

SOLUCIÓN TAREA SAA01

APARTADO 1

Problema:

En un determinado grupo poblacional, la probabilidad de tener cancer es del 0,02%. Por otro lado, existe una prueba para detectarlo que no siempre es precisa. En caso de tener cancer, arroja un resultado positivo el 85% de las veces, y en caso de no tener cancer, arroja un resultado negativo el 95% de las veces. Calcular la probabilidad de que se tenga cancer si la prueba da positiva.

Razonamiento explicativo:

Las pruebas de diagnóstico médico no son perfectas; Tienen error. Algunas veces un paciente tendrá cáncer, pero la prueba no lo detectará. Esta capacidad de la prueba para detectar el cáncer se conoce como la sensibilidad o la verdadera tasa positiva.

En este caso, la prueba tiene una verdadera tasa positiva o sensibilidad del 85%. Es decir, de todas las personas que tienen cáncer y se hacen pruebas, el 85% de ellas obtendrá un resultado positivo de la prueba.

- $P(\text{Prueba} = \text{Positiva} \mid \text{Cáncer} = \text{Verdadero}) = 0,85$

Dada esta información, la intuición nos podría sugerir que hay un 85% de probabilidad de que el paciente tenga cáncer.

Este tipo de error al interpretar las probabilidades es tan común que tiene su propio nombre; se conoce como la falacia de la tasa base .

Tiene este nombre porque el error al estimar la probabilidad de un evento es causado por ignorar la tasa base. Es decir, ignorar la probabilidad de tener cáncer, independientemente de la prueba de diagnóstico.

En este caso, la probabilidad de cáncer es baja 0.02 %.

- $P(\text{Cáncer} = \text{Verdadero}) = 0.02\%$.

Podemos calcular correctamente la probabilidad de que un paciente tenga cáncer dado un resultado positivo usando el Teorema de Bayes.

- $P(\text{Cáncer} = \text{Verdadero} \mid \text{Prueba} = \text{Positivo}) = P(\text{Prueba} = \text{Positiva} \mid \text{Cáncer} = \text{Verdadero}) * P(\text{Cáncer} = \text{Verdadero}) / P(\text{Prueba} = \text{Positiva})$

Sabemos que la probabilidad de que la prueba sea positiva dado que el paciente tiene cáncer es del 85%, y la tasa base o la probabilidad previa de que un paciente dado tenga cáncer es 0.02%.

Podemos insertar estos valores en:

- $P(\text{Cáncer} = \text{Verdadero} \mid \text{Prueba} = \text{Positiva}) = 0.85 * 0.0002 / P(\text{Prueba} = \text{Positiva})$

No sabemos $P(\text{Prueba} = \text{Positiva})$, pero sí sabemos la probabilidad del complemento de $P(\text{Cáncer} = \text{Verdadero})$, es decir $P(\text{Cáncer} = \text{Falso})$:

- $P(\text{Cáncer} = \text{Falso}) = 1 - P(\text{Cáncer} = \text{Verdadero})$
- $= 1 - 0.0002$
- $= 0.9998$

Por lo tanto, podemos establecer el cálculo de la siguiente manera:

- $P(\text{Cáncer} = \text{Verdadero} \mid \text{Prueba} = \text{Positivo}) = P(\text{Prueba} = \text{Positivo} \mid \text{Cáncer} = \text{Verdadero}) * P(\text{Cáncer} = \text{Verdadero}) / P(\text{Prueba} = \text{Positivo} \mid \text{Cáncer} = \text{Verdadero}) * P(\text{Cáncer} = \text{Verdadero}) + P(\text{Prueba} = \text{Positivo} \mid \text{Cáncer} = \text{Falso}) * P(\text{Cáncer} = \text{Falso})$

Podemos conectar nuestros valores conocidos de la siguiente manera:

- $P(\text{Cáncer} = \text{Verdadero} \mid \text{Prueba} = \text{Positiva}) = 0.85 * 0.0002 / 0.85 * 0.0002 + P(\text{Prueba} = \text{Positiva} \mid \text{Cáncer} = \text{Falso}) * 0.9998$

El resultado negativo ($\text{Prueba} = \text{Negativo}$) cuando el paciente no tiene cáncer ($\text{Cáncer} = \text{Falso}$), llamado índice negativo verdadero o la especificidad es del 95%.

