Nichtlineare Effekte in der linearen Regression

Visualisierung Regression

Jan-Philipp Kolb

Freitag, 20.06.2014

Inhalt

Einführung

Graphiken mit R

Ergebnisse mit LaTeX

Graphische Analyse zur Vorbereitung der Regression

Datenanalyse

Regressionsdiagnostik
- Konstante Varianz
- Normalität

Gliederung

Einführung

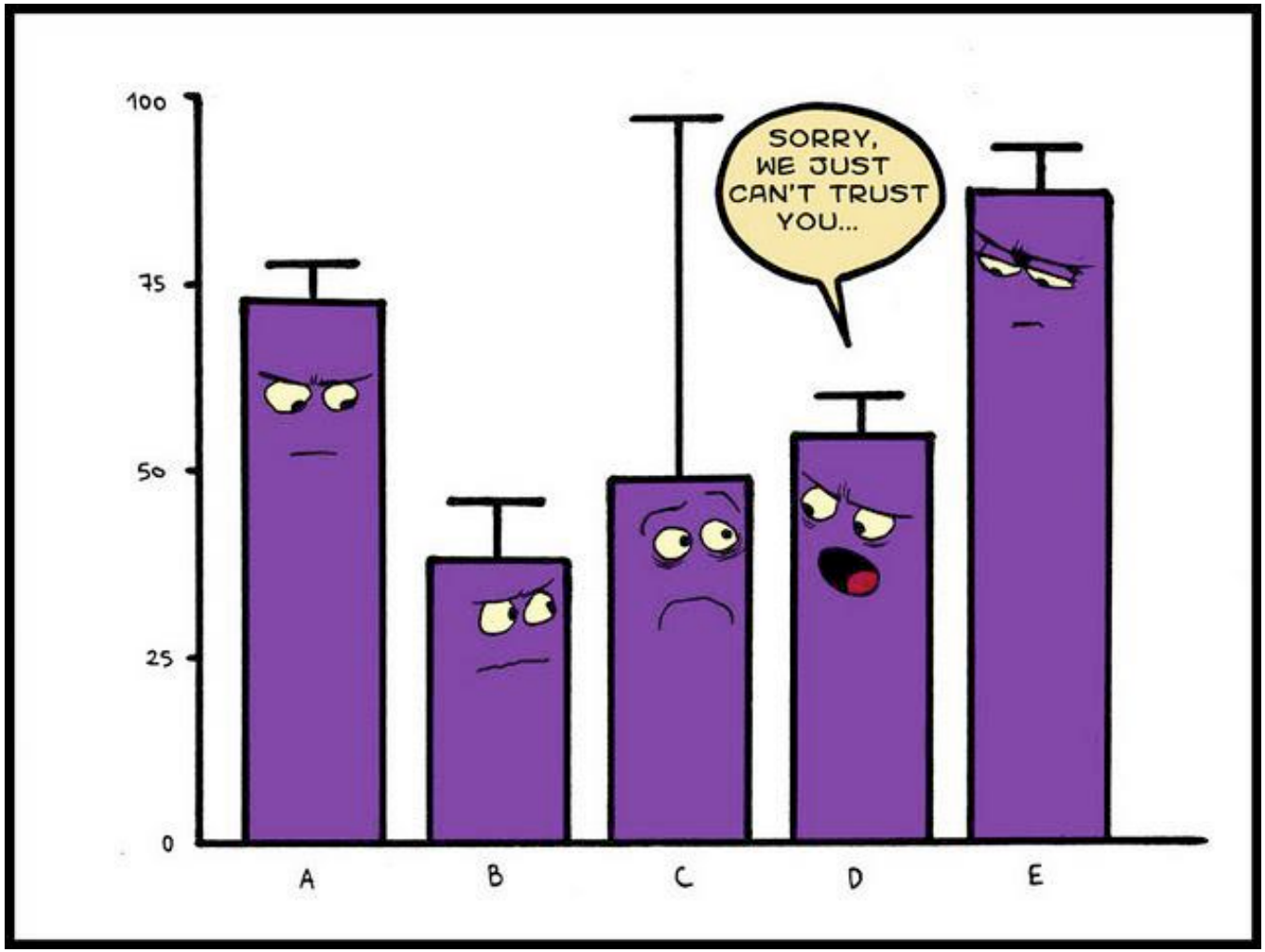
Graphiken mit R

Ergebnisse mit LaTeX

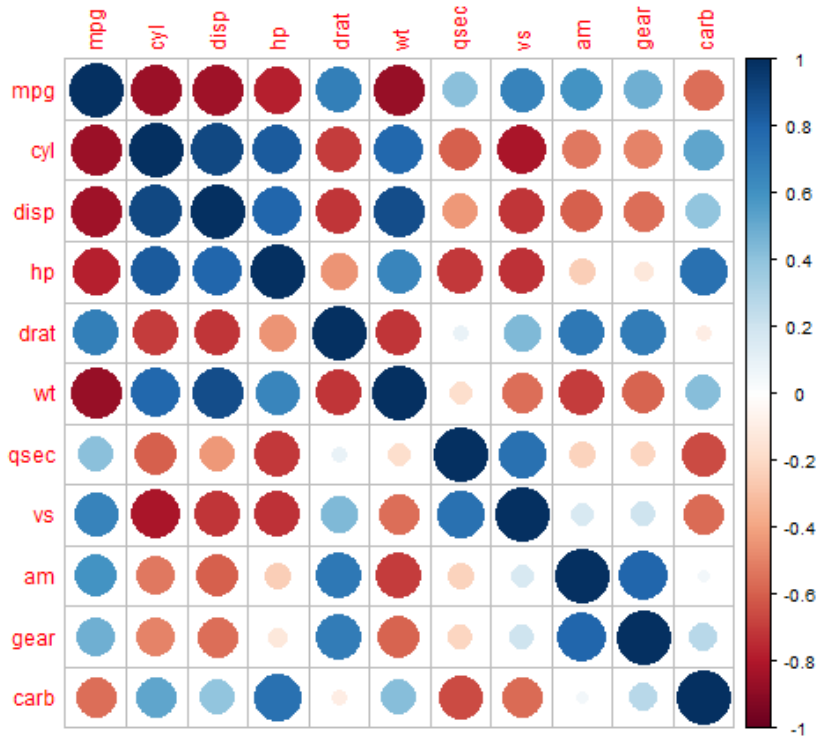
Graphische Analyse zur Vorbereitung der Regression

Datenanalyse

Regressionsdiagnostik


100
75
50
25
0
SORRY, WE JUST CAN'T TRUST YOU...
A
B
C
D
E

Worum geht es in diesem Abschnitt?



- Visualisierung und linearen Regression

Exkurs - R und LaTeX

Table 1: The Importance of Clustering Standard Errors

	M1	M2	M3
(Intercept)	4.35***	4.35***	4.35***
	(1.32)	(0.76)	(1.32)
x	2.26*	2.26***	2.26*
	(1.27)	(0.73)	(1.32)
R^2	0.00	0.00	0.00
Adj. R^2	0.00	0.00	0.00
Num. obs.	1000	3000	3000

$^{***}p < 0.01$, $^{**}p < 0.05$, $^{*}p < 0.1$

Quelle: `http://diffuseprior.wordpress.com/tag/stargazer/`

Das R-Paket xtable

- R bietet tolle Möglichkeiten mit LaTeX zu interagieren
- Zusammen mit word funktioniert das leider weniger gut (höchstens Paket R2wd)

```
N <- 1000

a <-sample(1:5,N,replace=T)
b <-sample(1:3,N,replace=T)

tabAB <- table(a,b)

xtable(tabAB)
```

Das R-Paket stargazer

```
stargazer(attitude)
```

Table :

Statistic	N	Mean	St. Dev.	Min	Max
rating	30	64.633	12.173	40	85
complaints	30	66.600	13.315	37	90
privileges	30	53.133	12.235	30	83
learning	30	56.367	11.737	34	75
raises	30	64.633	10.397	43	88
critical	30	74.767	9.895	49	92
advance	30	42.933	10.289	25	72

