X(x)dx=\int_{-\infty}^{x} 0dx=0$

$$F_X(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ -\frac{x^2}{4}+x, & 0\leqslant x\leqslant 2 \\ 1, & x>2 \end{cases}$$

2/5 已知$F_X(x)$与$f_X(x)$中的一种，求P

$$P(a<X<b)=F_X(b)-F_X(a)=\int_a^b f_X(x)dx$$

例：设X的分布函数$F_X(x)=\begin{cases}0, & x<1\\ \ln x, & 1\leqslant x<e\\ 1, & x\geqslant e\end{cases}$，求概率$P(x^2<4)$。

$$P(x^2<4)=P(-2<x<2)=F_X(2)-F_X(-2)$$

$$=\ln 2-0$$

$$=\boxed{\ln 2}$$

2/5 已知$F_X(x)$与$f_X(x)$中的一种，求P

$$P(a<X\leqslant b)=F_X(b)-F_X(a)=\int_a^b f_X(x)dx$$

例：设X的密度函数$f_X(x)=\begin{cases}-\frac{1}{2}x+1\text{，}0\leqslant x\leqslant 2\\ 0\text{，其他}\end{cases}$，求概率$P(-1<x<2)$。

$$P(-1<x<2)=\int_{-1}^{2} f_X(x)dx=\int_{-1}^{0} f_X(x)dx+\int_{0}^{2} f_X(x)dx$$

$$=\int_{-1}^{0} 0dx+\int_{0}^{2}(-\frac{1}{2}x+1)dx$$

$$=0+1$$

$$=1$$

3/5 $F_X(x)$或$f_X(x)$含未知数，求未知数

$F_X(-\infty)=0$ $\quad F_X(+\infty)=1$ $\quad F_{上}(分段点)=F_{下}(分段点)$

$\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)dx=1$

例：设X的分布函数$F_X(x)=\begin{cases} 0, & x\leqslant 0 \\ a+be^{-\lambda x}, & x>0 \end{cases}$ $(\lambda>0)$，求a和b。

$F_X(+\infty)=1$

$\Rightarrow a+be^{-\lambda\cdot(+\infty)}=1$

$\Rightarrow a+be^{-\infty}=1$

$\Rightarrow a+\frac{b}{e^{+\infty}}=1$

$\Rightarrow \boxed{a=1}$

$F_{上}(0)=F_{下}(0)$

$\Rightarrow 0=a+be^{-\lambda\cdot(0)}$

$\Rightarrow 0=a+be^{0}$

$\Rightarrow \boxed{a+b=0}$

$\begin{cases} a=1 \\ a+b=0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$

3/5 $F_X(x)$或$f_X(x)$含未知数，求未知数

$F_X(-\infty)=0$ $F_X(+\infty)=1$ $F_{上}(分段点)=F_{下}(分段点)$

$\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)dx=1$

例：设X的密度函数$f_X(x)=\begin{cases} ax+1, & 0\leqslant x\leqslant 2 \\ 0, & 其他 \end{cases}$，求常数a。

$\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)dx=1$

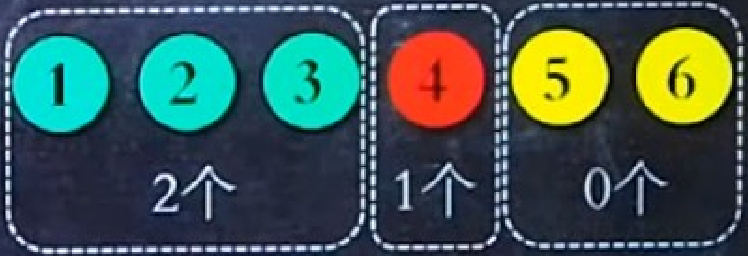
$\Longrightarrow \int_{-\infty}^{0} f_X(x)dx+\int_{0}^{2} f_X(x)dx+\int_{2}^{+\infty} f_X(x)dx=1$

$\Longrightarrow \int_{-\infty}^{0} 0dx+\int_{0}^{2}(ax+1)dx+\int_{2}^{+\infty} 0dx=1$

$\Longrightarrow 0+2a+2+0=1$ 解得 $a=-\frac{1}{2}$

4/5 求分布律

从编号为1、2、3、4、5、6的6只球中任取3只，用X表示从中取出的最大号码，求其分布律。



X可能的取值为3，4，5，6

$P(X=3)=\frac{1}{20}$　　$P(X=4)$

有3绿、1红、2黄共6球，无放回摸3次是2绿、1红、0黄的概率

$$P=\frac{C_3^2C_1^1C_2^0}{C_6^3}=\frac{3}{20}$$

4/5 求分布律

从编号为1、2、3、4、5、6的6只球中任取3只，用X表示从中取出的最大号码，求其分布律。

X可能的取值为3，4，5，6

$P(X=3)=\frac{1}{20}$　　$P(X=4)=\frac{3}{20}$

$P(X=5)=\frac{3}{10}$　　$P(X=6)=\frac{1}{2}$

分布列为

X	3	4	5	6
P	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$

5/5 已知含有未知数分布列，求未知数

已知分布列如下，求k的值。

X	3	4	5	6
P	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{10}$	k

$$\frac{1}{20}+\frac{3}{20}+\frac{3}{10}+k=1$$

解得 $k=\frac{1}{2}$