Universidad Nacional del Comahue
Facultad de Economía y Administración ELEMENTOS DE ÁLGEBRA
Departamento de Matemática 2022

TRABAJO PRÁCTICO N°1 NOCIONES DE LÓGICA

1. Identificar cuáles de los siguientes enunciados son proposiciones y cuáles no lo son:
   a) $2x - 3 > 5$
   b) Los triángulos rectángulos tienen un ángulo recto.
   c) Hola, ¿Cómo estás?
   d) Los números negativos son menores que 0.
   e) El número 3 es par.

2. a) ¿Cuál de las siguientes fórmulas representa la proposición: *Llegará en el tren de las 8:15 o en el de las 9:15, si llega en el primero, entonces tendrá tiempo para visitarnos.*

   Donde:
   p: "Llegará en el tren de las 8:15"
   q:" Llegará en el tren de las 9:15"
   r: "Tendrá tiempo para visitarnos"

   i. $\sim p \longrightarrow q \vee r$
   ii. $p \vee q \longrightarrow r$
   iii. $(p \longrightarrow q) \wedge (p \wedge r)$
   iv. $p \vee \sim q \longrightarrow r$
   v. $(p \vee q) \wedge (p \longrightarrow r)$

   b) ¿Cuál de las siguientes proposiciones tienen la forma $(p \wedge q) \longrightarrow r$?
   i. Si no vas a la fiesta entonces Chari, que ya está preparada, se enfadará contigo.
   ii. Haendel es un gran compositor y Vivaldi también.
   iii. Si la inflación sube y hay elecciones cerca, entonces las pensiones suben.

   c) Enlaza cada proposición con su formalización

I) *p: Llueve* *q: Hay sol* *r: Los niños salen a jugar*

a) Llueve y los niños no salen a jugar o bien hay sol y los niños no salen a jugar	■ $p \wedge q$
b) Llueve y hay sol.	■ $r \Leftrightarrow (p \wedge q)$
c) Los niños salen a jugar si y solo sí llueve y hay sol.	■ $\sim r \longrightarrow \sim p \vee \sim q$
d) No es cierto que, si llueve y hay sol los niños salen a jugar.	■ $p \vee q$
e) Llueve o hay sol	■ $(p \wedge \sim r) \vee (q \wedge \sim r)$
f) Cuando los niños no salen a jugar, no llueve o no hay sol.	■ $\sim[(p \wedge q) \longrightarrow r]$

II) *p: Pablo asiste a clase* *q: Pablo estudia en casa* *r: Pablo fracasa en los exámenes*

s: Pablo es aplaudido

a) Si Pablo no asiste a clase o no estudia en casa,	■ $\sim(p \wedge q) \longrightarrow (r \wedge \sim s)$

fracasará en los exámenes y no será aplaudido.

b) *Si no es cierto que Pablo asiste a clase y estudia en casa entonces fracasará en los exámenes y no será aplaudido.* ■ $(\sim r \wedge s) \Longrightarrow (p \wedge q)$

c) *Pablo asiste a clase o estudia en casa si y solo si no fracasa en los exámenes y es aplaudido.* ■ $(\sim p \vee \sim q) \longrightarrow (r \wedge \sim s)$

d) *Solo si Pablo asiste a clase y estudia en casa no fracasará en los exámenes y será aplaudido,* ■ $(p \vee q) \Leftrightarrow (\sim r \wedge s)$

3. Considerando como implicación directa la proposición que se da a continuación indicar la recíproca, la contrarecíproca y la contraria de la misma.
“El triángulo es equilátero, si sus ángulos interiores son iguales”

4. Construir las tablas de verdad de las siguientes formas proposicionales e indicar si son tautología, contradicción o contingencia.
   a) $[(p \wedge \backsim q) \Longrightarrow q] \Leftrightarrow (p \Longrightarrow q)$
   b) $\backsim [(\backsim p \wedge (\backsim q \vee p)) \Longrightarrow q]$
   c) $(p \wedge \sim q) \vee (p \wedge r) \Longrightarrow (q \wedge r)$
   d) $[(p \Longrightarrow q) \wedge (q \Longrightarrow r)] \wedge \sim (p \Longrightarrow r)$