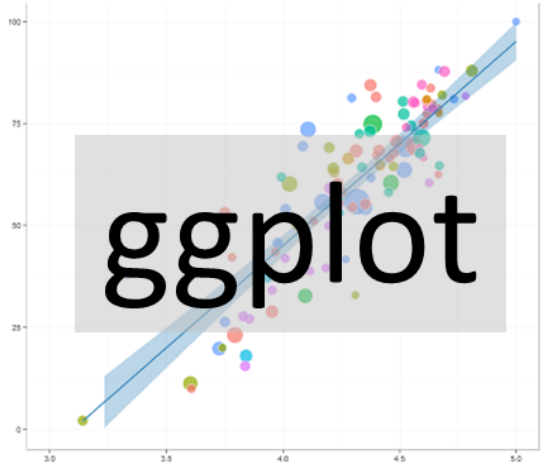
Mehr zu reproducible research mit R

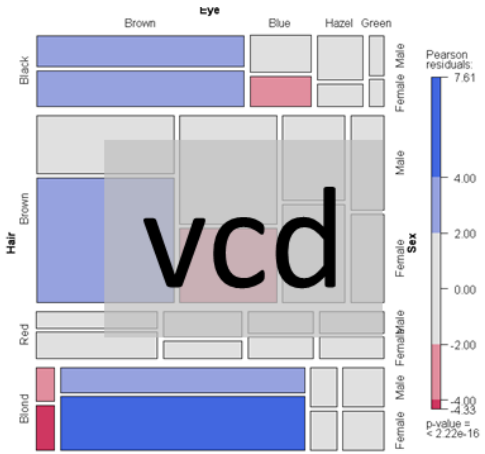
- Das R-Paket `library(texreg)`
- Das R-Paket `library(R2wd)`
- `http://knutur.at/wsmt/slides/long-slides.pdf`
- R Task View zu reproducible research:

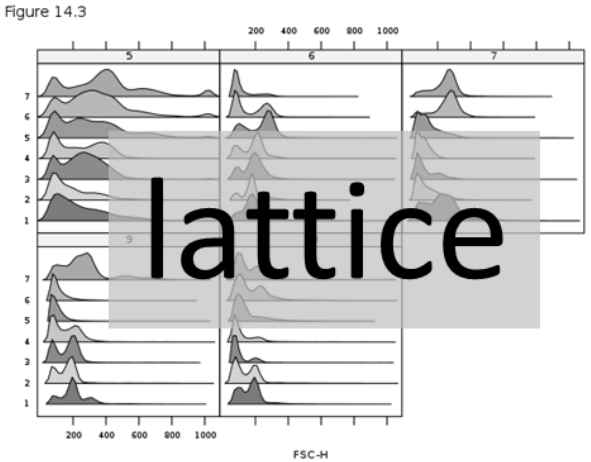
CRAN Task View: Reproducible Research

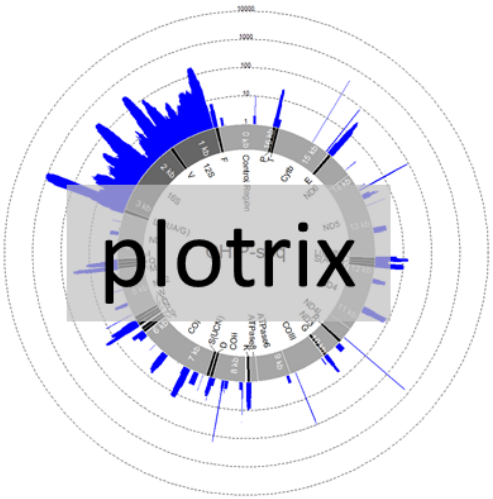
Maintainer: Max Kuhn
Contact: max.kuhn at pfizer.com
Version: 2014-01-20

Pakete - deskriptive Datenanalyse









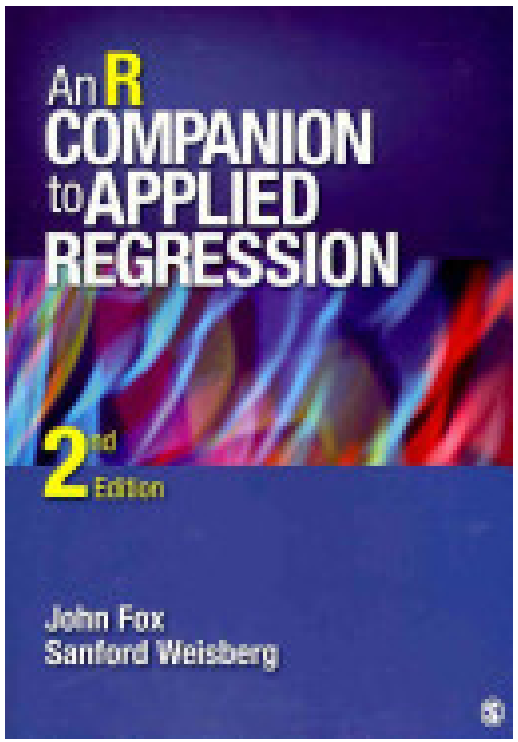
http://cran.r-project.org/web/views/Graphics.html

Vorbereitung einer Regression

Vor jeder Analyse, dollten die Daten auf folgende Punkte untersucht werden:

- Dateneingabe Fehler
- Fehlende Werte
- Ausreißer
- Unübliche (e.g. unsymetrische) Verteilungen
- Veränderungen in der Variabilität
- Cluster-Effekte
- Nicht-linear bivariate Zusammenhänge
- Unerwartete Muster

Der Prestige Datensatz



- Benötigte library: car
- Als Datenmaterial werden die *Prestige* Daten verwendet.
- Zugrunde liegen 102 Beobachtungen.
- Variablen des Datensatzes:
  - **income**
  - **education**
  - **women**
  - **prestige**
  - **census**
  - **type**

Der Prestige Datensatz

```
library(car)
data(Prestige)
attach(Prestige)
```

Prestige {car} R Documentation

Prestige of Canadian Occupations

Description

The `Prestige` data frame has 102 rows and 6 columns. The observations are occupations.

Der Prestige Datensatz

education	Average education of occupational incumbents, years (1971
income	Average income of incumbents, dollars, in 1971.
women	Percentage of incumbents who are women.
prestige	Prestige score for occupation
census	Canadian Census occupational code.
type	Type of occupation. A factor with levels

Eine Beispielsession in R

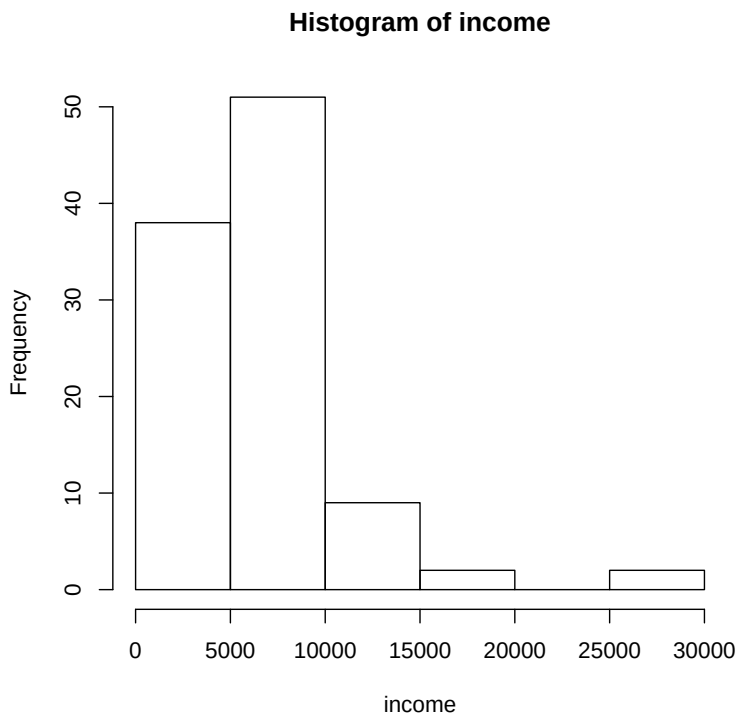
Ausschnitt des Datensatzes:

```
> Prestige
                    education income women prestige census type
GOV.ADMINISTRATORS          13.11  12351 11.16     68.8   1113 prof
GENERAL.MANAGERS            12.26  25879  4.02     69.1   1130 prof
ACCOUNTANTS                 12.77   9271 15.70     63.4   1171 prof
PURCHASING.OFFICERS         11.42   8865  9.11     56.8   1175 prof
CHEMISTS                    14.62   8403 11.68     73.5   2111 prof
PHYSICISTS                  15.64  11030  5.13     77.6   2113 prof
BIOLOGISTS                  15.09   8258 25.65     72.6   2133 prof
...
TAXI.DRIVERS                 7.93   4224  3.59     25.1   9173   bc
LONGSHOREMEN                 8.37   4753  0.00     26.1   9313   bc
TYPESETTERS                 10.00   6462 13.58     42.2   9511   bc
BOOKBINDERS                  8.55   3617 70.87     35.2   9517   bc
>
```

