



# Árvores AVL

## Introdução:

### a. O que são Árvores AVL:

- i. Árvores AVL são um tipo de árvore de busca binária auto-balanceada, o que significa que elas mantêm um equilíbrio entre as sub-árvores esquerda e direita de cada nó, garantindo que a altura da árvore permaneça a menor possível.
- ii. AVL Trees foram introduzidas pela primeira vez por Adelson-Velsky e Landis em 1962.
- iii. Em uma árvore de busca binária, os elementos com valores menores que o nó pai são armazenados na sub-árvore esquerda e os elementos com valores maiores que o nó pai são armazenados na sub-árvore direita. Isso permite operações rápidas de pesquisa e inserção.
- iv. As árvores AVL fornecem uma garantia adicional de que a altura da árvore é balanceada, o que resulta em operações de busca e inserção mais rápidas em comparação com uma árvore de busca binária não balanceada.

### b. Importância:

- i. As árvores AVL são importantes porque garantem que a altura da árvore permaneça balanceada.
- ii. Em uma árvore de busca binária desbalanceada, a altura da árvore pode se tornar muito grande, resultando em operações lentas de busca e inserção.
- As árvores AVL resolvem esse problema equilibrando a altura da árvore, o que resulta em operações de busca e inserção mais rápidas.

# Definição e propriedades das Árvores AVL:

## a. Definição:

- i. Uma árvore AVL é definida como uma árvore de busca binária na qual a altura das duas sub-árvores filhas de qualquer nó difere em no máximo um.
- ii. A altura de uma árvore binária é definida como o número de arestas do nó até a folha mais profunda.
- iii. O equilíbrio de uma árvore AVL é mantido girando a árvore sempre que a altura das duas sub-árvores filhas de um nó diferem em mais de um.

## b. Fator de balanceamento

- i. O fator de balanceamento de um nó em uma árvore AVL é definido como a diferença entre a altura de sua sub-árvore esquerda e a altura de sua sub-árvore direita.
- ii. Uma árvore AVL é considerada balanceada se o fator de balanceamento de cada nó for -1, 0 ou 1.
- iii. Um fator de balanceamento de -1 significa que a sub-árvore direita é mais alta, um fator de 1 significa que a sub-árvore esquerda é mais alta, já um de 0 significa que ambas as sub-árvores têm a mesma altura.

# Inserção na Árvore AVL:

## a. Passos:

- i. A inserção em uma árvore AVL segue os mesmos passos da inserção em uma árvore de busca binária.
- ii. Primeiro, se compara o valor do novo nó com o valor do nó atual. Se o novo valor for menor que o valor atual, você move para o filho esquerdo; caso contrário, você passa para o filho certo.
- iii. Repete esse processo até chegar a um nó vazio, ponto em que você insere o novo nó.

- iv. Após inserir o novo nó, é necessário verificar o balanceamento da árvore e re-balancear se necessário.

## **b. Mantendo o balanceamento Balance:**

- i. O balanceamento de uma Árvore AVL é mantido utilizando rotações.

## **Remoção na Árvore AVL:**

### **a. Passos:**

- i. A exclusão em uma árvore AVL segue as mesmas etapas da exclusão em uma árvore de busca binária, com etapas adicionais para manter o equilíbrio da árvore.
- ii. Primeiro, você procura o nó a ser excluído da mesma forma que em uma árvore de busca binária.
- iii. Uma vez encontrado o nó, você tem três casos a considerar: o nó é uma folha, o nó tem um filho ou o nó tem dois filhos.
- iv. Para os dois primeiros casos, a exclusão é direta. No terceiro caso, se precisa localizar o predecessor ou sucessor do nó a ser excluído e substituir o nó por esse valor.
- v. Após a exclusão, é necessário verificar o balanceamento da árvore e rebalanceá-la, se necessário.

## **Rotações da Árvore AVL:**

### **a. Tipos de rotações:**

- i. Existem dois tipos de rotações nas árvores AVL: rotações à esquerda e rotações à direita.
- ii. Rotações à esquerda são usadas para reequilibrar a árvore quando o fator de equilíbrio de altura de um nó é 2.

- iii. Rotações à direita são usadas para reequilibrar a árvore quando o fator de equilíbrio de altura de um nó é -2.

### **c. Por que as rotações são importantes:**

- i. As rotações são importantes nas Árvores AVL porque permitem manter o equilíbrio da árvore mesmo após as operações de inserção e exclusão.

## **Análise de Complexidade**

### **a. Complexidade de tempo:**

- i. A complexidade de tempo das árvores AVL depende da altura da árvore.
- ii. No pior caso, a altura de uma Árvore AVL pode ser  $O(\log n)$ , onde  $n$  é o número de nós na árvore.
- iii. Isso significa que as operações de pesquisa, inserção e exclusão nas árvores AVL levam tempo  $O(\log n)$  no pior caso.

### **b. Complexidade espacial:**

- i. A complexidade espacial das Árvores AVL é  $O(n)$ , onde  $n$  é o número de nós na árvore.
- ii. Isso significa que você precisa alocar espaço  $O(n)$  para armazenar a Árvore AVL.

## **Conclusão:**

### **a. Resumo:**

- i. Árvores AVL são um tipo de árvore de busca binária auto-balanceada que mantém um equilíbrio entre as sub-árvores esquerda e direita de cada nó.
- ii. As árvores AVL fornecem operações rápidas de busca, inserção e exclusão porque a altura da árvore é balanceada.

- iii. AVL Trees mantêm o equilíbrio da árvore usando rotações.

## **b. Vantagens e desvantagens:**

### **i. Vantagens :**

- Operações rápidas de pesquisa, inserção e exclusão
- A altura da árvore é balanceada, garantindo um ótimo desempenho

### **ii. Desvantagens:**

- Mais complexo do que as árvore de busca binária.
- Mais lento que as tabelas de hash em termos de fatores constantes devido à sobrecarga de manter o equilíbrio da árvore. No entanto, eles fornecem mais funcionalidade do que as tabelas de hash e são uma boa opção quando você precisa executar operações ordenadas nos dados.

## **c. Aplicações:**

### **i. As Árvores AVL têm uma ampla gama de aplicações, incluindo:**

- Indexação de banco de dados
- Sistemas de cache
- Algoritmos de grafo
- Alocadores de memória

## **d. Atualmente:**

i. As árvores AVL têm sido amplamente estudadas e utilizadas por muitos anos, mas ainda há espaço para melhorias e novas pesquisas neste campo.

ii. Desenvolvimentos recentes em estruturas de dados como árvores splay, árvores rubro-negras e treaps, oferecem melhor desempenho de caso médio em comparação com árvores AVL.