
Busca em Espaço de Estados

Fabrício Barth

Insper

Fevereiro de 2025

Introdução

Agente orientado a **meta**

- O projetista não determina um mapeamento entre percepções e ações, mas determina que objetivo o agente deve alcançar
- É necessário que o próprio agente construa um plano de ações que atinjam seu objetivo
(como se o próprio agente construísse seu programa)
- Exemplos: o agente aspirador de pó, um agente motorista de táxi, uma sonda espacial, ...

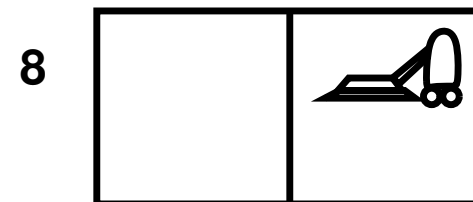
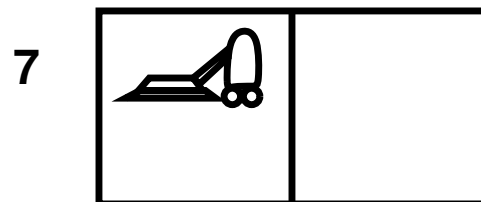
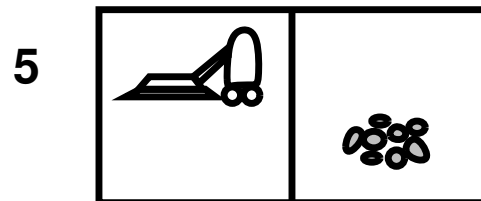
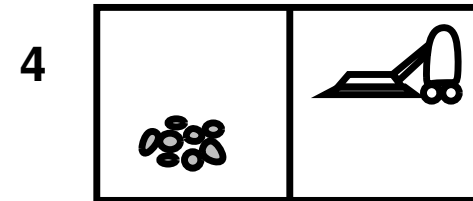
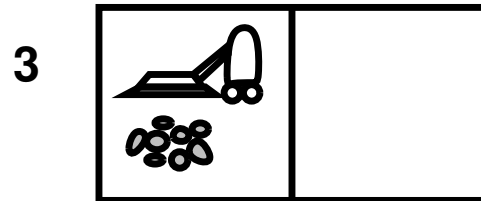
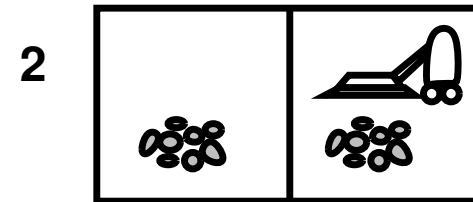
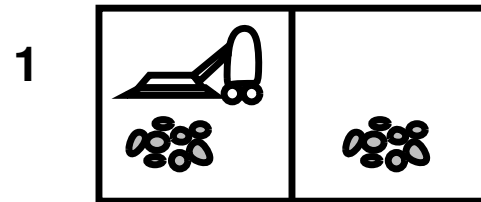
O que é **busca**?

- O mundo do agente tem um conjunto de **estados** possíveis (muitas vezes este conjunto é infinito)
- Existem **transições** entre os estados do mundo, formando um grafo.
- São utilizados **algoritmos** para encontrar um caminho neste grafo
 - ★ partindo do estado inicial (atual)
 - ★ até o estado objetivo