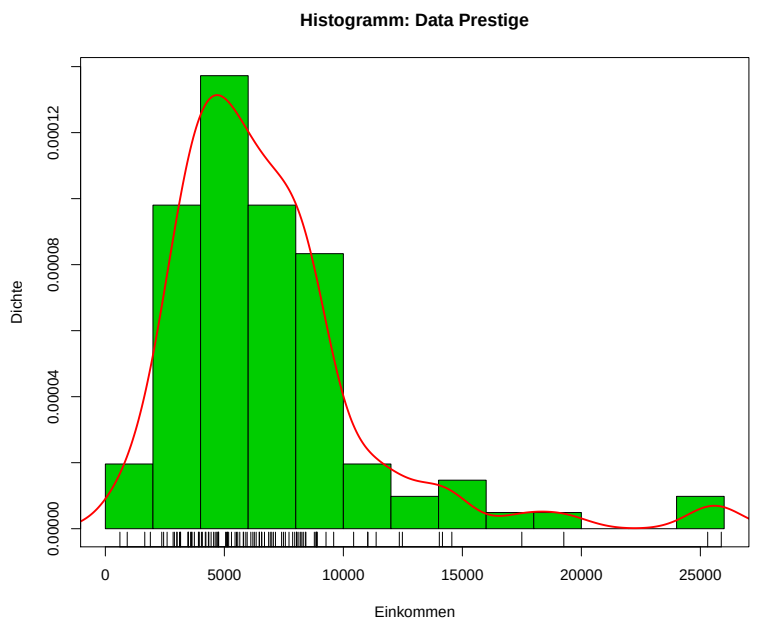
Univariate Datenanalyse

Histogramm der Variable *income*

```
hist(income)
```

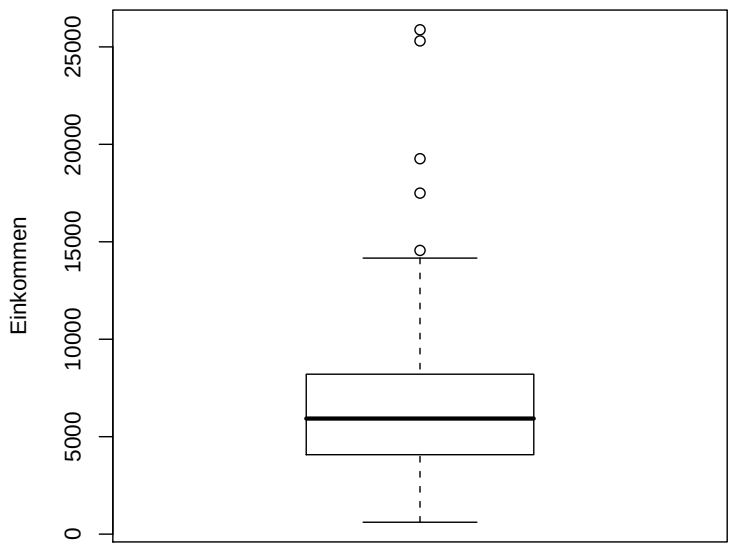


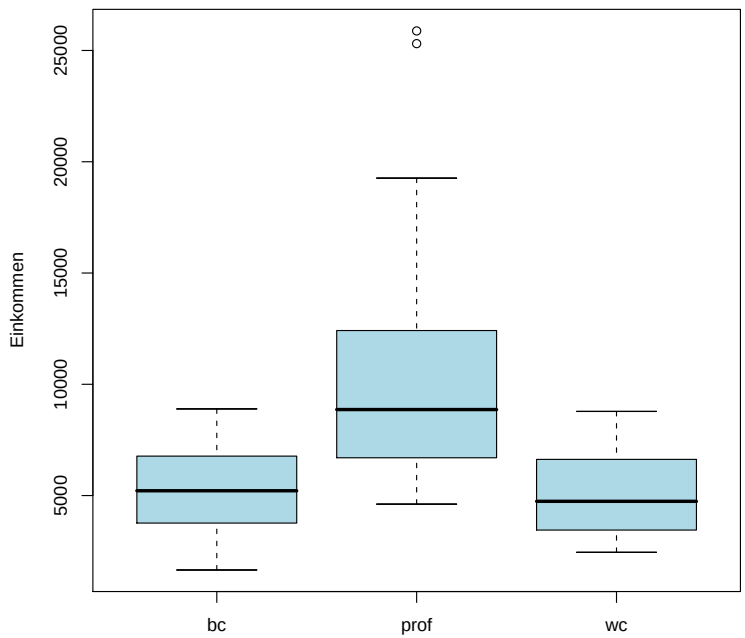

```
hist(income,probability=T)
points(density(income),
type="l",col="red")
```



Univariate Datenanalyse

Boxplot der Variable *income*



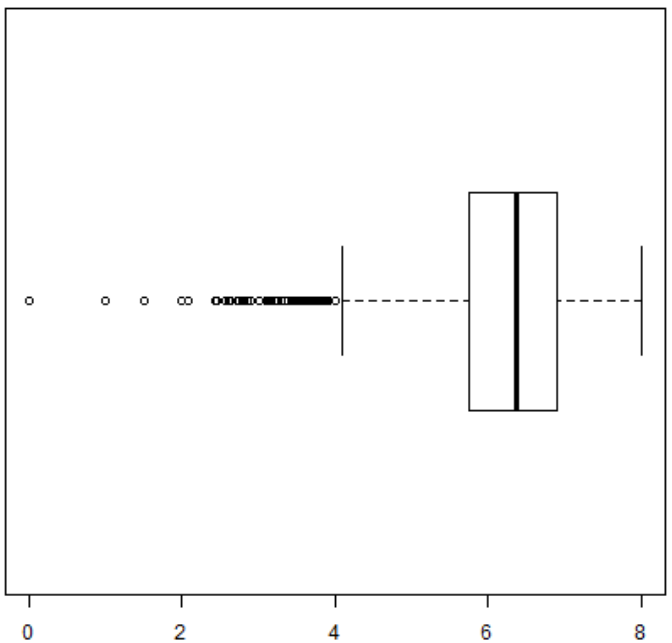


Boxplot

- Einen einfachen Boxplot erstellt man mit `boxplot()`
- Auch `boxplot()` muss mindestens ein Beobachtungsvektor übergeben werden

```
?boxplot

boxplot(Chem97$gcsescore,
horizontal=TRUE)
```



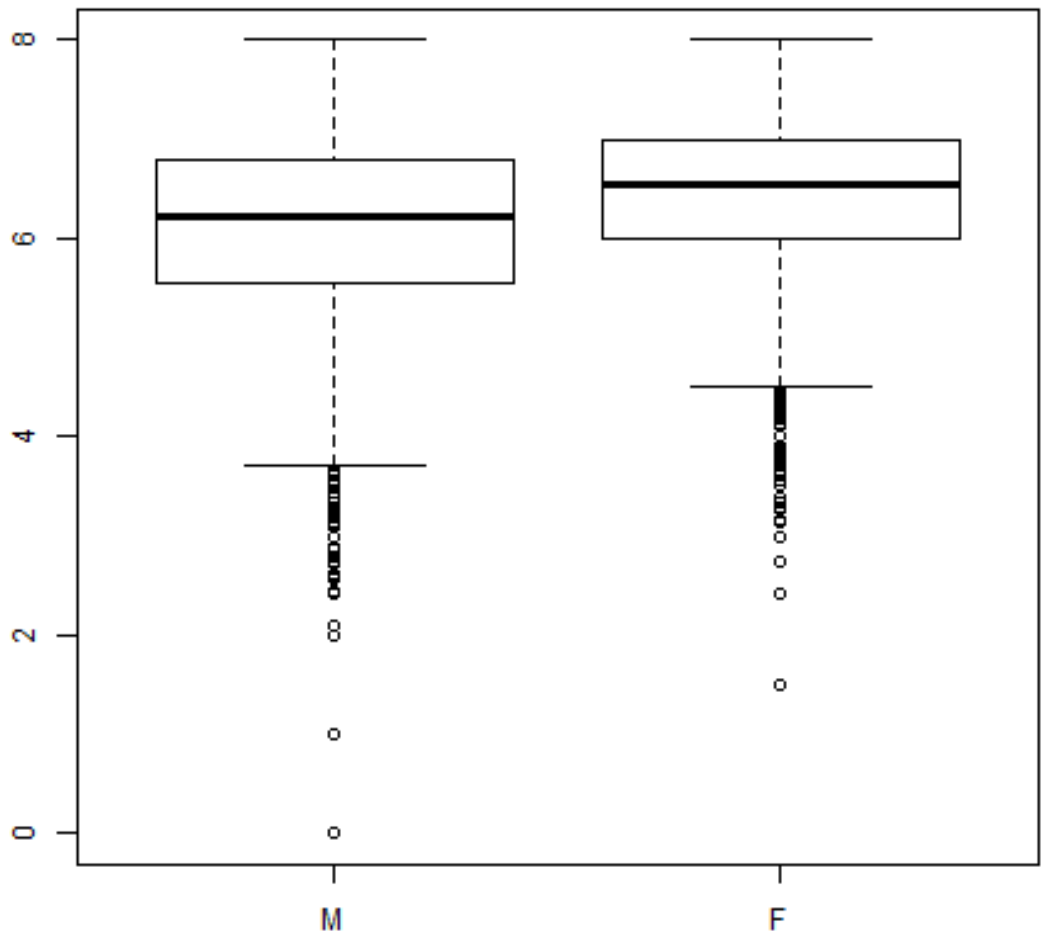
Gruppierte Boxplots

- Ein sehr einfacher Weg, einen ersten Eindruck über bedingte Verteilungen zu bekommen ist über sog. Gruppierte notched Boxplots
- Dazu muss der Funktion `boxplot()` ein sog. Formel-Objekt übergeben werden
- Die bedingende Variable steht dabei auf der rechten Seite einer Tilde

