
TRABAJO PRÁCTICO N°2 CONJUNTOS

1. Definir por extensión cada uno de los siguientes conjuntos:
 - a) $D = \{x/x \text{ es una letra de la palabra } \textit{CORRECTO}\}$
 - b) $A = \{x \in \mathbb{Z} / x^2 = 4\}$
 - c) $B = \{x \in \mathbb{Z} / x - 2 = 5\}$
 - d) $T = \{x / x \text{ es una cifra del número } 2324\}$
 - e) $C = \{x \in \mathbb{Z} / x \text{ es positivo y negativo}\}$
2. Definir por comprensión cada uno de los siguientes conjuntos:
 - a) $A = \{a, e, i, o, u\}$
 - b) $B = \{2, 4, 6, 8\}$
 - c) $C = \{\textit{triángulo, cuadrado, pentágono, rectángulo, círculo, ...}\}$
3. Completa las proposiciones siguientes con los símbolos \in o \notin :
 - a) $2 \underline{\hspace{1cm}} \{1, 3, 5, 7\}$
 - b) $5 \underline{\hspace{1cm}} \{2, 4, 5, 6\}$
 - c) $3 \underline{\hspace{1cm}} \{x \in \mathbb{N} / 2 < x < 6\}$
 - d) $8 \underline{\hspace{1cm}} \{x \in \mathbb{N} / 8 < x < 10\}$
 - e) $0 \underline{\hspace{1cm}} \emptyset$
 - f) $\textit{América} \underline{\hspace{1cm}} \{x / x \text{ es el nombre de un país}\}$
 - g) $\frac{12}{8} \underline{\hspace{1cm}} \mathbb{N}$
4. Escribe simbólicamente las afirmaciones siguientes:
 - a) v pertenece al conjunto M .
 - b) El conjunto T contiene como subconjunto al conjunto H .
 - c) Entre los elementos del conjunto G no está el número 2.
 - d) El conjunto Z no es un subconjunto del conjunto A .
 - e) El conjunto X no contiene al conjunto K .
 - f) El conjunto H es un subconjunto propio del conjunto K .
5.
 - a) Sea $T = \{x \in \mathbb{Z} / 4x = 12\}$. ¿Es $T = 3$? ¿Por qué?
 - b) ¿Es el conjunto $A = \{1, 3, 5, 7\}$ un subconjunto del conjunto $B = \{x \in \mathbb{Z} / x = 2n, n \in \mathbb{Z}\}$?
¿Y del $C = \{x \in \mathbb{N} / x = 2n + 1, n \in \mathbb{N}\}$? ¿Por qué?
6. ¿Cuáles de los siguientes conjuntos son vacíos, unitarios, finitos o infinitos?
 - a) $A = \{x / x \text{ es un día de la semana}\}$
 - b) $B = \{x \in \mathbb{R} / x < 4 \vee x > 6\}$
 - c) $C = \{x \in \mathbb{R} / x^2 + x - 1 = 0\}$
 - d) $D = \{x \in \mathbb{R} / x + 5 = 5\}$
 - e) $E = \{x / x \text{ es un habitante de la luna}\}$
 - f) $F = \{x \in \mathbb{N} / x < -15\}$
 - g) $G = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$
 - h) $H = \{x \in \mathbb{N} / 5 < x < 5\}$
 - i) $I = \{x \in \mathbb{N} / 3x = 6\}$
7. Sean $X = \{x \in \mathbb{Z} / x \text{ es impar}\}$ e $Y = \{x \in \mathbb{Z} / x^2 + 1 \text{ es par}\}$, probar que $X \subseteq Y$

8. a) Sea $U = \{x \in \mathbb{Z} / -9 < x \leq 7\}$ el conjunto universal y sean $C = \{x \in \mathbb{Z} / x \geq -2 \wedge x < 5\}$
 $A = \{x \in \mathbb{Z} / x = 4n, n \in \mathbb{Z}, -1 \leq n < 2\}$, $B = \{-6, -4, 0, 4, 6\}$