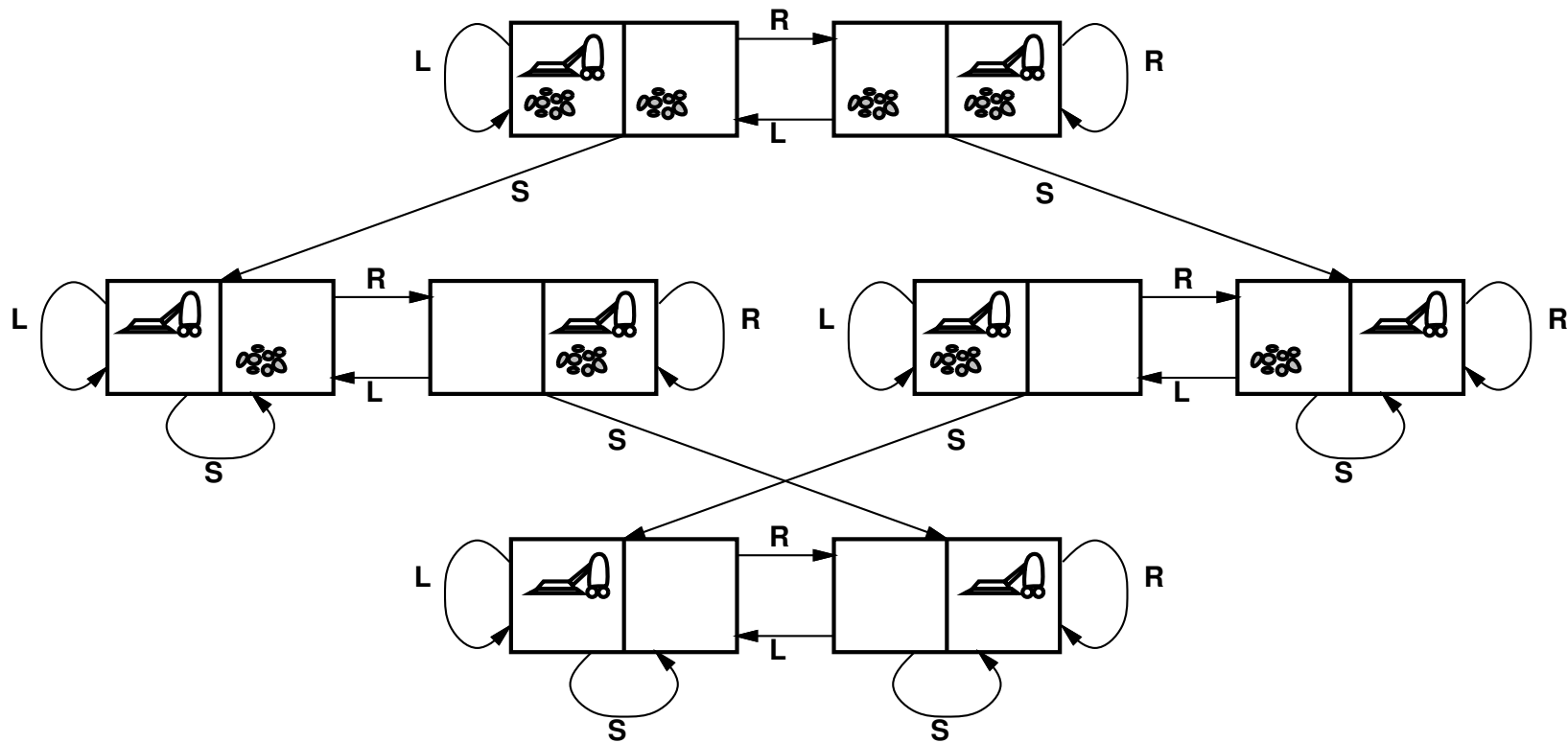
Exemplo do aspirador de pó

- Um robô aspirador de pó deve limpar uma casa com duas posições. As operações que ele sabe executar são:
 - ★ sugar
 - ★ ir para a posição da esquerda
 - ★ ir para a posição da direita
- Como o aspirador pode montar um plano para limpar a casa se inicialmente ele está na posição direita e as duas posições têm sujeira?
 - ★ Quais os estados possíveis do mundo do aspirador e as transições?

Estados possíveis:



Espaço de busca



Por que **estados**?

- As informações do mundo real são absurdamente complexas, é praticamente impossível modelá-las todas
 - ★ No exemplo do aspirador, o mundo dele tem várias outras informações: a cor do tapete, se é dia, de que material o aspirador é feito, quanto ele tem de energia, como é o nome do/a proprietário/a,
- A noção de estado é utilizada para **abstrair** esses detalhes e considerar somente o que é relevante para a solução do problema
- O mesmo se dá com as operações modeladas: são abstrações das operações reais (ir para a posição da direita implica em várias outras operações).

