TRABAJO PRÁCTICO N°3 NÚMEROS REALES

1. Resolver cada una de las siguientes igualdades.
   a) $\frac{3x-1}{x}+\frac{5}{2x}=0$
   b) $\frac{2x-2}{x-1}=1$
   c) $x^2=x$
   d) $(x-2)^2-\frac{4}{25}=\frac{1}{5}$
   e) $5x(x-1)=5x^2-5$
   f) $\frac{(x-5)(x^2-9)}{x-3}=-1$
   g) $(8x^2-2)(x-1)=-(8x^2-2)(2x+3)$

2. Resolver cada una de las siguientes desigualdades y expresar el resultado, en caso de ser posible, utilizando la notación de intervalos.
   a) $\frac{2}{x}-\frac{3}{5x}<7$
   b) $2x-5>2(x-5)$
   c) $3x<x-5\leq -2-8x$
   d) $(-x+3)(12-4x)\neq 0$
   e) $2x-5<2(x-3)$
   f) $\frac{x-3}{x+5}<2$
   g) $\frac{-18}{x-2}\leq 3$
   h) $\frac{-(2x-5)}{(3-x)}\geq 0$

3. Considerando el conjunto $S=\left(-\infty,\frac{7}{6}\right]\cup(2,+\infty)$ indicar cuál o cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas
   a) $(3x-1)(-x+2)\geq 0$ tiene como solución el conjunto S
   b) Los valores de x reales que verifican la inecuación $\frac{3x-1}{-x+2}\leq 3$ serán los x que pertenezcan a S
   c) $\left(-x+\frac{7}{6}\geq 0 \quad \vee \quad 2x-4>0\right)\Longrightarrow x\in S$
   d) Las inecuaciones dadas en b) y c) tienen como solución a S.
   e) Todas las inecuaciones dadas tienen como solución a S.

4. Expresar mediante intervalos el conjunto de valores reales x tales que hacen real el resultado.
   a) $\frac{1}{x^2-3}$
   b) $\frac{1}{x^2+3}$
   c) $\sqrt{\frac{x-2}{x-3}}$
   d) $\left(\frac{1}{2x-5}\right)^{-1}$
   e) $\left(\frac{1}{x^2-4}\right)^{\frac{1}{3}}$
   f) $\frac{\sqrt{5-x}}{\sqrt[3]{x-3}+2}$
   g) $\frac{\sqrt{x-5}}{(x-9)^2}$
   h) $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x-1}}$
   i) $\sqrt[4]{(x+1)^{-2}}$

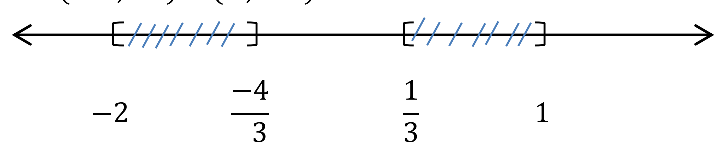
5. Hallar, si es posible, los $x\in\mathbb{R}$ que verifican las siguientes condiciones:
   a) $|-x-3|=0$
   b) $\left|-x-\frac{1}{2}\right|>\frac{3}{2}$
   c) $|x+5|\leq 2$
   e) $|-7x|=-3$
   f) $|2-x^2|\leq 0$
   g) $3\leq|2-6x|<9$

d) $3 - |2x + 5| \leq -1$

h) $\left|\frac{2}{x-5}\right| > 2$

6. a) Representar gráficamente y expresar con notación de valor absoluto el conjunto de todos los puntos que satisfacen que:
   i. Su distancia al origen es menor que 3 unidades.
   ii. Su triplo dista de 2 más de 5 unidades.
   iii. Su opuesto dista de -4 entre 2 y 4 unidades

   b) Interpretar geométricamente y escribir con notación de valor absoluto los $x \in \mathbb{R}$ tales que:
   i. $x < -2 \vee x > 6$
   ii. $(x < -5 \text{ ó } x > -1) \wedge (-7 \leq x \leq 1)$
   iii. $x \neq \frac{1}{2} \wedge x \neq -3$
   iv. $x \in (-\infty, -3) \cup (7, +\infty)$
   v.



7. Resolver utilizando noción de distancia e interpretar geométricamente:
   a) $|-x + 5| < 2$
   b) $|-3 + 2x| \geq \frac{1}{2}$
   c) $1 \leq |x + 4| < 5$
   d) $\left|\frac{1}{3}x - 3\right| \leq \frac{2}{3}$
   e) $\left|\frac{4}{-2(x+3)}\right| < 6$

8. Hallar el conjunto solución de las siguientes ecuaciones e inecuaciones y dejar expresado el resultado como intervalo.
   a) $-\frac{3}{2}(-2x + 3)^2 < -6$
   b) $\frac{18}{(2x-7)^2} > 2$
   c) $\frac{50}{-2(x-1)^2} < -1$
   d) $\frac{(x+1)(x^2-4)}{x^2-x-2} = 1$
   e) $-3(2x - 1)^2 + 10 < -17$
   f) $\frac{x-3}{|x-3|} \leq 1$
   g) $|-x + 2| > \frac{x}{3}$
   h) $\frac{x+1}{2} < \frac{1}{2x-2}$
   i) $\frac{-x+5}{|x-1|} > 0$

9. Decidir si los siguientes enunciados son verdaderos o falsos. Justificar cada una de sus respuestas.
   a) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}: |x| = |y|$

b) $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} / |x-2| = |y|$

c) $\forall x \in \mathbb{R} : |x| \leq |x+1|$

d) $\exists x \in \mathbb{R} \ \forall y \in \mathbb{R} : x^2 + y^2 = (x+y)^2$

e) $\exists x \in \mathbb{R} / x^2 + x = 2$

f) $\exists x \in \mathbb{R}: |x-4| < 2 \Rightarrow x \in (-1,5)$

g) $\forall x \in \mathbb{R}: x^2 > 4 \Rightarrow x \in [2, +\infty)$

h) $\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}: \sqrt{16x^2} = 4x$

i) El conjunto $\{x \in \mathbb{R}: |x^2 - 3| \geq -2x\}$ tiene como solución al conjunto de los números reales.

j) Sea $A = \left\{x \in \mathbb{R} : \frac{2}{2x+3} \leq \frac{2}{x-5}\right\}$ y
$B = \left\{x \in \mathbb{R}: \frac{-2}{2x+3} < \frac{2}{-x+5}\right\}$ entonces $A - B = \emptyset$

k) $\forall a, b \in \mathbb{R}: -a < -b$ entonces $b^2 < a^2$

10. Dados los conjuntos $S_1 = \{x \in \mathbb{R} : -(x+1)^2 < -9\}$ y $S_2 = \{x \in \mathbb{R} : \frac{2}{x} < 1\}$ Indicar si las afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar su respuesta.

a) $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 < 0 \Rightarrow x \in S_1$

b) $S_1 \subseteq S_2$

c) $S_1 \cap S_2 = \{x \in \mathbb{R} : x > 2\}$

d) $S_1 \cup S_2{}' = \mathbb{R}$

e) Todas las afirmaciones anteriores son correctas