Tensores (Qué y para qué)

Los modelos introducidos por la teoría de la elasticidad para el tratamiento de las tensiones y deformaciones están escritos en el lenguaje de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales y surgen de principios básicos de la mecánica del continuo, habitualmente escritos en el lenguaje de los tensores. La posibilidad de leer en ese idioma, que es el objeto de este curso, habilita a la formulación de problemas de ingeniería no restringidos a las hipótesis clásicas, como por ejemplo las aplicaciones en materiales anisótropos.

Con esos objetivos en vista, este curso consiste en una introducción al álgebra tensorial básica y a los rudimentos del análisis tensorial. La definición misma de tensor es muy sencilla pero requiere el uso de unos pocos elementos de álgebra multilineal, herramienta a la que se destina un primer tercio del curso. Históricamente el concepto de tensor se presentaba (siglo XIX) en forma bastante esotérica y mediante "definiciones" casi metafísicas, inaceptables en cualquier texto científico, pero que todavía se encuentran en algunas reediciones de textos antiguos. En los comienzos del siglo XX ya se tenía una definición muy clara de este concepto.

El segundo tercio del curso está destinado a las operaciones algebraicas y propiedades básicas de los tensores, destinando una buena parte a los tensores cartesianos, de uso extendido en las aplicaciones a la ingeniería y en especial a la teoría de la elasticidad.

Por abuso de lenguaje se suele utilizar la palabra tensor para designar, en realidad, a un campo tensorial. Una definición rigurosa de campo tensorial, con la cual comienza el análisis tensorial, requiere un desarrollo matemático que excede enormemente los alcances de este curso. Para las aplicaciones que se tienen en vista, alcanza con considerar campos tensoriales en dominios abiertos de los espacios euclídeos y esto es lo que se presenta en la última parte del curso, junto con algunas operaciones típicas del análisis tensorial como por ejemplo la derivación covariante.

Por último, una cuestión histórica que debe tenerse presente. La aparición de las coordenadas (siglo XVI) es uno de los hitos más importantes en la historia de la ciencia (y por lo tanto de la Humanidad). A partir de entonces y hasta la actualidad, la relación entre el álgebra y la geometría fue creciendo incesantemente y posibilitando el surgimiento de la geometría analítica, el análisis matemático, la geometría diferencial y la geometría algebraica, entre otras disciplinas. Pero, por otra parte, las leyes físicas son de carácter esencialmente geométrico y por lo tanto requieren formulaciones que no dependan de los sistemas de coordenadas utilizados. En esta razón, de fundamental importancia para la ciencia, reside la importancia del análisis tensorial en las aplicaciones físicas, desde la mecánica clásica hasta la relatividad general.

ÁLGEBRA TENSORIAL PARA INGENIERÍA

Curso cuatrimestral de 11 semanas x 3 horas semanales = 33 horas

Asignaturas correlativas: Análisis Matemático II y Álgebra II.

UNIDAD I: Repaso de álgebra lineal y geometría euclídea. Los grupos ortogonales. Matrices reales simétricas. Formas cuadráticas reales. Formas lineales y espacios duales.

UNIDAD II: *Formas multilineales y definición de tensor*. Componentes tensoriales y cambios de coordenadas. Álgebra tensorial. Tensores cartesianos. Tensores simétricos. Tensores antisimétricos. Símbolos de Levi-Civita. Tensores de segundo orden. Invariantes.

UNIDAD III: *Aplicaciones de los tensores cartesianos a la elasticidad*. El tensor de inercia. Tensor de deformación. Tensor de tensiones. Tensor elástico. Ecuaciones fundamentales de los medios elásticos.

UNIDAD IV: *Tensores en general*. Álgebra tensorial. Coordenadas curvilíneas. Vectores covariantes y vectores contravariantes. Tensores en general. Operaciones básicas. Invariantes.

BIBLIOGRAFÍA:

1. *Vectores y tensores (con sus aplicaciones).* Luis A. Santaló. Eudeba.

2. *Theory of Elasticity.* Landau, L. D. , Lifshitz, E. M. Pergamon Press (1959)

3. *Análisis tensorial. Teoría y aplicaciones a la geometría y mecánica de los medios continuos.* I. S. Sokolnikoff. Ed. Limusa.

4. *Multilinear algebra. 2d Edition.* Werner Greub. Springer-Verlag.

5. *Elasticity. Theory, Applications and Numerics.* Martin H. Sadd. Elsevier.

CRONOGRAMA 2C 2013

Miércoles 08:00 a 11:00

1	Miércoles 28/08	(Repaso) Espacios vectoriales. Subespacios. Bases. Dimensión. Sistemas de coordenadas.
2	Miércoles 04/09	(Repaso) Transformaciones lineales. Matrices. Productos cartesianos. Sumas directas.
3	Miércoles 11/09	Formas lineales y espacios duales. Doble dualidad. Formas bilineales.
4	Miércoles 18/09	Espacios euclídeos. Geometría básica. Matrices ortogonales. Matrices reales simétricas.
5	Miércoles 25/09	Formas multilineales. Tensores. Componentes tensoriales y cambios de coordenadas.
6	Miércoles 02/10	Álgebra tensorial básica. Tensores cartesianos. Tensores simétricos. Tensores de 2º orden
7	Miércoles 09/10	Tensores antisimétricos. Símbolos de Levi Civita. Determinantes. Invariantes.
8	Miércoles 16/10	Aplicaciones: Tensores de inercia, de deformaciones, de tensiones y tensor elástico. *
9	Miércoles 23/10	Ecuaciones fundamentales de los medios elásticos. *
10	Miércoles 30/10	Campos tensoriales y breve introducción al análisis tensorial.
11	Miércoles 06/11	Parcial
		Recuperatorio/s. Final/les.