

Домашнє завдання з заняття 4
Вкладення банахового простору у другий спряжений простір

Розібратися з концепціями з [2]. Вкладення банахового простору у другий спряжений простір: стор. 218–219, Гільбертові оснащення: стор. 462–464.

1. Нехай $G = \{x \in C([0, 1]) : x(0) = 0\}$. Побудувати лінійний неперервний функціонал на $C([0, 1])$ який дорівнює нулю на G і набуває значення 2 на функції $x_0(t) = t + 1$, $t \in [0, 1]$.

2. Довести, що існує ненульовий функціонал $F \in (L_\infty([-1, 1]))^*$ такий, що

$$F(x) = x(0), \text{ при } x \in C([-1, 1]).$$

3. Чи правильно, що у ЛНП X елементи x та y є рівними, якщо рівність $f(x) = f(y)$ має місце для всіх $f \in X^*$?

4. Чи правильно, що рефлексивний ЛНП є банаховим?

5.* Довести, що підпростір рефлексивного простору рефлексивний.

6.* Довести, що банахів простір X рефлексивний тоді й лише тоді, коли рефлексивним є спряжений до нього простір X^* .

Що можна почитати?

[1] А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин *Элементы теории функций функционального анализа*. С.190–192.

[2] Ю.М. Березанський, Г.Ф. Ус, З.Г. Шефтель *Функциональный анализ*, С. 218–219, 462–464.