- $P(\text{Prueba} = \text{Negativo} \mid \text{Cáncer} = \text{Falso}) = 0.95$

Utilizando esto, podemos calcular la tasa de falsos positivos o falsas alarmas como el complemento de la tasa negativa verdadera.

- $P(\text{Prueba} = \text{Positiva} \mid \text{Cáncer} = \text{Falso}) = 1 - P(\text{Prueba} = \text{Negativa} \mid \text{Cáncer} = \text{Falso})$
- $= 1 - 0.95$
- $= 0.05$

Podemos conectar esta tasa de falsas alarmas en nuestro Bayes Teorema de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} P(\text{Cáncer} = \text{Verdadero} \mid \text{Prueba} = \text{Positivo}) &= 0.85 * 0.0002 / 0.85 * 0.0002 + 0.05 * 0.9998 \\ &= 0.00017 / 0.00017 + 0.04999 \\ &= 0.00017 / 0.05016 \\ &= 0.003389154704944 \end{aligned}$$

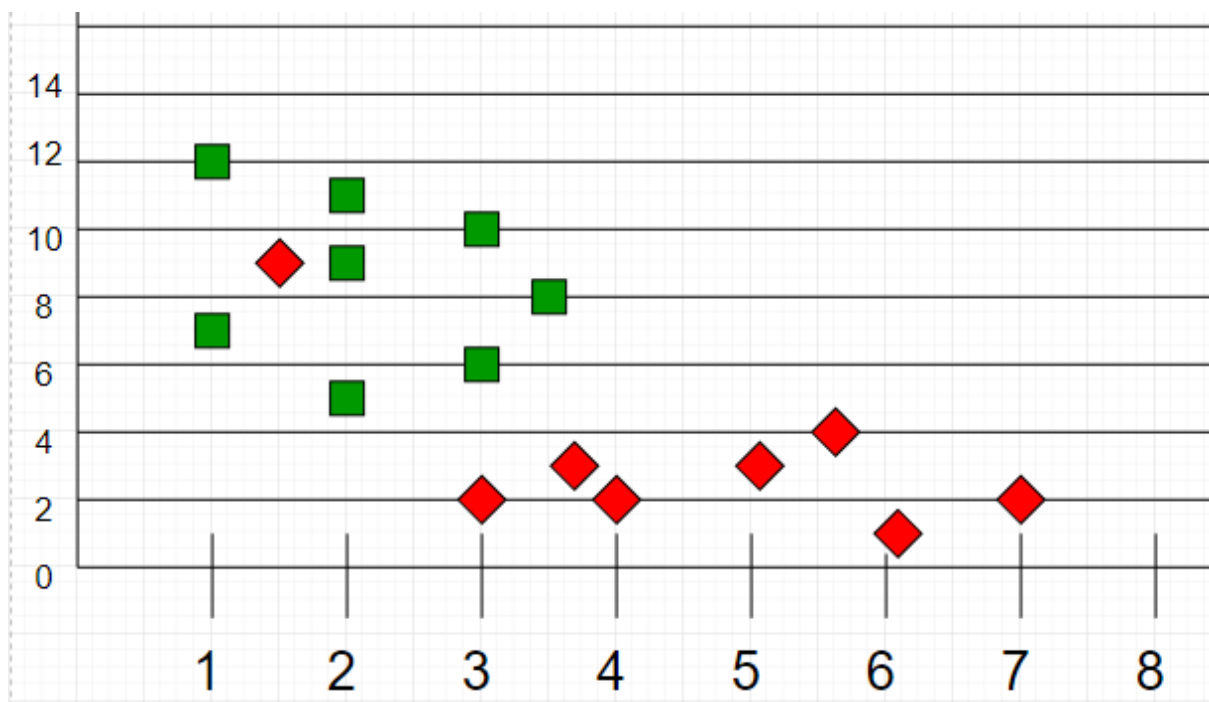
El cálculo correcto sugiere que si se informa al paciente que tiene cáncer con esta prueba, entonces solo hay un 0,33% de posibilidades de que tenga cáncer. ¡Es una prueba de diagnóstico terrible!