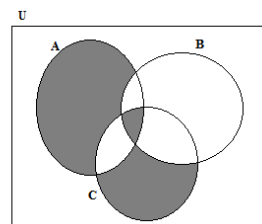
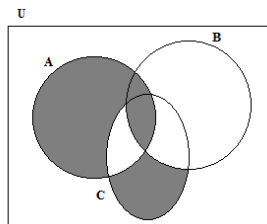
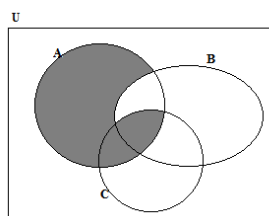
Hallar

- $(A - B) \cap C$
- $(A \cap B) - C'$
- $(B' \cap A)$
- Realizar el diagrama de Venn de $(A \cup B) - C$, con los conjuntos A, B y C dados.
- Indicar qué inclusiones se verifican entre los conjuntos A, B y C . Justificar

- b) Dado el conjunto universal $U = \{x \in \mathbb{Z} / -10 < x < 6\}$ y los conjuntos
 $A = \{x \in \mathbb{Z} / x = 2k, k \in \mathbb{Z}, -5 < k < 3\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} / x < 6\}$, $C = \{x \in \mathbb{Z} / -3 \leq x < 5\}$ y
 $D = \{-2, -1, 1, 2, 3\}$, indicar cuál o cuáles de las siguientes alternativas son correctas:

- $A \cap D' = \{-6, -4, 0, 4\}$
- $B \cup D = \{-2, -1, 1, 2, 3, 4, 5\}$
- $(A - D) \cap C = \{0, 4\}$
- $A' \cap B = \{1, 3, 5\}$
- Solo $B \cup D$ y $(A - D) \cap C$.
- Solo $A' \cap B, B \cup D$ y $(A - D) \cap C$.

9. Escribir la expresión que corresponde al conjunto marcado en gris para cada uno de los diagramas dados a continuación.



10. Indique en orden la opción que contiene la ley cuyo uso se lleva a cabo en:

- $((((D - E)')')')' = (D - E)'$
- $(B \cap C) \cap (B \cap C)' = \emptyset$
- $E' \cap (D \cap B) = (E' \cap D) \cap B$
- $E' \cup E' = E'$
- $B \cap (B \cup (C \cup D)) = B$

Dentro de la lista:

- | | |
|---------------------------|------------------------------|
| 1. Ley de Complemento | 2. Ley de Idempotencia |
| 3. Ley Asociativa | 4. Ley del Doble Complemento |
| 5. Propiedad Distributiva | 6. Ley de Absorción |

11. Demostrar las siguientes propiedades de conjuntos

- Si $A \subseteq (B \cup C')$ entonces $A \cap C \subseteq B$.
- Si $B \subseteq A$ entonces $A \cup B = A$.

- c) Si $A \subseteq C \Rightarrow (A \cup B) - C \subseteq B$.
- d) Si $A \subseteq (D \cap C)$ y $C' \subseteq B'$ entonces $A \cup B \subseteq C$.
- e) Si $(B - A) \cup A = B$ entonces $A \subseteq B$.
- f) $B \cap (A - B) = \emptyset$

12. Sea $A = \{x \in \mathbb{Z} / 3 < x < 8\}$ y $B = \{\emptyset, 4, 5, \{6\}\}$ analizar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar la respuesta.

- a) $A \cup B = \{\emptyset, 4, 5, 6, 7\}$
- b) $\{\emptyset, \{6\}\} \subseteq B$
- c) $\{4\} \in A \cap B$
- d) $\emptyset \in B \wedge 7 \in A \Rightarrow \{\emptyset, 7\} \subseteq A \cap B$

13. a) Hallar el conjunto A sabiendo que: $\emptyset \in A, 1 \in A, \{\{a\}, b\} \subseteq A$ y $\#A = 4$.
b) A partir del conjunto A encontrado en el inciso a), analizar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar la respuesta.