5. Las siguientes equivalencias son correctas, se pide explicitar cada una de las leyes lógicas utilizadas en cada una de ellas.
$\sim [(q \Longrightarrow \sim r) \wedge (r \Longrightarrow p)] \Leftrightarrow_{(1)} \sim [(\sim q \vee \sim r) \wedge (\sim r \vee p)] \Leftrightarrow_{(2)} \sim [(\sim q \vee \sim r) \wedge (p \vee \sim r)] \Leftrightarrow_{(3)}$
$\Leftrightarrow_{(3)} \sim [(\sim q \wedge p) \vee \sim r] \Leftrightarrow_{(4)} [\sim (\sim q \wedge p) \wedge \sim\sim r] \Leftrightarrow_{(5)} [(\sim\sim q \vee \sim p) \wedge \sim\sim r] \Leftrightarrow_{(6)}$
$\Leftrightarrow_{(6)} [(q \vee \sim p) \wedge r] \Leftrightarrow_{(7)} [(\sim p \vee q) \wedge r] \Leftrightarrow_{(8)} [(p \Longrightarrow q) \wedge r]$

6. En cada uno de los siguientes casos justifique su respuesta.
   a) Si el valor de verdad de $p \Longrightarrow q$ es verdadero ¿puede determinar el valor de verdad de

   $\sim p \vee (p \Rightarrow q)$?

   b) Si $(p \vee \sim q)$ es verdadero ¿se puede determinar el valor de verdad de $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$?
   c) Si $(\sim p \wedge \sim q)$ es verdadero ¿se puede determinar el valor de verdad de $(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$

7. Hallar los posibles valores de verdad de las proposiciones simples sabiendo que $\sim [r \Rightarrow (\sim p \vee q)] \wedge [(p \Rightarrow q) \vee \sim s]$ es verdadera.

8. a) Sabiendo que el valor de verdad de $[(\sim p \Longrightarrow q) \vee (\sim q \Longrightarrow \sim s)]$ es falso, hallar si es posible, el valor de verdad de $(p \wedge m) \Leftrightarrow [(\sim q \vee r) \wedge s]$.
   b) Sabiendo que el valor de verdad de $p \Longrightarrow (q \vee \sim s)$ es falso, hallar si es posible, el valor de verdad de $(\sim p \wedge s) \Leftrightarrow [r \Longrightarrow (\sim q \vee t)]$.
   c) Sabiendo que el valor de verdad de $\sim[(r \vee q) \Longrightarrow (r \Longrightarrow p)]$ es verdadero y q es falso, hallar si es posible, el valor de verdad de $[r \Leftrightarrow (p \wedge q)] \Leftrightarrow [\sim q \vee s]$.

d) Sabiendo que el valor de verdad de $(p \Longrightarrow q)$ es verdadero y r es falso, hallar si es posible, el valor de verdad de $(\sim q \wedge p) \Leftrightarrow [(r \Rightarrow q) \vee r]$.

9. Analizar si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos justificando cada una de sus respuestas.
   a) Si $(p \vee q)$ es V y $\sim q$ es V, entonces $q \Leftrightarrow (p \wedge \sim q)$ es F.
   b) Sabiendo que $(\sim q \wedge p)$ es falso y que $(q \vee \sim p) \Leftrightarrow [r \Rightarrow (\sim q \wedge p)]$ es verdadero se tiene que el valor de verdad de r es V.
   c) Si $v(p \Rightarrow q) = V$ y $v(s) = V$ entonces $v[\sim (p \wedge \sim q) \Rightarrow (s \vee p)] = V$.

10. Escribir simbólicamente usando cuantificadores la siguiente proposición "Existe un número perteneciente a los reales tal que si dicho número aumentado en dos es menor que ocho, entonces el número es mayor que ocho o el número es menor que seis"

11. Dadas las siguientes proposiciones
    i) Analizar su valor de verdad.
    ii) Negar cada una de las proposiciones dadas
    a) $\forall x \in \mathbb{R}\ \exists y \in \mathbb{R} / (x < y \wedge y < x + 1)$
    b) $\forall x \in \mathbb{R}\ \exists y \in \mathbb{R} / (x + y = 0)$
    c) $\exists x \in \mathbb{R}\ \exists y \in \mathbb{R} / (x + y = 0)$
    d) $\exists x \in \mathbb{R}\ \forall y \in \mathbb{R}: (x.y = 0)$
    e) $\exists x \in \mathbb{R}\ \forall y \in \mathbb{R}: (x + y = 0)$