Exemplo do **homem, o lobo, o carneiro e o cesto de alface.**

- Uma pessoa, um lobo, um carneiro e um cesto de alface estão à beira de um rio. Dispondo de um barco no qual pode carregar apenas um dos outros três, a pessoa deve transportar tudo para a outra margem. Determine uma série de travessias que respeite a seguinte condição: em nenhum momento devem ser deixados juntos e sozinhos o lobo e o carneiro ou o carneiro e o cesto de alface.

Busca como **desenvolvimento** de software

- No desenvolvimento de um software para resolver um problema, o projetista pode optar por várias paradigmas de modelagem do problema:
 - ★ O sistema é modelado por procedimentos que alteram os dados de entrada
 - ★ O sistema é modelado por funções
 - ★ O sistema é modelado por predicados
 - ★ O sistema é modelado por objetos
 - ★ ...

- Busca é mais uma forma de modelar um problema:
 - ★ Definir os estados
 - ★ Definir as transições
 - ★ Escolher um algoritmo de busca

Exercício

O que é

- estado
- transição
- estado meta e
- custo da solução encontrada

para os seguintes problemas

- 8-Puzzle

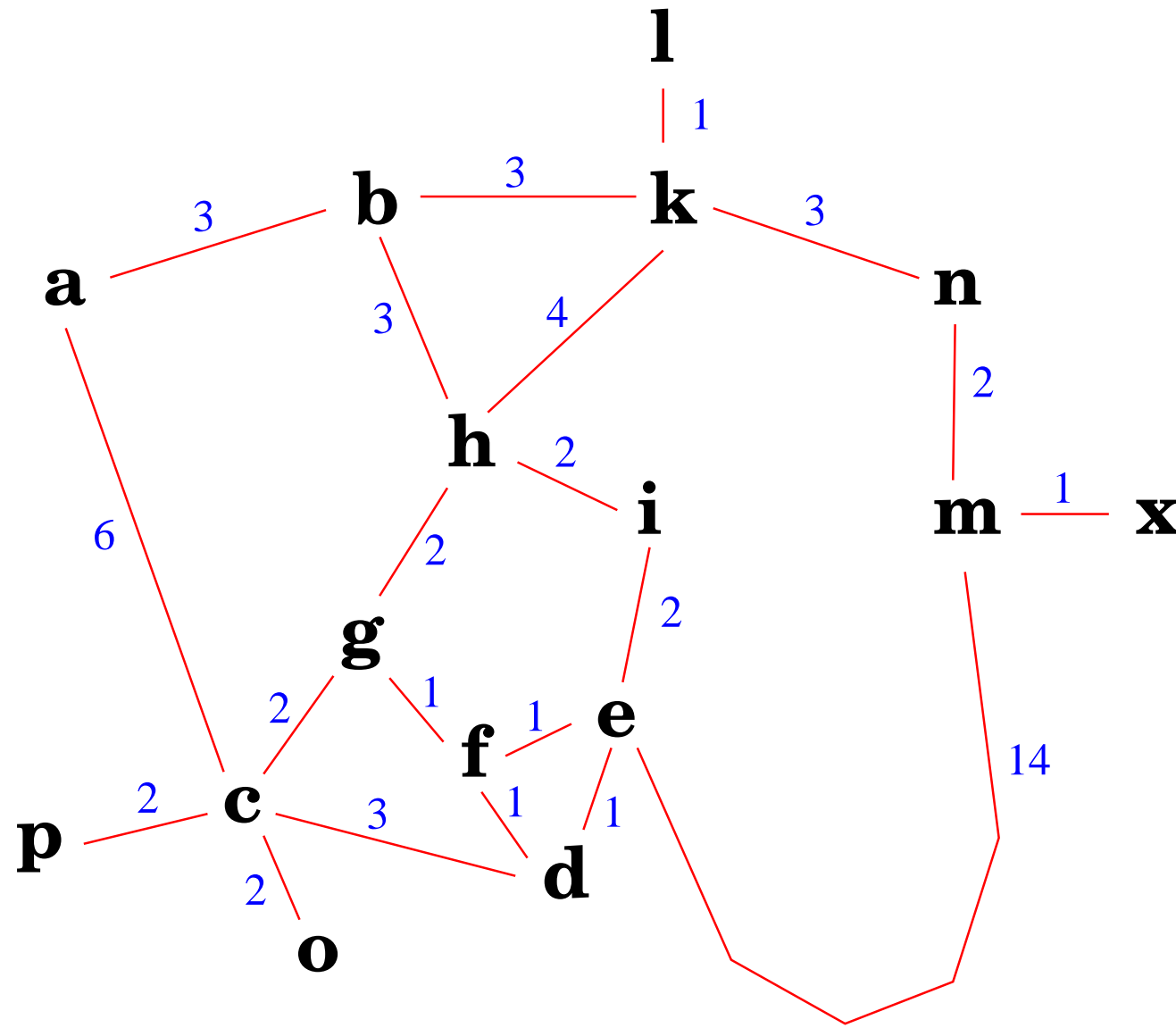
5	4	
6	1	8
7	3	2

Start State

1	2	3
8		4
7	6	5

Goal State

- Encontrar um caminho da cidade “i” até “x”



Algoritmos de Busca

“Cega”

Árvore de busca

- Coloca-se o estado inicial como nodo raiz
- Cada operação sobre o estado raiz gera um novo nodo (chamado de **sucessor**)
- Repete-se este processo para os novos nodos até gerar o nodo que representa o estado meta
- **Estratégia** de busca: que nodo escolher para expandir
- Exemplo: (fazer as árvores para o exemplo do aspirador e do homem no rio)

Estratégias de busca

- Busca em **largura**: o nodo de **menor** profundidade mais a esquerda é escolhido para gerar sucessores
- Busca em **profundidade**: o nodo de **maior** profundidade mais a esquerda é escolhido para gerar sucessores

Algoritmo de busca em **largura**

```
function BL(Estado inicial): Nodo  
  Fila abertos  
  abertos.add(new Nodo(inicial))  
