Завдання 3

Микола Коломієць

13 лютого 2024 р.

Розв'язання

Завдання 1

Дослідити послідовності на слабку збіжність.

1.1)$x^{(n)} = (\underbrace{0, 0, \ldots, 0}_{n-1}, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \ldots), E = l_p, 1 < p < \infty$

$$\forall f \in E^*, \exists a \in l_q : f(x) = \sum_{k=1}^{\infty} a^k x^k$$

$$\text{Тоді } f(x_n) = \sum_{k=n}^{\infty} \frac{a_k^q}{(k-n+1)^q}, \sqrt[q]{\sum_{k=1}^{\infty} a_k^q} < \infty \Rightarrow a_k \to 0, q > 1$$

$$\sum_{k=n-1}^{\infty} \frac{a_k^q}{(k-n+1)^q} < \sum_{k=n-1}^{\infty} \frac{1}{(k-n+1)^d}, d > 1 \Rightarrow f(x_n) \to f(0) = 0$$

1.2)$x^{(n)} = (\underbrace{0, 0, \ldots, 0}_{n-1}, \frac{1}{n}, \frac{1}{n+1}, \frac{1}{n+2}, \frac{1}{n+3}, \ldots), E = l_p, 1 < p < \infty$

$$\forall f \in E^* f(x_n) < f(x_n^*) \Rightarrow f(x_n) \to 0$$

Де x_n^* з минулого номера

1.3)$x^{(n)} = t^n, E = L_p([0,1]), 1 \le p < \infty$

1.4)$x^{(n)} = \sqrt{n}\chi_{[0,\frac{1}{n}]}, E = L_p([0,1]), 1 \le p \le \infty$