12. Demuestre por el método directo, contrarrecíproco y por el absurdo la proposición: "Si $x + 2$ es impar entonces x no es múltiplo de 6"

13. Probar las siguientes proposiciones por el método más conveniente
    a) Probar que "Si $x^2 + 2$ no es múltiplo de 2 entonces x no es múltiplo de 2"
    b) Probar que "Si $x - 15$ no es múltiplo de 5 entonces x no es múltiplo de 5".
    c) "Si x^2 no es múltiplo de 3 entonces $x + 6$ no es múltiplo de 3".
    d) "Si $x^2 - 3$ no es múltiplo de 3 entonces $x + 6$ no es múltiplo de 3".
    e) "Si $3x + 1$ es par entonces x es impar".

Universidad Nacional del Comahue
Facultad de Economía y Administración ELEMENTOS DE ÁLGEBRA
Departamento de Matemática 2022

<u>EJERCICIOS ADICIONALES:</u>

1.- Escribir oraciones que correspondan a las siguientes proposiciones:

a) $(\sim p \wedge q) \Rightarrow q$ b) $r \Rightarrow (p \vee q)$

2.- a) Consideremos el enunciado verdadero:

"Si dos números son pares entonces la suma es par"

¿Los casos: 4 + 6 = 10 y 2 + 4 = 6 prueban la validez de la afirmación? ¿Por qué?

b) Consideremos el enunciado falso:

"Si la suma de dos números es par, entonces ambos números son pares".

¿El caso 5 + 7 =12 prueba la falsedad del enunciado? ¿Por qué?.

3.- Demostrar:

a) Si x es un número racional e y es un número irracional entonces $x + y$ es irracional.

b) La suma de 5 enteros consecutivos cualesquiera es un múltiplo de 5.

4.- Escribir en lenguaje simbólico usando cuantificadores, determinar su valor de verdad y negar las siguientes proposiciones.

a) Todo entero positivo, cuyo cuadrado es par verifica que su cubo es impar.

b) La suma de dos números enteros es par.

TABLA DE EQUIVALENCIAS LOGICAS

1.- Doble negación:

$\sim\sim p \Leftrightarrow p$

2.- Leyes conmutativas:

$(p \vee q) \Leftrightarrow (q \vee p)$

$(p \wedge q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$

$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (q \Leftrightarrow p)$

3.- Leyes asociativas:

$[(p \vee q) \vee r] \Leftrightarrow [p \vee (q \vee r)]$

$[(p \wedge q) \wedge r] \Leftrightarrow [p \wedge (q \wedge r)]$

4.- Leyes distributivas:

$[p \vee (q \wedge r)] \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$

$[p \wedge (q \vee r)] \Leftrightarrow [(p \wedge q) \vee (p \wedge r)]$

5.- Leyes de idempotencia:

$(p \vee p) \Leftrightarrow p$

$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$

6.- Leyes de De Morgan:

$\sim (p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge \sim q)$

$\sim (p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \vee \sim q)$

7.- Implicación:

$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \vee q)$

8.- Contrarrecíproca:

$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p)$

Representando con **t** una tautología y con **c** una contradicción:

9.- Leyes de identidad:

$(p \vee \mathbf{c}) \Leftrightarrow p$

$(p \vee \mathbf{t}) \Leftrightarrow \mathbf{t}$

$(p \wedge \mathbf{c}) \Leftrightarrow \mathbf{c}$

$(p \wedge \mathbf{t}) \Leftrightarrow p$

10.- Reducción al absurdo:

$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow [(p \wedge \sim q) \Rightarrow \mathbf{c}]$

Universidad Nacional del Comahue
Facultad de Economía y Administración
Departamento de Matemática

TABLA DE IMPLICACIONES LOGICAS

1.- Adición:

$$p \Rightarrow (p \vee q)$$

2.- Simplificación:

$$(p \wedge q) \Rightarrow p$$

3.- Modus ponens:

$$[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$$

4.- Absurdo:

$$(p \Rightarrow \mathbf{c}) \Rightarrow \sim p$$