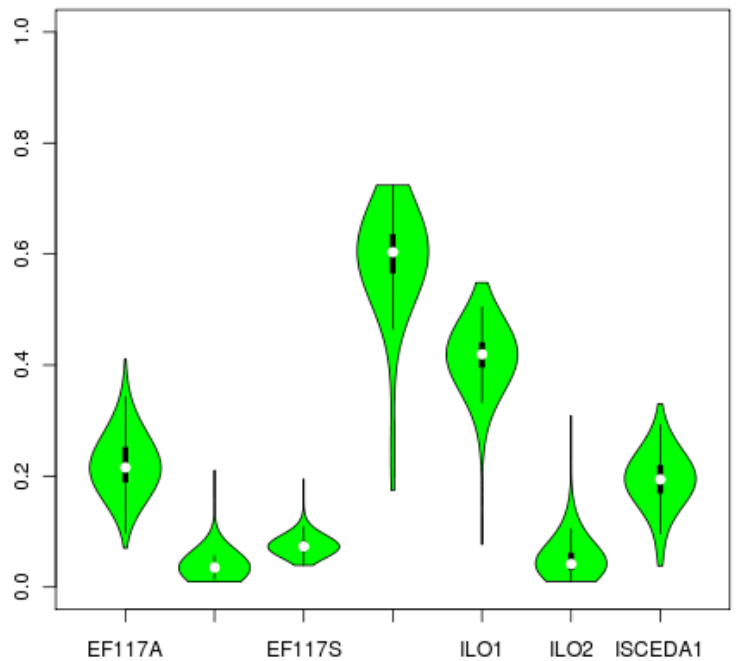
Die Funktion boxplot()

```
boxplot(Chem97$gcsescore~Chem97$gender)
```

Gruppierte Boxplots

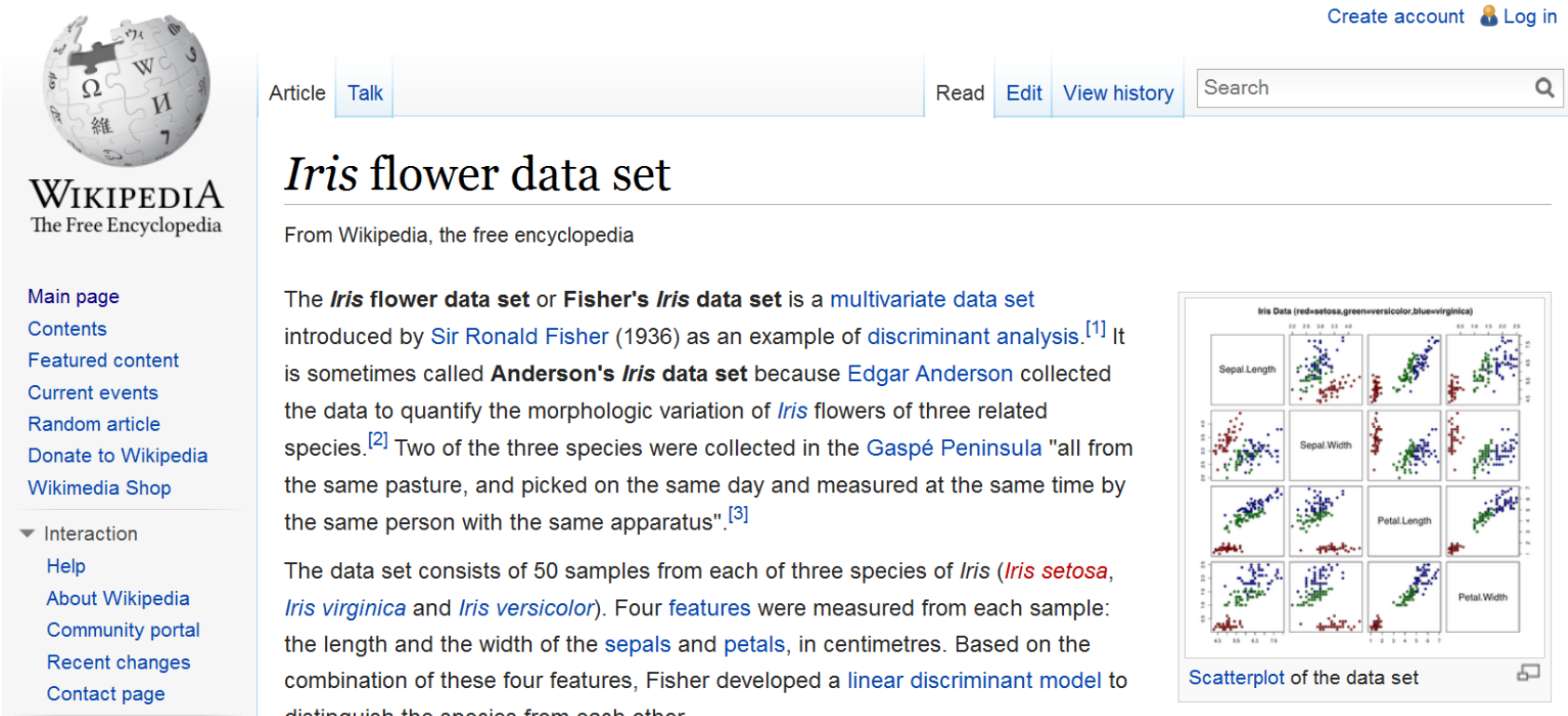


Violinplot - *library(vioplot)*



- Baut auf Boxplot auf
- Zusätzlich Informationen über Dichte der Daten
- Dichte wird über Kernel Methode berechnet.
- weißer Punkt - Median
- Je weiter die Ausdehnung, desto größer ist die Dichte an dieser Stelle.

Edgar Anderson's Iris Daten



Create account Log in

Article Talk Read Edit View history Search

WIKIPEDIA
The Free Encyclopedia

Main page
Contents
Featured content
Current events
Random article
Donate to Wikipedia
Wikimedia Shop

Interaction
Help
About Wikipedia
Community portal
Recent changes
Contact page

Iris flower data set

From Wikipedia, the free encyclopedia

The ***Iris* flower data set** or **Fisher's *Iris* data set** is a multivariate data set introduced by Sir Ronald Fisher (1936) as an example of discriminant analysis.[1] It is sometimes called **Anderson's *Iris* data set** because Edgar Anderson collected the data to quantify the morphologic variation of *Iris* flowers of three related species.[2] Two of the three species were collected in the Gaspé Peninsula "all from the same pasture, and picked on the same day and measured at the same time by the same person with the same apparatus".[3]

The data set consists of 50 samples from each of three species of *Iris* (*Iris setosa*, *Iris virginica* and *Iris versicolor*). Four features were measured from each sample: the length and the width of the sepals and petals, in centimetres. Based on the combination of these four features, Fisher developed a linear discriminant model to distinguish the species from each other.