  while abertos.size() > 0 do  
    Nodo n  $\leftarrow$  abertos.removeFirst()  
    if n.getEstado().éMeta() then  
      return n  
    end if  
    abertos.append(n.sucessores())  
  end while  
  return null
```

Critérios de comparação entre os algoritmos

- **Completo**: o algoritmo encontra a solução se ela existir
- **Ótimo**: o algoritmo encontra a solução de menor custo
- **Tempo**: quanto tempo o algoritmo leva para encontrar a solução no pior caso
- **Espaço**: quanto de memória o algoritmo ocupa

Análise do algoritmo BL

- Completo: sim
- Ótimo: sim, para problemas de custo uniforme
- Tempo: explorar $O(b^d)^a$ nodos
 - ★ b = fator de ramificação
 - ★ d = profundidade do estado meta
 - ★ Tempo gasto = $1 + b + b^2 + b^3 + \dots + b^d$
- Espaço: guardar $O(b^d)$ nodos.

^aA notação $O(b^d)$ representa uma ordem de crescimento assintótica. Não representa um valor exato, mas sim um limite superior para o crescimento da função.

Exemplo de complexidade

Prof.	Nodos	Tempo	Memória
0	1	1ms	100 bytes
2	111	0,1 seg	11 Kbytes
4	11.111	11 seg	1 Mbyte
6	10^6	18 min	111 Mbytes
8	10^8	31 horas	11 Gbytes
12	10^{12}	35 anos	111 Tbytes
14	10^{14}	3500 anos	11.111 Tbytes

($b = 10$, 1000 nodos por segundo, 100 bytes por nodo)

Nodos da árvore

- Cada nodo tem
 - ★ o estado que representa
 - ★ o nodo pai
 - ★ o operador que o gerou
 - ★ sua profundidade na árvore de busca
 - ★ o custo de ter sido gerado (denotado por g)
 - ★ opcionalmente, os nodos sucessores

Estratégias de poda da árvore de busca

- Um nodo não gera um sucessor igual a seu pai
- Um nodo não gera um sucessor igual a um de seus ascendentes
- Um nodo não gera um sucessor que já exista na árvore de busca

- Detalhes de implementação:
 - ★ Verificar se um estado já está na árvore pode levar muito tempo
 - * imagine uma árvore com milhares de estados do jogo de xadrez, cada novo estado deve ser comparado com outros milhares de estados!
 - ★ Ter uma tabela **hash** (que tem tempo ótimo de consulta) para saber se determinado nodo existe na árvore