Utilizando la calculadora de la web
<https://www.ugr.es/~jsalinas/bayes.htm>

Calculadora de Bayes		
Pr(A1): 0.0002	Pr(B/A1): 0.85	Pr(A1/B)= 0.0034
Pr(A2): 0.9998	Pr(B/A2): 0.05	Pr(A2/B)= 0.9966
Pr(A3): 0.	Pr(B/A3): 0.	
Pr(A4): 0.	Pr(B/A4): 0.	
Calcular Pr(Ai/B)	Calcular Pr(Ai/noB)	

APARTADO 2

Para la distribución de puntos dada:

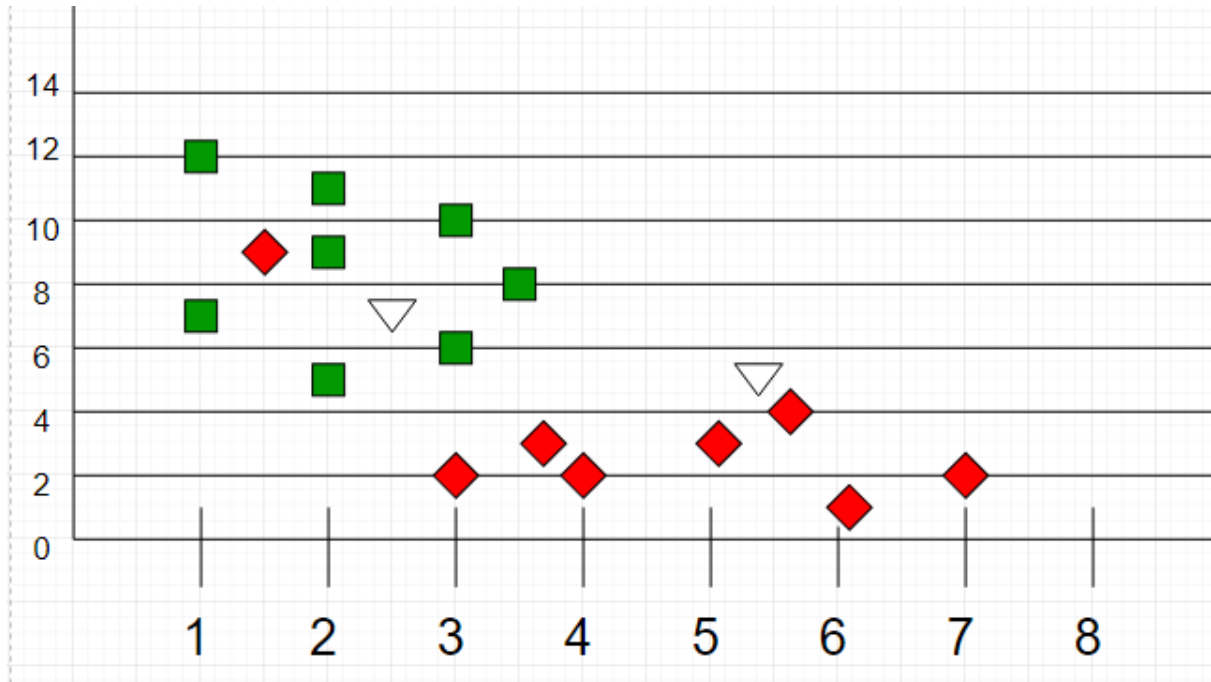


Se pide clasificar los dos nuevos puntos:

(2.5, 7)

(5.5, 4.5)

Si los representamos en la gráfica:



De forma visual ya podemos deducir que con un $K=3$, el primero será clasificado como verde y el segundo como rojo.

A la pregunta de qué valor de K podría darnos una respuesta ambigua, claramente, sería para $K=16$, pues entrarían todos los puntos, y como hay igual número de puntos verdes que rojos, obtendría un empate.