Scatterplot of the data set

Edgar Anderson's Iris Daten

petal length and width	Blütenblatt Länge und Breite
sepal length and width	Kelchblatt Länge und Breite

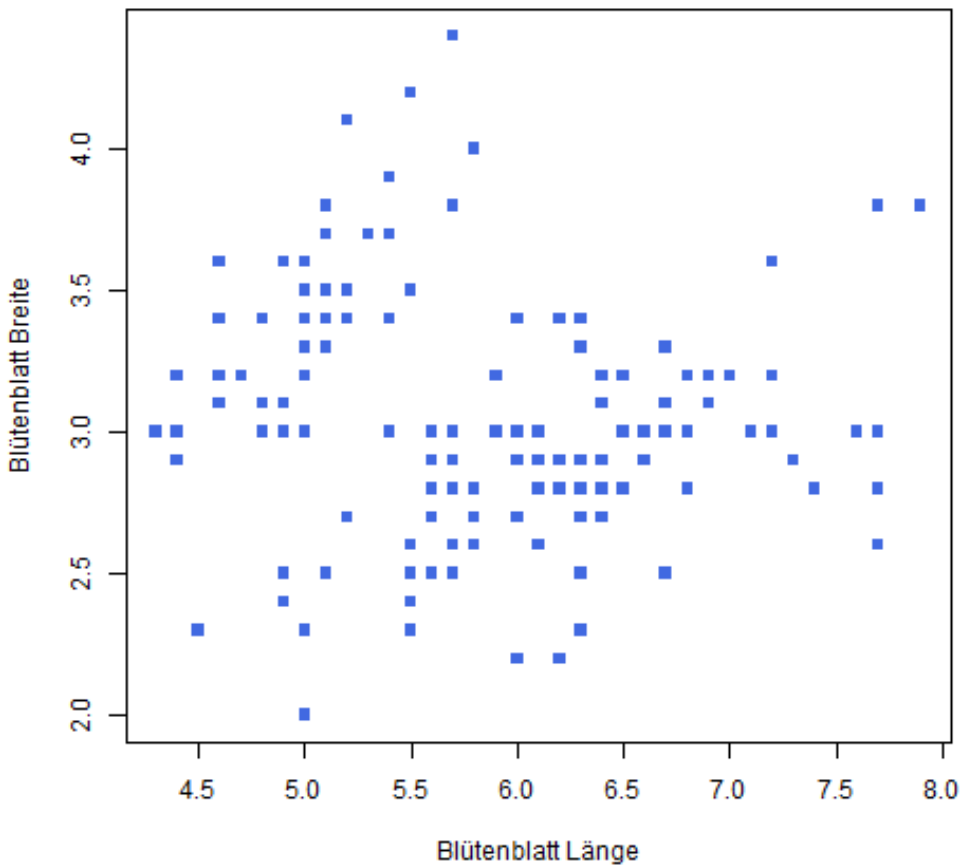
```
> head(iris)
  Sepal.Length Sepal.Width Petal.Length Petal.Width Species
1          5.1         3.5          1.4         0.2  setosa
2          4.9         3.0          1.4         0.2  setosa
3          4.7         3.2          1.3         0.2  setosa
4          4.6         3.1          1.5         0.2  setosa
5          5.0         3.6          1.4         0.2  setosa
6          5.4         3.9          1.7         0.4  setosa
```

Scatterplots

- Ein einfacher two-way scatterplot kann mit der Funktion `plot()` erstellt werden
- `plot()` muss mindestens ein `x` und ein `y` Beobachtungsvektor übergeben werden
- Um die Farbe der Plot-Symbole anzupassen gibt es die Option `col` (Farbe als character oder numerisch)
- Die Plot-Symbole selbst können mit `pch` (plotting character) angepasst werden (character oder numerisch)
- Die Achenbeschriftungen (labels) werden mit `xlab` und `ylab` definiert

Scatterplot

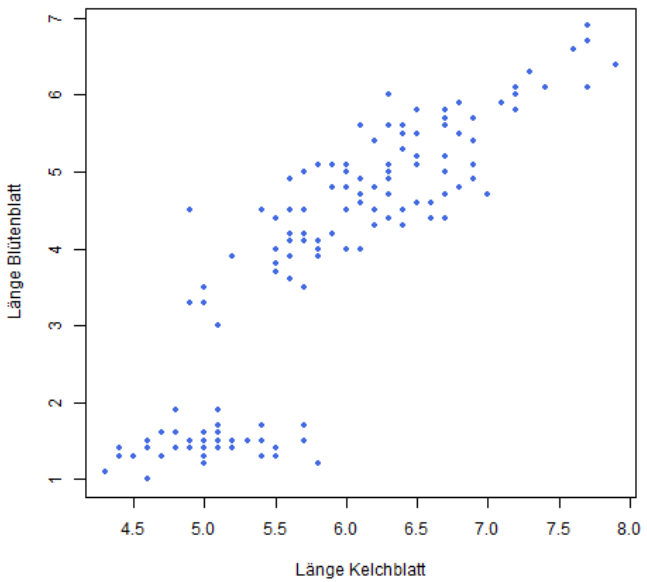
```
plot(iris$Sepal.Length,iris$Sepal.Width,xlab='Blattlaenge',
     ylab='Blattbreite',pch=15,col='royalblue')
```



Pearson Korrelationskoeffizient

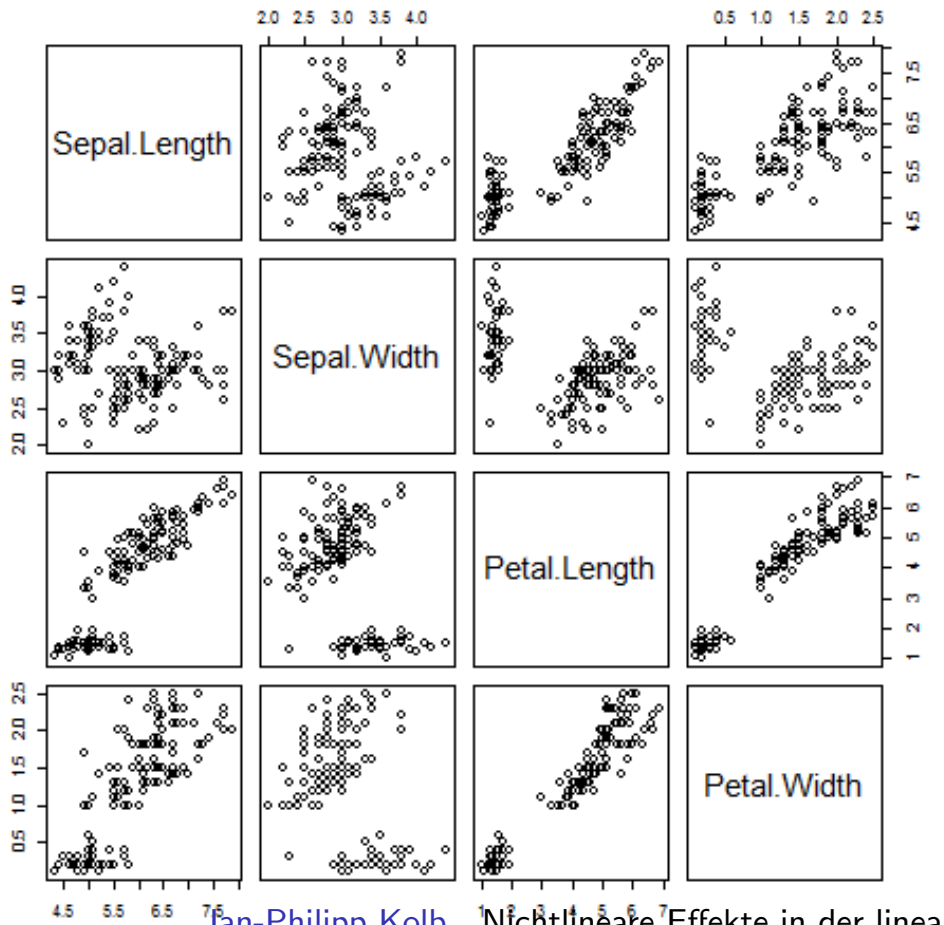
```
cor(iris$Sepal.Length,iris$Petal.Length)
```

- Korrelation zwischen Länge Kelchblatt und Blütenblatt 0,87
- Der Pearson'sche Korrelationskoeffizient ist die default methode in `cor()`:



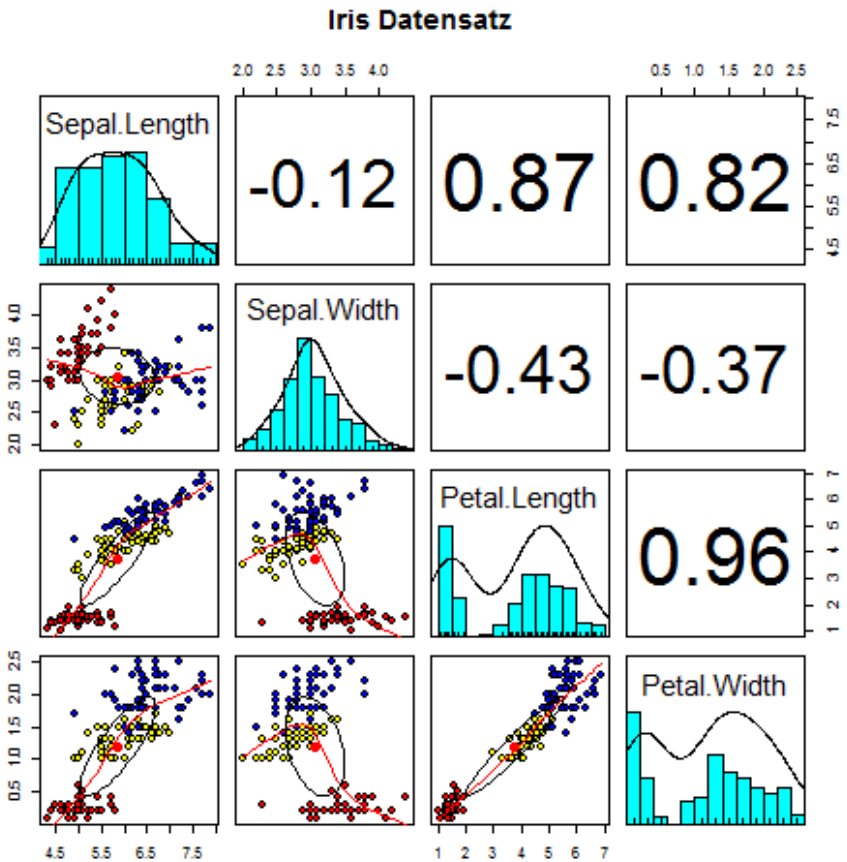
Zusammenhang zwischen mehreren Variablen

```
pairs(iris[,1:4])
```

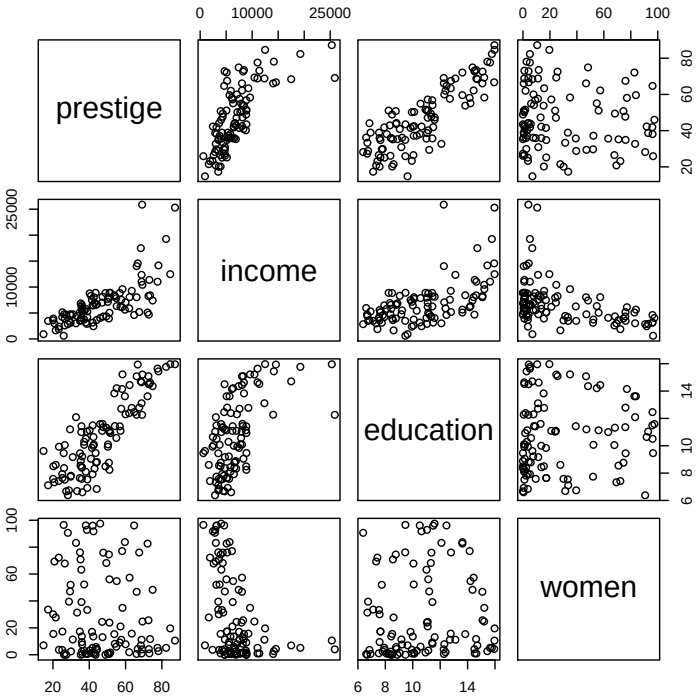


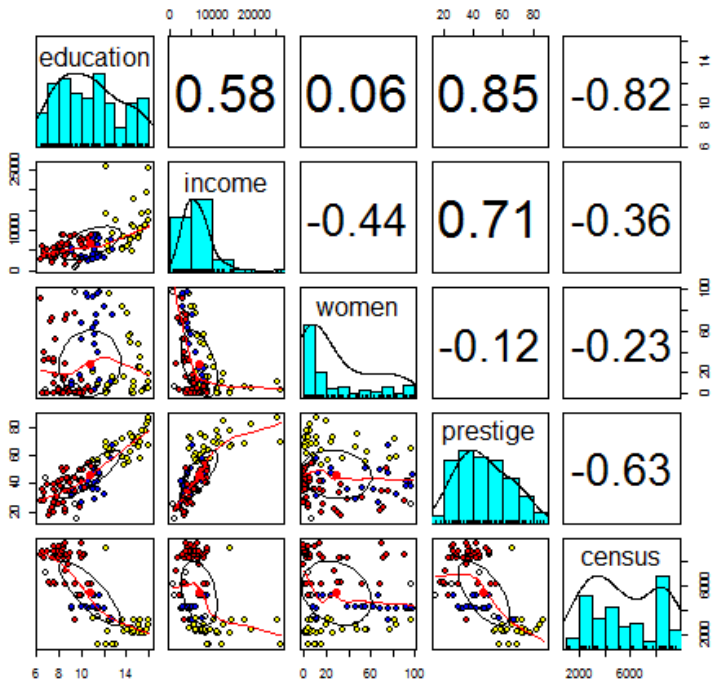
Zusammenhang zwischen mehreren Variablen

```
pairs.panels(iris[1:4],bg=c("red","yellow","blue")
[iris$Species],pch=21,main="Iris Datensatz")
```



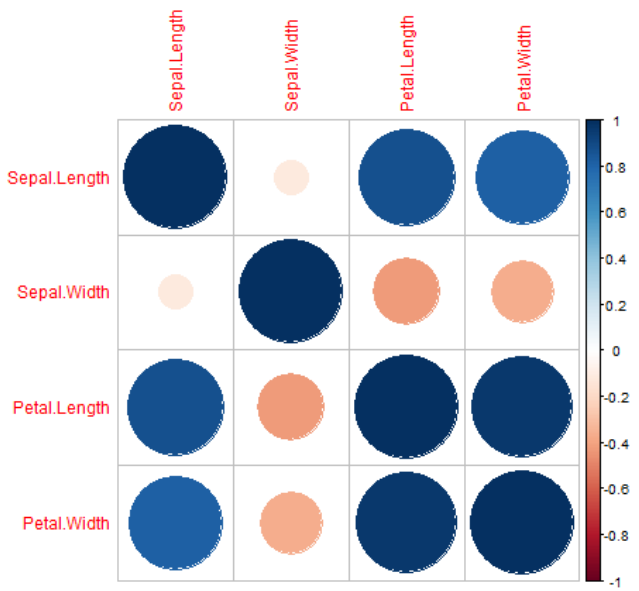
Multivariate Datenanalyse





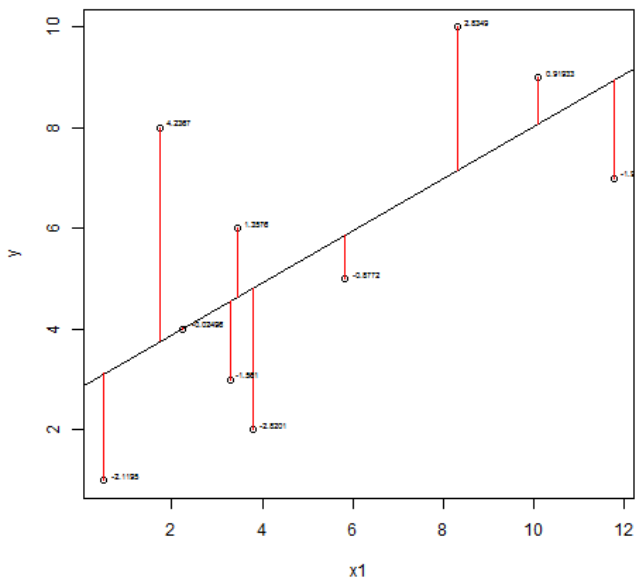
Zusammenhang - corrplot

```
library(corrplot)
M <- cor(iris[,1:4])
corrplot(M)
```



Regressionsdiagnostik

```
plot(x1,y)
abline(mod1)
segments(x1, y, x1, pre, col="red")
textxy(x1,y, res, cx=0.7)
```