Poda da árvore na biblioteca AIGYMINSPEER:

```
# Sem poda
algorithm = BuscaLargura()
result = algorithm.search(state)

# Não permite criar um filho igual ao pai
algorithm = BuscaLargura()
result = algorithm.search(
    state, pruning='father-son')

# Não cria um nodo que já existe na árvore
algorithm = BuscaLargura()
result = algorithm.search(
    state, pruning='general')
```

Algoritmo de busca em **profundidade**

```
function BP(Estado inicial, int m): Nodo
  Pilha abertos
  abertos.add(new Nodo(inicial))
  while abertos.size() > 0 do
    Nodo n ← abertos.removeTopo()
    if n.getEstado().éMeta() then
      return n
    end if
    if n.getProfundidade() < m then
      abertos.insert(n.sucessores())
    end if
  end while
  return null
```

Análise do algoritmo BP

- Completo: não (caso a meta esteja em profundidade maior que m)

Se $m = \infty$, é completo se o espaço de estados é finito e existe poda para não haver loops entre as operações

- Ótimo: não
- Tempo: explorar $O(b^m)$ nodos (ruim se m é muito maior que d)
- Espaço: guardar $O(bm)$ nodos. (em profundidade 12, ocupa 12 Kbytes!)

Algoritmo de busca em profundidade iterativo

```
function BPI(Estado inicial): Nodo  
  int  $p \leftarrow 1$   
  loop  
    Nodo  $n \leftarrow \text{BP}(\textit{inicial}, p)$   
    if  $n \neq \text{null}$  then  
      return  $n$   
    end if  
     $p \leftarrow p + 1$   
  end loop
```

Análise do algoritmo BPI

- Completo: sim
- Ótimo: sim, se todas as ações tem o mesmo custo
- Tempo: explorar $O(b^d)$ nodos
- Espaço: guardar $O(bd)$ nodos.

Algoritmo de busca de **custo uniforme**

```
function BCU(Estado inicial): Nodo
Set abertos ordenados por custo
abertos.add(new Nodo(inicial))
while abertos.size() > 0 do
    Nodo n  $\leftarrow$  abertos.removeFirst()
    if n.getEstado().éMeta() then
        return n
    end if
    abertos.append(n.sucessores())
end while
return null
```

Algoritmo de busca de **custo uniforme**

- Expande nós de acordo com o custo.
- Se $\text{custo} = \text{profundidade do nó}$ então temos uma busca em largura.

