

Завдання 9

Микола Коломієць

10 квітня 2024 р.

Знайти похідні таких (узагальнених) функцій:

1. $D^n |t| \sin t$, для $n = 1, 2, 3$

$$\begin{aligned}
 n = 1 : D|t| \sin t &= - \int_{\mathbb{R}} |t| \sin(t) \varphi(t) dt = - \int_0^{\infty} t \sin(t) \varphi(t) dt + \int_{-\infty}^0 t \sin(t) \varphi(t) dt = \\
 &= -(t \sin(t) \varphi(t))|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \varphi(t)(t \cos(t) + \sin(t)) dt + t \sin(t) \varphi(t)|_{-\infty}^0 - \int_{-\infty}^0 \varphi(t)(t \cos(t) + \sin(t)) dt = \\
 &= \int_0^{\infty} \varphi(t)(t \cos(t) + \sin(t)) dt - \int_{-\infty}^0 \varphi(t)(t \cos(t) + \sin(t)) dt = \\
 &= \int_{\mathbb{R}} \varphi(t)(t \cos(t) + \sin(t)) dt \Rightarrow D|t| \sin t = t \cos(t) + \sin(t)
 \end{aligned}$$

2. $D \ln |t|$

3. $D \mathcal{P}^{\frac{1}{t}}$

4. $D^n \operatorname{sign} t$

5. $D^n |t|$

6. $D^n [t]$

7. Довести рівність:

$$D^2 |\sin t| + |\sin t| = 2 \sum_{k \in \mathbb{Z}} \delta_{k\pi}$$