Annahmen der Linearen Einfachregression

Annahmen bezüglich des Störterms

1. Die Störterme haben den Erwartungswert 0:
$$E(\varepsilon_i|x_i) = 0$$

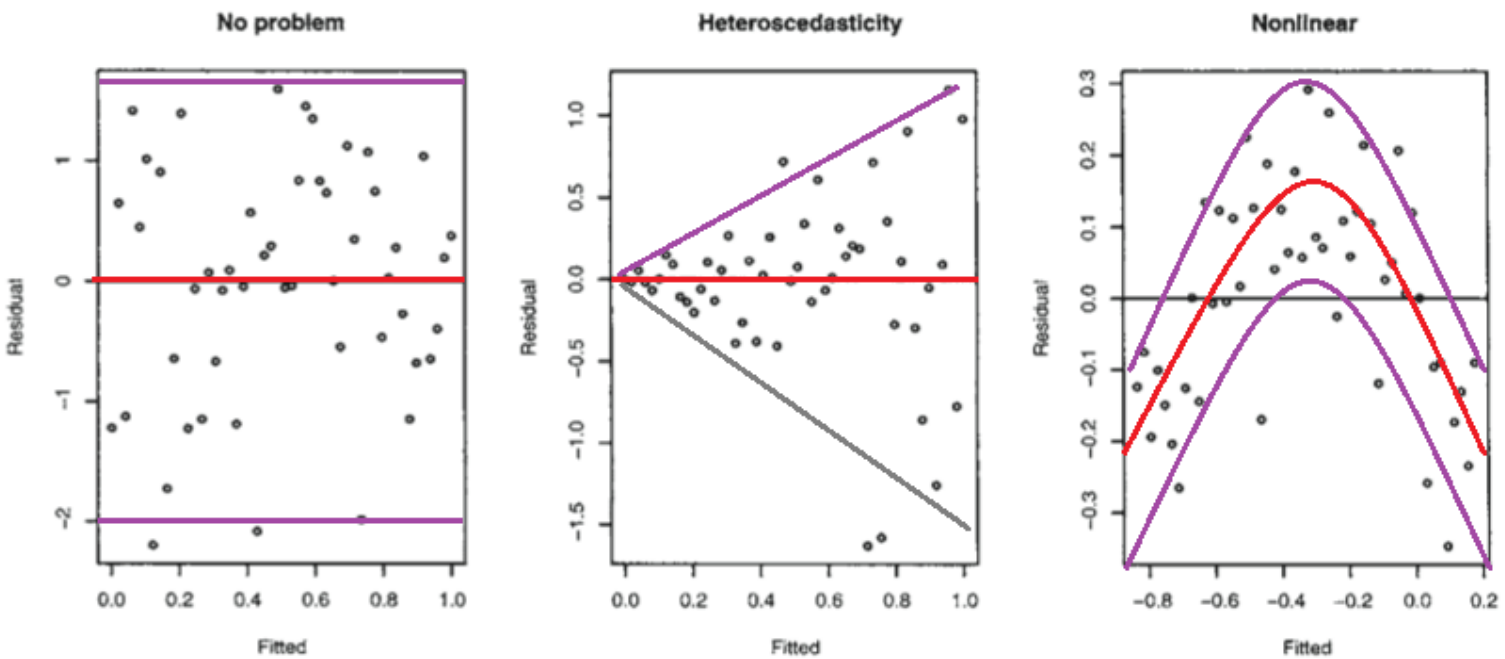
2. Die Störterme weisen eine konstante Varianz auf (Homoskedastizität)
$$\text{var}(\varepsilon_i|x_i) = \sigma_\varepsilon^2$$

3. Die Störvariablen sind unkorreliert
$$\text{cov}\,(\varepsilon_i, \varepsilon_j|x_i) = 0 \qquad \text{für alle } i \neq j$$

4. Normalverteilungsannahme
$$\varepsilon_i|x_i \sim N(0; \sigma_\varepsilon^2)$$

Regressionsdiagnostik - konstante Varianz

- Wenn man nur auf die Residuen schaut kann man die Annahme der konstanten Varianz nicht überprüfen
- Man muss die Residuen zu etwas in Relation setzen
- $\rightarrow$ Plot der Residuen gegen die gefitteten Werte



http://stats.stackexchange.com/questions/76226/interpreting-the-residuals-vs-fitted-values-plot-for-verifying-the-assumptions

Regressionsdiagnostik - konstante Varianz

Zur Verdeutlichung wird folgendes Regressionsmodell gerechnet:

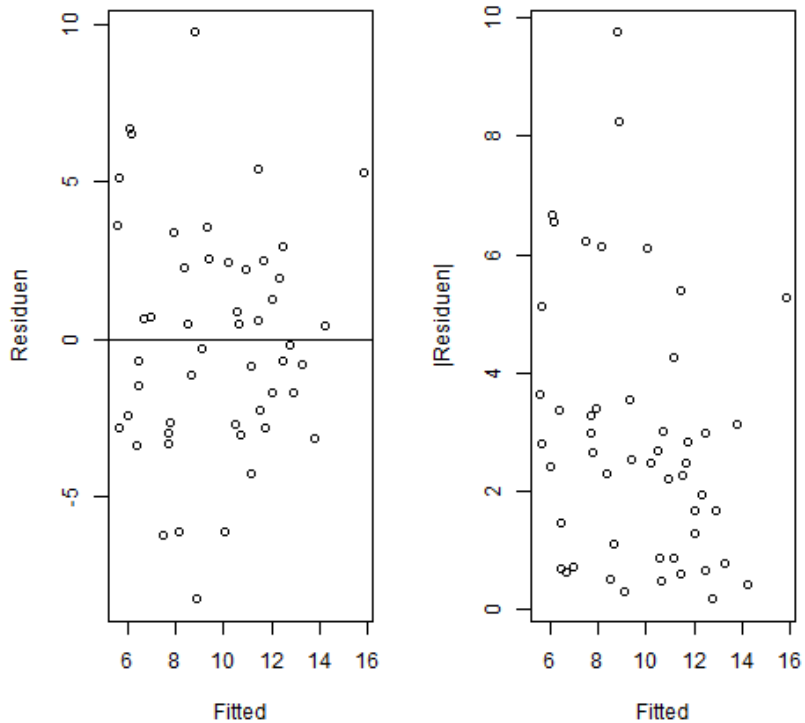
```
data(savings)
g <- lm(sr ~ pop15+pop75+dpi+ddpi,savings)
```

Überprüfung anhand von Graphiken:

```
par(mfrow=c(1,2))
plot(fitted(g),residuals(g),xlab="Fitted",
     ylab="Residuen")
abline(h=0)
plot(fitted(g),abs(residuals(g)),xlab="Fitted"
,ylab="|Residuen|")
```

Regressionsdiagnostik - konstante Varianz

- **Linker Plot** - Nichtlinearität?
- **Rechter Plot** - Nichtkonstante Varianz?



Regressionsdiagnostik - konstante Varianz

- Folgende Regression bietet eine einfache Möglichkeit zu testen.

```
summary(lm(abs(residuals(g)) ~ fitted(g)))
```

```
Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   4.8398     1.1865   4.079  0.00017 ***
fitted(g)    -0.2035     0.1185  -1.717  0.09250 .
```

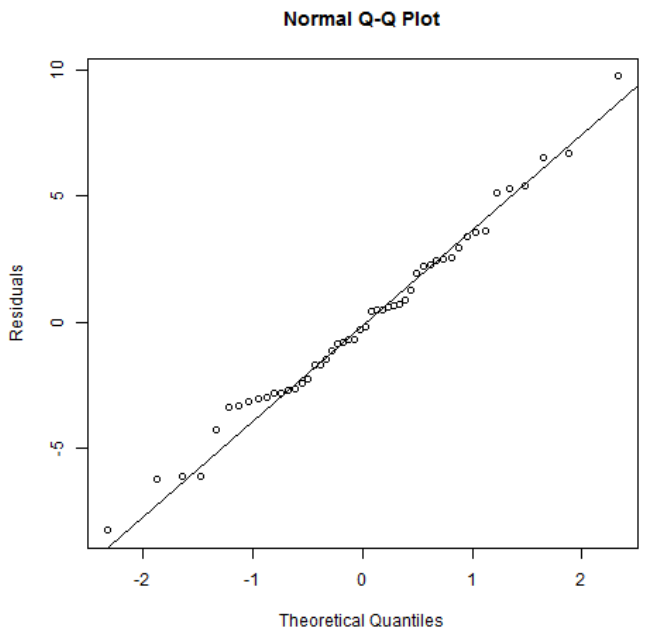
Regressionsdiagnostik - Normalität

- Tests und KI die bei der Regression verwendet werden basieren auf der Annahme der Normalität.
- Die Residuen können mit dem Q-Q plot auf Normalität untersucht werden

