

課題 DSP2-3-1

	2019 年	7 月	2 日
クラス	5J	番号	4

[確認問題 1-2]

$3 \times 3$  の行列の固有値・固有ベクトルを求めてみる。

$$\det \begin{pmatrix} 2-\lambda & 1 & 3 \\ 1 & 2-\lambda & 3 \\ 3 & 3 & 20-\lambda \end{pmatrix} = -\lambda^3 + 24\lambda^2 - 65\lambda + 42 = (\lambda - 1)(-\lambda^2 + 23\lambda - 42) = 0$$

$$\lambda(1) = 1, \lambda(2) = 2, \lambda(3) = 21$$

$\lambda(1) = 1$ :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 19 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} x_1 + y_1 + 3z_1 = 0 \\ x_1 + y_1 + 3z_1 = 0 \\ 3x_1 + 3y_1 + 19z_1 = 0 \end{matrix}, \quad z_1 = 0, x_1 = -y_1, v_N(1) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\lambda(2) = 2$ :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 18 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} 0x_2 + y_2 + 3z_2 = 0 & y_2 + 3z_2 = 0 \\ x_2 + 0y_2 + 3z_2 = 0 & x_2 + 3z_2 = 0, x_2 = y_2 = -3z_2, v_N(2) = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \\ 3x_2 + 3y_2 + 18z_2 = 0 \end{matrix}$$

$\lambda(3) = 21$ :

$$\begin{pmatrix} -19 & 1 & 3 \\ 1 & -19 & 3 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} -19x_3 + y_3 + 3z_3 = 0 \\ x_3 - 19y_3 + 3z_3 = 0, & x_3 = y_3, & 6x_3 = 6y_3 = z_3, v_N(3) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} \\ 3x_3 + 3y_3 - z_3 = 0 & z_3 = 3x_3 + 3y_3 \end{matrix}$$