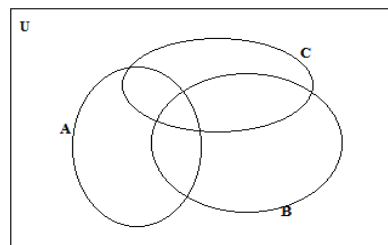
- i. $\{a\} \subseteq A$
- ii. $\emptyset \in A'$
- iii. $\{b, \emptyset\} \subseteq A$
- iv. $\{\{a\}\} \subseteq A$

EJERCICIOS ADICIONALES

1. ¿Conoces algún conjunto que sea subconjunto de su complemento? ¿Existe algún conjunto que sea disjunto consigo mismo?

2. Representar, para cada inciso, en un diagrama de Venn como el dado a la derecha, los siguientes conjuntos:

- a) $A \cup B$
- b) $A \cup C$
- c) $A \cap A$
- d) $(A')'$
- e) $B - B$
- f) $C - (A \cup B)$
- g) $B \cap C'$
- h) U'



3. Sean $A = \{x \in \mathbb{R} / -2 < x \leq 10\}$ y $B = \{x \in \mathbb{R} / x > 1\}$ Expresa dichos conjuntos mediante intervalos y calcular la unión, la intersección y la diferencia de uno con el otro. Calcular, además, los complementos y comprueba que se cumplen las leyes de De Morgan.

-
4. Demostrar: i) $(A')' = A$ ii) $A \cup \emptyset = A$ iii) $(A \cap D)' = A' \cup D'$
ii) $A \cap (A \cup C) = A$ iv) Si $A \subseteq B$ entonces $A' \cup B = U$
5. Decir qué elementos forman los siguientes conjuntos :
- a) $A = \{ x : x \in \mathbf{N} \text{ y } x = 2n + 1, n \in \mathbf{N} \}$
- b) $D = \{ x : x \in \mathbf{N} \text{ y } x = 2n + 1 \text{ y } n < 10 \}$
6. Sean los conjuntos $A = \{ n \in \mathbf{N} / n < 12 \}$; $B = \{ n \in \mathbf{N} / n \text{ es par y } n < 22 \}$ y
 $E = \{ n \in \mathbf{N} / n \text{ es par} \}$. Hallar:
- a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A - B$ d) $B - E$ e) $B - A$
7. Sean los conjuntos: $A = \{ \text{divisores positivos de } 18 \}$,
 $B = \{ \text{divisores positivos de } 24 \}$
 $C = \{ \text{divisores positivos de } 30 \}$
 $D = \{ \text{divisores positivos comunes de } 18, 24 \text{ y } 30 \}$
- a) Calcular, mediante diagramas de Venn: $(A \cap B) - C$ y $(B \cap C) - A$
- b) Calcular A' y B' siendo el referencial $Y = \{ n \in \mathbf{N} / n < 25 \}$
- c) Expresar a D como una operación entre A , B y C .

LEYES DEL ALGEBRA DE CONJUNTOS

1. Conmutativas:

a) $A \cup B = B \cup A$

b) $A \cap B = B \cap A$

2. Asociativas:

a) $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

b) $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

3. Distributivas:

a) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

b) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

4. Leyes de absorción:

a) $A \cup (A \cap B) = A$

b) $A \cap (A \cup B) = A$

5. Leyes de idempotencia:

a) $A \cup A = A$

b) $A \cap A = A$

6. Leyes de identidad:

a) $A \cup \emptyset = A$

b) $A \cup U = U$

c) $A \cap \emptyset = \emptyset$

d) $A \cap U = A$

7. Complementación doble

$(A')' = A$

8. a) $A \cup A' = U$

b) $A \cap A' = \emptyset$

9. a) $U' = \emptyset$

b) $\emptyset' = U$

10. Leyes de De Morgan:

a) $(A \cup B)' = A' \cap B'$

b) $(A \cap B)' = A' \cup B'$