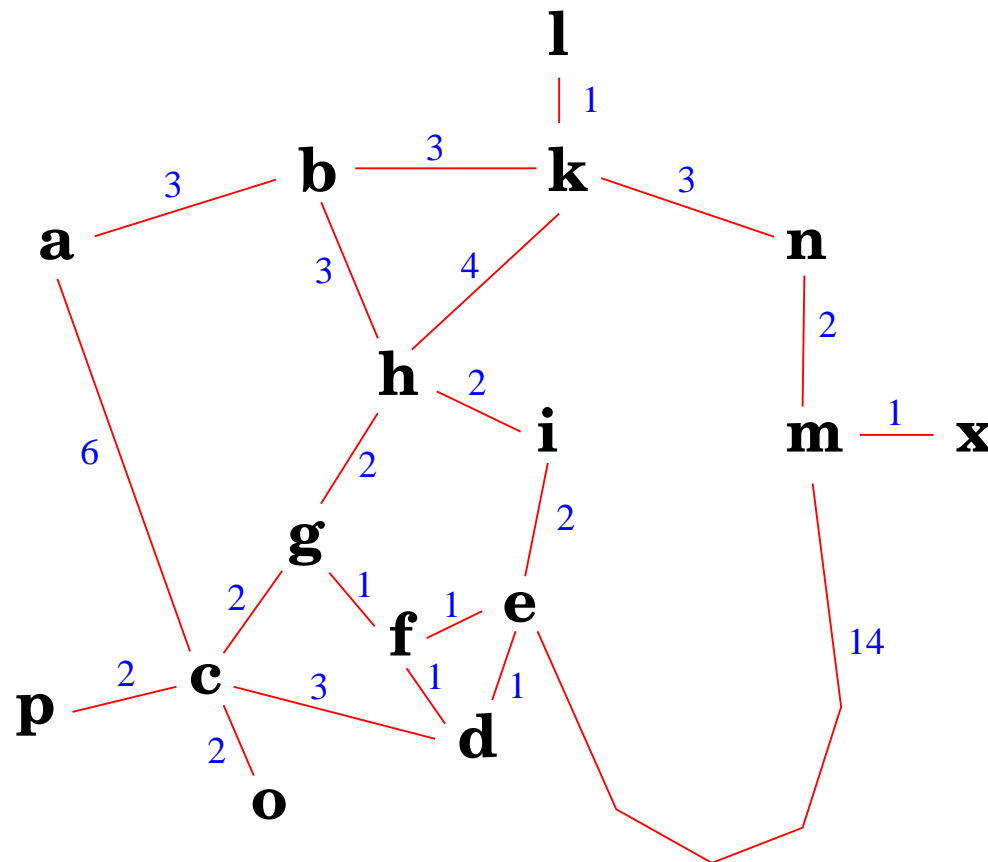
Resumo

	BL	BP	BPI	BCU
Completo	sim	não	sim	sim
Ótimo	sim	não	sim	sim
Tempo	$O(b^d)$	$O(b^m)$	$O(b^d)$	$O(b^d)$
Espaço	$O(b^d)$	$O(bm)$	$O(bd)$	$O(b^d)$

Algoritmos de Busca

“Inteligente”

Exemplo: ir de “h” para “o” (com BL)



A árvore de busca gerada é “inteligente”?

Heurística

- Heurística: **Estimativa** de custo até a meta.
(denotado pela função $h : Estados \rightarrow Reais$)
- No exemplo das cidades, poderia ser a distância em linha reta.
- Algoritmo de **busca gananciosa**: retira de abertos sempre o nodo com menor estimativa de custo (menor h).
 - ★ Refazer a busca de um caminho entre “h” e “o”.
 - ★ Refazer a busca de um caminho entre “i” e “x”.
 - ★ **Fazer a tabela de h para os dois casos.**

- ★ Refazer a busca de um caminho entre “h” e “o”.
ótimo!
- ★ Refazer a busca de um caminho entre “i” e “x”.
não ótimo!

Busca A^*

- **Idéia:** Evitar expandir caminhos que **já** estão muito caros mas também considerar os que têm menor expectativa de custo.
- Utilizar na escolha de um nodo da lista de abertos
 - ★ tanto a estimativa de custo de um nodo ($h(n)$)
 - ★ quanto o custo acumulado para chegar no nodo ($g(n)$)
$$f(n) = g(n) + h(n)$$
- Refazer a busca de um caminho entre “i” e “x” utilizando f .

Algoritmo de busca A*

```
function BA*(Estado inicial): Nodo
  PriorityList(f) abertos {lista ordenada por f}
  abertos.add(new Nodo(inicial))
  while abertos.size() > 0 do
    Nodo n  $\leftarrow$  abertos.removeFirst()
    if n.getEstado().éMeta() then
      return n
    end if
    abertos.append(n.sucessores())
  end while
  return null
```

Propriedades da função h

- Supondo que o valor de h , no exemplo das cidades, é dado por $10 \times$ a distância em linha reta.
- O algoritmo A^* ainda é ótimo?
- $h(n)$: estimativa de custo de n até a meta
- $h^*(n)$: custo real de n até a meta
- Se $h(n) \leq h^*(n)$, então h é **admissível**.
- Se h é admissível, o algoritmo A^* é ótimo!

Análise do algoritmo A*

- Completo: **sim**
- Ótimo: **sim** (se h é admissível)
- Tempo: explorar $O(b^d)$ nodos no pior caso (quando a heurística é “do contra”)
- Espaço: guardar $O(b^d)$ nodos no pior caso.

Exercício

- Determine uma heurística para o problema 8-Puzzle e verifique se é admissível.

5	4	
6	1	8
7	3	2

Start State

1	2	3
8		4
7	6	5

Goal State

- ★ h_1 : número de peças fora do lugar
- ★ h_2 : distância de cada peça de seu lugar
- ★ h_3 : peças fora da formação de caracol

Material de **consulta**

- Capítulos 3 e 4 do livro do Russell & Norvig