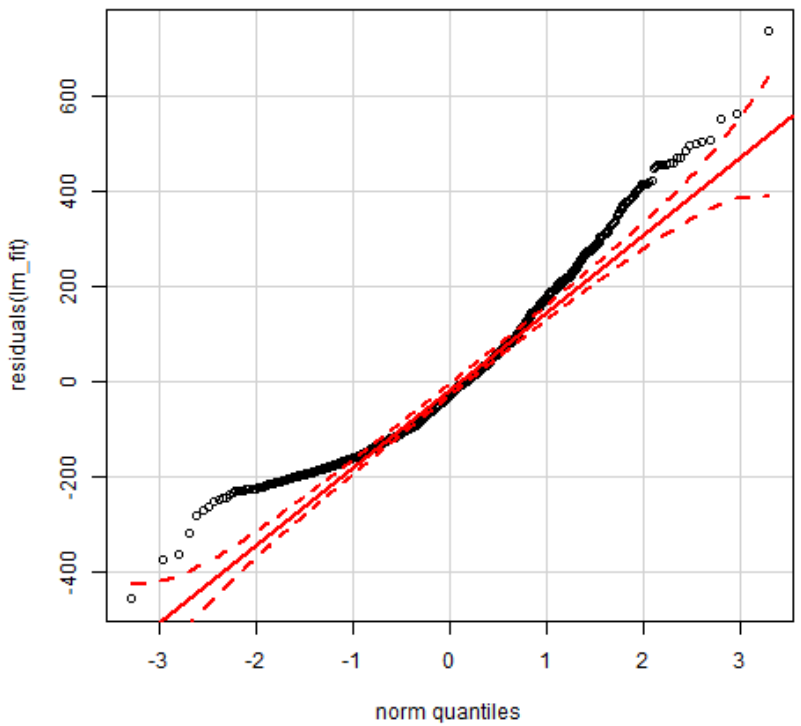
```
qqnorm(residuals(g),ylab="Residuals")
qqline(residuals(g))
```

Q-Q plot

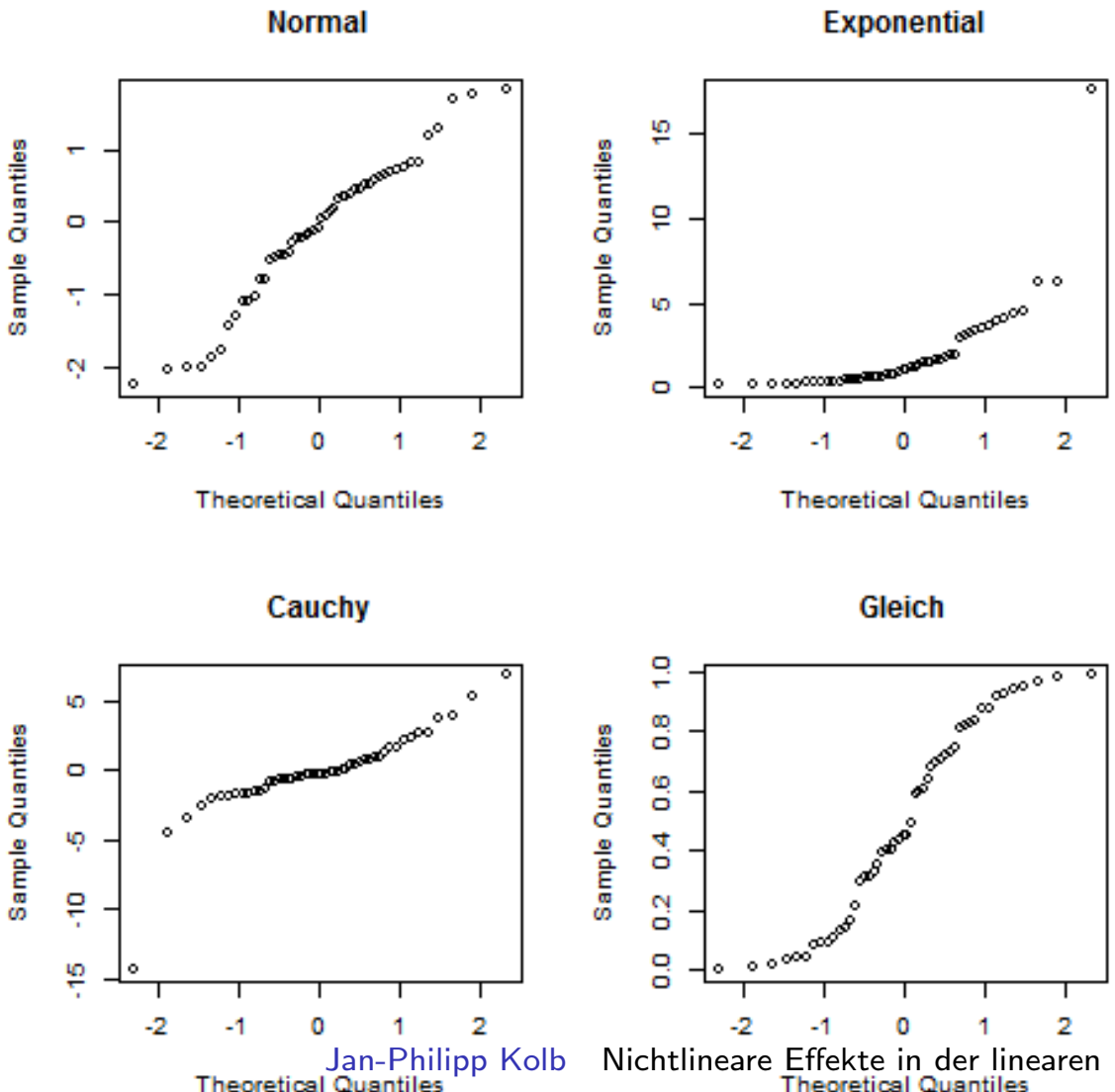
- Es scheint keine Ausreißer zu geben
- Wenn die Residuen normalverteilt sind sollten sie auf einer Linie liegen.



Regressionsdiagnostik - Normalverteilung der Residuen



Q-Q plot - verschiedene Verteilungen



Regressionsdiagnostik - Normalität

- Wenn die Residuen nicht normalverteilt sind, ist die KQ-Regression evtl. nicht die richtige Wahl.
- Tests und KI's sind nicht exakt
- Leichte Nichtnormalität kann ignoriert werden
- Je größer der zu Grunde liegende Datensatz, je geringer ist das Problem mit Nichtlinearität

Handlungsmöglichkeiten:

- Evtl. können robuste Regressionen eingesetzt werden
- Transformation der abhängigen Variable

Regressionsdiagnostik

Artikel, der die wichtigsten Annahmen aufzählt und darstellt, wie sie überprüft werden können.

Testing the assumptions of linear regression

`http://people.duke.edu/~rnau/testing.htm`

Aufgabe C1 - Visualisierung Regression

- Laden Sie den `Prestige` Datensatz aus dem Paket `car` ein.
- Finden Sie das beste Regressionsmodell für die Variable `Prestige` als abhängige Variable.
- Testen Sie ob die Residuen normalverteilt sind.

Aufgabe C2 - Diagnose Regression

In dieser Aufgabe soll mittels simulierten Daten untersucht werden, wie eine Verletzung der Annahmen des linearen Modells in den Diagnoseplots zu erkennen ist

- Erstellen Sie eine Hilfsvariable h1 der Länge n= 181, die das Intervall von [1;10] in 0.05 Schritten abdeckt.
- Simulieren Sie die n Beobachtungen der erklärenden Variable X als X=h1+ eine normalverteilte Zufallsgröße mit Erwartungswert 0 und Standardabweichung 1.

Aufgabe C2 - Diagnose Regression

Berechnen Sie für die folgenden drei Szenarien das lineare Mo dell und untersuchen Sie die An- nahmen mit den geeigneten Diagnoseplots. Versuchen Sie die Verletzung der Annahmen in den Diagnoseplots zu erkennen.

- Simulieren Sie einen normalverteilten Fehler epsilon1 der Länge n= 181 mit Erwartungswert 0 und Standardabweichung 1 und konstruieren Sie die Zielgröße Y1 als

$$Y1 = log(X) + epsilon1$$

Aufgabe C2 - Diagnose Regression

- Simulieren Sie einen Cauchy-verteilten Fehler epsilon2 der Länge n= 181 mit dem Befehl rcauchy(n, location=0, scale=1) und konstruieren Sie die Zielgröße Y2 als

$$Y2 = X + epsilon2$$

Plotten Sie die Kerndichteschätzer für epsilon2 und epsilon1 in einer Graphik. Wie unterscheiden sich Cauchy und Normalverteilung?

Aufgabe C2 - Diagnose Regression

- Simulieren Sie einen normalverteilten Fehler epsilon3 der Länge n= 181 mit Erwartungswert 0 und einer Standardabweichung, die ein Zehntel des entsprechendes X-Wertes ist (Hinweis: Der Funktion rnorm können b ei der Option mean und sd Vektoren identischer Längen übergeb en werden. Dann werden auch n normalverteilte Zufallszahlen mit dem in mean und sd spezifizierten Parametern erzeugt). Konstruieren Sie die Zielgröße Y3 als:

$$Y3 = X + epsilon3$$